

**Mémoire présenté pour la validation de la Formation  
« Certificat d'Expertise Actuarielle »  
de l'Institut du Risk Management  
et l'admission à l'Institut des actuaires  
le 12 janvier 2024**

Par : Ophélie JULIEN SAINT AMAND

Titre : L'allocation du bénéfice de diversification entre segments d'activités du SCR  
appliquée à une compagnie d'assurance en Santé Prévoyance.

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1an  2 ans)  
Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membres présents du jury de l'Institut des  
actuaires :

---

---

---

Membres présents du jury de l'Institut du Risk  
Management :

---

---

---

---

---

---

---

---

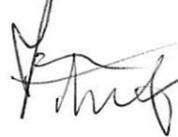
Secrétariat :

Bibliothèque :

Entreprise : FIXAGE

Nom : Marc du Chouhet

Signature et Cachet :



**FIXAGE**

11 Avenue Myron Herrick  
75008 PARIS

Tél. : 01 53 83 83 93 Fax : 01 53 83 83 99  
Siret : 342 269 388 00050

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Marc du Chouhet

Signature :



Invité :

Nom : \_\_\_\_\_

Signature : \_\_\_\_\_

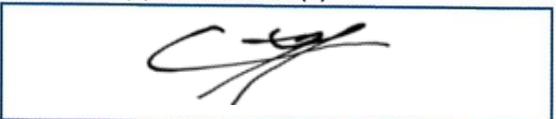
**Autorisation de publication et de mise en  
ligne sur un site de diffusion de documents  
actuariels**

(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise



Signature(s) du candidat(s)



## Remerciements

---

*Ce mémoire est le résultat d'un travail d'un an de recherche. En préambule, je souhaite adresser tous mes remerciements aux personnes qui m'ont apporté leur soutien et ont ainsi contribué à l'élaboration de ce mémoire.*

*Tout d'abord, je tiens à remercier Monsieur Michel PIERMAY, Président de FIXAGE, de m'avoir accueilli au sein de sa société. Je voudrais lui adresser toute ma gratitude pour son encadrement, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion et permis la réalisation de ce mémoire.*

*Je voudrais également remercier les professeurs de l'université de la Sorbonne de m'avoir offert les outils nécessaires à la réussite de mes études universitaires.*

*Je ne pourrais oublier ma famille, qui m'a soutenu et qui a toujours été présente. J'exprime particulièrement mon immense reconnaissance à mes parents et mon mari qui m'ont été d'une grande aide et sans qui je n'aurais pas pu réaliser ce mémoire.*

*Enfin, je souhaite témoigner ma reconnaissance à toutes les personnes qui m'ont aidé, de près ou de loin, à réaliser ce mémoire dans les meilleures conditions.*

## Table des matières

Remerciements	2
Table des matières	3
Table des abréviations	5
Note de synthèse	6
Résumé/Abstract	20
Introduction	22
<b>1. Facteurs de risques réglementaires</b>	<b>26</b>
1.1. Détermination du SCR	26
1.2. Module de risque de marché	30
1.3. Module de risque de contrepartie	31
1.4. Module de risque de souscription Vie	31
1.5. Module de risque de souscription Santé	33
1.6. BSCR	35
1.7. Module de risque opérationnel	36
<b>2. Allocation du capital et bénéfice de diversification inter-segments d'activités du SCR</b>	<b>37</b>
2.1. Bénéfice de diversification inter-segments d'activités	37
2.1.1. Origine du bénéfice de diversification inter-segments d'activités	37
2.1.2. Bénéfice de diversification et caractéristiques des segments d'activités	40
<b>2.2. Méthodes d'allocation du capital</b>	<b>45</b>
2.2.1. Méthode proportionnelle	45
2.2.2. Méthode marginale	47
2.2.3. Méthode de Shapley	48
2.2.4. Comparaison des méthodes d'allocation du capital	50
2.2.5. Sensibilité des résultats à la méthode d'allocation du capital choisie	51
2.2.6. Choix de la méthode d'allocation du capital	56
<b>2.3. SCR et allocation du bénéfice de diversification</b>	<b>59</b>
2.3.1. Pratiques sur le marché de l'assurance	59
2.3.2. Proposition d'une méthode alternative	61
2.3.3. Validation de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée	70
2.3.4. Choix de la méthode d'allocation du capital	74
<b>3. Illustration avec un cas pratique d'une société d'assurance Santé Prévoyance</b>	<b>76</b>
3.1. Présentation de la société d'assurance étudiée	76

3.1.1. Segments d'activités retenus _____	78
3.1.2. Solvabilité II _____	80
3.1.3. Capital de solvabilité requis de l'entité _____	82
<b>3.2. SCR par segments d'activités _____</b>	<b>85</b>
<b>3.3. Allocation du bénéfice de diversification aux SCR des segments d'activités _____</b>	<b>90</b>
3.3.1. Etude de la dispersion et corrélation des segments d'activités _____	91
3.3.2. Résultats d'allocation _____	94
<b>Conclusion _____</b>	<b>99</b>
<b>Table des figures _____</b>	<b>102</b>
<b>Table des indicateurs définis _____</b>	<b>106</b>
<b>Bibliographie _____</b>	<b>107</b>
<b>Annexe _____</b>	<b>108</b>
Démonstration 1 : Bénéfice de diversification et corrélation entre les segments d'activités ____	108
Démonstration 2 : Bénéfice de diversification et dispersion entre les segments d'activités ____	108

## Table des abréviations

Abréviation	Signification	Traduction
ACPR	Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution	
Adj	Adjustment	Ajustment
BE	Best Estimate	Meilleure estimation
BSCR	Basic Solvency Capital Requirement	Capital de solvabilité requis de base
EIOPA	European Insurance and Occupational Pensions Authority	Autorité européenne d'assurance et retraite
FP	Fonds Propres	
MCR	Minimum Capital Requirement	Capital minimum requis
RM	Risk Margin	Marge de risque
SCR	Solvency Capital Requirement	Capital requis pour être solvable
VaR	Value at Risk	« Valeur en jeu »
PCNA	Provisions pour Cotisation Non Acquises	
LGD	Loss Given Défaut	Perte encourue en cas de défaut
USP	Undertaking Specific Parameters	

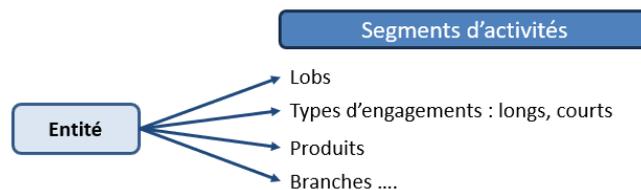
## Note de synthèse

**Mots clés :** Solvabilité II, allocation du capital, Shapley, impact marginal, mesure de risque, SCR, Santé, Prévoyance.

Dans la réforme Solvabilité II, **le pilier I** impose aux assureurs de calculer leur Capital de Solvabilité Requis (SCR) au niveau de leur entité : ensemble de leurs **segments d'activités** (ex : **lobs, produits, garanties ...**). Ce capital permet de garantir les engagements de l'assureur envers ses assurés. Il est obtenu à la suite d'un processus d'agrégation des segments puis des risques auxquelles ils sont soumis. Ce calcul prend en compte les effets de corrélation entre les risques et les segments d'activités donnant lieu à des **bénéfices de diversification** entre les risques et **entre les segments d'activités**.

Dans **le pilier II** de la réforme Solvabilité II, l'assureur a besoin de calculer des **indicateurs de risque** permettant le pilotage stratégique et le suivi du risque. Ces indicateurs sont fournis à une maille plus fine que celle de l'entité. Décliner le SCR à cette maille s'avère utile pour les compagnies d'assurance, car le SCR traduit le besoin d'immobilisation en capital. Il représente donc un outil supplémentaire du pilotage de leur activité.

Ce mémoire définit la maille de calcul du SCR par un « segment d'activité ». Il doit être vu comme une segmentation disjointe du passif de l'assureur à travers un regroupement choisi. Il peut s'agir d'une segmentation par lobs, produits, branches ...



*Illustration des segments d'activités*

En raison du bénéfice de diversification généré à la suite du calcul du SCR, lorsque le SCR est calculé au niveau des segments d'activités, la somme des SCR obtenue est supérieure au SCR de l'entité.

$$SCR_{entité} = \sum_k SCR_{seg\ k} + Bénéfice\ de\ div.\ inter\_segments$$

- SCR entité : SCR réglementaire calculé au niveau de l'entité de la société d'assurance.
- seg k : k ∈ {1, .., n} l'ensemble disjoint des segments d'activités qui composent l'entité.
- SCR<sub>seg k</sub> : SCR calculé au niveau du segment d'activité k.

Cependant, étudier un SCR par segment d'activité qui donne une somme différente du SCR de l'entité de l'entreprise rend l'étude du SCR par segment peu interprétable. C'est pourquoi **une méthode d'allocation du capital** est utilisée.

Plusieurs méthodes sont couramment appliquées :

- **La méthode proportionnelle**
- **La méthode marginale**
- **La méthode de Shapley**

L'utilisation de ces méthodes dans le cadre de l'allocation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités consiste à réallouer le gain de diversification sur les différents segments d'activités considérés. Il permet d'égaliser la somme des SCR des segments d'activités au SCR de l'entité.

$$SCR_{entité} = \sum_k SCR_{seg\ k} + Bénéfice\ de\ div.\ inter\_segments$$

$$SCR_{entité} = \sum_k SCR_{seg\ k,alloué}$$

- $SCR_{seg\ k,alloué}$  : SCR calculé au niveau du segment d'activité k + part du bénéfice de diversification inter-segments d'activités alloué suite à une méthode d'allocation du capital.

La méthode proportionnelle est la plus facile à mettre en place, cependant elle a l'inconvénient de ne pas prendre en compte l'impact marginal des segments d'activités entre eux contrairement aux deux autres méthodes. L'application de **la méthode marginale et de Shapley** au bénéfice de diversification inter-segments d'activités implique la détermination du SCR de chaque coalition et sous-coalition de segments. Elles sont **extrêmement coûteuses en temps et en ressources informatiques**. C'est pourquoi, dans la pratique, bien que la méthode marginale et de Shapley soit plus pertinente, les sociétés d'assurance se contentent d'appliquer la méthode proportionnelle.

Rappel :

Soit  $N$  un ensemble, et soit  $S$  une coalition, où  $S \subseteq N$ , c'est-à-dire que  $S$  est un sous-ensemble de  $N$ . Par exemple, pour  $N = \{1,2,3\}$ ,  $S = \{1,2\}; \{2,3\}; \{1,3\}$  est l'ensemble des coalitions de  $N$ .

**La littérature actuarielle a démontré** que lors de l'application d'une méthode d'allocation du capital au bénéfice de diversification entre risques, le choix de celle-ci influence significativement les résultats d'allocation et par conséquent les décisions de gestion qui en découlent. C'est pourquoi **le choix de la méthode d'allocation du capital est une étape primordiale à l'étude du SCR par risques**. Est-ce le cas lors de l'application d'une méthode d'allocation du capital au bénéfice de diversification entre segments d'activités ?

**L'objectif de ce mémoire** est tout d'abord d'**étudier les caractéristiques du bénéfice de diversification inter-segments d'activités**, afin de déterminer si le choix de la méthode d'allocation du capital est une étape primordiale à l'étude du SCR par segments d'activités. Puis de **proposer** une méthode alternative aux méthodes standards d'allocation du capital. Cette **nouvelle méthode d'allocation du capital** a les objectifs suivants :

- Prise en compte de l'impact marginal entre les segments d'activités
- Nécessitant peu de ressources informatiques
- Non chronophage

Pour cela, ce mémoire est découpé en deux parties théoriques et une application pratique de nos résultats à une société d'assurance en Santé / Prévoyance.

Tout d'abord, **l'étude détaillée de la détermination des risques qui compose le SCR** met en évidence la présence d'un bénéfice de diversification entre les segments d'activités. Ce bénéfice matérialise l'idée que tous les scénarios défavorables ne peuvent pas se produire en même temps et de la même manière sur l'ensemble des segments d'activités. Cette diversification a une explication mathématique. Elle est due à la non-additivité des fonctions qui interviennent à différents niveaux du calcul du SCR.

Rappel :

Une fonction est additive si pour tous éléments  $a$  et  $b$  du domaine de définition de  $f$  :

$$f(a + b) = f(a) + f(b)$$

Le bénéfice de diversification est présent à chaque niveau de risques du calcul du SCR.

Au niveau des sous-modules de risques :

La détermination des sous-modules de risques se fait à l'aide de différentes fonctions mathématiques non-additives telles que : max et écart-type.

Sous-modules de risque	Fonction non additive présente dans le calcul en Formule Standard
Taux	Max (SCR taux baisse ; SCR taux hausse)
Rachat Vie	Max (SCR rachat baisse ; SCR rachat hausse ; SCR rachat masse)
Santé NSLT	Volume de primes : écart-type Volume de réserve : max (P ; Plast)
Opérationnel	Min {30% x BSCR ; max ( Op primes; Op prov)}

Par conséquent, la somme des SCR du sous-module i du risque  $\alpha$  des k segments qui composent l'entité est supérieure au SCR du sous-module i du risque  $\alpha$  de l'entité.

$$SCR_{massi,entité} < \sum_k SCR_{massi,seg k}$$

- $SCR_{massi,entité}$  : SCR du sous-module i du risque  $\alpha$  de l'entité
- $SCR_{massi, seg k}$  : SCR du sous-module i du risque  $\alpha$  du segment k

Au niveau des modules de risques :

La détermination des modules de risques  $\alpha$  se fait suite à l'agrégation des sous-modules de risques via des matrices de corrélations inter-risques fournis par le REGLEMENT DELEGUE 2015/35. Or la fonction matricielle est non-additive.

Par conséquent, la somme des SCR du module de risque  $\alpha$  des k segments qui composent l'entité est supérieure au SCR du module de risque  $\alpha$  de l'entité.

$$SCR_{m\alpha, entité} < \sum_k SCR_{m\alpha, seg k}$$

- $SCR_{m\alpha, entité}$  : SCR du module de risque  $\alpha$  de l'entité
- $SCR_{m\alpha, seg k}$  : SCR du module de risque  $\alpha$  du segment k

Au niveau du SCR :

La détermination du SCR se fait suite à l'agrégation des modules de risques via une matrice de corrélation inter-risques fournis par le REGLEMENT DELEGUE 2015/35. Or la fonction matricielle est non-additive.

Par conséquent, la somme des SCR des k segments qui composent l'entité est supérieure au SCR de l'entité.

$$SCR_{entité} < \sum_k SCR_{seg k}$$

- $SCR_{entité}$  : SCR de l'entité
- $SCR_{seg k}$  : SCR du segment k

Une fois que l'origine du bénéfice de diversification entre les segments d'activités est identifiée, différentes études sont réalisées pour **comprendre le principe des méthodes d'allocation couramment utilisées** et leurs limites dans le cadre d'une application au bénéfice de diversification entre segments d'activités.

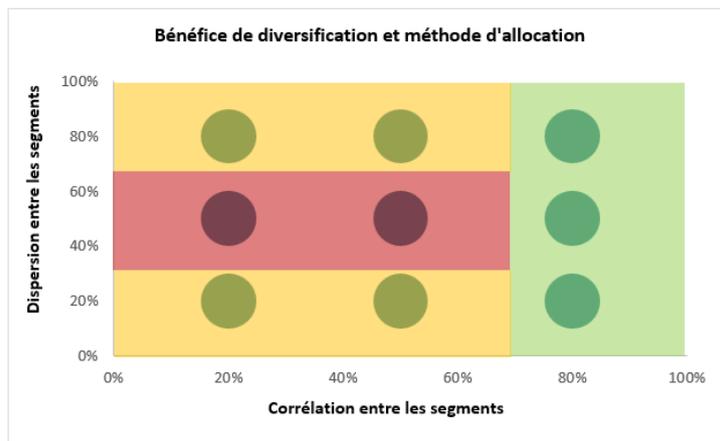
Tout d'abord, des études de sensibilité démontre que le poids du bénéfice de diversification est dépendant des caractéristiques des segments d'activités.

→ Plus la corrélation et la dispersion entre les segments d'activités sont faibles, plus le bénéfice de diversification est important.

Le même travail est réalisé, pour analyser l'impact de la méthode d'allocation du capital choisie sur les résultats d'allocation du capital en fonction des caractéristiques des segments d'activités. Ces études révèlent que :

→ Plus la corrélation entre les segments est faible et la dispersion est forte, plus le résultat d'allocation du segment au faible poids est sensible au choix de la méthode d'allocation du capital.

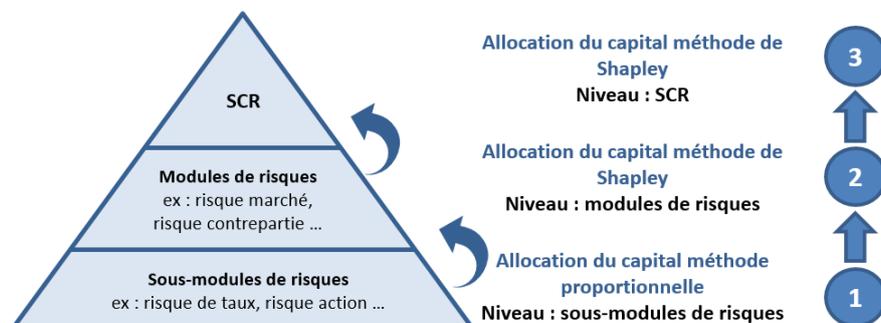
La mise en parallèle de ces deux groupes d'études de sensibilité permet de **cartographier** les situations pour lesquels il est nécessaire d'avoir **une méthode d'allocation** du capital qui **prend en compte la contribution marginale entre les segments d'activités**.



*Cartographie de l'importance du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation et dispersion entre les segments d'activités*

Cependant, comme évoqué précédemment, dans le cadre de la Formule Standard, et de la détermination des SCR via des maquettes Excel. L'application de la méthode marginale ou de Shapley peut s'avérer impossible. C'est pourquoi **une nouvelle méthode d'allocation du capital est proposée**. Cette méthode est basée sur une approche Bottom-up, qui ne nécessite pas d'utiliser beaucoup de ressources ou de temps. Cette méthode se réalise à l'aide de trois étapes :

- Etape 1 : Application de la méthode d'allocation du capital proportionnelle, au bénéfice de diversification inter-segments d'activités des sous-modules de risques du SCR.
- Etape 2 : Application de la méthode d'allocation du capital de Shapley au bénéfice de diversification inter-segments des modules de risques du SCR.
- Etape 3 : Application de la méthode d'allocation du capital de Shapley au bénéfice de diversification inter-segments des SCR.

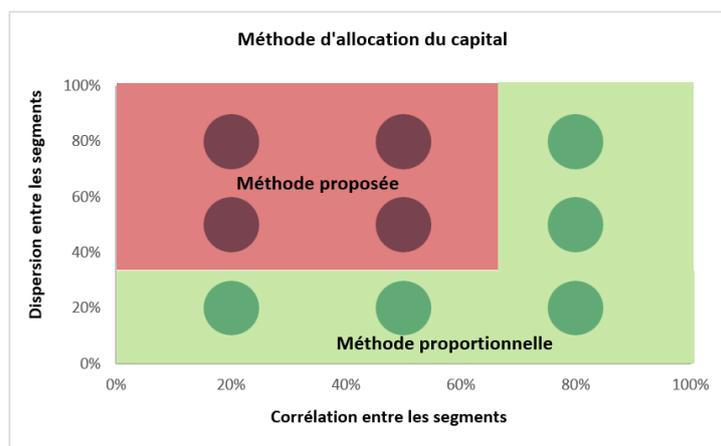


*Illustration de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée*

La nouvelle méthode proposée semble plus pertinente que la méthode de marché qui consiste à appliquer la méthode proportionnelle directement au niveau du SCR. Cependant, elle semble aussi moins pertinente que la méthode de Shapley car elle utilise l'application de la méthode proportionnelle à l'étape 1.

Pour **valider la pertinence de la nouvelle méthode proposée**, différentes études de sensibilité ont été réalisées, avec pour hypothèse forte : Les « vrais » résultats d'allocation du capital sont ceux obtenus à la suite de l'application de la méthode de Shapley, directement au niveau du SCR des segments d'activités.

Ces études révèlent que l'application de la nouvelle méthode proposée apporte un gain de justesse d'allocation du capital non négligeable lorsque la corrélation entre les segments d'activités, est faible à moyenne, et la dispersion moyenne à forte.



*Cartographie du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation et la dispersion entre les segments d'activités*

Une fois les parties théoriques réalisées, **les travaux de ce mémoire sont appliqués à une société d'assurance**. Pour des raisons de confidentialité, la société étudiée souhaite rester anonyme. Par conséquent, les valeurs de la société sont anonymisées à l'aide d'un unique coefficient multiplicateur  $\beta$  qui ne crée pas de distorsion dans les proportions évoquées.

La société d'assurance est agréée pour exercer sur les branches accidents, maladie, vie-décès, nuptialité-natalité et a pour activité la couverture en Santé et en Prévoyance des particuliers et des entreprises.

Dans le cadre du pilier I de Solvabilité II, le calcul du SCR de l'entité est réalisé à l'aide de la Formule Standard avec des fichiers Excel. La réalisation du SCR prend plusieurs jours de travail.

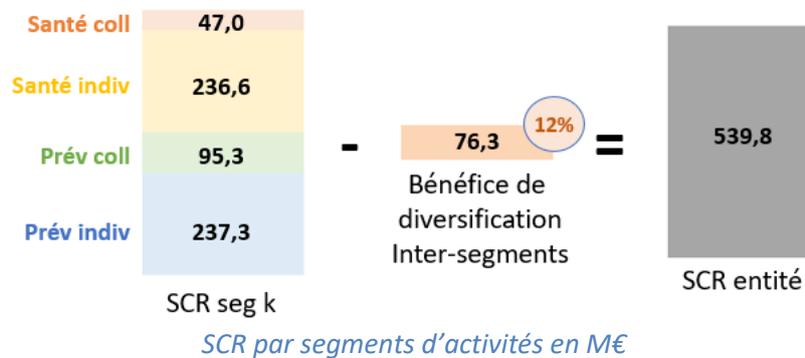
Dans le cadre du pilier II de Solvabilité II, l'assureur fournit des indicateurs de rentabilité permettant le pilotage stratégique à la maille suivante :

- **Prévoyance individuelle**
- **Prévoyance collective**
- **Santé individuelle**
- **Santé collective**

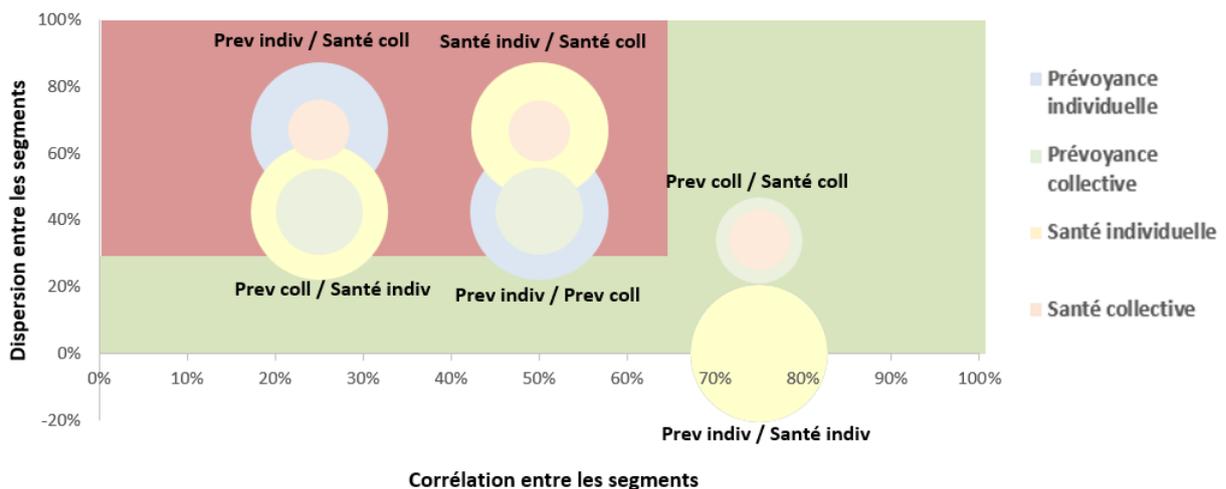
L'évaluation du SCR à cette maille est par conséquent un **outil supplémentaire pour le pilotage stratégique de l'activité de l'assurance**.

Dans la REGLEMENTATION DELEGUEE 2015/35, il n'existe pas de matrice de corrélation entre les lobs du secteur Santé / Prévoyance ou des segments d'activités considérés. Par conséquent, seule la méthode proportionnelle d'allocation du capital est envisageable pour cette société qui ne possède pas de processus de calcul des SCR rapides et automatisés.

Le calcul du SCR par segment d'activité met en évidence un bénéfice de diversification de 12%. Il est principalement issu du module de risque de souscription Santé.



Une étude des caractéristiques des segments d'activités justifie l'utilisation d'une méthode d'allocation du capital qui prend en compte d'impact marginal entre les segments d'activité et donc l'application de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée.

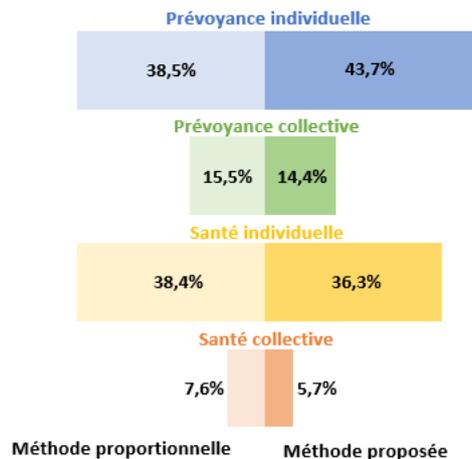


*Cartographie du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation et la dispersion des segments d'activités de la société étudiée*

L'allocation du bénéfice de diversification est déterminée à l'aide de deux méthodes.

- La méthode usuelle : méthode proportionnelle au niveau des SCR des segments.
- La nouvelle méthode proposée : approche Bottom up de Shapley sur 3 niveaux.

Comme le prévoit l'étude la partie théorique de ce mémoire, les résultats obtenus montrent que la méthode d'allocation choisie a un impact non négligeable sur les SCR obtenus. À l'aide de la nouvelle méthode proposée, la Prévoyance individuelle contribue à 43,7% du SCR de l'entité, suivi par la Santé individuelle avec 36,3%. Alors qu'avec la méthode proportionnelle, la contribution de la Prévoyance et Santé individuelle est comparable (respectivement 38,5% et 38,4%).



*Contribution des segments d'activités au SCR de l'entité  
selon la méthode d'allocation du capital*

Ces différences de résultat d'allocation sont à prendre en considération, car le SCR représente les besoins en immobilisation de capital, il a donc un impact dans le pilotage stratégique des segments d'activités de la société.

Les résultats de l'application de notre étude théorique à un cas pratique d'une société d'assurance en Santé Prévoyance ont permis d'illustrer et de confirmer l'utilité de la nouvelle méthode d'allocation proposée dans ce mémoire. La nouvelle méthode d'allocation du capital proposée, appliquée au bénéfice de diversification inter-segments d'activités, permet d'obtenir des résultats d'allocation du capital plus pertinent que la méthode proportionnelle, en prenant en compte les impacts marginaux entre les segments d'activités. Tout en exigeant un surcoût de temps de calcul minime et ne nécessitant pas de ressource informatique supplémentaire.

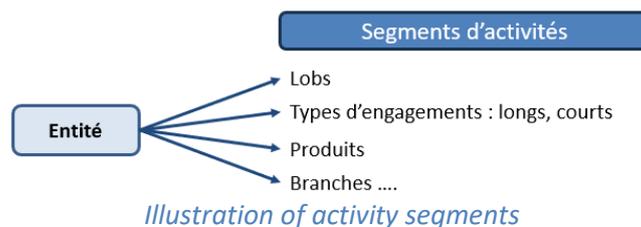
Toutefois, nos travaux ont leurs limites. L'idéal aurait été de pouvoir déterminer les SCR par segments d'activités avec la méthode de Shapley de la société étudiée. Pour cela, il aurait fallu déterminer les SCR de l'ensemble des coalitions et sous-coalitions de segments, ce qui n'était pas réalisable avec notre cas d'étude. L'application des travaux de ce mémoire à une société d'assurance ou cela est possible serait un point essentiel pour la validation du bénéfice de la nouvelle méthode proposée.

**Keywords :** Solvency II, capital allocation, Shapley, marginal impact, mesure of risk, SCR, health and pension contracts.

In the Solvency II reform, **Pillar I** requires insurers to calculate their Solvency Capital Requirement (SCR) at the level of their entity : all of their **business segments** (e.g. : **lobs, products, guarantees ...**). This capital makes it possible to guarantee the insurer's commitments to its policyholders. It is obtained following a process of aggregating the segments and then the risks to which they are subject. This calculation takes into account the correlation effects between risks and business segments giving rise to diversification **benefits between risks and between business segments**.

In **Pillar II** of the Solvency II reform, the insurer needs to calculate **risk indicators** allowing strategic management and risk monitoring. These indicators are provided at a finer mesh than that of the entity. Declining the SCR to this mesh proves useful for insurance companies, because the SCR reflects the need for capital investment. It therefore represents an additional tool for managing their activity.

This report defines the SCR calculation mesh by an “activity segment”. It must be seen as a disjointed segmentation of the insurer's liabilities through a chosen grouping. This can be a segmentation by lobs, products, branches, etc.



Due to the diversification benefit generated following the calculation of the SCR, when the SCR is calculated at the level of business segments, the sum of the SCRs obtained is greater than the SCR of the entity.

$$SCR_{entity} = \sum_k SCR_{seg\ k} + \textit{Benefit between segments}$$

- Entity SCR: regulatory SCR calculated at the entity level of the insurance company.
- seg k:  $k \in \{1, .. ,n\}$  the disjoint set of activity segments that make up the entity.
- $SCR_{seg\ k}$  : SCR calculated at the level of activity segment k.

However, studying an SCR by segment of activity which gives a sum different from the SCR of the business entity makes the study of the SCR by segment difficult to interpret. This is why a **capital allocation method** is used.

Several methods are commonly applied :

- **Proportional method**
- **Marginal method**
- **Shapley's method**

The use of these methods in the context of allocating the diversification benefit between business segments consists of reallocating the diversification gain to the different business segments considered. It makes it possible to equalize the sum of the SCR of the activity segments to the SCR of the entity.

$$SCR_{entity} = \sum_k SCR_{seg\ k} + \textit{Benefit between segments}$$

$$SCR_{entity} = \sum_k SCR_{seg\ k,allocated}$$

- $SCR_{seg\ k,allocated}$  : SCR calculated at the level of activity segment k + share of the diversification benefit between activity segments allocated following a capital allocation method.

The proportional method is the easiest to implement, however it has the disadvantage of not taking into account the marginal impact of the activity segments on each other unlike the other two methods. The application of the **marginal and Shapley method** for the benefit of diversification between business segments involves the determination of the SCR of each coalition and sub-coalition of segments. They are **extremely costly in terms of time and IT resources**. This is why, in practice, although the marginal and Shapley method are more relevant, insurance companies are content to apply the proportional method.

Reminder :

Let  $N$  be a set, and let  $S$  be a coalition, where  $S \subseteq N$ , that is to say that  $S$  is a subset of  $N$ . For example, for  $N = \{1,2,3\}$ ,  $S = \{1,2\}; \{2,3\}; \{1,3\}$  is the set of coalitions of  $N$ .

Actuarial literature has demonstrated that when applying a capital allocation method for the benefit of diversification between risks, the choice thereof significantly influences the allocation results and consequently the resulting management decisions. **This is why the choice of capital allocation method is an essential step in the study of SCR by risk.**

Is this the case when applying a capital allocation method for the benefit of diversification between business segments ?

**The objective of this dissertation** is first of all to study the characteristics of the benefit of diversification between business segments, in order to determine whether the choice of the capital allocation method is an essential step in the study of the SCR by business segments. Then to propose an alternative method to standard capital allocation methods. This new capital allocation method has the following objectives :

- Taking into account the marginal impact between business segments
- Requiring few IT resources
- Not time consuming

For this, this dissertation is divided into two theoretical parts and a practical application of our results to a Health / Protection insurance company.

First of all, the **detailed study of the determination of the risks which makes up the SCR** highlights the presence of a diversification benefit between the activity segments. This benefit materializes the idea that all unfavorable scenarios cannot occur at the same time and in the same way across all business segments. This diversification has a mathematical explanation. It is due to the non-additivity of the functions which intervene at different levels of the SCR calculation.

Reminder :

A function is additive if for all elements  $a$  and  $b$  of the domain of definition of  $f$ :  
 $f(a + b) = f(a) + f(b)$

The benefit of diversification is present at each risk level of the SCR calculation.

At the level of risk sub-modules :

The determination of risk submodules is done using various non-additive mathematical functions such as: max and standard deviation.

Sous-modules de risque	Fonction non additive présente dans le calcul en Formule Standard
Taux	Max (SCR taux baisse ; SCR taux hausse)
Rachat Vie	Max (SCR rachat baisse ; SCR rachat hausse ; SCR rachat masse)
Santé NSLT	Volume de primes : écart-type Volume de réserve : max (P ; Plast)
Opérationnel	Min {30% x BSCR ; max ( Op primes; Op prov)}

Therefore, the sum of the SCR of submodule i of risk  $\alpha$  of the k segments that make up the entity is greater than the SCR of submodule i of risk  $\alpha$  of the entity.

$$SCR_{massi,entity} < \sum_k SCR_{massi,seg\ k}$$

- $SCR_{massi,entity}$  : SCR of submodule i of risk  $\alpha$  of the entity
- $SCR_{massi,seg\ k}$  : SCR of submodule i of risk  $\alpha$  of segment k

At the level of risk modules :

The determination of the risk modules  $\alpha$  is carried out following the aggregation of the risk sub-modules via inter-risk correlation matrices provided by DELEGATED REGULATION 2015/35. But the matrix function is non-additive.

Therefore, the sum of the SCR of the risk module  $\alpha$  of the k segments that make up the entity is greater than the SCR of the risk module  $\alpha$  of the entity.

$$SCR_{m\alpha, entité} < \sum_k SCR_{m\alpha, seg\ k}$$

- $SCR_{m\alpha, entity}$  : SCR of the risk module  $\alpha$  of the entity
- $SCR_{m\alpha, seg\ k}$  : SCR of the risk module  $\alpha$  of segment k

At the SCR level :

The SCR is determined following the aggregation of the risk modules via an inter-risk correlation matrix provided by DELEGATED REGULATION 2015/35. But the matrix function is non-additive.

Consequently, the sum of the SCR of the k segments that make up the entity is greater than the SCR of the entity.

$$SCR_{entity} < \sum_k SCR_{seg\ k}$$

- $SCR_{entité}$  : SCR of entity
- $SCR_{seg\ k}$  : SCR of segment k

Once the origin of the diversification benefit between business segments is identified, various studies are carried out **to understand the principle of the allocation methods commonly used** and their limits in the context of an application to the diversification benefit between segments. of activities.

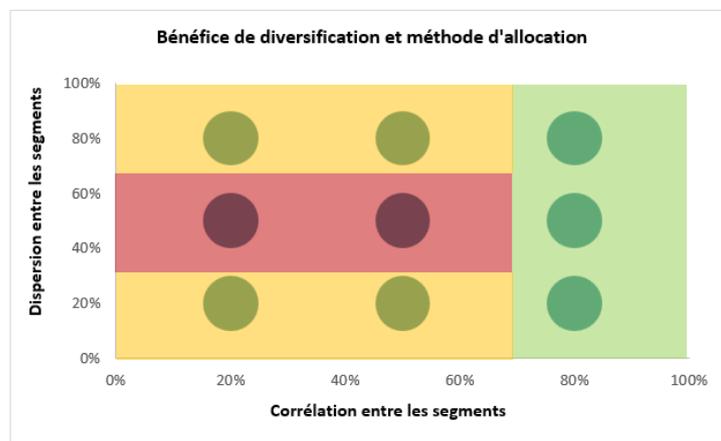
First of all, sensitivity studies demonstrate that the weight of the diversification benefit depends on the characteristics of the activity segments.

→ The lower the correlation and dispersion between business segments, the greater the diversification benefit.

The same work is carried out to analyze the impact of the chosen capital allocation method on the capital allocation results according to the characteristics of the business segments. These studies reveal that:

→ The weaker the correlation between the segments and the stronger the dispersion, the more sensitive the allocation result of the segment with the lowest weight is to the choice of capital allocation method.

Comparing these two groups of sensitivity studies makes it possible to **map the situations** for which it is necessary to have a **capital allocation method** that **takes into account the marginal contribution between the activity segments**.



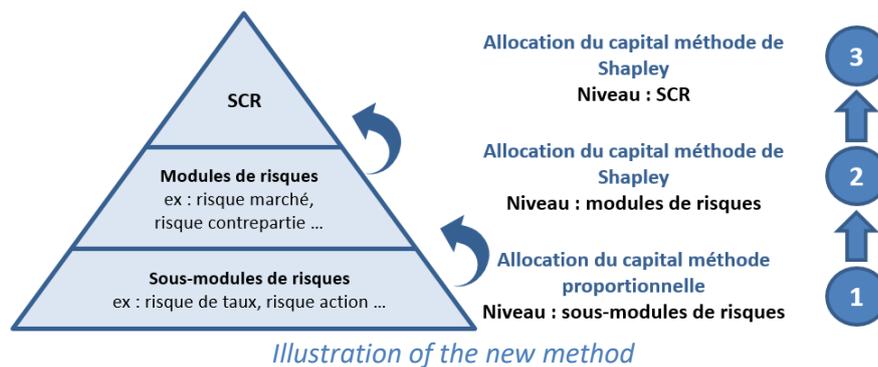
*Mapping the importance of the choice of method capital allocation according to the correlation and dispersion between business segments*

However, as mentioned previously, within the framework of the Standard Formula, and the determination of SCR via Excel models. Applying the marginal or Shapley method may prove impossible. This is why a **new capital allocation method is proposed**. This method is based on a Bottom-up approach, which does not require using a lot of resources or time. This method is carried out using three steps:

Step 1: Application of the proportional capital allocation method, for the benefit of diversification between business segments of the SCR risk sub-modules.

Step 2: Application of the Shapley capital allocation method for the benefit of inter-segment diversification of the SCR risk modules.

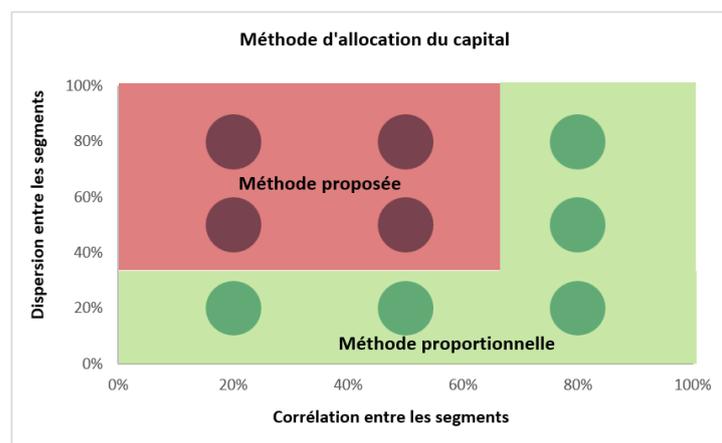
Step 3: Application of the Shapley capital allocation method for the benefit of inter-segment diversification of SCRs.



The new proposed method seems more relevant than the market method which consists of applying the proportional method directly to the SCR level. However, it also seems less relevant than the Shapley method because it uses the application of the proportional method in step 1.

To validate the relevance of the new proposed method, various sensitivity studies were carried out, with the strong hypothesis: The “real” capital allocation results are those obtained following the application of the Shapley method, directly at the level of the SCR of the activity segments.

These studies reveal that the application of the new proposed method brings a significant gain in capital allocation accuracy when the correlation between the business segments is low to medium, and the dispersion medium to high.



*Mapping the choice of capital allocation method according to the correlation and dispersion between business segments*

Once the theoretical parts have been completed, **the work of this dissertation is applied to an insurance company**. For confidentiality reasons, the company studied wishes to remain anonymous. Consequently, the company's values are anonymized using a single multiplier coefficient  $\beta$  which does not create distortion in the proportions mentioned.

The insurance company is approved to operate in the accident, illness, life-death, marriage-birth branches and is active in providing health and welfare coverage for individuals and businesses.

Under Pillar I of Solvency II, the calculation of the entity's SCR is carried out using the Standard Formula with Excel files. Completing the SCR takes several days of work.

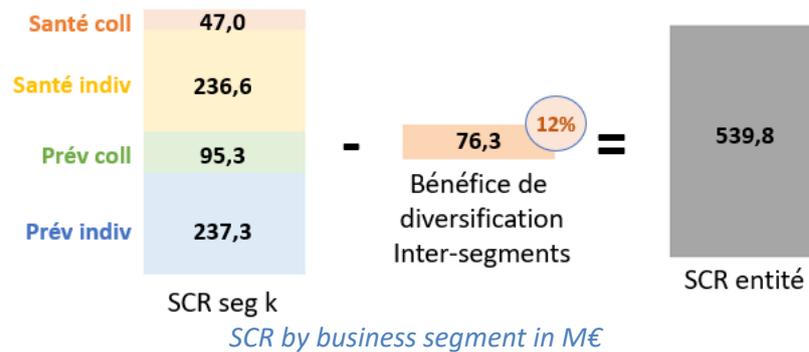
As part of Pillar II of Solvency II, the insurer provides profitability indicators allowing strategic management at the following level :

- Individual insurance
- Collective insurance
- Individual health
- Collective health

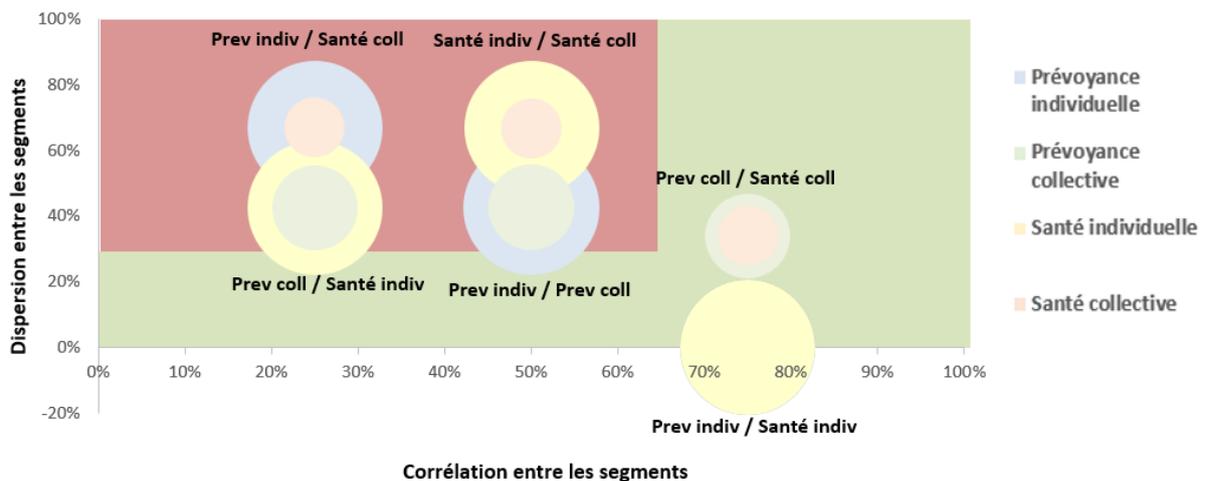
The evaluation of the SCR at this level is therefore an additional tool for the strategic management of insurance activity.

In DELEGATED REGULATION 2015/35, there is no correlation matrix between the lobs of the Health / Protection sector or of the activity segments considered. Consequently, only the proportional method of capital allocation is possible for this company which does not have a rapid and automated SCR calculation process.

The calculation of the SCR by business segment highlights a diversification benefit of 12%. It mainly comes from the Health underwriting risk module.



A study of the characteristics of the business segments justifies the use of a capital allocation method which takes into account the marginal impact between the business segments and therefore the application of the new capital allocation method proposed.

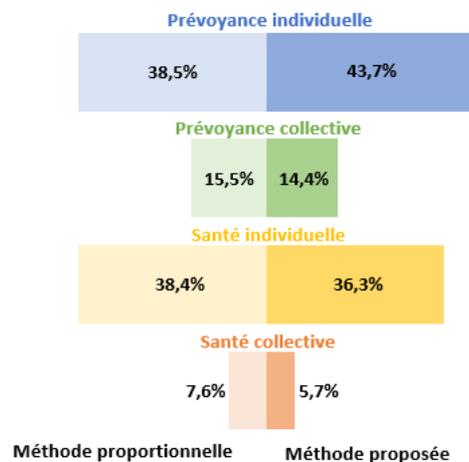


The allocation of diversification benefit is determined using two methods.

- The usual method : method proportional to the level of SCR of the segments.
- The new proposed method : Bottom up Shapley approach on 3 levels.

As predicted by the study in the theoretical part of this dissertation, the results obtained show that the chosen allocation method has a significant impact on the SCR obtained. Using the new proposed method, Individual Protection contributes to 43.7% of the entity's SCR, followed by Individual Health

with 36.3%. Whereas with the proportional method, the contribution of Individual Insurance and Health is comparable (38.5% and 38.4% respectively).



*Contribution of business segments to the entity's SCR according to the capital allocation method*

These differences in allocation results must be taken into consideration, because the SCR represents capital immobilization needs, and therefore has an impact in the strategic management of the company's business segments.

The results of the application of our theoretical study to a practical case of a Health and Personal Protection insurance company made it possible to illustrate and confirm the usefulness of the new allocation method proposed in this thesis. The new proposed capital allocation method, applied to the benefit of diversification between business segments, makes it possible to obtain more relevant capital allocation results than the proportional method, taking into account the marginal impacts between segments of activities. While requiring minimal additional computing time and requiring no additional computing resources.

However, our work has its limits. The ideal would have been to be able to determine the SCR by activity segment using the Shapley method of the company studied. To do this, it would have been necessary to determine the SCRs of all the segment coalitions and sub-coalitions, which was not feasible with our case study. The application of the work of this dissertation to an insurance company where this is possible would be an essential point for validating the benefit of the new proposed method.

## Résumé/Abstract

---

### Résumé

Dans le cadre de la réglementation Solvabilité II, le pilier I impose aux compagnies d'assurance de calculer leur capital de solvabilité requis (SCR) au niveau de l'entité (ensemble de la compagnie). Dans le pilier II, l'assureur a besoin de calculer des indicateurs de risque permettant le suivi et le pilotage stratégique de son activité. Ces indicateurs sont souvent fournis à une maille de segments d'activités. La maille de segments d'activités doit être vue comme un ensemble disjoint du passif qui compose l'entité de la compagnie (lobs, produits, garanties ...). L'étude du SCR de la société à la maille des segments d'activités, s'avère être un outil de pilotage qui allie les exigences réglementaires du pilier I et II.

Cependant, lorsque le SCR est calculé au niveau des segments d'activités, la somme des SCR obtenue est supérieure au SCR de l'entité. Par conséquent, l'étude du SCR par segment est peu interprétable. Il est donc nécessaire d'appliquer une méthode d'allocation du capital qui réalloue le bénéfice de diversification sur la segmentation prédéfinie.

La littérature actuarielle a beaucoup traité des méthodes d'allocation du capital dans le cadre du bénéfice de diversification entre les modules de risques du SCR. Mais très peu se sont intéressées à l'application de ces méthodes au bénéfice de diversification entre les segments d'activités.

Ce mémoire détaille les caractéristiques du bénéfice de diversification entre les segments d'activités. En parallèle l'étude de trois méthodes d'allocation du capital couramment rencontrées dans la littérature actuarielle : la méthode de Shapley, la méthode marginale et la méthode proportionnelle, ont permis de mettre en évidence l'importance du choix de la méthode d'allocation du capital et leurs limites dans une application au bénéfice de diversification entre segments d'activités. C'est pourquoi une nouvelle méthode d'allocation à la fois pertinente et simple à mettre en place est proposée.

## **Abstract**

As part of the Solvency II regulations, Pillar I requires insurance companies to calculate their Solvency Capital Requirement (SCR) at the entity level (the entire company). In Pillar II, the insurer needs to calculate risk indicators allowing the monitoring and strategic management of its activity. These indicators are often provided to a mesh of activity segments. The mesh of activity segments must be seen as a disjointed set of liabilities which make up the entity of the company (lobs, products, guarantees, etc.). The study of the company's SCR across business segments proves to be a management tool that combines the regulatory requirements of Pillars I and II.

However, when the SCR is calculated at the activity segment level, the sum of the SCRs obtained is greater than the SCR of the entity. Consequently, the study of the SCR by segment is difficult to interpret. It is therefore necessary to apply a capital allocation method that reallocates the diversification benefit to the predefined segmentation.

The actuarial literature has extensively discussed capital allocation methods within the framework of the benefit of diversification between the risk modules of the SCR. But very few have been interested in the application of these methods for the benefit of diversification between business segments.

This report details the characteristics of the diversification benefit between business segments. At the same time, the study of three capital allocation methods commonly encountered in the actuarial literature: the Shapley method, the marginal method and the proportional method, made it possible to highlight the importance of the choice of the allocation method. of capital and their limits in an application to the benefit of diversification between business segments. This is why a new allocation method that is both relevant and simple to implement is proposed.

## Introduction

Le monde de l'assurance présente, une caractéristique qui lui est propre : son cycle de production est inversé. Au sens où, la société d'assurance fixe a priori sa prime (prix de vente) et connaît son chiffre d'affaires avant de constater a posteriori les montants de sinistres et de frais afférents, soumis à divers aléas.

Cette inversion du cycle de production impose aux organismes assureurs de constituer des réserves (provisions techniques) à partir de tout ou partie des primes. Ces réserves ont pour objectif de faire face aux engagements futurs pris vis-à-vis des assurés. Elles et sont placées sur les marchés financiers pour les faire fructifier.

L'assureur pourrait être tenté de diminuer le montant de ses réserves afin de dégager plus de profit, en attendant la survenance et le règlement des sinistres. Cependant, une telle décision mettrait en péril la pérennité de la société et les intérêts des assurés. C'est pourquoi la capacité des sociétés d'assurance à faire face à ses engagements est réglementée, notamment par la réforme Solvabilité II.

Dans la réforme Solvabilité II, le pilier I impose aux assureurs de calculer leur Capital de Solvabilité Requis (SCR) au niveau de l'entité (ensemble de la compagnie). Ce capital permet de garantir les engagements de l'assureur envers ses assurés (un risque de ruine économique à horizon 1 an, avec un niveau de confiance de 99,5%).

Il est obtenu à la suite d'un processus d'agrégation des différentes activités d'assurance qui compose l'entité puis des risques auxquelles elle est soumise. Ce calcul prend en compte les effets de corrélation entre les risques et les activités de l'assurance donnant lieu à des bénéfices de diversification.

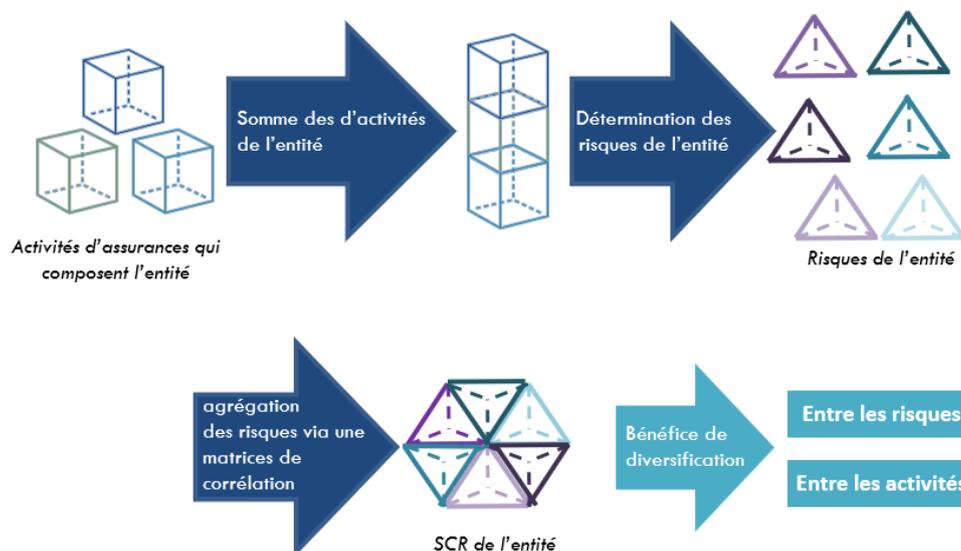


Figure 1 : Schématisation du principe de détermination du SCR de l'entité

Dans la réforme Solvabilité II, le pilier II impose aux assureurs de calculer des indicateurs de risque permettant le suivi et le pilotage stratégique de leur activité (ex : ratio combiné, taux de frais ...). Le plus souvent, ces indicateurs sont fournis à une maille plus fine que celle de l'entité.

Les exigences de Solvabilité II, amènent de plus en plus d'assureurs à vouloir déterminer leur SCR à une maille identique de celle de leurs indicateurs de risque du pilier I, pour bien piloter leur activité.

Ce mémoire définit la maille de calcul du SCR par un « segment d'activité ». Il doit être vu comme une segmentation disjointe du passif de l'assureur à travers un regroupement choisi. Il peut s'agir d'une segmentation par lobs, produits, branches ...

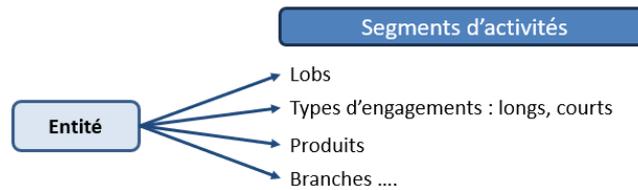


Figure 2 : Illustration des segments d'activités

En raison du bénéfice de diversification généré par le calcul du SCR, lorsque le SCR est calculé au niveau des segments d'activités qui composent l'entité, la somme des SCR obtenue est supérieure au SCR de l'entité.

$$SCR_{entité} = \sum_k SCR_{seg\ k} + \text{Bénéfice de div. inter\_segments}$$

- SCR entité : SCR réglementaire calculé au niveau de l'entité de la société d'assurance.
- seg k : k ∈ {1, .., n} l'ensemble disjoint des segments d'activités qui composent l'entité.
- SCR<sub>seg k</sub> : SCR calculé au niveau du segment d'activité k.

Étudier un SCR par segment d'activité qui donne une somme différente du SCR de l'entité de l'entreprise rend le SCR par segment peu interprétable. C'est pourquoi une méthode d'allocation du capital est utilisée.

L'allocation du capital est un processus qui consiste à réallouer un capital pour que la somme des capitaux unitaires alloués soit égale au capital à allouer.

Plusieurs méthodes sont couramment utilisées :

- La méthode proportionnelle
- La méthode marginale
- La méthode de Shapley

L'utilisation de ces méthodes dans le cadre de l'allocation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités consiste à réallouer le gain de diversification sur les différents segments d'activités et permet de définir le SCR comme la somme des SCR des segments d'activités.

$$SCR_{entité} = \sum_k SCR_{seg\ k} + \text{Bénéfice de div. inter\_segments}$$

$$SCR_{entité} = \sum_k SCR_{seg\ k, alloué}$$

- SCR<sub>seg k, alloué</sub> : SCR calculé au niveau du segment d'activité k + part du bénéfice de diversification inter-segments d'activités alloué suite à une méthode d'allocation du capital.

La méthode proportionnelle est la plus facile à mettre en place, cependant elle ne prend pas en compte l'impact marginal de chaque segment d'activité contrairement aux deux autres méthodes. La méthode marginale et de Shapley sont plus pertinentes, mais nécessitent beaucoup de ressource, car il faut déterminer le SCR :

- De l'ensemble des coalitions des n segments d'activités considérés soit 2n + 1 pour la méthode marginale.
- De l'ensemble des coalitions et sous-coalitions des n segments d'activités considérés soit 2<sup>n</sup> - 1 pour la méthode de Shapley.

Par exemple, pour une entité composée de quatre segments d'activités, il est nécessaire de calculer de  $2^4 + 1$ , soit 9 SCR pour appliquer la méthode marginale et  $2^4 - 1$ , soit 15 SCR pour appliquer la méthode de Shapley.

Pour l'allocation du bénéfice de diversification entre les segments d'activités, le REGLEMENT DELEGUE 2015/35 fourni rarement des matrices de corrélation pour la segmentation choisie, ce qui rend le calcul des SCR des coalitions de segments très chronophages, voire impossibles pour les sociétés d'assurance.

C'est pourquoi sur le marché de l'assurance, généralement la méthode utilisée est la méthode proportionnelle, car elle demande peu de ressource et elle est facile à appliquer.

Dans la littérature actuarielle, le sujet de l'allocation du bénéfice de diversification entre les risques du SCR a été traité de nombreuses fois. Par exemple dans les mémoires de l'institut des actuaires suivants :

- *Agrégation des risques et allocation de capital sous solvabilité II*, 2011.  
Dans lequel, Sophie Decupère réalise une analyse de cinq méthodes d'allocation du capital dans le cadre de modèle interne et de la Formule Standard.
- *Allocation du capital réglementaire*, 2014.  
Dans lequel, Maxime Delcambre montre l'influence du choix de la méthode d'allocation du capital choisi sur les indicateurs de risques et donc sur les décisions de pilotage qui en découlent.
- *Rentabilité et allocation optimal de produits épargne et prévoyance*, 2016.  
Dans lequel, Léa Denner-Jerez propose l'application de quatre méthodes d'allocation du capital dans le cadre d'un modèle interne pour les produits d'Epargne et de Prévoyance.

Dans tous ces mémoires, la définition des méthodes d'allocation du capital est uniquement abordée de manière théorique, il n'y a pas d'exemple simplifié et détaillé qui permet de répliquer sans difficulté ses méthodes. De plus, concernant l'allocation du capital inter-risques, les études concluent toutes que :

- Les résultats d'allocation du capital sont sensibles à la méthode choisie, le choix de la méthode d'allocation du capital est une étape primordiale à l'étude du SCR par risques.
- La méthode proportionnelle est trop « simpliste » et il est préférable d'appliquer une méthode plus complexe qui prend en compte les dépendances entre les risques.

Lorsque le sujet du bénéfice de diversification entre les segments d'activités en Formule Standard est abordé, celui-ci est traité très brièvement et c'est la méthode proportionnelle qui est appliquée.

Sur le marché de l'assurance, les sociétés qui utilisent le SCR par segments d'activités comme outil de décision stratégique appliquent la méthode proportionnelle directement au niveau du SCR pour allouer le bénéfice de diversification inter-segments d'activités.

Est-ce qu'en ce qui concerne le bénéfice de diversification inter-segments, le choix de la méthode d'allocation du capital est une étape primordiale à l'analyse du SCR par segments d'activités ? L'étude des SCR par segments d'activités est-elle fortement impactée par la méthode d'allocation du capital choisie, et ainsi les décisions de pilotage et de rentabilité qui en découlent ?

Ce mémoire a pour sujet : « **L'allocation du bénéfice de diversification entre segments d'activités du SCR appliquée à une compagnie d'assurance en Santé Prévoyance** ».

L'ensemble des travaux de ce mémoire ont été réalisés en collaboration avec une société d'assurance en Santé Prévoyance qui effectue ses calculs de SCR à l'aide de la Formule Standard.

L'objectif de ce mémoire est tout d'abord d'étudier les caractéristiques du bénéfice de diversification entre les segments d'activités puis de proposer une méthode alternative aux méthodes standards d'allocation du capital. Une méthode qui remplit les objectifs suivants :

- Prise en compte de l'impact marginal entre les segments d'activités
- Nécessitant peu de ressources informatiques
- Non chronophage

Le mémoire est structuré en trois parties de la façon suivante :

Tout d'abord, les méthodes de calcul des modules de risques du SCR auxquels est exposée une société d'assurance en Santé / Prévoyance sont détaillées, pour mettre en évidence l'origine du bénéfice de diversification entre différents segments d'activités.

Dans un second temps, une analyse des caractéristiques du bénéfice de diversification inter-segments d'activités et de la sensibilité des résultats d'allocation du capital à la méthode choisie est réalisée. Avant de proposer une méthodologie alternative.

Enfin, la nouvelle méthode proposée est illustrée par un cas pratique d'une société d'assurance en Santé / Prévoyance.

## 1. Facteurs de risques réglementaires

### 1.1. Détermination du SCR

Depuis le 1er janvier 2016, les organismes européens d'assurance et de réassurance sont soumis à la Directive Européenne Solvabilité II. Ce régime prudentiel, initié par la Commission Européenne sous les recommandations de l'EIOPA (*European Insurance and Occupational Pensions Authority*), a pour but de préserver la solvabilité des sociétés afin qu'elles puissent tenir leurs engagements envers leurs assurés.

Le dispositif Solvabilité II repose sur trois piliers :

- **Le Pilier I** correspond aux exigences quantitatives, c'est-à-dire aux règles de valorisation des actifs et des passifs, ainsi qu'aux exigences de capital et leur mode de calcul.
- **Le Pilier II** correspond aux exigences qualitatives, avec d'une part les règles de gouvernance et de gestion des risques, et d'autre part l'évaluation propre des risques de la solvabilité.
- **Le Pilier III** concerne le reporting prudentiel et la communication d'informations au public.

Dans le pilier I, Solvabilité II prévoit deux niveaux d'exigence en capital :

- **Le MCR** (*Minimum Capital Requirement*) représente le niveau minimum de fonds propres en dessous duquel l'autorité intervient systématiquement pour rétablir la santé de l'établissement concerné (ou pour le liquider). L'évaluation du MCR est faite à partir du SCR.
- **Le SCR** (*Solvency Capital Requirement*) représente le capital nécessaire pour absorber des pertes inattendues entraînées par des événements extrêmes et imprévisibles.

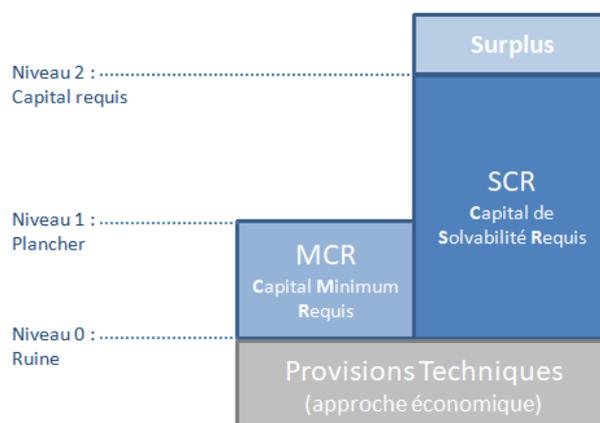


Figure 3 : Exigence réglementaire (SCR/MCR)

Les hypothèses et paramètres utilisés pour la détermination du SCR ont pour ambition de garantir un risque de ruine économique à horizon 1 an, avec un niveau de confiance de 99,5%.

Il s'agit d'évaluer le bilan central, puis d'effectuer une nouvelle évaluation de ce bilan à la suite de la réalisation d'un choc sur un risque X auquel est soumise la compagnie. Le capital économique au titre du risque X correspond à la variation de fonds propres observée entre le scénario central et le scénario choqué :

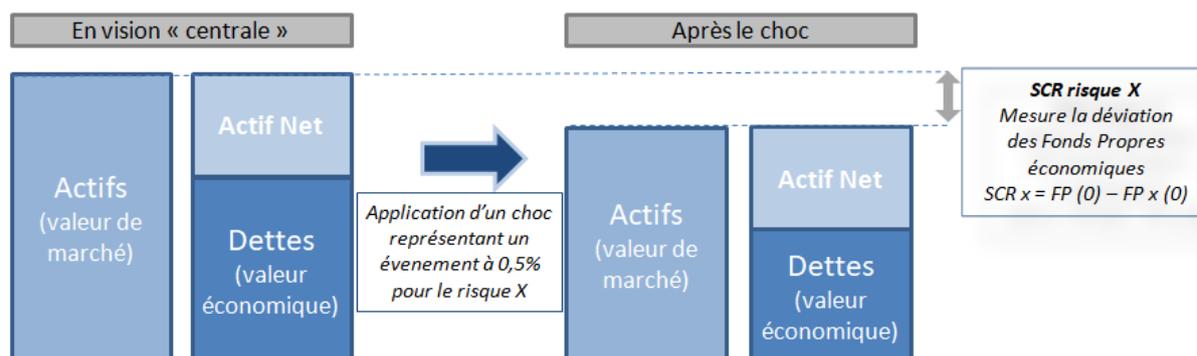


Figure 4 : Calcul du capital réglementaire au titre du risque X

Dans le cadre de Solvabilité II, le capital économique peut s'écrire sous la forme :

$$C = FP(0) - D(1) \times VaR_{0,5\%}\{FP(1)\}$$

- C : Capital économique de la branche considérée
- FP(0) : montant des fonds propres à la date 0
- FP(1) : montant des fonds propres à la date 1
- D(1) : facteur d'actualisation entre la date 0 et 1

Il existe trois types d'approches permettant de valoriser ce capital :

- **L'approche « Modèle Interne »**, dans laquelle la compagnie a la responsabilité de développer, d'implémenter et de justifier le modèle construit pour estimer le capital requis. Ce modèle interne peut être complet ou partiel.
- **L'approche « Formule Standard »**, dans laquelle l'assureur applique la méthodologie standard et les valeurs standards définies dans le cadre Solvabilité II pour le calcul de son capital requis.
- **La « Formule Standard » avec calibration de paramètres spécifiques**, dit USP pour Undertaking Specific Parameters, dans laquelle la compagnie d'assurance estime certains des paramètres de risque avec ses propres données et les utilise dans le cadre de la « Formule Standard » pour calculer son capital requis.

Dans ce mémoire, c'est l'approche Formule Standard classique (sans simplification ou utilisation d'USP) qui est utilisée pour l'ensemble des calculs de SCR.

Le SCR est déterminé au niveau de l'entité. L'entité est la somme des différents segments d'activités qui compose la société d'assurance (voir figure 7).

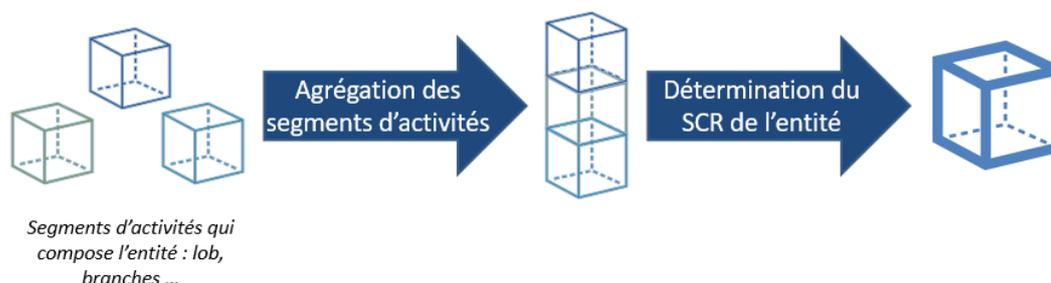


Figure 5 : Schématisation simplifiée de la détermination du SCR

Ce calcul prend en compte les effets de corrélation entre les risques et les segments d'activités. Selon le chapitre V du REGLEMENT DELEGUE 2015/35 DE LA COMMISSION, les modules de risques qui composent le SCR sont les suivants :

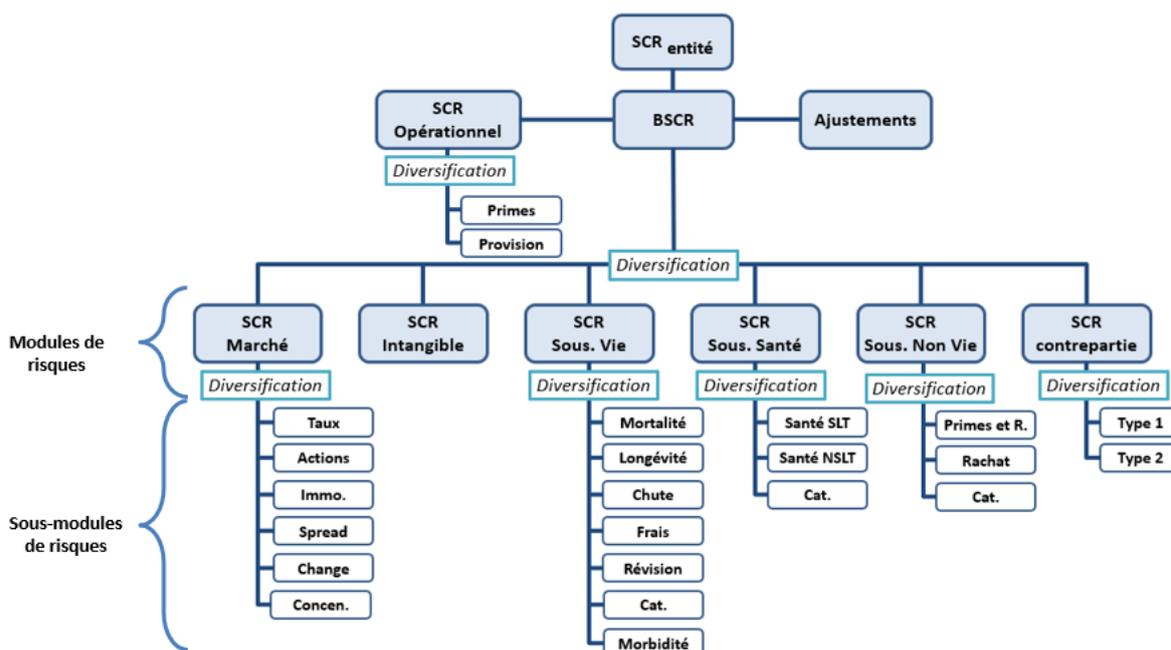


Figure 6 : Architecture des risques qui composent le SCR en Formule Standard

Cette hiérarchie permet de prendre en compte des sous-modules de risques relatifs à la branche concernée. En fonction des produits proposés, les organismes assureurs peuvent être exposés à différentes branches de risque.

La détermination du SCR se fait au niveau de l'entité, à l'aide de différentes étapes :

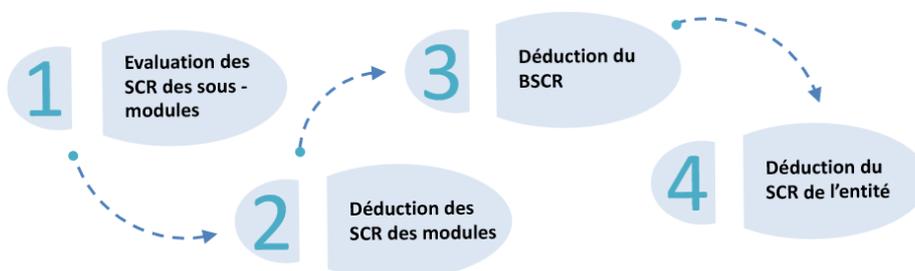


Figure 7 : Étapes de détermination du SCR de l'entité

### Étape 1 : Évaluation des SCR des sous-modules de risque

Chaque sous-module de risque fait l'objet d'un calcul de besoin en capital ( $SCR_{mss}$ ) à l'aide de l'application de choc instantané (détaillé dans la partie 1.2 à 1.5).

### Étape 2 : Déduction des SCR des modules de risque

Les besoins en capital d'un module de risque ( $SCR_m$ ) sont l'agrégation de ses sous-modules de risque ( $SCR_{mss}$ ) via une matrice de corrélation. Le principe d'agrégation des risques découle de la prise en compte de la dépendance entre les différents segments. Ainsi, le capital obtenu est inférieur à la somme des capitaux élémentaires lorsque les risques se diversifient : Bénéfice de diversification inter-risques.

La formule d'agrégation, décrite dans la Formule Standard, prend en compte les corrélations entre les différents risques à l'aide de matrices fournies dans le REGLEMENT DELEGUE 2015/35.

$$SCR_{\alpha} = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{massi,massj} \times SCR_{massi} \times SCR_{massj}}$$

- Risque  $\alpha$  est composé des sous-modules de risque  $i$  et  $j$

1.1. Détermination du SCR

- SCR  $m\alpha$  : Capital de Solvabilité Requis au titre du module de risque  $\alpha$
- SCR  $massi$  : Capital de Solvabilité Requis au titre du sous-module i du risque  $\alpha$
- SCR  $massj$  : Capital de Solvabilité Requis au titre du sous-module j du risque  $\alpha$
- $corr_{massi, massj}$  : Corrélacion entre le sous-module i du risque  $\alpha$  et le sous-module j du risque  $\alpha$

**Étape 3 : Dédution du BSCR**

Les agrégations des SCR des modules de risque sont ensuite eux-mêmes agrégés entre eux, afin d'obtenir le SCR de base, noté BSCR.

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} corr_{mai, maj} \times SCR_{mai} \times SCR_{maj}}$$

- BSCR est composé des modules de risque  $\alpha$  avec  $\alpha \in \{\alpha_1, \dots, \alpha_n\}$
- BSCR : Capital de Solvabilité Requis de Base
- SCR  $mai$  : Capital de Solvabilité Requis au titre du module de risque  $\alpha_i$
- SCR  $maj$  : Capital de Solvabilité Requis au titre du module de risque  $\alpha_j$
- $corr_{mai, maj}$  : Corrélacion entre les modules de risque  $\alpha_i$  et  $\alpha_j$

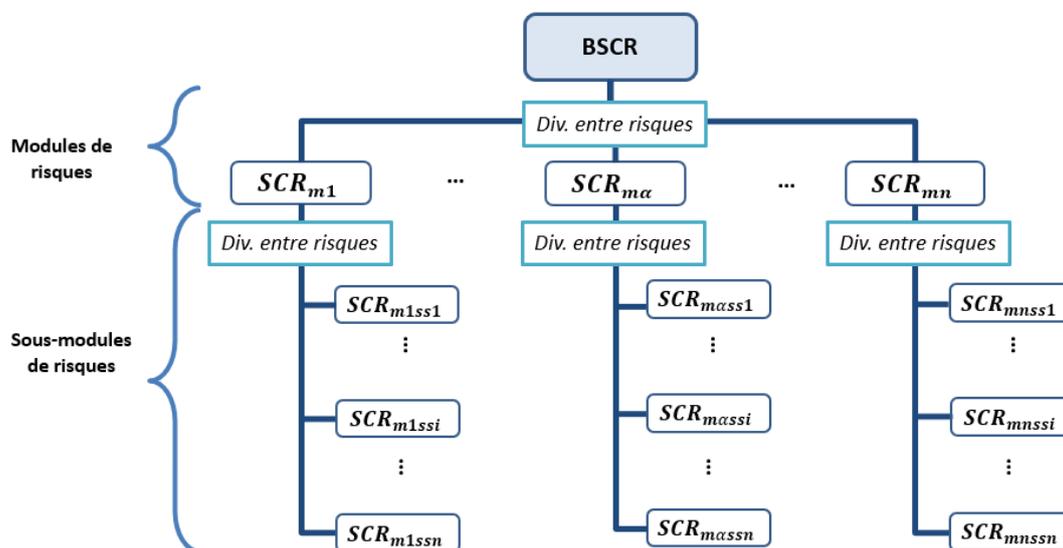


Figure 8 : Architecture simplifiée du BSCR

**Étape 4 : Dédution du SCR de l'entité**

Le SCR de l'entité correspond au BSCR augmentée du SCR du risque opérationnel auxquels est retranchée de l'ajustement : la capacité d'absorption des bénéfices futurs et des impôts différés

$$SCR = BSCR + SCR_{op} - Adj$$

- SCR<sub>op</sub> : Capital de Solvabilité Requis au titre du risque opérationnel
- Adj : Ajustement destiné à tenir compte du gain potentiel qui peut résulter de pertes
- BSCR : Capital de Solvabilité Requis de Base

Dans ce mémoire, la société étudiée est composée de produits Santé / Prévoyance qui sont concernés par les modules de risques suivants :

- Marché
- Souscription Vie
- Souscription Santé

## 1.2. Module de risque de marché

- Contrepartie
- Opérationnel

Les risques intangible et souscription non-vie, ne sont pas abordés, car ils ne sont pas présents dans la société. Il en est de même pour l’ajustement.

L’objectif de cette partie est de détailler les méthodes de calculs des modules et sous modules de risques pour mieux comprendre par la suite les bénéfices de diversification qui en découle.

### 1.2. Module de risque de marché

Le module de risque de marché est le risque de pertes liées au niveau ou à la volatilité de la valeur de marché des instruments financiers. Il est composé de six sous-modules de risques qui reflètent la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectants :

- La courbe des taux d’intérêt ou la volatilité des taux d’intérêt : **sous-module de risque de taux.**
- Le niveau ou la volatilité de la valeur de marché des actions : **sous-module de risque action.**
- Le niveau ou la volatilité de la valeur de marché des actifs immobiliers : **sous-module de risque immobilier**
- Le niveau ou la volatilité des marges («spreads») de crédit par rapport à la courbe des taux d’intérêt sans risque : **sous-module de risque de spread.**
- Le niveau ou la volatilité des taux de change : **sous-module de risque de change.**
- Le niveau de risques supportés par l’entreprise d’assurance du fait d’un manque de diversification de son portefeuille d’actifs, soit d’une exposition importante au risque de défaut d’un seul émetteur de valeurs mobilières ou d’un groupe d’émetteurs liés : **sous-module de risque concentration.**

Les six sous-modules du risque de marché sont agrégés via la matrice de corrélation suivante :

Corrélation	Intérêt	Action	Immobilier	Spread	Change	Concentration
Intérêt	1					
Action	0*	1				
Immobilier	0*	0,75	1			
Spread	0*	0,75	0,5	1		
Change	0,25	0,25	0,25	0,25	1	
Concentration	0	0	0	0	0	1

\* Si choc taux hausse > choc taux baisse alors 0 sinon 0,5.

#### Zoom sur le risque de taux

Le risque de taux existe pour l’ensemble des actifs et passifs sensibles aux variations de la structure de la courbe de taux d’intérêt. Pour les actifs il s’agit des obligations, des OPCVM obligataires, des produits dérivés de taux d’intérêts, etc. Les provisions techniques, lors de leur évaluation, subissent une actualisation avec le taux d’intérêt sans risque. Par conséquent, une modification de la courbe des taux impactera leur valeur.

Les spécifications techniques indiquent deux scénarios de choc de taux à appliquer :

- Un scénario de baisse des taux
- Un scénario de hausse des taux

### 1.3. Module de risque de contrepartie

L'exigence en capital pour le risque de taux d'intérêt est alors le montant le plus élevé entre le capital requis calculé pour le scénario de hausse et celui pour le scénario de baisse des taux.

$$SCR_{\text{taux baisse}} = \Delta NAV_{\text{taux baisse}}$$

$$SCR_{\text{taux hausse}} = \Delta NAV_{\text{taux hausse}}$$

$$SCR_{\text{taux}} = \max(SCR_{\text{taux baisse}}; SCR_{\text{taux hausse}})$$

–  $\Delta NAV$  : variation des actifs nets

Pour le scénario de baisse ou de hausse, le choc se traduit par une diminution ou augmentation de la courbe des taux d'intérêt sans risque.

### 1.3. Module de risque de contrepartie

Le module de risque de contrepartie indique les pertes possibles que pourrait entraîner le défaut inattendu, ou la détérioration de la qualité de crédit, des contreparties et débiteurs de l'entreprise d'assurance ou de réassurance durant les douze mois à venir. Le module de risque de contrepartie couvre les contrats d'atténuation des risques, tels que les accords de réassurance, les titrisations et les instruments dérivés, et les paiements à recevoir des intermédiaires ainsi que tout autre risque de crédit. Le risque de contrepartie est composé de 2 sous-modules agrégés via la matrice de corrélation suivante :

Corrélation	Type 1	Type 2
Type 1	1	
Type 2	0,75	1

**Le risque de contreparties de type 1** dites « notées » et « non diversifiées » :

Ce sont essentiellement les engagements de créances de la réassurance, et les contreparties monétaires et bancaires.

**Le risque de contreparties de type 2** dites « non notées » et « diversifiées » :

Ce sont essentiellement les créances de contreparties, et les créances des clients.

### 1.4. Module de risque de souscription Vie

Le module de risque de souscription Vie est le risque spécifique des contrats d'assurance résultant notamment d'erreurs de tarification ou/et de provisionnement.

Le risque de souscription vie est composé de sept sous-modules dont les capitaux sont agrégés via la matrice de corrélation suivante :

Corrélation	Mortalité	Longévité	Invalidité	Frais	Révision	Chute	Catastrophe
Mortalité	1						
Longévité	-0,25	1					
Invalidité	0,25	0	1				
Frais	0,25	0,25	0,5	1			
Révision	0	0,25	0	0,5	1		

<b>Chute</b>	0	0,25	0	0,5	0	1	
<b>Catastrophe</b>	0,25	0	0,25	0,25	0	0,25	1

**Le sous-module de risque de mortalité** correspond au risque que les assurés meurent plus vite que ne le prévoyaient les hypothèses du Best Estimate (= hypothèses de la table de mortalité).

$$SCR_{mortalité} = \sum(\Delta NAV / mort\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc ;
- $mort\_choc$  : hausse (permanente) de 15% des taux de mortalité à tout âge.

**Le sous-module de risque de longévité** est l'inverse du risque de mortalité. Il s'applique aux contrats pour lesquels une baisse de la mortalité engendrerait une hausse des provisions techniques. Généralement, le risque de longévité est associé aux contrats qui garantissent le paiement des arrérages de rentes viagères jusqu'au décès du rentier et où une diminution des taux de mortalité conduit à une augmentation des provisions techniques.

$$SCR_{longévité} = \sum(\Delta NAV / long\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc ;
- $long\_choc$  : baisse (permanente) de 20% des taux de mortalité à tout âge.

**Le sous-module de risque d'invalidité** désigne le risque de pertes ou d'évolution adverses dans la valeur des provisions techniques dues à des changements dans le niveau, la tendance ou la volatilité des taux d'invalidité.

$$SCR_{invalidité} = \sum(\Delta NAV / inv\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc ;
- $inv\_choc$  correspond à une hausse de 35% des taux d'invalidité à tout âge pour la première année, puis de 25% de ce même taux pour les années suivantes, plus une baisse simultanée et permanente de 20% du taux de guérison (passage de malade à sain, i.e la loi de maintien en incapacité), pour les polices concernées.

**Le sous-module de risque de frais** correspond au risque que les frais de gestion subissent une inflation plus importante que prévue dans le chargement initial.

$$SCR_{frais} = \sum(\Delta NAV / frais\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc ;
- $frais\_choc$  : hausse de 10% des frais de gestion et sur-inflation des frais de 1% par an.

**Le sous-module de risque de révision** désigne le risque de pertes dues à des changements dans le niveau, la tendance ou la volatilité des taux de révision appliqués aux rentes. Il ne s'applique qu'aux rentes dont les montants peuvent évoluer à cause d'un changement de l'environnement légal ou de l'état de santé de l'assuré.

$$SCR_{révision} = \sum(\Delta NAV / rev\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc ;
- $rev\_choc$  : hausse de 3% des rentes annuelles jusqu'à extinction des garanties.

**Le sous-module risque de rachat** correspond au risque de perte ou d'augmentation des passifs dû à un écart entre le taux réel d'exercice des options contractuelles de l'assuré et celui estimé dans le Best

Estimate. Le terme d'options doit être vu au sens large : le sous-module couvre les options de rachat, de résiliation, de réduction mais aussi d'extension des garanties.

$$SCR_{rachat} = \text{Max} (SCR_{rachat_{baisse}}; SCR_{rachat_{hausse}}; SCR_{rachat_{masse}})$$

$$SCR_{rachat_{baisse}} = \sum(\Delta NAV / baisse\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc ;
- $baisse\_choc$  : diminution des taux de rachat de 50% tout au long de la durée de vie du contrat, limitée à une diminution globale de 20%.

$$SCR_{rachat_{hausse}} = \sum(\Delta NAV / hausse\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc ;
- $hausse\_choc$  : augmentation constante de 50% est appliquée aux taux de rachat, dans la limite d'un taux de rachat au plus égal à 100%.

$$SCR_{rachat_{masse}} = \sum(\Delta NAV / masse\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc ;
- $masse\_choc$  : 40% des contrats sont rachetés instantanément.

Le sous-module de risque catastrophe est limité aux contrats pour lesquels une hausse de la mortalité engendrerait une hausse des prestations (et donc des provisions techniques).

$$SCR_{catastrophe} = \sum(\Delta NAV / cat\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc ;
- $cat\_choc$  : hausse soudaine de 0,15 pt% des taux de mortalité pour la première année.

### 1.5. Module de risque de souscription Santé

Le module de risque de souscription Santé s'applique à tous les engagements d'assurance droit du travail. Il se divise en trois sous-modules :

- **Santé SLT** : pratiquée sur une base technique similaire à l'assurance vie.
- **Santé NSLT** : santé à court terme.
- **CAT** : accidents du travail.

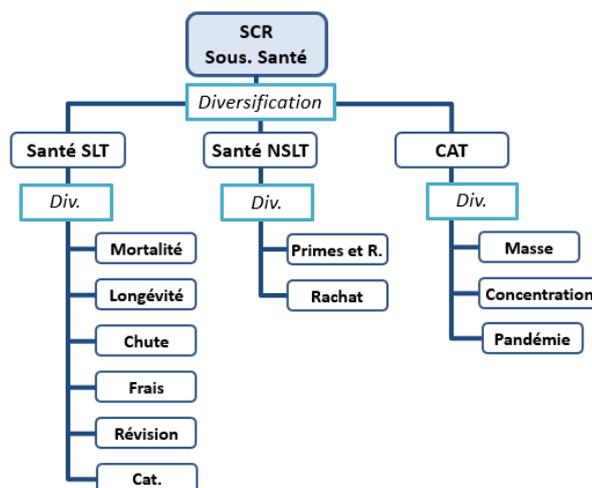


Figure 9 : Structure modulaire du risque de souscription Santé

La matrice de corrélation de ces sous-modules est la suivante :

Corrélation	Santé SLT	Santé NSLT	CAT
Santé SLT	1		
Santé NSLT	0,5	1	
CAT	0,25	0,25	1

- **Le sous-module de risques Santé SLT**

Le sous-module de risque Santé SLT correspond aux polices d'assurance comportant des garanties sans possibilité de révision tarifaire.

La composition du module des risques de souscription Santé SLT est la même que celle des modules de risques de souscription Vie, à l'exception du risque catastrophe.

Le module de risque de souscription Santé SLT est composé de six sous-modules agrégés via la matrice de corrélation suivante :

Corrélation	Mortalité	Longévité	Invalidité	Chute	Frais	Révision
Mortalité	1					
Longévité	-0,25	1				
Invalidité	0,25	0	1			
Chute	0	0,25	0	1		
Frais	0,25	0,25	0,5	0,5	1	
Révision	0	0,25	0	0	0,5	1

- **Le sous-module de risques santé NSLT**

Le sous-module de risque Santé NSLT correspond aux polices d'assurance avec une possibilité de révision tarifaire illimitée. Elles concernent principalement les garanties :

- incapacité/Invalidité ;
- hospitalisation ;
- décès accidentel ;
- les garanties de remboursement des frais de soins (contrats santé).

Le risque de souscription Santé NSLT est composé de deux sous-modules agrégés via la matrice de corrélation suivante :

Corrélation	Primes	Chute NSLT
Primes	1	
Chute NSLT	0	1

**Le risque de primes et de réserve** est associé à l'insuffisance régulière de cotisations ou de provisions pour couvrir la sinistralité future.

$$SCR_{primes} = 3 \times \sigma \times V$$

- $\sigma$  : Ecart-type du risque de cotisations et de réserves
- $V$  : Volume du risque de cotisations et de réserves

$$V = V_{prem} + V_{res}$$

- $V_{prem}$  : Volume pour risque de cotisations
- $V_{res}$  : Volume pour risque de réserves

$$V_{prem} = \max(P; P_{last}) + FP_{ex} + FP_{futur}$$

- $P$  : estimation des cotisations à acquérir par l'entreprise d'assurance au cours des douze mois à venir,
- $P_{last}$  : primes acquises par l'entreprise d'assurance au cours des 12 derniers mois,
- $FP_{ex}$  : valeur actuelle attendue des primes à acquérir par l'entreprise d'assurance après les douze mois à venir pour les contrats existants
- $FP_{futur}$  : valeur actuelle attendue des primes à acquérir par l'entreprise d'assurance sur le segment s pour les contrats dont la date de comptabilisation initiale survient dans les douze mois à venir, mais à l'exclusion des primes à acquérir au cours des douze mois qui suivent cette date initiale.

$$V_{res} = BE_{prestations}$$

**Le risque de chute NSLT** est lié à une évolution imprévue du taux de résiliation des contrats, de la cessation de paiement des cotisations et du rachat de contrats.

$$SCR_{chute\ NSLT} = \sum(\Delta NAV / chute\_choc)$$

- $\Delta NAV$  : différence entre la NAV après choc et la NAV avant choc
- $masse\_choc$  : 40% des contrats sont rachetés instantanément

- **Le sous-module de risques catastrophe Santé**

Ce module prend en compte le risque de survenance d'évènements extrêmes non pris en compte par les risques de souscription santé similaire à la vie et non similaire à la vie. Le risque catastrophe est le risque associé à l'insuffisance ponctuelle de primes ou de provisions pour couvrir la sinistralité future. Le sous-module de risque de souscription catastrophe Santé est composé de trois sous-modules agrégés via la matrice de corrélation suivante :

Corrélation	Masse	Concentration	Pandémie
Masse	1		
Concentration	0	1	
Pandémie	0	0	1

**Le risque d'accident de masse** correspond au risque de concentration d'un grand nombre de personnes en un même lieu et au même moment, entraînant de nombreux décès accidentels, incapacité/invalidité et traumatismes, avec un impact important sur le coût des traitements médicaux.

**Le risque de concentration d'accidents** correspond à une concentration des expositions dans des lieux densément peuplés entraînant une concentration de décès accidentels, de cas d'incapacité/invalidité et de traitements médicaux en cas de traumatisme.

**Le risque pandémie** modélise le risque résultant d'une pandémie affectant la population.

## 1.6. BSCR

Après calcul du SCR associé à chaque module de risques, une agrégation des SCR est effectuée. Pour tenir compte de la probabilité faible de réalisation simultanée de tous ces événements, la Formule

Standard introduit des corrélations entre ces facteurs de risques et permet ainsi à l'organisme de constater des bénéfices de diversification.

Corrélation	SCR marché	SCR défaut	SCR sous. Vie	SCR sous. Santé
SCR marché	1			
SCR défaut	0,25	1		
SCR sous. Vie	0,25	0,25	1	
SCR sous. Santé	0,25	0,25	0,25	1

Les coefficients de corrélation retenus sont représentatifs des liens de dépendance potentiels dans la queue de distribution et de la stabilité des hypothèses de corrélation dans des conditions de stress.

$$BSCR = \sqrt{\sum_{\alpha1, \alpha2} corr_{\alpha1, \alpha2} \times SCR_{\alpha1} \times SCR_{\alpha2}}$$

- BSCR : Capital de Solvabilité Requis de Base
- $Corr_{\alpha1, \alpha2}$  : corrélation entre le module de risques  $\alpha1$  et le module de risque  $\alpha2$
- $SCR_{\alpha1}$  : Capital de Solvabilité Requis au titre du module de risque  $\alpha1$
- $SCR_{\alpha2}$  : Capital de Solvabilité Requis au titre du module de risque  $\alpha2$

### 1.7. Module de risque opérationnel

Ce module reflète le risque de pertes dues à des erreurs de personnels, à des défaillances de systèmes ou processus internes, des évènements externes.

$$SCR_{opérationnel} = \min \{30\% \times BSCR; \max (Op_{primes}; Op_{prov})\} + 25\% \times Exp_{ul}$$

- $Op_{primes} = 4\% \text{ Primes acquises}_{vie/UC} + 3\% \text{ Primes acquises}_{non vie}$
- $Op_{prov} = 0,45\% \text{ Provisions techniques}_{vie JUC} + 3\% \text{ Provisions techniques}_{non vie}$
- $Exp_{ul}$  : montant des dépenses annuelles (brutes de réassurance) durant les 12 derniers mois pour les contrats en unité de compte



#### **Idées à retenir**

En Formule Standard, la détermination du SCR de l'entité est réalisée à l'aide de différentes étapes :

- Évaluation des SCR des sous-modules de risque
- Déduction des SCR des modules de risque
- Déduction du BSCR
- Déduction du SCR

## 2. Allocation du capital et bénéfice de diversification inter-segments d'activités du SCR

Dans la partie précédente, les méthodes de calcul du SCR à l'aide de la Formule Standard ont été détaillées. L'application de ces formules aux calculs du SCR par segments d'activités met en évidence la présence d'un bénéfice de diversification entre les segments d'activités. Il matérialise l'idée que tous les scénarios défavorables ne peuvent pas se produire en même temps et de la même manière sur l'ensemble des segments d'activités.

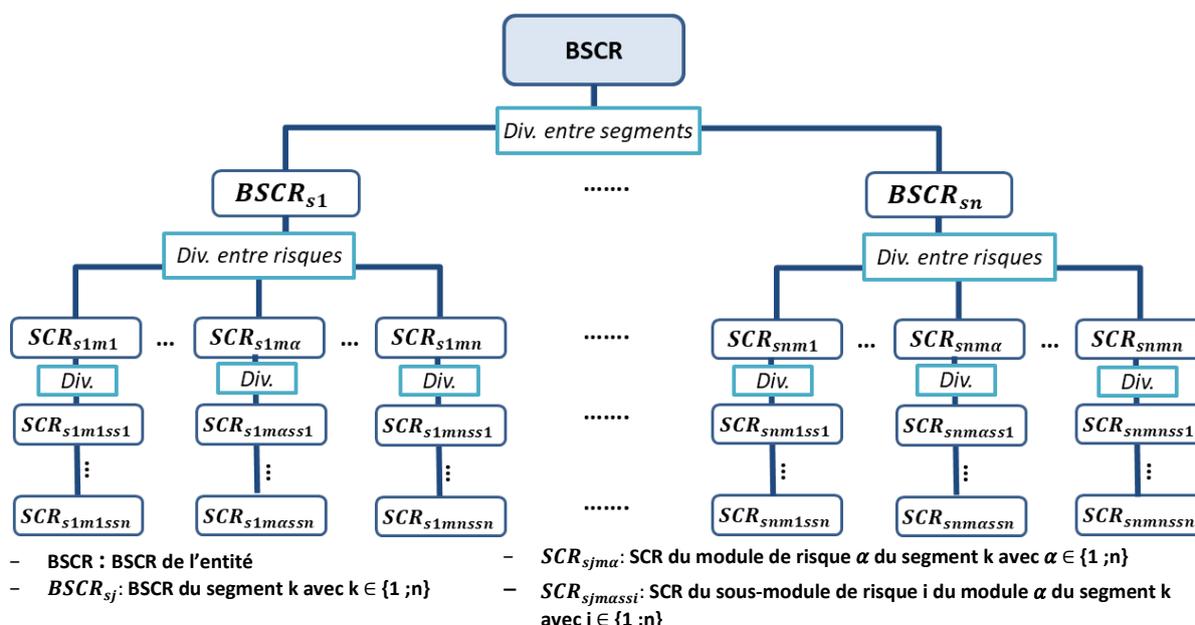


Figure 10 : Représentation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités

### 2.1. Bénéfice de diversification inter-segments d'activités

#### 2.1.1. Origine du bénéfice de diversification inter-segments d'activités

Selon la réglementation Solvabilité II, le calcul du SCR se réalise au niveau de l'entité à la suite de l'agrégation des segments d'activités qui la composent. Si le calcul du SCR est réalisé à la maille segment d'activité et non au niveau de l'entité. La comparaison de la somme des SCR des n segments disjoints que compose l'entité est supérieure au SCR de l'entité.

$$SCR_{seg1} + \dots + SCR_{segk} + \dots + SCR_{segn} > SCR_{entité}$$

Cette diversification a une explication mathématique. Elle est due à la non-additivité des fonctions qui interviennent à différents niveaux du calcul du SCR.

*Rappel :*

Une fonction est additive si pour tous éléments a et b du domaine de définition de f :

$$f(a + b) = f(a) + f(b)$$

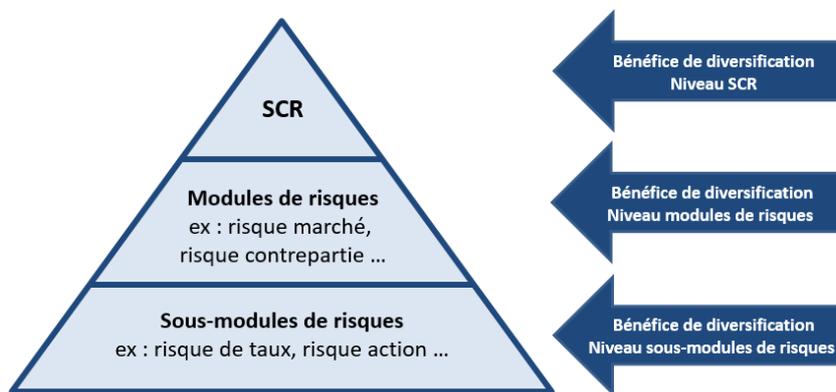


Figure 11 : Présence du bénéfice de diversification aux différents niveaux du SCR

**Au niveau des sous-modules de risques**

La détermination des SCR des sous-modules de risques se fait à l'aide de différentes fonctions mathématiques non additives tels que : max, écart-type...

Exemple :

Sous-modules de risque	Fonction non additive présente dans le calcul en Formule Standard
Taux	Max (SCR taux baisse ; SCR taux hausse)
Rachat Vie	Max (SCR rachat baisse ; SCR rachat hausse ; SCR rachat masse)
Santé NSLT	Volume de primes : écart-type Volume de réserve : max (P ; Plast)
Opérationnel	Min {30% x BSCR; max (Op primes; Op prov)}

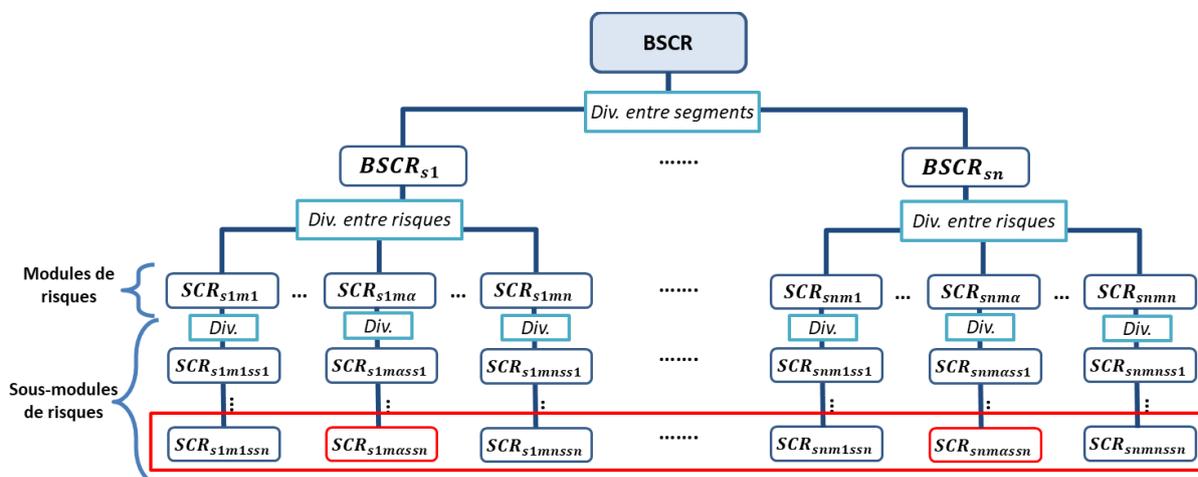


Figure 12 : Représentation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités au niveau des sous-modules de risques

Par conséquent, le SCR du sous-module i du risque α de l'entité est inférieur à la somme des SCR du sous-module i du risque α des k segments d'activités qui compose l'entité.

$$SCR_{massi} < SCR_{s1massi} + \dots + SCR_{skmassi} + \dots + SCR_{snmassi}$$

- $SCR_{massi}$ : SCR du sous-module i du risque α de l'entité.
- $SCR_{skmassi}$ : SCR du sous-module i du risque α du segment d'activité k avec  $k \in \{1 ; n\}$ .

**Au niveau des modules de risques**

La détermination des SCR des modules de risques se fait suite à l'agrégation des sous-modules de risques via des matrices de corrélations inter-risques fournies par le REGLEMENT DELEGUE 2015/35. La fonction matricielle est non-additive.

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ \dots \\ X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \dots \\ Y_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Z_1 \\ \dots \\ Z_n \end{pmatrix}$$

$$\sqrt{\begin{pmatrix} X_1 \\ \dots \\ X_n \end{pmatrix}^t \text{corr} \begin{pmatrix} X_1 \\ \dots \\ X_n \end{pmatrix}} \neq \sqrt{\begin{pmatrix} Y_1 \\ \dots \\ Y_n \end{pmatrix}^t \text{corr} \begin{pmatrix} Y_1 \\ \dots \\ Y_n \end{pmatrix}} + \sqrt{\begin{pmatrix} Z_1 \\ \dots \\ Z_n \end{pmatrix}^t \text{corr} \begin{pmatrix} Z_1 \\ \dots \\ Z_n \end{pmatrix}}$$

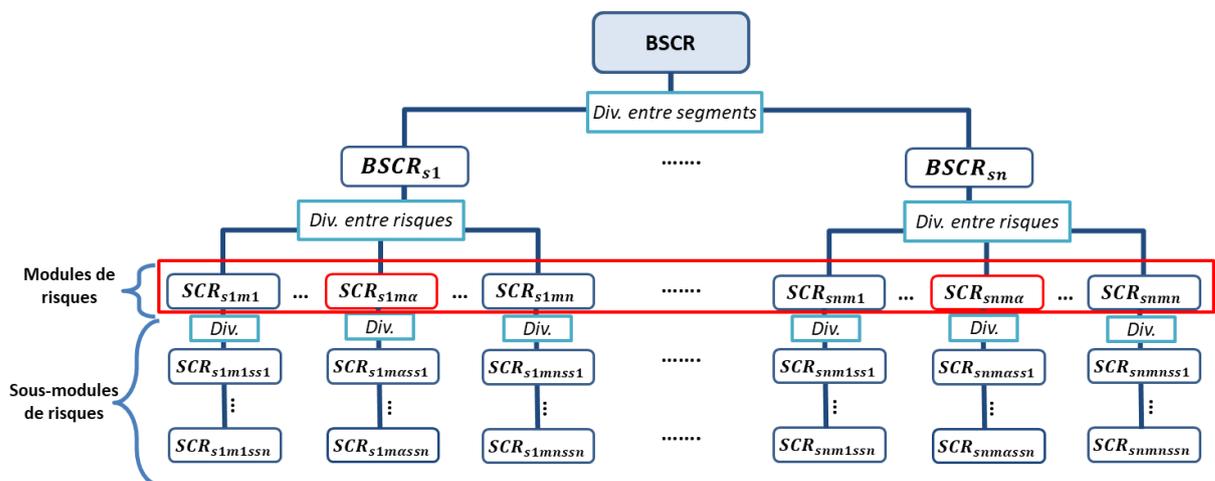


Figure 13 : Représentation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités au niveau des modules de risques

Par conséquent, même si la somme du sous-module i du risque α de l'entité est égale aux sous-modules i du risque α des n segments d'activités.

$$SCR_{massi} = SCR_{s1massi} + \dots + SCR_{sjmassi} + \dots + SCR_{snmassi}$$

Le SCR du module de risque α de l'entité est toujours inférieur à la somme des SCR du module de risque des n segments d'activités qui compose l'entité.

$$SCR_{mα} < SCR_{s1mα} + \dots + SCR_{skmα} + \dots + SCR_{snmα}$$

- SCR<sub>mα</sub>: SCR du module de risque α de l'entité.
- SCR<sub>skmα</sub>: SCR du module de risque α du segment d'activité k avec k ∈ {1 ; n}.

**Au niveau du BSCR**

La détermination du BSCR se fait suite à l'agrégation des modules de risques via une matrice de corrélation inter-risques fournies par le REGLEMENT DELEGUE 2015/35.

2.1.2. Bénéfice de diversification et caractéristiques des segments d'activités

$$BSCR = \sqrt{\left( \begin{matrix} SCR_{m1} \\ \dots \\ SCR_{mn} \end{matrix} \right)^t \text{corr} \begin{pmatrix} SCR_{m1} \\ \dots \\ SCR_{mn} \end{pmatrix}}$$

- BSCR : obtenu à la suite de l'agrégation des SCR des modules de risque  $\alpha$  avec  $\alpha = \{1, \dots, n\}$
- *corr* : matrice de corrélation entre les  $n$  modules de risques.

Par conséquent, même si la somme du module de risque  $\alpha$  de l'entité est égale aux modules de risque  $\alpha$  des  $n$  segments d'activités.

$$SCR_{m\alpha} = SCR_{s1m\alpha} + \dots + SCR_{skm\alpha} + \dots + SCR_{snm\alpha}$$

le BSCR de l'entité est toujours inférieur à la somme des SCR du module de risque des  $n$  segments d'activités qui compose l'entité.

$$BSCR < BSCR_{s1} + \dots + BSCR_{sk} + \dots + BSCR_{sn}$$

- BSCR : BSCR de l'entité.
- $k$ : SCR du segment d'activité  $k$  avec  $k \in \{1 ; n\}$ .



**Idées à retenir**

Le **bénéfice de diversification inter-segments d'activités** est dû à la **non-additivité des opérateurs** qui interviennent dans les calculs du SCR. Il est **présent à trois niveaux** lors du calcul du BSCR de l'entité :

- Au niveau des sous-modules de risques
- Au niveau des modules de risques
- Au niveau du BSCR

**2.1.2. Bénéfice de diversification et caractéristiques des segments d'activités**

Afin d'étudier l'importance du bénéfice de diversification entre les segments d'activités, différentes études de sensibilité sont réalisées.

La mesure du poids du bénéfice de diversification est définie :

$$\text{Poids bénéfice de div.} = \frac{\text{Bénéfice de div.}}{\sum_k SCR_{seg k}}$$

*Formule 1 : Poids du bénéfice de diversification entre les segments d'activités*

**Étude de sensibilité 1 : Bénéfice de diversification et corrélation des segments d'activités**

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'impact de la corrélation entre les segments d'activités de l'entité sur le montant du bénéfice de diversification.

Une entité composée de 2 segments d'activités disjoints {seg 1 ; seg2} est considérée.

2.1.2. Bénéfice de diversification et caractéristiques des segments d'activités

- $SCR_{seg\ 1} = 25$  Unités
- $SCR_{seg\ 2} = 75$  Unités

La corrélation entre le segment 1 et 2 varie de 0% à 100%, les résultats suivants sont obtenus :

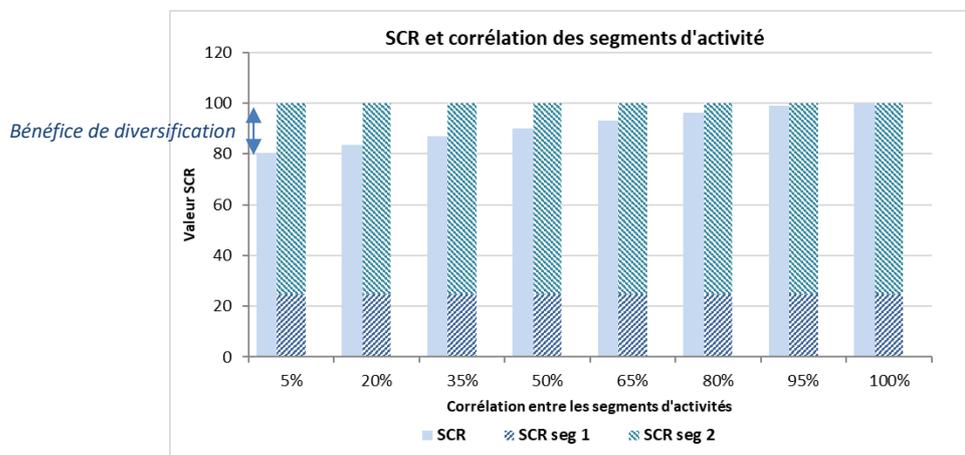


Figure 14 : SCR et corrélation entre les segments d'activités

La mesure du poids du bénéfice de diversification est utilisée :

$$Poids\ bénéfice\ de\ div. = \frac{Bénéfice\ de\ div.}{SCR_{seg\ 1} + SCR_{seg\ 2}}$$

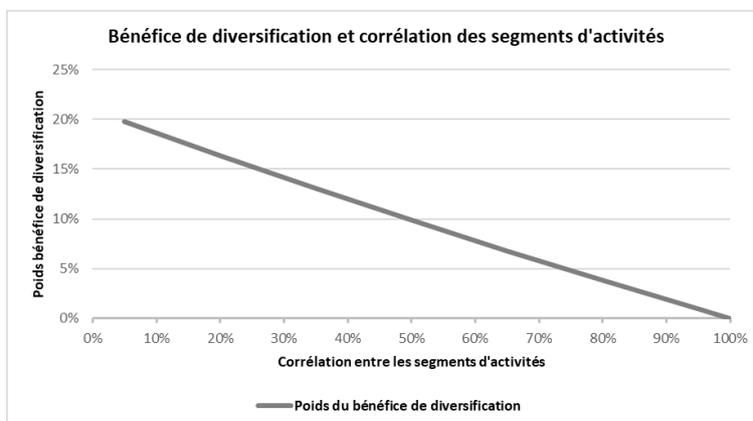


Figure 15 : Poids du bénéfice de diversification et corrélation entre les segments d'activités

La corrélation entre les segments d'activités impacte le poids du bénéfice de diversification.

- Plus les segments d'activités sont corrélés (corr → 100% = segments d'activités dépendants), plus le bénéfice de diversification est faible.
- Moins les segments d'activités sont corrélés (corr → 0% = segments d'activités indépendants), plus le bénéfice de diversification est élevé.

**Étude de sensibilité 2 : Bénéfice de diversification et dispersion des segments d'activités**

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'impact de la dispersion entre les segments d'activités sur le montant du bénéfice de diversification.

2.1.2. Bénéfice de diversification et caractéristiques des segments d'activités

Pour déterminer la dispersion entre différents segments d'activités, la mesure suivante est définie :

$$Dispersion_{seg\ 1,\dots,seg\ n} = \frac{\frac{1}{n} \sum_i |SCR_{seg\ k} - \frac{1}{n} \sum_i SCR_{seg\ k}|}{\frac{1}{n} \sum_i SCR_{seg\ k}}$$

$$Dispersion_{seg\ 1,\dots,seg\ n} = \frac{\sum_i |SCR_{seg\ k} - \frac{1}{n} \sum_i SCR_{seg\ k}|}{\sum_i SCR_{seg\ k}}$$

Formule 2 : Dispersion entre les segments d'activités

Cette mesure a été choisie car elle est comprise entre 0 et 1, et elle prend en considération le poids de chacun des segments k.

Une entité composée de 2 segments d'activités disjoints {seg 1 ; seg2} est considérée.

- $SCR_{seg\ 1} + SCR_{seg\ 2} = 100$  Unités
- $corr_{seg\ 1,seg\ 2} = 50\%$

$$Dispersion_{seg\ 1,seg\ 2} = \frac{|SCR_{seg\ 1} - \frac{1}{2}(SCR_{seg\ 1} + SCR_{seg\ 2})| + |SCR_{seg\ 2} - \frac{1}{2}(SCR_{seg\ 1} + SCR_{seg\ 2})|}{SCR_{seg\ 1} + SCR_{seg\ 2}}$$

Les résultats suivants sont obtenus :

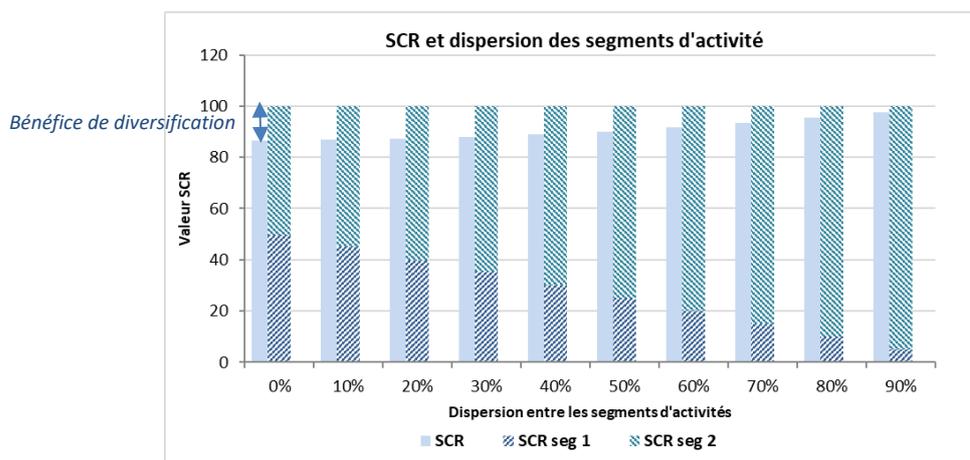


Figure 16 : SCR et dispersion entre les segments d'activités

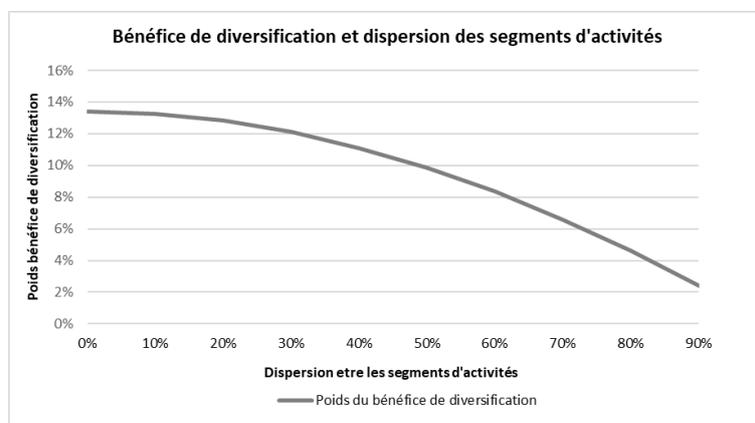


Figure 17 : Poids du bénéfice de diversification et dispersion entre les segments d'activités

La dispersion entre les segments d'activités impacte le poids du bénéfice de diversification.

- Plus les segments d'activités sont dispersés, plus le bénéfice de diversification est faible.
- Moins les segments d'activités sont dispersés, plus le bénéfice de diversification est élevé.

**Étude de sensibilité 3 : Bénéfice de diversification, corrélation et dispersion des segments d'activités**

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'impact croisé des deux facteurs impactant le poids du bénéfice de diversification :

- La corrélation des segments d'activités
- La dispersion des segments d'activités

Une entité composée de 2 segments d'activités disjointes {seg 1 ; seg2} est considérée.

- Trois cas de corrélations :
  - o Corrélation forte :  $Corr_{seg\ 1, seg\ 2} = 80\%$
  - o Corrélation moyenne :  $Corr_{seg\ 1, seg\ 2} = 50\%$
  - o Corrélation faible :  $Corr_{seg\ 1, seg\ 2} = 20\%$
- Trois cas de dispersions :
  - o Dispersion forte :  $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 80\%$ 
    - ⇒ Segment 1 = 90 Unités
    - ⇒ Segment 2 = 10 Unités
  - o Dispersion moyenne :  $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 50\%$ 
    - ⇒ Segment 1 = 75 Unités
    - ⇒ Segment 2 = 25 Unités
  - o Dispersion faible :  $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 20\%$ 
    - ⇒ Segment 1 = 60 Unités
    - ⇒ Segment 2 = 40 Unités

Les résultats suivants sont obtenus :

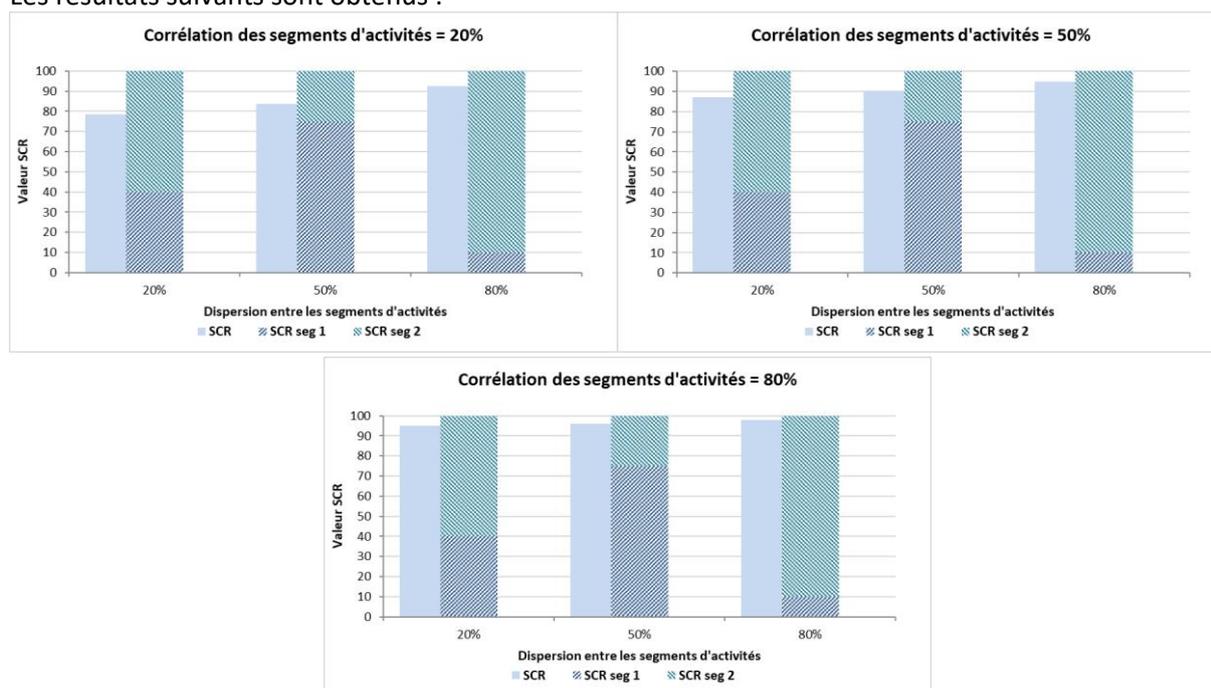


Figure 18 : SCR selon la corrélation et dispersion entre les segments d'activités

Pour une meilleure interprétation des résultats la représentation graphique suivante est réalisée.

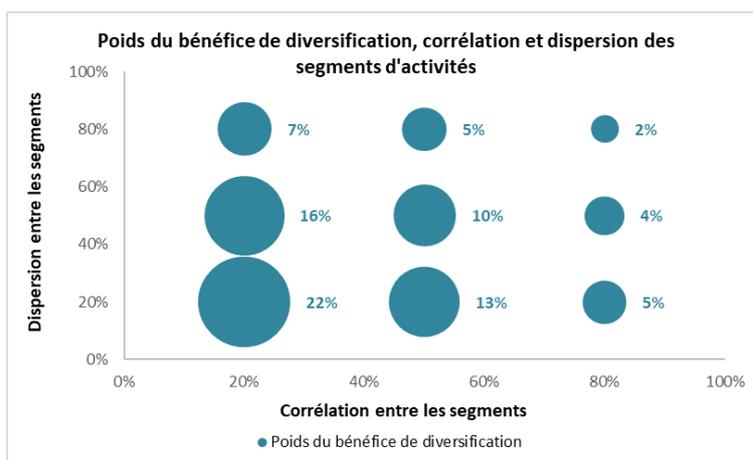


Figure 19 : Poids du bénéfice de diversification selon la dispersion et corrélation entre les segments d'activités

Cette étude croisée met en évidence que :

- Plus la corrélation et la dispersion inter-segments sont faibles, plus le poids du bénéfice de diversification est important.
- Plus la corrélation et la dispersion inter-segments sont fortes, plus le poids du bénéfice de diversification est faible.

Une étude continue des deux facteurs impactant le poids du bénéfice de diversification bien que moins facile à interpréter graphiquement donne les mêmes résultats.

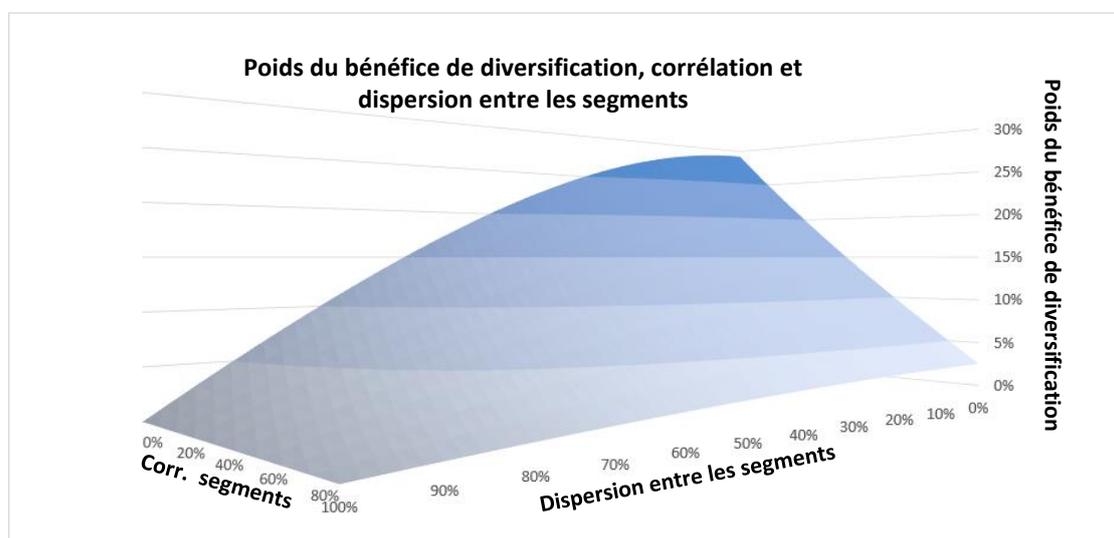


Figure 20 : Poids du bénéfice de diversification selon la dispersion et corrélation entre les segments d'activités (variables continues)



**Idées à retenir**

Ces études de sensibilités montrent que le poids du bénéfice de diversification inter-segments d'activités dépend de deux facteurs :

- La corrélation entre les segments d'activités
- La dispersion entre les segments d'activités

**Plus la corrélation et la dispersion inter-segments sont faibles, plus le bénéfice de diversification est important.**

## 2.2. Méthodes d'allocation du capital

Les méthodes d'allocation de capital permettent d'allouer le capital issu du bénéfice de diversification et ainsi d'obtenir des SCR par segment dont la somme est égale au SCR de l'entité.

$$SCR_{entité} = \sum_k SCR_{seg\ k, alloué}$$

- $SCR_{seg\ k, alloué}$  : SCR calculé au niveau du segment d'activité k + part du bénéfice de diversification inter-segments d'activités alloué suite à une méthode d'allocation du capital.

L'allocation de capital permet de déterminer le volume de capital consommé par un segment d'activité, après lui avoir alloué une partie du bénéfice de diversification.

Le capital alloué est un bon indicateur de risque et présente un intérêt lors du pilotage de l'activité.

Les techniques d'allocation du capital les plus représentées sur le marché de l'assurance sont :

- La méthode proportionnelle
- La méthode marginale
- La méthode de Shapley

### 2.2.1. Méthode proportionnelle

Cette méthode consiste à allouer au segment k du SCR la proportion de risque total auquel il contribue.

$$SCR_{prop., seg\ k} = \frac{SCR_{seg\ k}}{\sum_{k \in n} SCR_{seg\ k}} \times SCR_{entité}$$

- SCR entité : SCR de l'entité obtenu à l'aide de la Formule Standard
- Entité : composé de n segments disjoints {seg 1, ..., seg n}
- SCR seg k : SCR associé au segment i ∈ {1, ..., n}
- SCR prop., seg k : contribution au SCR du segment k avec la méthode d'allocation proportionnelle



Facile à mettre en œuvre, conserve les effets liés au bénéfice de diversification.



Ne prends pas en compte les dépendances existantes au sein des segments.

### Illustration de la méthode d'allocation proportionnelle

Hypothèses de l'illustration :

Une société d'assurance constituée de quatre segments d'activités disjoints est considérée :

2.2.1. Méthode proportionnelle

Entité = {segment 1 ; segment 2 ; segment 3 ; segment 4}

La matrice de corrélation entre les segments est la suivante :

Corrélation	Seg 1	Seg 2	Seg 3	Seg 4
Seg 1	1			
Seg 2	0,25	1		
Seg 3	0,5	0,5	1	
Seg 4	0,5	0,5	0,25	1

Informations nécessaires à l'application de la méthode d'allocation proportionnelle :

- SCR entité
- SCR des segments 1, 2, 3 et 4

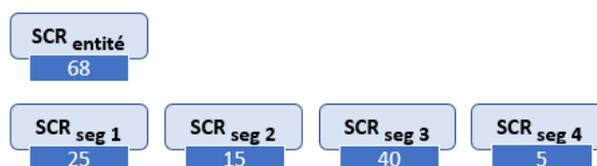


Figure 21 : Ensemble des SCR nécessaires à l'application de la méthode d'allocation du capital proportionnelle

Détail du calcul du bénéfice de diversification alloué au segment 1 :

$$SCR_{prop., seg 1} = \frac{SCR_{seg 1}}{SCR_{seg 1} + SCR_{seg 2} + SCR_{seg 3} + SCR_{seg 4}} \times SCR_{entité}$$

SCR seg 1	SCR seg 2	SCR seg 3	SCR seg 4
<b>SCR avant allocation du bénéfice de diversification</b>			
25	15	40	5
<b>Valeur du segment après allocation du bénéfice de diversification</b>			
$68 \times 25 / 85 = 19,9$	$68 \times 15 / 85 = 11,9$	$68 \times 40 / 85 = 31,8$	$68 \times 5 / 85 = 4,0$
<b>Montant du bénéfice de diversification alloué au segment</b>			
$25 - 19,9 = 5,1$	$15 - 11,9 = 3,1$	$40 - 31,8 = 8,2$	$5 - 4,0 = 1,0$
<b>Participation du segment au SCR de l'entité</b>			
$19,9 / 68 = 29,4\%$	$11,9 / 68 = 17,6\%$	$31,8 / 68 = 47,1\%$	$4,0 / 68 = 5,9\%$

Le SCR du segment 1 avant allocation du capital est de 25 unités. À l'aide de la méthode d'allocation du capital proportionnelle, 5,1 unités du bénéfice de diversification sont allouées au segment 1, le SCR du segment 1 après allocation est de 19,9 unités et il contribue à 29,4% du SCR de l'entité.

### 2.2.2. Méthode marginale

Cette méthode consiste à allouer le SCR selon l'impact marginal de chacun des segments. Pour cela, la différence entre le besoin en capital du portefeuille et le besoin en capital du portefeuille privé du segment évalué est calculé.

$$SCR_{\text{marg., seg } k} = \frac{SCR_{\text{entité}} - SCR_{\text{entité}\setminus\{k\}}}{\sum_{k \in n} (SCR_{\text{entité}} - SCR_{\text{entité}\setminus\{k\}})} \times SCR_{\text{entité}}$$

- SCR entité : SCR de l'entité obtenu à l'aide de la Formule Standard
- Entité : composé de n segments disjoints {seg 1, ..., seg n }
- SCR seg k : SCR associé au segment k  $\in \{1, \dots, n\}$
- SCR entité{k} : SCR des coalitions des segments de l'entité incluant le segment k, obtenu à l'aide de la Formule Standard
- SCR entité\{k} : SCR des coalitions des segments de l'entité privé du segment k, obtenu à l'aide de la Formule Standard
- SCR marg., seg k : contribution au SCR du segment k avec la méthode d'allocation marginale

-  Prends en compte la contribution marginale de chaque segment d'activité.
-  S'intéresse uniquement à la contribution marginale de chaque segment à l'ensemble de l'activité, et non à des sous-ensembles.  
Nécessite la détermination  $2n + 1$ .

#### Illustration de la méthode d'allocation marginale

Hypothèse de l'illustration :

Identique à celle de l'illustration de la méthode proportionnelle.

Informations nécessaires à l'application de la méthode marginale :

- Informations nécessaires à l'application de la méthode proportionnelle
- SCR des coalitions de segments : {(seg 1, seg 2, seg 3) ; (seg 1, seg 2, seg 4) ; (seg 2, seg 3, seg 4) ; (seg 1, seg 3, seg 4)}

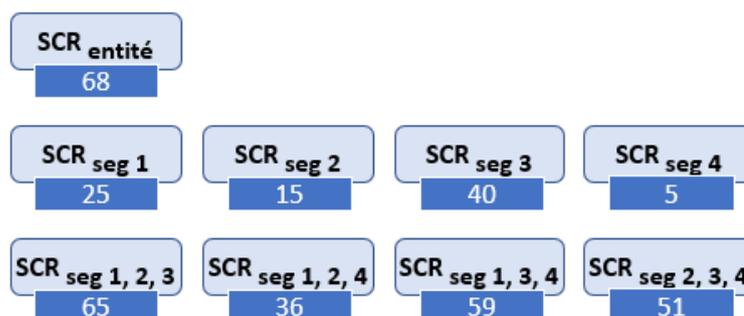


Figure 22 : Ensemble des SCR nécessaires à l'application de la méthode d'allocation du capital marginale

Détail du calcul du bénéfice de diversification alloué au segment 1 :

$$SCR_{\text{marg., seg } 1} =$$

$$\frac{SCR_{entité} \times (SCR_{entité} - SCR_{seg\ 2,3,4})}{[SCR_{entité} - SCR_{seg\ 1,2,3}] + [SCR_{entité} - SCR_{seg\ 1,2,4}] + [SCR_{entité} - SCR_{seg\ 1,3,4}] + [SCR_{entité} - SCR_{seg\ 2,3,4}]}$$

SCR seg 1	SCR seg 2	SCR seg 3	SCR seg 4
<b>SCR avant allocation du bénéfice de diversification</b>			
25	15	40	5
<b>Valeur du segment après allocation</b>			
$\frac{68 \times (68 - 51)}{((68 - 65) + (68 - 36) + (68 - 59) + (68 - 51))} = 18,6$	$\frac{68 \times (68 - 59)}{((68 - 65) + (68 - 36) + (68 - 59) + (68 - 51))} = 9,8$	$\frac{68 \times (68 - 36)}{((68 - 65) + (68 - 36) + (68 - 59) + (68 - 51))} = 36,4$	$\frac{68 \times (68 - 65)}{((68 - 65) + (68 - 36) + (68 - 59) + (68 - 51))} = 2,8$
<b>Montant du bénéfice de diversification alloué</b>			
25 - 18,6 = 6,4	15 - 9,8 = 5,2	40 - 36,4 = 3,6	5 - 2,8 = 2,2
<b>Participation du segment au SCR de l'entité</b>			
18,6 / 68 = 27,5%	9,8 / 68 = 14,5%	36,4 / 68 = 53,9%	2,8 / 68 = 4,1%

Le SCR du segment 1 avant allocation du capital est de 25 unités. À l'aide de la méthode d'allocation du capital marginale, 6,4 unités du bénéfice de diversification sont allouées au segment 1, le SCR du segment 1 après allocation est de 18,6 unités et il contribue à 27,5% du SCR de l'entité.

### 2.2.3. Méthode de Shapley

C'est une méthode discrète qui va s'intéresser non seulement à la contribution marginale de chaque segment à l'ensemble, mais aussi à tous les sous-ensembles. Le segment se voit affecter un gain correspondant à son apport à toutes les coalitions possibles entre les segments qui composent l'entité.

$$SCR_{shapley, seg\ k} = \sum_{\beta} \frac{(n - |\beta \setminus \{k\}|)! (|\beta \setminus \{k\}| - 1)!}{n!} \times (SCR_{\beta \setminus \{k\}} - SCR_{\beta / \{k\}})$$

- Entité : composé de n segments disjoints {seg 1, ..., seg n }
- $\beta$  : ensemble des coalitions et sous-coalitions composées par les n segments d'activités de l'entité
- $\beta \setminus \{k\}$  : coalition  $\beta$  qui inclut le segment k
- $|\beta \setminus \{k\}|$  : taille de la coalition  $\beta$  qui inclut le segment k
- $SCR_{\beta \setminus \{k\}}$  : SCR de la coalition  $\beta$  qui inclut le segment k
- $SCR_{\beta / \{k\}}$  : SCR de la coalition  $\beta$  privée du segment k
- $SCR_{shapley, seg\ k}$  : contribution au SCR du segment k avec la méthode d'allocation de Shapley

-  Prends en compte la contribution marginale relative à tous les sous-ensembles possibles de N et ne se cantonne pas à l'ensemble N.
-  Nécessite la détermination de  $2^n - 1$  SCR.

### Illustration de la méthode d'allocation de Shapley

Hypothèse de l'illustration :

2.2.3. Méthode de Shapley

Identique à celle de l'illustration de la méthode proportionnelle.

Informations nécessaires à l'application de la méthode marginale :

- Informations nécessaires à l'application de la méthode marginale
- SCR des sous-coalitions {(seg 1, seg 2) ; (seg 1, seg 3) ; (seg 1, seg 4) ; (seg 2, seg 3) ; (seg 2, seg 4) ; (seg 3, seg 4)}

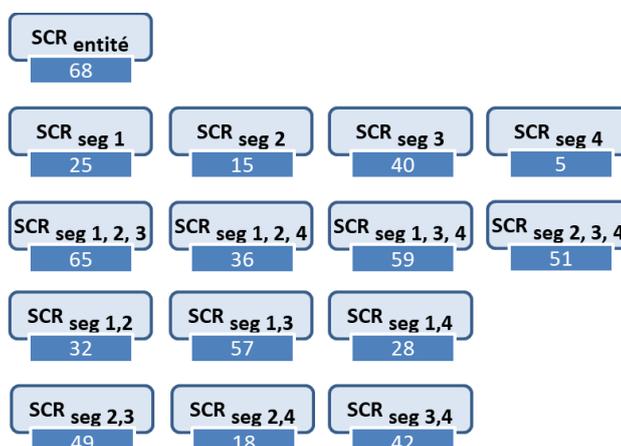


Figure 23 : Ensemble des SCR nécessaires à l'application de la méthode d'allocation du capital de Shapley

Détail du calcul du bénéfice de diversification alloué au segment 1 :

$$SCR_{shapley, seg1} = \frac{(4-1)! \times (1-1)!}{4!} \times SCR_{seg1} + \frac{(4-2)! \times (2-1)!}{4!} \times [SCR_{seg1,2} - SCR_{seg2} + SCR_{seg1,3} - SCR_{seg3} + SCR_{seg1,4} - SCR_{seg4}] + \frac{(4-3)! \times (3-1)!}{4!} \times [SCR_{seg1,2,3} - SCR_{seg2,3} + SCR_{seg1,2,4} - SCR_{seg2,4} + SCR_{seg1,3,4} - SCR_{seg3,4}] + \frac{(4-4)! \times (4-1)!}{4!} \times [SCR_{entité} - SCR_{seg2,3,4}]$$

SCR seg 1	SCR seg 2	SCR seg 3	SCR seg 4
<b>SCR avant allocation du bénéfice de diversification</b>			
25	15	40	5
<b>Valeur du segment après allocation</b>			
$\frac{1}{4} \times 25 + \frac{1}{12} \times [32 - 15 + 57 - 40 + 28 - 5] + \frac{1}{12} \times [65 - 49 + 36 - 18 + 59 - 42] + \frac{1}{4} \times [68 - 51] = 19,3$	$\frac{1}{4} \times 15 + \frac{1}{12} \times [32 - 25 + 49 - 40 + 18 - 5] + \frac{1}{12} \times [51 - 42 + 36 - 28 + 65 - 57] + \frac{1}{4} \times [68 - 59] = 10,5$	$\frac{1}{4} \times 40 + \frac{1}{12} \times [49 - 15 + 57 - 25 + 42 - 5] + \frac{1}{12} \times [65 - 32 + 51 - 18 + 59 - 28] + \frac{1}{4} \times [68 - 36] = 34,7$	$\frac{1}{4} \times 5 + \frac{1}{12} \times [18 - 15 + 42 - 40 + 28 - 25] + \frac{1}{12} \times [51 - 49 + 36 - 32 + 59 - 57] + \frac{1}{4} \times [68 - 65] = 3,1$
<b>Montant du bénéfice de diversification alloué</b>			
$25 - 19,3 = 5,7$	$15 - 10,5 = 4,5$	$40 - 34,7 = 5,3$	$5 - 3,1 = 1,9$
<b>Participation du segment au SCR de l'entité</b>			
$19,3 / 68 = 28,6\%$	$10,5 / 68 = 15,5\%$	$34,7 / 68 = 51,3\%$	$3,1 / 68 = 4,6\%$

Le SCR du segment 1 avant allocation est de 25 unités. À l'aide de la méthode d'allocation du capital de Shapley, 5,7 unités du bénéfice de diversification sont allouées au segment 1, le SCR après allocation est de 19,3 unités et il contribue à 28,6% du SCR de l'entité.

### 2.2.4. Comparaison des méthodes d'allocation du capital

La mise en parallèle de ces trois méthodes d'allocation du capital peut se résumer ainsi :

Méthode	Description	Données nécessaires	Inconvénient
<b>Proportionnelle</b>	Distribue proportionnellement aux poids des segments le bénéfice de diversification	$n + 1$ SCR	Ne prends pas en compte les corrélations entre les segments.
<b>Marginale</b>	Prends en compte la contribution marginale de chaque segment à l'ensemble de l'activité.	$2n + 1$	Difficile à mettre en place en l'absence de matrice de corrélation inter-segments. Ne prends pas en compte la contribution marginale de tous les sous-ensembles des segments.
<b>De Shapley</b>	Prends en compte la contribution marginale relative à tous les sous-ensembles possibles des $n$ segments.	$2^n - 1$	Difficile à mettre en place en l'absence d'une matrice de corrélation inter-segments.

Les illustrations des méthodes d'allocation du capital mettent en évidence que les résultats à la suite de l'application de la méthode marginale et de Shapley sont relativement similaires comparé aux résultats issus de la méthode proportionnelle.

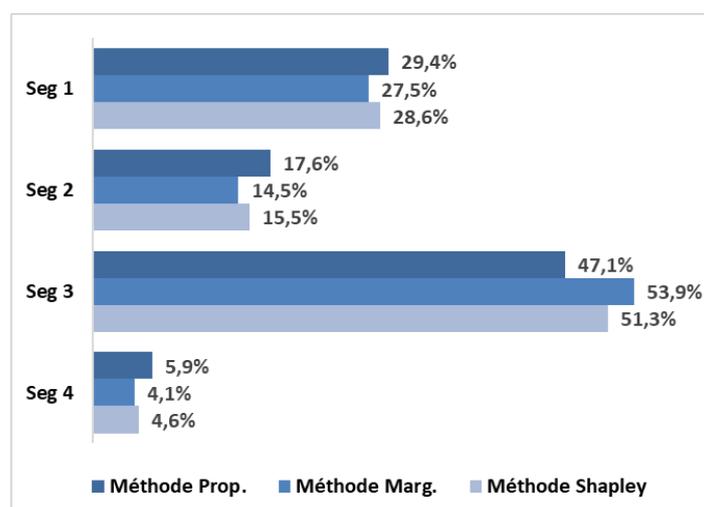


Figure 24 : Contribution des segments au SCR de l'entité selon la méthode d'allocation du capital

La comparaison du coût de l'application de la méthode de Shapley et la méthode marginale en termes de temps de calcul et de ressources nécessaires (maquettes de calculs) sont relativement similaires. Par conséquent, une société d'assurance dont les moyens techniques lui permettent d'appliquer la méthode marginale sera en moyen d'appliquer la méthode de Shapley et optera pour celle-ci, car elle est plus pertinente d'un point de vue mathématique.



**Idées à retenir**

Ces études montrent que pour le **bénéfice de diversification entre segments d'activités**, la méthode la plus pertinente de notre exemple est la **méthode de Shapley**. Cependant, son application à un coût non négligeable pour une société d'assurance, car elle nécessite la détermination de  $2^n - 1$  SCR.

La méthode de Shapley est la plus pertinente dans le cadre de l'allocation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités. Mais les résultats d'allocation sont-ils toujours sensibles à la méthode d'allocation choisie ou cela dépend-il des caractéristiques des segments d'activités considérés ?

**2.2.5. Sensibilité des résultats à la méthode d'allocation du capital choisie**

Afin d'analyser l'impact du choix de la méthode d'allocation du capital choisie, différentes études de sensibilité sont présentées dans cette partie.

Pour déterminer la dispersion des SCR après allocation du bénéfice de diversification selon la méthode appliquée, la mesure suivante est définie :

$$Dispersion_{seg\ 1, \dots, seg\ n} = \frac{\frac{1}{n} \sum_i |SCR_{seg\ k} - \frac{1}{n} \sum_i SCR_{seg\ k}|}{\frac{1}{n} \sum_i SCR_{seg\ k}}$$

$SCR_{mét\ \alpha, seg\ k}$  : SCR du segment k obtenue suite à l'application de la méthode d'allocation du capital  $\gamma$ , avec  $\gamma = \{\text{méthode proportionnelle ; méthode marginale ; méthode de Shapley}\}$

$$Dispersion_{mét, seg\ k} = \frac{\sum_{\alpha} |SCR_{mét\ \gamma, seg\ k} - \frac{1}{n} \sum_{\gamma} SCR_{mét\ \gamma, seg\ k}|}{\sum_{\gamma} SCR_{mét\ \gamma, seg\ k}}$$

*Formule 3 : Dispersion des résultats à l'issus de l'application selon différentes méthodes d'allocation du capital*

Cette mesure a été choisie de manière similaire à la Formule 1 : elle est comprise entre 0 et 1, et elle prend en considération le poids de chacun des segments k.

**Étude de sensibilité 1 : Méthode d'allocation du capital et corrélation des segments d'activités**

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'impact du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation des segments d'activités.

Une entité composée de 2 segments d'activités disjoints est considérée.

- $SCR_{seg\ 1} = 25$  Unités
- $SCR_{seg\ 2} = 75$  Unités
- $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 50\%$

$Dispersion_{mét} =$

$$[|SCR_{prop} - \frac{1}{3}(SCR_{prop} + SCR_{marg} + SCR_{Shap})| + |SCR_{marg} - \frac{1}{3}(SCR_{prop} + SCR_{marg} + SCR_{Shap})| + |SCR_{Shap} - \frac{1}{3}(SCR_{prop} + SCR_{marg} + SCR_{Shap})|] \times \frac{1}{SCR_{prop} + SCR_{marg} + SCR_{Shap}}$$

2.2.5. Sensibilité des résultats à la méthode d'allocation du capital choisie

Pour une corrélation de 20% entre le segment 1 et 2 :

$$Dispersion_{mét,seg 1} = \frac{|21-16|+|11-16|-|17-16|}{21+11+17} = 22\%, \text{ avec } 16 = \frac{21+11+17}{3}$$

$$Dispersion_{mét,seg 2} = \frac{|63-67|+|73-67|-|67-67|}{63+73+67} = 5\%, \text{ avec } 67 = \frac{63+73+67}{3}$$

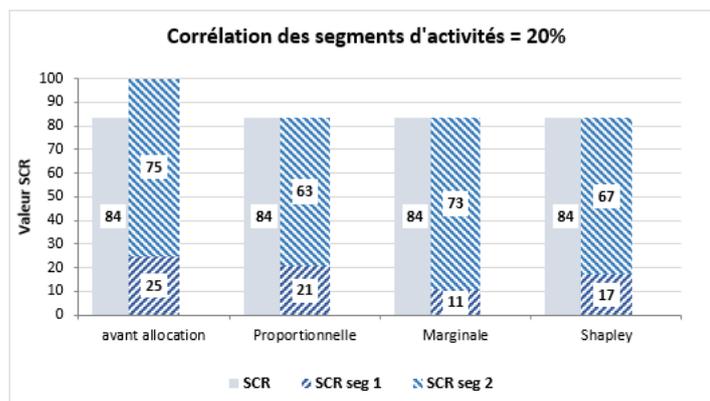


Figure 25 : SCR après allocation du capital selon la méthode pour une corrélation de 20% entre les segments d'activités

La variation de la corrélation entre le segment 1 et 2, donne les résultats suivants :

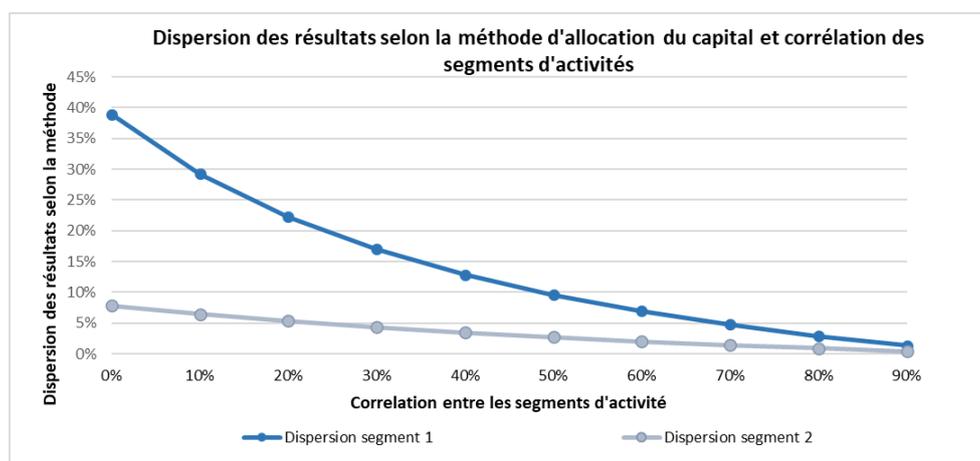


Figure 26 : Dispersion des résultats après allocation du capital selon la méthode et la corrélation entre les segments d'activités

Pour le segment 1, dont le SCR = 25 unités, lorsque la corrélation croit de 0 à 90%, la dispersion des résultats après allocation du capital décroît de 39% à 1%.

Pour le segment 2, dont le SCR = 75 unités, lorsque la corrélation croit de 0 à 90%, la dispersion des résultats après allocation du capital décroît de 8% à 0%.

La corrélation impacte la dispersion des résultats après allocation du capital et le poids du segment accentue fortement cet impact.

Plus la corrélation entre les segments est faible plus, la méthode d'allocation du capital choisie à son importance, et cet effet est très fortement amplifié pour le segment qui a le poids le plus faible (ici segment 1).

### Étude de sensibilité 2 : Méthode d'allocation du capital et dispersion des segments d'activités

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'impact du choix de la méthode d'allocation du capital selon la dispersion des segments d'activités.

Une entité composée de 2 segments d'activités disjoints est considérée.

- $SCR_{seg\ 1} + SCR_{seg\ 2} = 100$  Unités
- $Corrélation_{seg\ 1, seg\ 2} = 50\%$

Les résultats suivants sont obtenus :

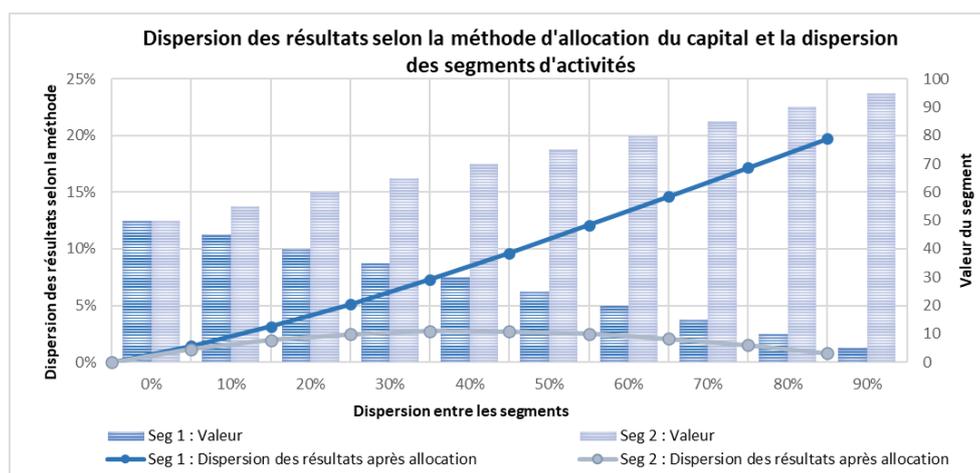


Figure 27 : Dispersion des résultats après allocation du capital selon la méthode et la dispersion entre les segments d'activités

Pour le segment 1, lorsque la dispersion entre segment 1 et 2 croît de 0 à 90%, le SCR décroît de 50 à 5 unités, et la dispersion des résultats après allocation du capital croît de 0% à 20%.

Pour le segment 2, lorsque la dispersion entre segment 1 et 2 croît de 0 à 90%, le SCR croît de 50 à 95 unités, et la dispersion des résultats après allocation du capital croît de 0% à 3% puis décroît à 1%.

On observe que la dispersion entre les segments impacte fortement la dispersion des résultats selon la méthode d'allocation du capital choisie et que le poids du segment modifie cet impact.

Plus la dispersion entre les segments est forte plus, la méthode d'allocation du capital choisie à son importance pour le segment qui a un faible poids.

Le segment au poids le plus fort est peu sensible à la méthode d'allocation du capital choisie (ici segment 2).

### Étude de sensibilité 3 : Méthode d'allocation du capital, corrélation, dispersion et poids des segments d'activités

L'objectif de cette étude est d'évaluer l'impact croisé des trois facteurs de sensibilité à la méthode d'allocation du capital :

- Corrélation des segments d'activités
- Dispersion des segments d'activités
- Poids des segments d'activités

Pour cela, une entité composée de 2 segments d'activités disjoints est considérée.

- $SCR_{seg\ 1} + SCR_{seg\ 2} = 100$  Unités
- Trois cas de corrélations :
  - o Corrélation forte :  $Corr_{seg\ 1, seg\ 2} = 80\%$

2.2.5. Sensibilité des résultats à la méthode d'allocation du capital choisie

- Corrélation moyenne :  $Corr_{seg\ 1, seg\ 2} = 50\%$
- Corrélation faible :  $Corr_{seg\ 1, seg\ 2} = 20\%$
- Trois cas de dispersions :
  - Dispersion forte :  $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 80\%$ 
    - ⇒  $SCR_{seg1} = 10$  Unités
    - ⇒  $SCR_{seg2} = 90$  Unités
  - Dispersion moyenne :  $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 50\%$ 
    - ⇒  $SCR_{seg1} = 25$  Unités
    - ⇒  $SCR_{seg2} = 75$  Unités
  - Dispersion faible :  $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 20\%$ 
    - ⇒  $SCR_{seg1} = 40$  Unités
    - ⇒  $SCR_{seg2} = 60$  Unités

Le calcul de la dispersion des résultats selon la méthode d'allocation du capital donne les résultats suivants :

		Corrélation faible	Corrélation moyenne	Corrélation forte
Dispersion faible	Seg 1	8%	3%	1%
	Seg 2	4%	2%	1%
Dispersion moyenne	Seg 1	22%	10%	3%
	Seg 2	5%	3%	1%
Dispersion forte	Seg 1	37%	17%	5%
	Seg 2	3%	1%	1%

Une représentation graphique est réalisée pour une meilleure interprétation.

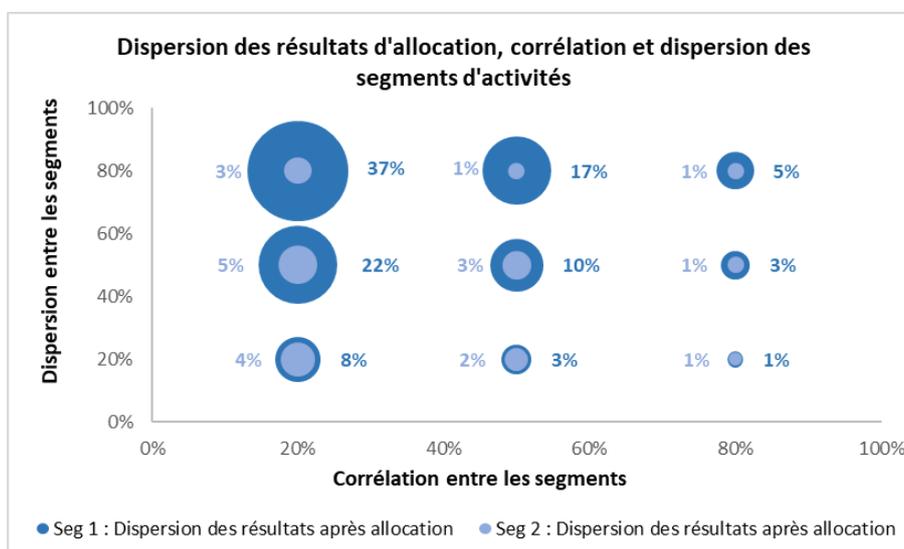


Figure 28 : Dispersion des résultats après allocation du capital selon la dispersion et corrélation entre segments d'activités

Cette étude croisée des trois facteurs impactant la sensibilité au choix de la méthode d'allocation du capital démontre que face à des segments d'activités avec :

- Une forte dispersion
- Une faible corrélation

2.2.5. Sensibilité des résultats à la méthode d'allocation du capital choisie

Le segment avec le poids le plus faible, ici segment 1, est très fortement impacté par la méthode d'allocation du capital choisie.

Cette étude mixte discontinue est complétée par une étude continue de la variation des variables, qui confirme les résultats précédents.

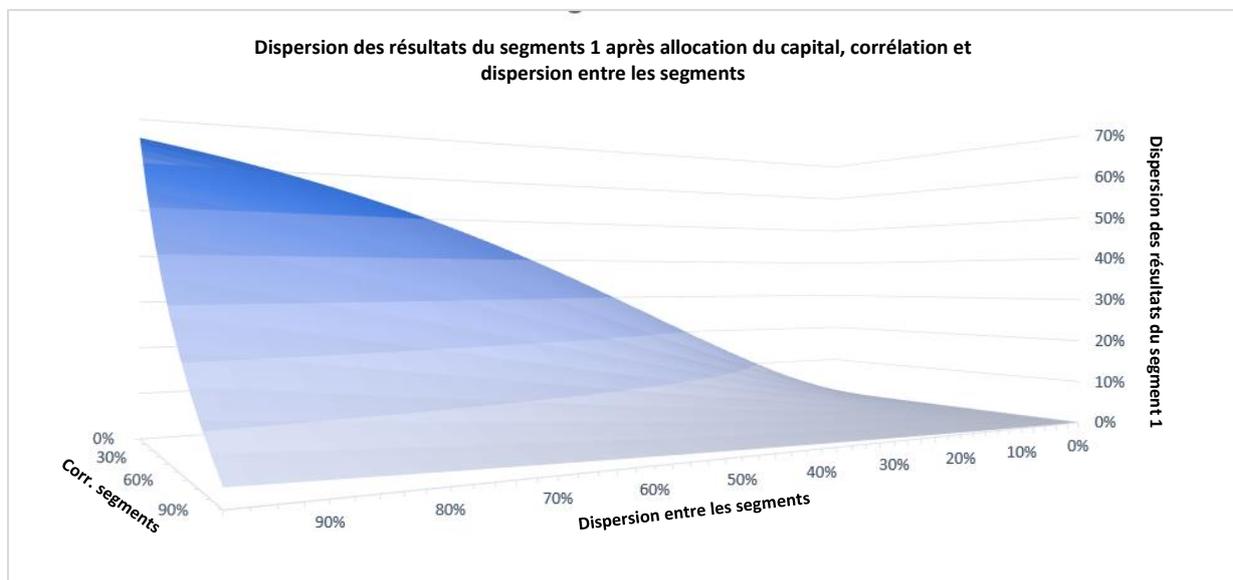


Figure 29 : Dispersion des résultats après allocation du capital du segment 1 selon la dispersion et corrélation entre segments d'activités (variables continues)

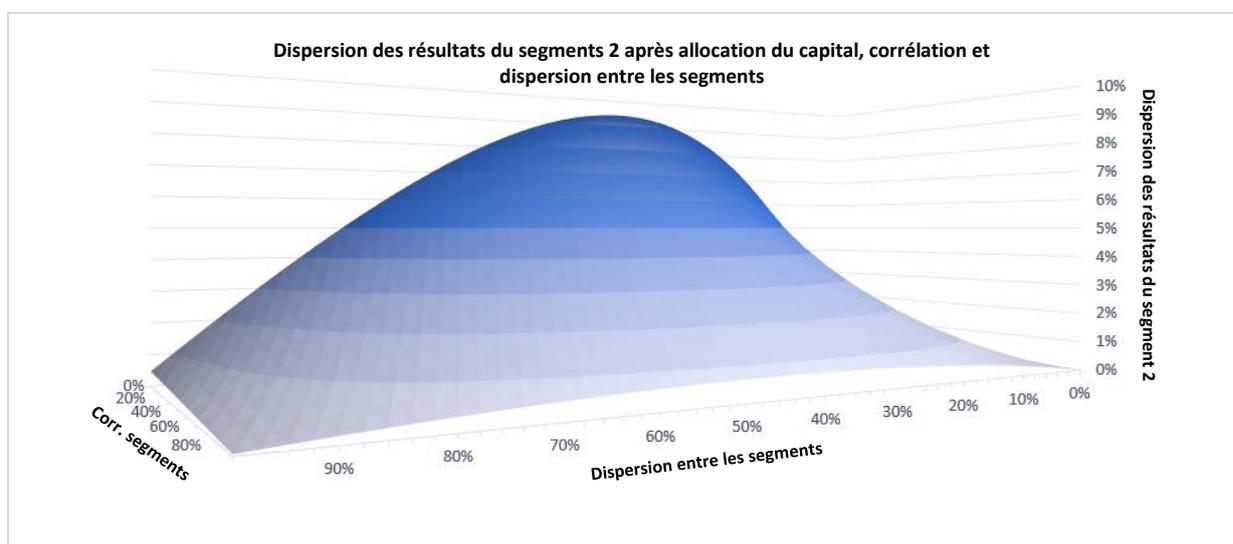


Figure 30 : Dispersion des résultats après allocation du capital du segment 2 selon la dispersion et corrélation entre segments d'activités (variables continues)



**Idées à retenir**

Ces études de sensibilité montrent que la **dispersion des résultats** aux choix de la méthode d'allocation du capital dépend de trois facteurs :

- **La corrélation entre les segments d'activités**

- La dispersion entre les segments d'activités
- Le poids des segments d'activités

**Plus la corrélation entre les segments est faible et la dispersion est forte, plus le segment au faible poids est sensible à la méthode d'allocation choisie.**

### 2.2.6. Choix de la méthode d'allocation du capital

Dans la partie 2.1.2, les études de sensibilité montrent que le poids du bénéfice de diversification dépend de deux facteurs :

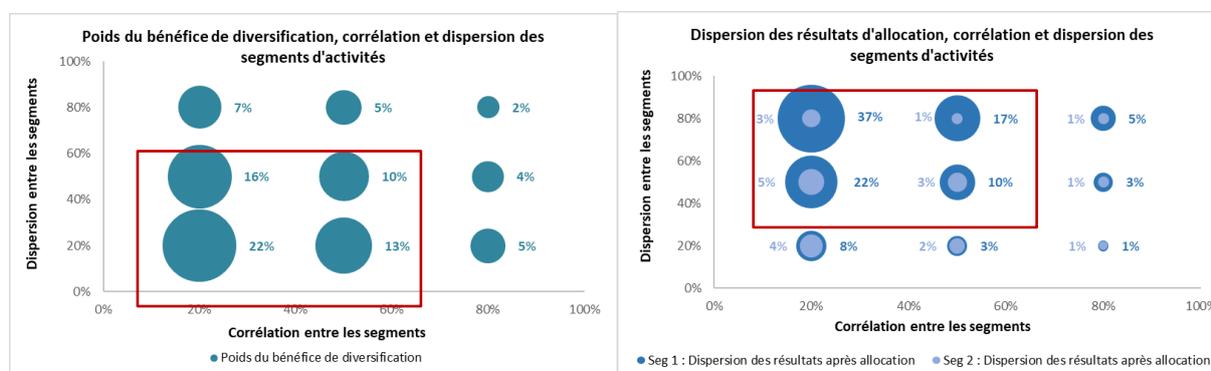
- La corrélation entre les segments d'activités.
- La dispersion entre les segments d'activités.

Dans la partie 2.2.4, les études montrent que dans le cadre du bénéfice de diversification entre segments d'activités, la méthode la plus pertinente est la méthode de Shapley.

Dans la partie 2.2.5, les études montrent que la sensibilité des résultats d'allocation du capital dépend de trois facteurs :

- La corrélation entre les segments d'activités.
- La dispersion entre les segments d'activités.
- Le poids des segments d'activités.

La mise en parallèle des résultats de ces études permet de cartographier les situations dans lesquels il sera nécessaire d'opter pour une méthode d'allocation qui prend en compte l'impact marginal entre les segments.



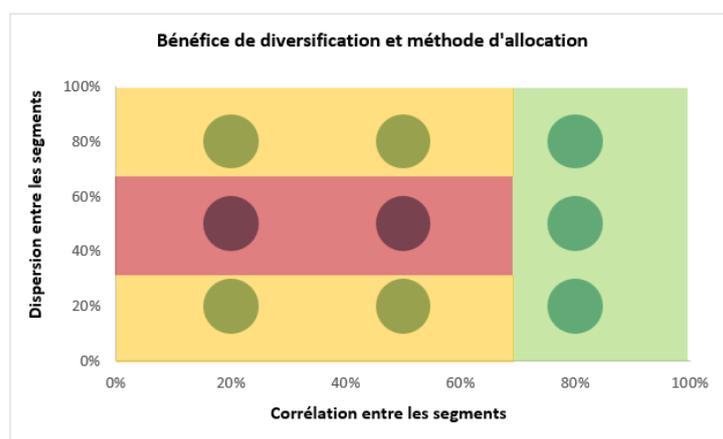


Figure 31 : Cartographie de l'importance du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation et dispersion entre les segments d'activités

Trois zones sont obtenues :

- **Zone verte** : Corrélation forte entre les segments d'activités

Dans cette situation, le poids du bénéfice de diversification inter-segments d'activités et la sensibilité des résultats d'allocation à la méthode choisie sont faibles.

L'application d'une méthode d'allocation du capital proportionnelle est suffisante.

- **Zone orange** : Dispersion faible et corrélation faible à moyenne entre les segments d'activités

Dans cette situation, le poids du bénéfice de diversification inter-segments d'activités est très important, donc malgré une sensibilité des résultats à la méthode d'allocation choisie faible.

L'application d'une méthode d'allocation du capital qui prend en compte les impacts marginaux entre les segments est conseillée.

- **Zone orange** : Dispersion forte et corrélation faible à moyenne entre les segments d'activités

Dans cette situation, le poids du bénéfice de diversification inter-segments d'activités est faible, mais la sensibilité des résultats à la méthode d'allocation choisie est très élevée pour le segment au plus faible poids.

L'application d'une méthode d'allocation du capital qui prend en compte les impacts marginaux entre les segments est conseillée.

- **Zone rouge** : Dispersion moyenne et corrélation faible à moyenne entre les segments d'activités

Dans cette situation le poids du bénéfice de diversification inter-segments d'activités et la sensibilité des résultats d'allocation à la méthode choisie sont élevés.

L'application d'une méthode d'allocation du capital qui prend en compte les impacts marginaux entre les segments est nécessaire.

Une étude complémentaire à l'aide de variables continues est effectuée. Pour cela, un graphique en trois dimensions est réalisé avec :

- Pour variable expliqué :
  - Importance du choix de la méthode d'allocation = Poids du bénéfice de diversification X Dispersion des résultats
- Pour variables explicatives :

2.2.6. Choix de la méthode d'allocation du capital

- Corrélation entre les segments d'activités
- Dispersion entre les segments d'activités

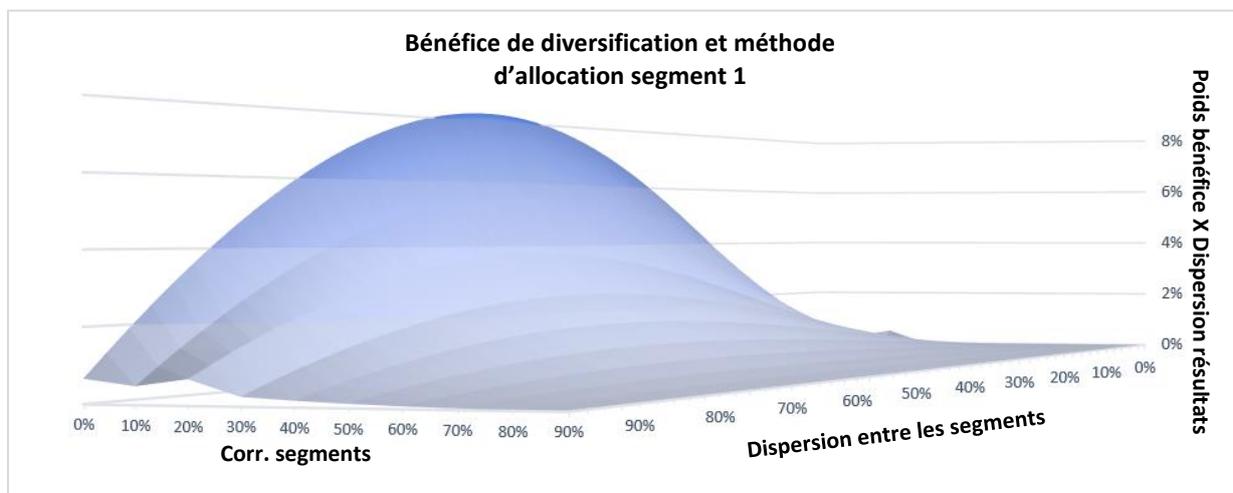


Figure 32 : L'importance du choix de la méthode d'allocation du capital du segments 1 selon la corrélation et dispersion entre les segments d'activités (variables continues)

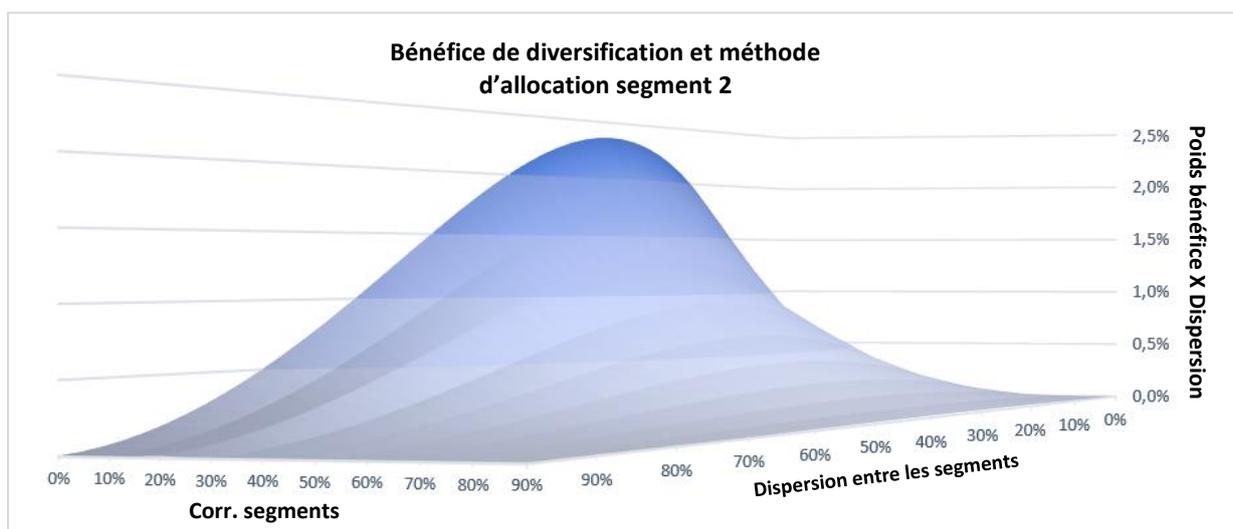


Figure 33 : L'importance du choix de la méthode d'allocation du capital du segments 2 selon la corrélation et dispersion entre les segments d'activités (variables continues)

Les résultats obtenus confirment les résultats de l'étude mixte précédente.



**Idées à retenir**

Cette étude montre que l'application d'une méthode qui prend en compte les impacts marginaux entre les segments d'activités se justifie sous certaines conditions. Il est donc **important d'étudier les caractéristiques des segments d'activités** afin d'appliquer la méthode la plus adaptée à la situation.

## 2.3. SCR et allocation du bénéfice de diversification

### 2.3.1. Pratiques sur le marché de l'assurance

Cette partie présente les pratiques, courantes d'allocation du capital issus du bénéfice de diversification inter-segments d'activités des SCR rencontrée chez différents assureurs et présente dans la littérature actuarielle.

#### **1) Méthode de détermination des SCR des segments d'activités**

Pour déterminer les SCR par segments d'activités, les assureurs utilisent la méthode suivante pour chacun des segments.

##### **Étape 1 : Détermination des SCR des sous-modules de risques du segment d'activité**

Il faut différencier les sous-modules de risques :

- Liés uniquement à l'actif de l'assureur : risque immobilier, risque action ...
- Liés uniquement au passif de l'assureur : risque longévité, risque de mortalité ...
- Mixte : liés à l'actif et au passif de l'assureur : risque de taux, risque de contrepartie ...

Les sous-modules de risques liés uniquement aux passifs de l'assureur sont généralement déterminés grâce aux inputs disponibles à la maille du segment considéré.

Les sous-modules de risques liés à l'actif de l'assureur ne sont généralement pas disponibles à la maille segment d'activité et déterminés grâce à des clés de répartition.

$$SCR_{mssactif,entité} = \theta_1 SCR_{mssactif,seg\ 1} + \dots + \theta_n SCR_{mssactif,seg\ n}$$

- Entité = {seg 1, .. seg n}, n segments disjoints
- $SCR_{mssactif,entité}$  : SCR d'un sous-module de risque liés uniquement à l'actif de l'entité
- $SCR_{mssactif,segk}$  : SCR d'un sous-module de risque liés uniquement à l'actif du segment  $k \in \{1, n\}$
- $\theta$  : Clé de répartition du SCR du sous-module de risque  $mssactif$  liés uniquement à l'actif,  $\theta_1 + \dots + \theta_n = 1$

Les sous-modules de risques mixtes sont déterminés grâce à la combinaison de deux méthodes précédentes.

##### **Étape 2 : Agrégation des SCR des sous-modules de risques pour obtenir les SCR des modules de risques du segment d'activité**

Une fois que l'assureur a déterminé les SCR des sous-modules de risques, il utilise les matrices de corrélation fournies dans le REGLEMENT DELEGUE 2015/35 (voir *partie 1 : Rappel des facteurs de risque réglementaires auxquels est exposée une société d'assurance Santé Prévoyance*) pour déterminer les SCR des modules de risques.

##### **Étape 3 : Agrégation des modules de risques pour obtenir le SCR du segment d'activité**

Une fois que l'assureur a déterminé les SCR des modules de risques, l'assureur utilise la matrice de corrélation fournie dans le REGLEMENT DELEGUE 2015/35 (voir *partie 1 : Rappel des facteurs de risque réglementaires auxquels est exposée une société d'assurance Santé Prévoyance*) pour déterminer le SCR du segment d'activité.

#### **2) Méthode d'allocation du bénéfice de diversification des SCR entre les segments d'activités**

Une fois les SCR des segments d'activités déterminés, l'assureur peut quantifier son bénéfice de diversification généré par la diversification de son activité.

$$\text{Bénéfice de div. inter}_{segments} = \sum_k SCR_{seg\ k} - SCR_{entité}$$

Pour étudier la participation de chacun de ces segments d'activités au SCR de l'entité, il doit procéder à l'allocation de ce bénéfice à chaque SCR des segments d'activités.

La littérature actuarielle s'est beaucoup intéressée au bénéfice de diversification inter-risques mais très peu au bénéfice de diversification inter-segments d'activités. Cependant, sur le marché de l'assurance et dans la littérature, deux pratiques sont rencontrées.

**Pratique 1 : Méthode proportionnelle appliquée au niveau des SCR des segments d'activités**

Une fois les SCR par segments d'activités déterminés, la majorité des sociétés d'assurance utilisent la méthode proportionnelle pour allouer le bénéfice de diversification inter-segments d'activités, qu'il applique directement au niveau des SCR des segments. Cette méthode se réalise à l'aide d'une seule étape.

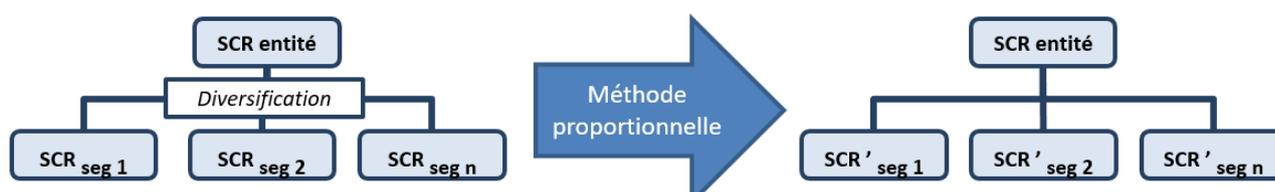


Figure 34 : Illustration de la pratique n°1 - méthode d'allocation du capital proportionnelle au niveau du SCR

- Facile à mettre en œuvre, cette méthode conserve les effets liés au bénéfice de diversification.
- Ne prends pas en compte les dépendances existantes au sein des segments.

**Pratique 2 : Méthode de Shapley appliquée au niveau des SCR des segments d'activités**

Les entreprises qui ont les ressources nécessaires optent plutôt pour la méthode de Shapley, appliquée directement au niveau des SCR. Cette méthode se réalise à l'aide d'une seule étape.



Figure 35 : Illustration de la pratique n°2 - méthode d'allocation du capital de Shapley au niveau du SCR total

- Prends en compte la contribution marginale relative à tous les sous-ensembles possibles de segments d'activités.
- Nécessite la détermination de  $2^n - 1$  SCR.

Dans la pratique, cette dernière méthode est très rarement applicable, car elle est très coûteuse en temps et en ressources (nécessité de disposer de maquettes qui calculent l'ensemble des coalitions

2.3.2. Proposition d'une méthode alternative

des SCR des segments d'activités), elle a seulement été rencontrée dans le cadre d'une entreprise<sup>1</sup> qui calcule son SCR à l'aide d'un modèle interne.



**Idées à retenir**

Deux pratiques d'allocation du bénéfice de diversification entre les segments d'activités sont présentes sur le marché de l'assurance.

Dans la majorité des cas : **méthode proportionnelle** appliquée **au niveau des SCR** des segments d'activités. Méthode qui a l'avantage d'être facile à mettre en place, mais ne prend pas en compte les dépendances existantes au sein des segments (impacts marginaux).

Très rarement : **méthode de Shapley** appliquée **au niveau des SCR** des segments d'activités. Méthode qui a l'avantage de prendre en considération la contribution marginale relative à tous les sous-ensembles possibles des segments d'activités, mais qui est très coûteuse en temps et en ressources.

**2.3.2. Proposition d'une méthode alternative**

Dans cette partie, l'ensemble des calculs du SCR sont réalisés à l'aide de la Formule Standard et aucune matrice de corrélation inter-segments d'activités n'est connue.

La partie 2.2.5 révèle que selon les caractéristiques des segments d'activités, les résultats d'allocation peuvent être très sensibles à la méthode d'allocation du capital choisie. Il est donc préférable d'appliquer la méthode de Shapley qui prend en compte les dépendances existantes au sein des segments. Cependant, pour les sociétés d'assurance qui réalisent leurs calculs de SCR via des maquettes Excel, l'utilisation de cette méthode est souvent impossible à mettre en place, car beaucoup trop coûteuse en temps et en ressources.

La nouvelle méthode proposée a les objectifs suivants :

- Prendre en compte l'impact marginal entre les segments d'activités
- Nécessite peu de ressources informatiques
- Être non chronophage

Pour cela, une approche Bottom – up est proposée : application d'allocation du capital successivement sur 3 niveaux.

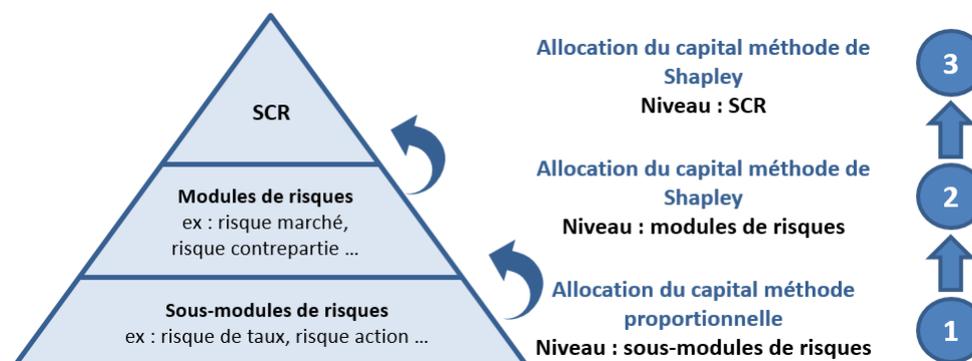


Figure 36 : Schéma de la nouvelle méthode proposée

<sup>1</sup> Delcambre M., 2014, Allocation du capital réglementaire.

**Étape 1 : Application de la méthode d'allocation du capital proportionnelle au niveau des sous-modules de risques.**

Comme évoqué précédemment pour déterminer les sous-modules de risques, les assureurs utilisent le plus souvent :

- Pour les risques liés uniquement à l'actif : des clés de répartition.
- Pour les risques liés uniquement au passif : les données généralement disponibles à la maille du segment.
- Pour les risques mixtes : une combinaison des deux méthodes précédentes.

En conséquence, par construction :

- Pour les sous-modules de risques liés uniquement à l'actif :

$$SCR_{massi} = \sum_k SCR_{massi, seg k} \rightarrow \text{pas de bénéfice de diversification}$$

- L'entité est composée de n segments disjoints.
- $SCR_{missa}$  : SCR du sous-module i du risque  $\alpha$  de l'entité
- $SCR_{missa, seg k}$  : SCR du sous-module i du risque  $\alpha$  du segment k avec  $i \in \{1, \dots, n\}$

- Pour les sous-modules de risques liés uniquement au passif et mixtes :

$$SCR_{massi} < \sum_k SCR_{massi, seg k} \rightarrow \text{présence d'un bénéfice de diversification}$$

À ce niveau, la méthode d'allocation du capital appliquée est la méthode proportionnelle qui est la seule applicable. La corrélation entre les segments d'activités est supposée inconnue, par conséquent les coalitions de SCR des segments d'activités sont impossibles à déterminer, de manière simple et non-chronophage.

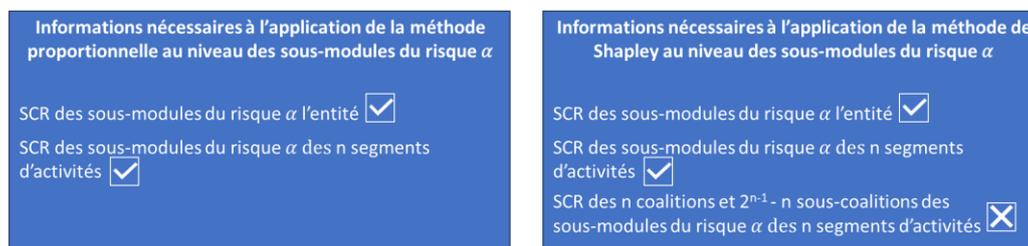


Figure 37 : Listes des informations disponibles et nécessaires à l'application de la méthode d'allocation de Shapley et proportionnelle entre les segments d'activités au niveau des sous-modules de risques

**Étape 2 : Application de la méthode d'allocation du capital de Shapley au niveau des modules de risques.**

À la suite de l'allocation du capital proportionnelle, au niveau des sous-modules de risques de l'étape 1,

$$SCR_{massi} = \sum_k SCR_{massi, seg k}$$

par conséquent, par simple addition, la détermination des coalitions et sous-coalitions des sous-modules de risques des segments d'activités est réalisable :

$$SCR_{massi, seg k1, k2} = SCR_{massi, seg k1} + SCR_{massi, seg k2} \text{ avec } k1 \text{ et } k2 \in \{1 ; \dots ; n\}$$

$$SCR_{massi, seg k1, k2, k3} = SCR_{massi, seg k1} + SCR_{massi, seg k2} + SCR_{mss, seg k3} \text{ avec } k1, k2, k3 \in \{1 ; \dots ; n\}$$

Ensuite, il ne reste qu'à agréger les coalitions et sous-coalitions des sous-modules de risques via les matrices de corrélation fournies par le REGLEMENT DELEGUE 2015/35 pour obtenir les SCR des coalitions et sous-coalitions des modules de risques des segments d'activités.

$$SCR_{\alpha, seg\ k1k2} = \sqrt{\sum_i corr_{mass1, mass2} \times SCR_{mass1, segk1k2} \times SCR_{mass2, segk1k2}}$$

À présent, la valeur des coalitions et sous-coalitions des modules de risques qui composent les segments d'activités :  $SCR_{\alpha, seg\ 1,2}$  ;  $SCR_{\alpha, seg\ 1,3}$ , ...,  $SCR_{\alpha, seg\ 1,2,3}$  ;  $SCR_{\alpha, seg\ 1,3,4}$  ... est connue.

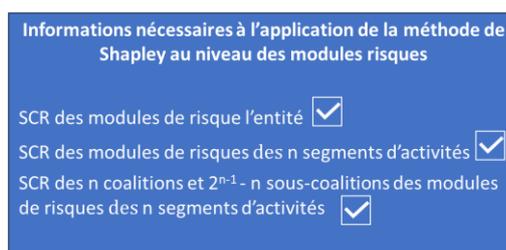


Figure 38 : Liste des informations disponibles et nécessaires à l'application de la méthode de Shapley entre les segments d'activités au niveau des modules de risques

L'application de la méthode de Shapley au niveau des SCR des modules de risques est réalisé.

### Étape 3 : Application de la méthode d'allocation du capital de Shapley au niveau des SCR.

On procède comme précédemment, mais au niveau des SCR.

À la suite de l'application de ces 3 étapes, la détermination des  $2^n - 1$  SCR qui permettent d'appliquer la méthode d'allocation du capital de Shapley au niveau des modules de risques et du SCR s'est effectuée aisément. Par conséquent, une allocation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités qui prend en compte les effets marginaux entre les segments d'activité sans utiliser beaucoup de ressources ou de temps a pu être réalisée.

Afin de mieux comprendre la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée, un exemple composé de deux risques et trois segments d'activités est présenté.

#### Illustration

L'exemple simplifié suivant est considéré :

Une société d'assurance constituée de trois segments d'activités :

Entité = {Santé individuelle, Santé collective, Prévoyance individuelle}

La matrice de corrélation entre ces segments d'activités n'est pas connue.

Cette société est soumise à deux risques : risque de contrepartie et le risque de souscription Santé, avec une corrélation de 25% entre ces risques.

2.3.2. Proposition d'une méthode alternative

Corrélation	SCR contrepartie	SCR sous santé
SCR contrepartie	1	
SCR sous santé	0,25	1

Le risque de contrepartie est composé de deux sous-modules de risque : risque type 1, risque type 2, avec une corrélation de 75% entre ces sous-modules.

Corrélation	Type 1	Type 2
Type 1	1	
Type 2	0,75	1

Le risque de souscription santé est par simplification composé de seulement deux sous-modules de risque : risque santé SLT, risque santé NSLT, avec une corrélation de 50% entre ces sous-modules.

Corrélation	Santé SLT	Santé NSLT
Santé SLT	1	
Santé NSLT	0,50	1

**SCR entité**

Entité = {Santé Indiv, Santé Coll, Prev Indiv}

SCR = {SCR Contrepartie, SCR de Sous. Santé}

Corrélation SCR Contrepartie, Sous. Santé = 25%

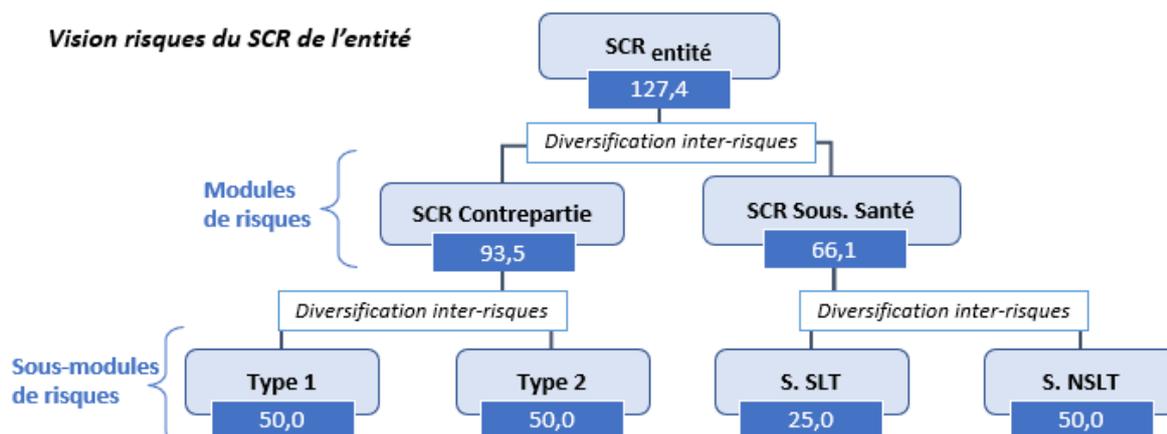
SCR Contrepartie = {risque Type 1, risque Type 2}

Corrélation risque Type 1, Type 2 = 75%

SCR Sous. Santé = {risque Santé SLT, risque Santé NSLT}

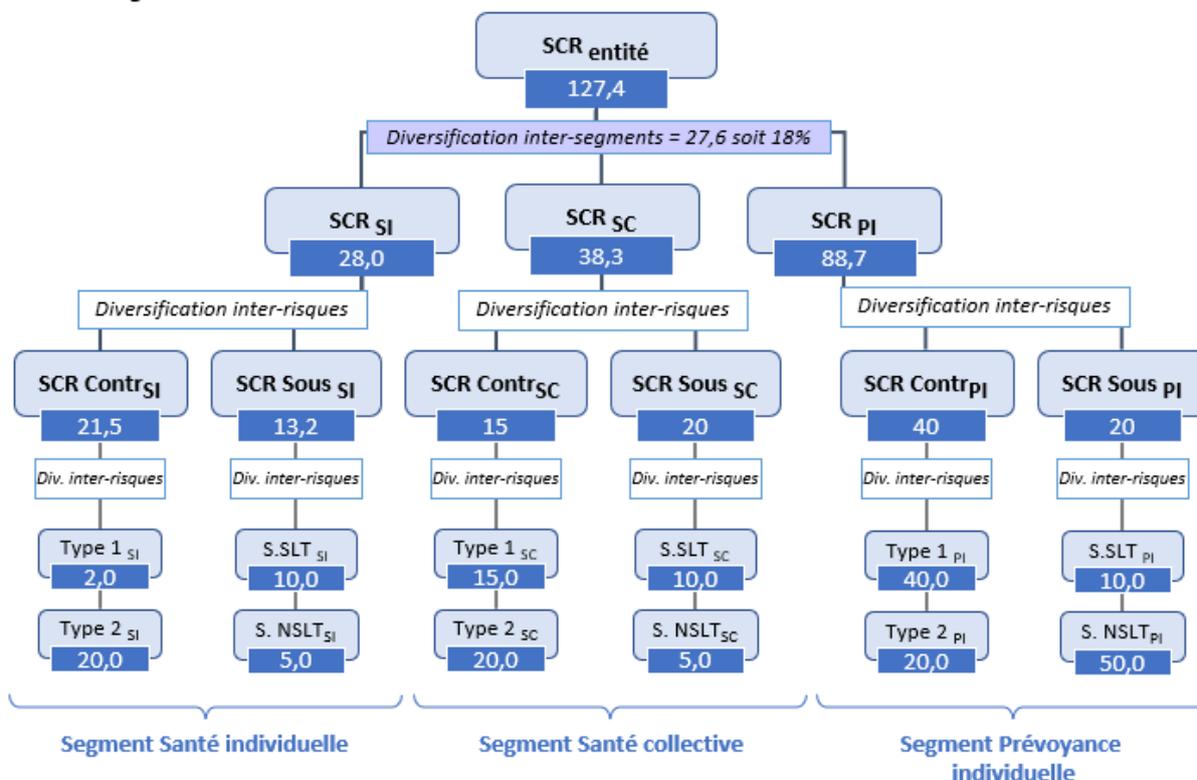
Corrélation risque Santé SLT, Santé NSLT = 50%

**Vision risques du SCR de l'entité**



**Etape 0 : Détermination du SCR par segments d'activités**

**Vision segments d'activités du SCR de l'entité**

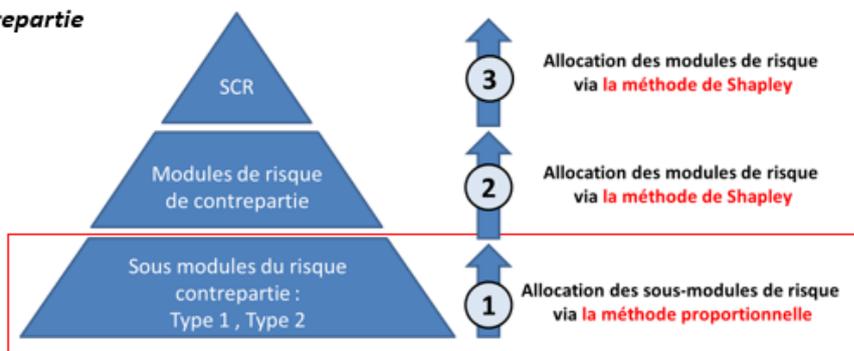


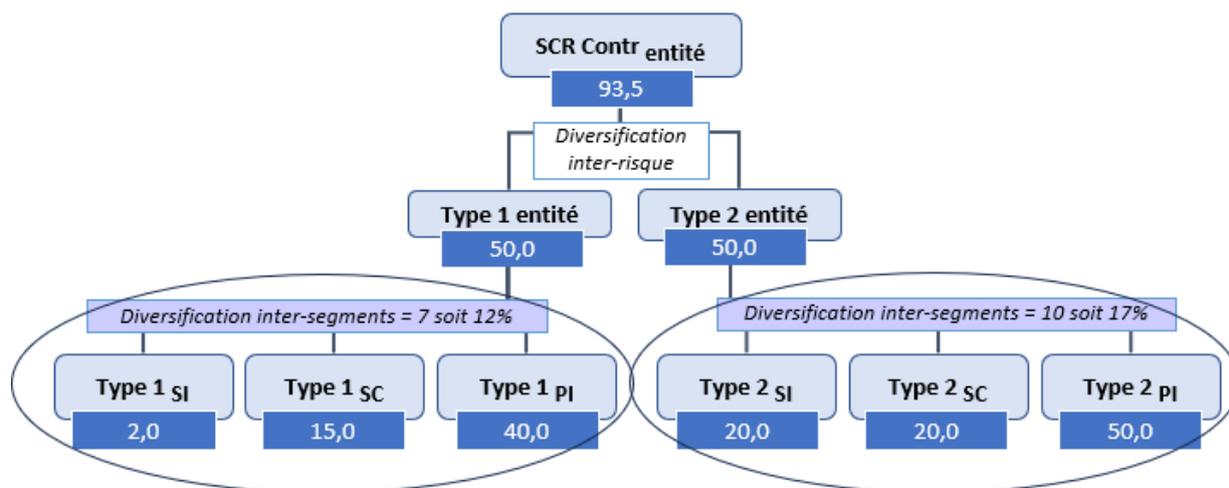
Une fois les SCR par segments d'activités déterminés, il est nécessaire de réallouer le bénéfice de diversification entre les segments d'activités (18%). L'application de la méthode de Shapley directement au niveau du SCR est impossible, car les corrélations entre les segments des SCR<sub>SI</sub>, SCR<sub>SC</sub> et SCR<sub>PI</sub> sont inconnus. Par conséquent, les coalitions de SCR {SCR<sub>SI,SC</sub> ; SCR<sub>SI,PI</sub> ; SCR<sub>PI,SC</sub>} sont impossibles à déterminer.

**Etape 1 : Application de la méthode d'allocation du capital proportionnelle, au bénéfice de diversification inter-segments d'activités des sous-modules de risques**

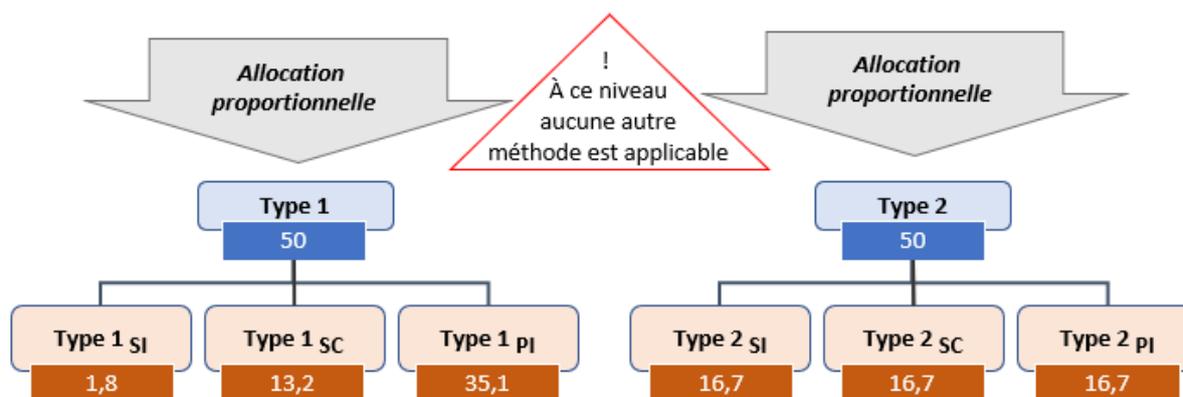
Objectif : Eliminer l'effet de diversification au niveau des sous-modules de risques

**Risque de contrepartie**





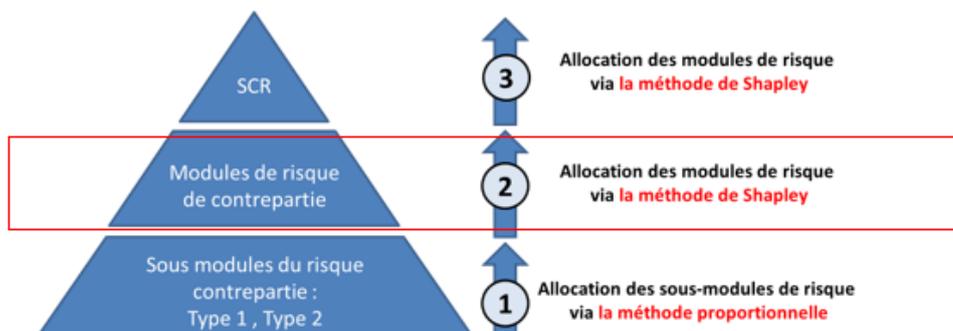
L'application de la méthode de Shapley au niveau du sous-module de risque Type 1 du SCR de contrepartie est impossible car les corrélations entre les segments sont inconnues : Type 1  $S_I$ , Type 1  $S_C$  et Type 1  $P_I$  (Idem Type 2). Par conséquent, les combinaisons de segments {Type 1  $S_I, S_C$  ; Type 1  $S_I, P_I$  ; Type 1  $P_I, S_C$ } ne sont pas calculables (Idem Type 2). La seule méthode d'allocation du capital possible est la méthode proportionnelle.



**Etape 2 : Application de la méthode d'allocation du capital de Shapley, au bénéfice de diversification inter-segments d'activités des modules de risques**

Objectif : Eliminer l'effet de diversification au niveau des modules de risques

**Risque de contrepartie**



2.3.2. Proposition d'une méthode alternative

L'application de la méthode de Shapley au niveau du module du SCR de contrepartie est possible car

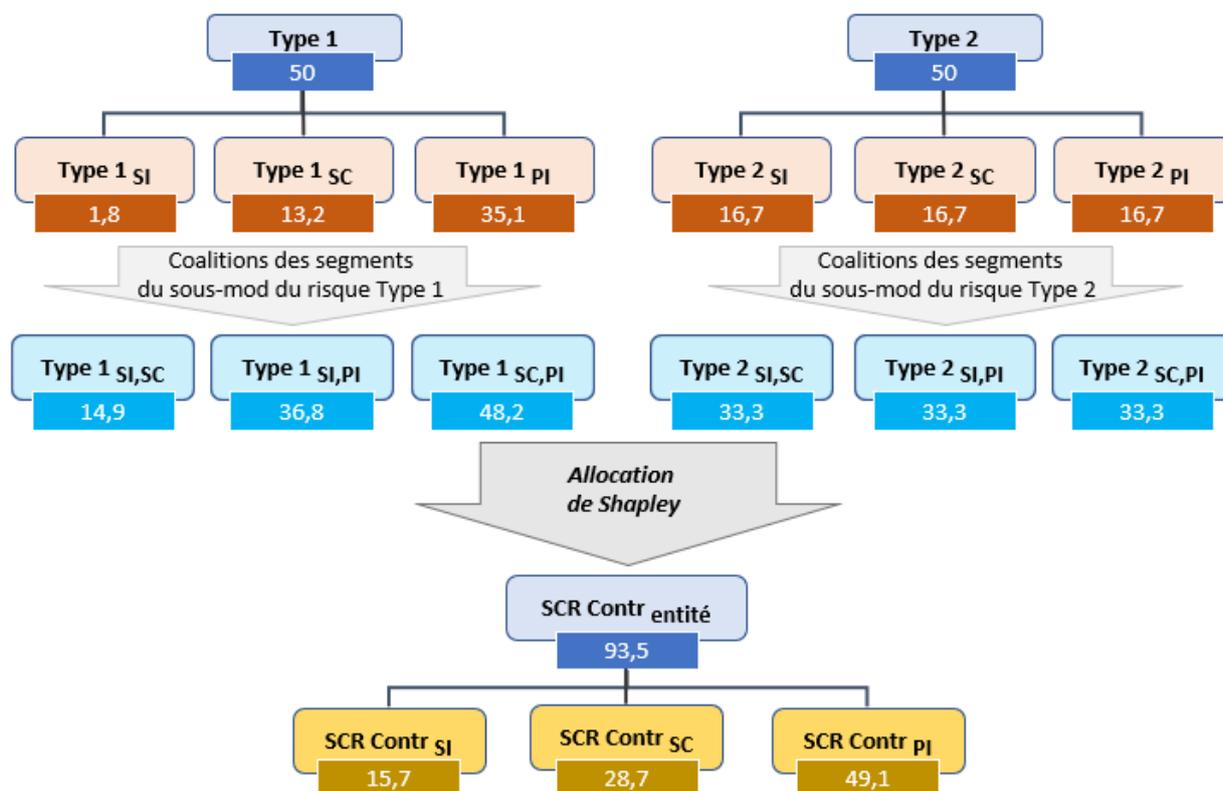
$$\text{Type 1}_{\text{entité}} = \text{Type 1}_{\text{SI}} + \text{Type 1}_{\text{SC}} + \text{Type 1}_{\text{PI}} \text{ (idem Type 2)}$$

Par conséquent, les combinaisons de segments du sous-module Type 1 : {Type 1<sub>SI,SC</sub>; Type 1<sub>SI,PI</sub>; Type 1<sub>PI,SC</sub>} sont calculables par addition (Idem Type 2).

$$\text{Type 1}_{\text{SI,SC}} = \text{Type 1}_{\text{SI}} + \text{Type 1}_{\text{SC}}$$

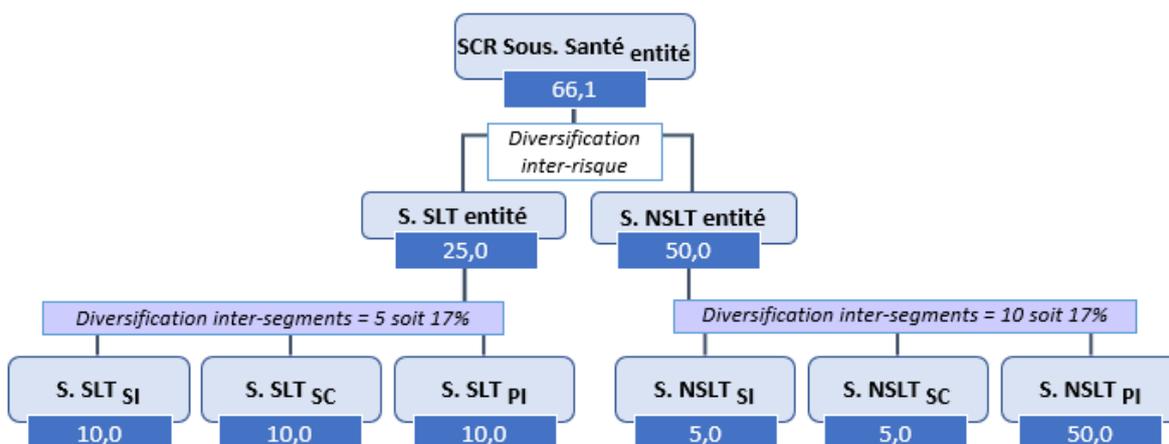
$$\text{Type 1}_{\text{SI,PI}} = \text{Type 1}_{\text{SI}} + \text{Type 1}_{\text{PI}}$$

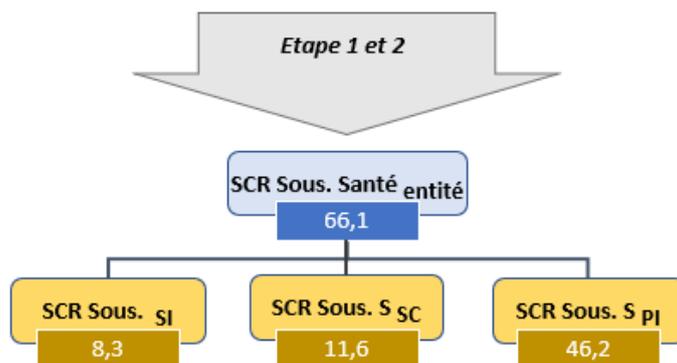
$$\text{Type 1}_{\text{PI,SC}} = \text{Type 1}_{\text{PI}} + \text{Type 1}_{\text{SC}}$$



L'étape 1 et 2 sont dupliquées pour le SCR souscription Santé.

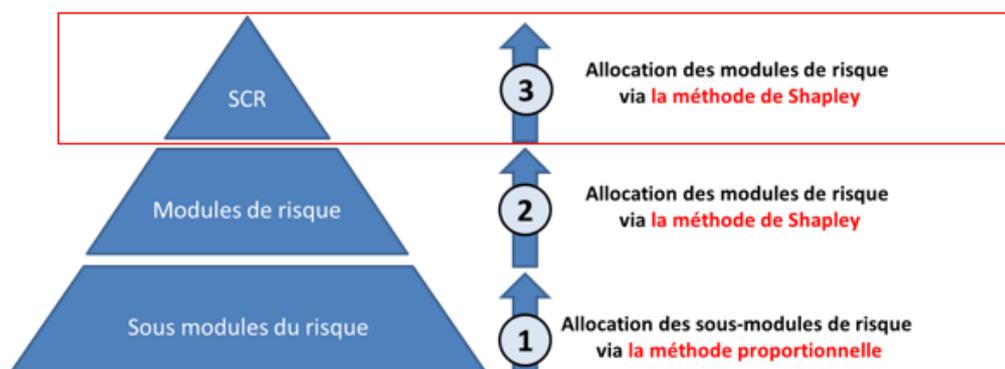
**Risque de souscription Santé**





**Etape 3 : Application de la méthode d'allocation du capital de Shapley, au bénéfice de diversification inter-segments d'activités des SCR**

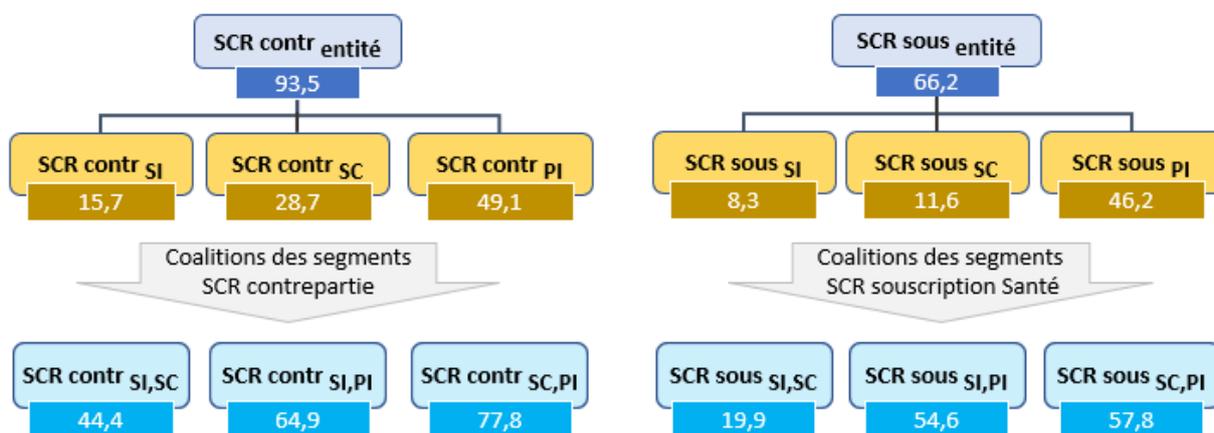
Objectif : Eliminer l'effet de diversification au niveau des SCR

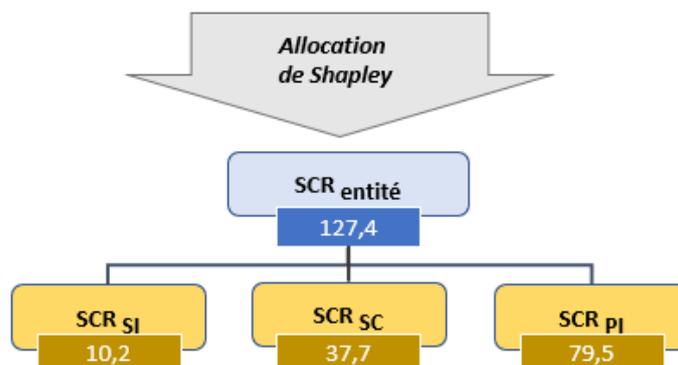


L'application de la méthode de Shapley au niveau du SCR est possible car,

$$\begin{cases} \text{SCR contr entité} = \text{SCR contr SI} + \text{SCR contr SC} + \text{SCR contr PI} \\ \text{SCR santé entité} = \text{SCR santé SI} + \text{SCR santé SC} + \text{SCR santé PI} \end{cases}$$

Par conséquent, les coalitions de modules {SCR contr<sub>SI,SC</sub>; SCR contr<sub>SI,PI</sub>; SCR contr<sub>PI,SC</sub>} et {SCR santé<sub>SI,SC</sub>; SCR santé<sub>SI,PI</sub>; SCR santé<sub>PI,SC</sub>} sont calculables par addition.





L'illustration donne les résultats suivants :

- $SCR_{seg\ 1} = 10,2$ , soit 8% du SCR de l'entité
- $SCR_{seg\ 2} = 37,7$ , soit 30% du SCR de l'entité
- $SCR_{seg\ 3} = 79,5$ , soit 62% du SCR de l'entité

Pour appliquer la nouvelle méthode proposée, nous avons seulement eu besoin de réaliser un fichier Excel qui détermine les résultats d'allocation à chaque niveau. Ce fichier fut relativement facile à construire et il ne nécessite pas de réaliser de macro VBA.

L'application de la méthode de marché qui consiste à appliquer la méthode proportionnelle au niveau des SCR de chaque segment donne les résultats suivants :

- $SCR_{seg\ 1} = 23,0$ , soit 18% du SCR de l'entité
- $SCR_{seg\ 2} = 31,5$ , soit 25% du SCR de l'entité
- $SCR_{seg\ 3} = 72,9$ , soit 57% du SCR de l'entité

Comme constaté la différence d'allocation entre les deux méthodes est non-négligeable.



### **Idées à retenir**

La **nouvelle méthode proposée** est constituée de trois étapes :

- Application de la **méthode proportionnelle** d'allocation du capital au niveau des **sous-modules de risques** des SCR des n segments d'activités
- Application de la **méthode de Shapley** d'allocation du capital au niveau des modules de risques des SCR des n segments d'activités
- Application de la **méthode de Shapley** d'allocation du capital au niveau des SCR des n segments d'activités

La **nouvelle méthode proposée** remplit ces objectifs :

- **Prise en compte de l'impact marginal entre les segments d'activités**
- **Nécessitant peu de ressources informatiques**
- **Non chronophage**

La nouvelle méthode proposée semble plus pertinente que la méthode du marché qui consiste à appliquer la méthode proportionnelle directement au niveau du SCR. Cependant, elle semble aussi moins pertinente que la méthode de Shapley car elle utilise l'application de la méthode proportionnelle à l'étape 1. La partie suivante a pour objectif d'étudier si les résultats avec la nouvelle méthode proposée

sont plus proches des résultats obtenus à la suite de l'allocation de Shapley que ceux de la méthode proportionnelle.

### 2.3.3. Validation de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée

Pour valider la nouvelle méthode proposée, l'hypothèse suivante est réalisée :

Les « vrais » résultats d'allocation du capital sont ceux obtenus à la suite de l'application de la méthode de Shapley directement au niveau du SCR des segments d'activités.

Pour déterminer la contribution du segment k au SCR de l'entité selon la méthode d'allocation utilisée, l'indicateur suivant est défini :

$$Contri_{seg\ k, meth\ \gamma} = \frac{SCR_{seg\ k, meth\ \gamma}}{SCR_{entité}}$$

Formule 4 : Contribution du segment k après la méthode d'allocation  $\gamma$  au SCR de l'entité

- Meth  $\gamma$  = { nouvelle méthode proposée ; méthode proportionnelle ; méthode de shapley }

Pour déterminer le bénéfice de la nouvelle méthode proposée comparé à la méthode proportionnelle, l'indicateur suivant est définie :

$$Bénéfice_{seg\ k} = \frac{|contri_{seg\ k, meth\ proportionnelle} - contrib_{seg\ k, meth\ Shapley}| - |contri_{seg\ k, meth\ proposée} - contrib_{seg\ k, meth\ Shapley}|}{contri_{seg\ k, meth\ Shapley}}$$

Formule 5 : Bénéfice de la nouvelle méthode proposée comparé à la méthode proportionnelle pour le segment k

Plusieurs tests sont réalisés en reprenant la même méthodologie que pour les tests de sensibilités mixtes réalisés dans la partie 2.1.2 et 2.2.5 :

Une entité composée de 2 segments d'activités disjoints {seg 1 ; seg 2}.

- Le SCR est seulement composé du risque A :
  - o Risque A = {module 1 ; module 2}
  - o  $Corr_{mod\ 1, mod\ 2} = 50\%$
- Trois cas de corrélations :
  - o Corrélation forte :  $Corr_{seg\ 1, seg\ 2} = 80\%$
  - o Corrélation moyenne :  $Corr_{seg\ 1, seg\ 2} = 50\%$
  - o Corrélation faible :  $Corr_{seg\ 1, seg\ 2} = 20\%$
- Trois cas de dispersions :
  - o Dispersion forte :  $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 80\%$
  - o Dispersion moyenne :  $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 50\%$
  - o Dispersion faible :  $Dispersion_{seg\ 1, seg\ 2} = 20\%$

Pour une corrélation 50% et dispersion 50% :

$$Bénéfice_{seg\ 1} = \frac{|25,0\% - 22,1\%|}{22,1\%} - \frac{|22,4\% - 22,1\%|}{22,1\%} = 11,7\%$$

2.3.3. Validation de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée

$$Bénéfice_{seg\ 2} = \frac{|75,0\% - 77,9\%|}{77,9\%} - \frac{|77,6\% - 77,9\%|}{77,9\%} = 3,3\%$$

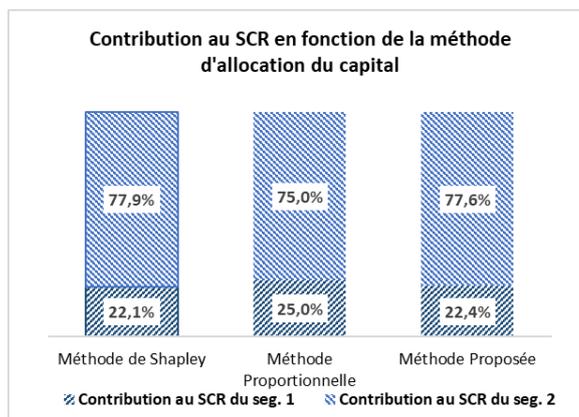


Figure 39 : Contribution des SCR des segments d'activités au SCR de l'entité pour une corrélation et une dispersion de 50% entre le segment 1 et 2

Comparé à la méthode proportionnelle il y a un bénéfice de 11,7% d'utiliser la nouvelle méthode proposée pour le segment 1 et un bénéfice de 3,3% pour le segment 2.

Le graphique suivant donne les résultats de l'étude mixte réalisée.

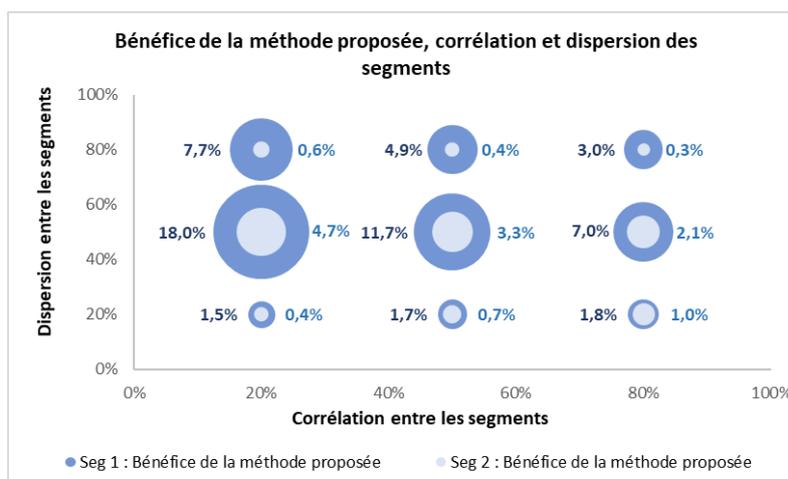


Figure 40 : Bénéfice de la nouvelle méthode proposée selon la dispersion et corrélation entre les segments d'activités

L'étude des résultats permet de définir une cartographie des conditions dans lesquels il est préférable d'appliquer la nouvelle méthode proposée.

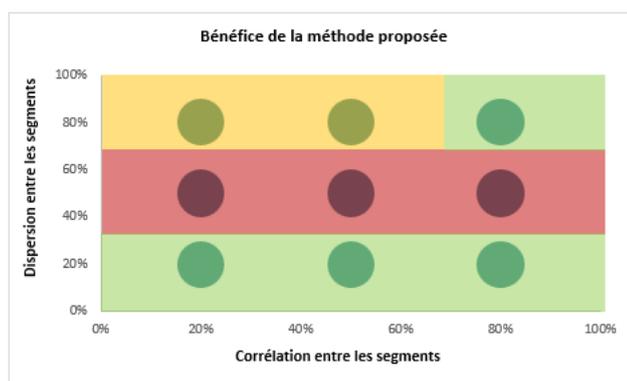


Figure 41 : Cartographie du bénéfice de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée en comparaison avec la méthode proportionnelle selon la corrélation et la dispersion entre les segments d'activités

Trois zones sont obtenues :

- **Zone verte** : Dispersion faible entre les segments d'activités

Dans cette situation, le bénéfice de la nouvelle méthode proposée est très faible pour les segments d'activités.

- **Zone verte** : Dispersion forte et corrélation forte entre les segments d'activités

Dans cette situation, le bénéfice de la nouvelle méthode proposée est très faible pour les segments d'activités.

- **Zone orange** : Dispersion forte et corrélation faible à moyenne entre les segments d'activités

Dans cette situation, le bénéfice de la nouvelle méthode proposée est non-négligeable pour le segment au faible poids.

- **Zone rouge** : Dispersion moyenne entre les segments d'activités

Dans cette situation, le bénéfice de la nouvelle méthode proposée est important pour le segment au faible poids et non-négligeable pour le segment au fort poids.

Cette étude mixte est complétée par une étude continue de la variation des variables explicatives, qui confirme les résultats précédents. De plus, si on ajoute une troisième variable « corrélation entre les modules de risque », cela révèle que plus les risques sont faiblement corrélés, plus la nouvelle méthode proposée offre de meilleurs résultats en comparaison de la méthode proportionnelle d'allocation du capital.

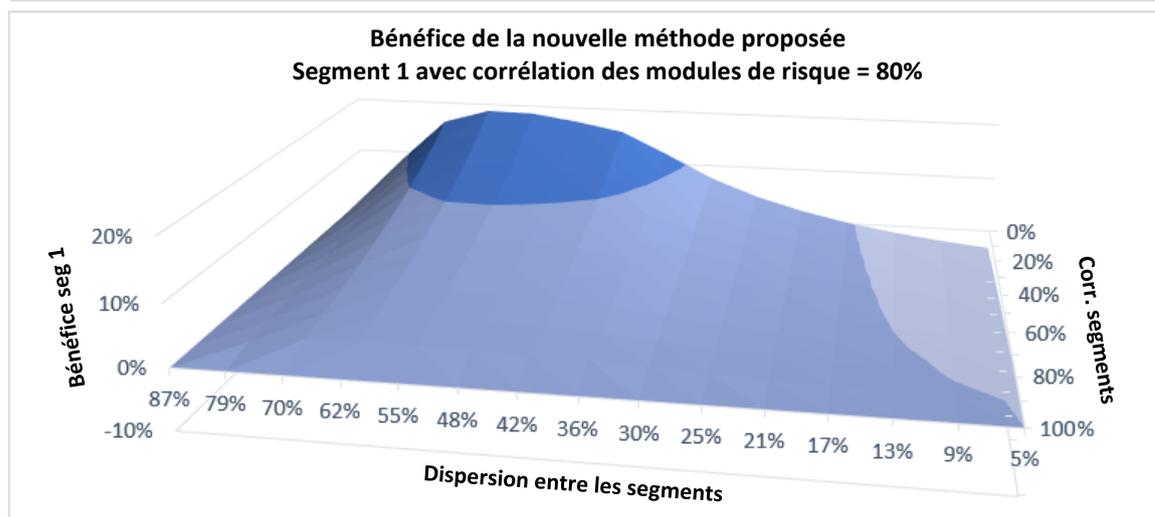
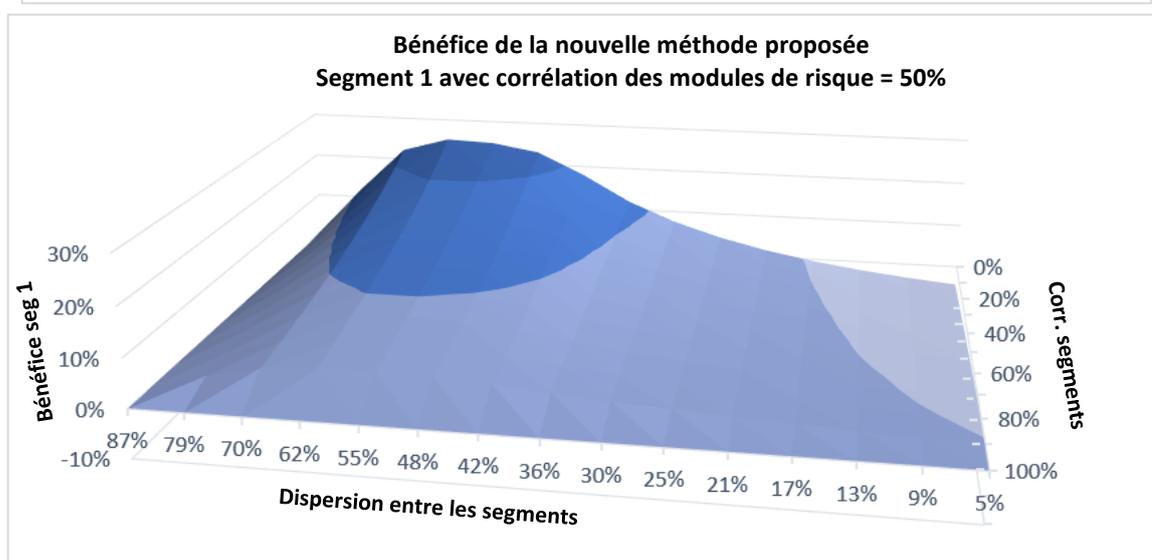
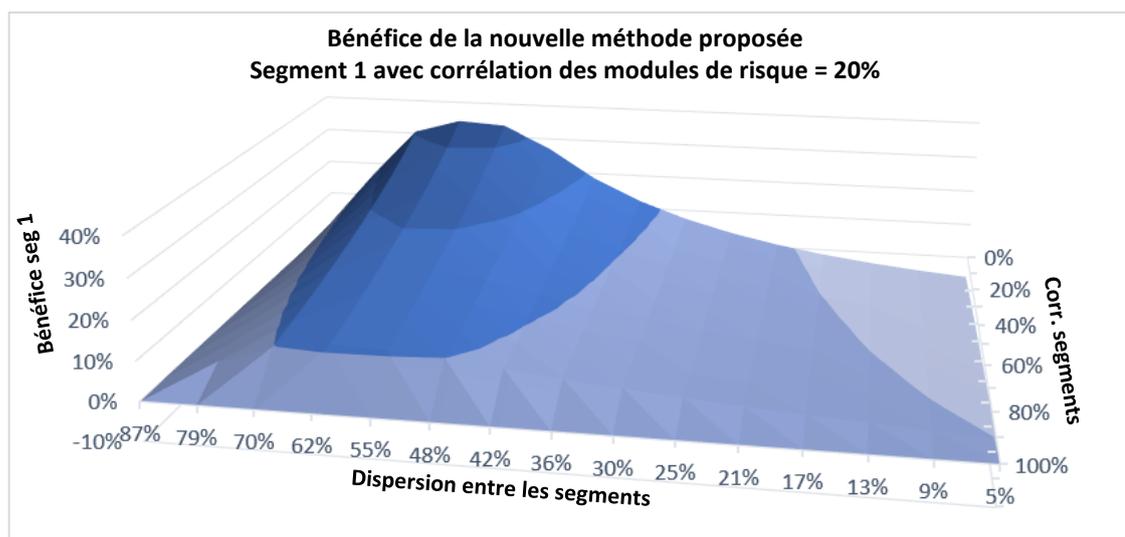


Figure 42 : Bénéfice de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée selon la corrélation, dispersion entre les segments d'activités et la corrélation entre les modules de risques



**Idées à retenir**

Ces études montrent que dans les exemples considérés, la **nouvelle méthode proposée** offre une alternative **plus pertinente** que la **méthode proportionnelle** lorsque la **dispersion entre les segments étudiés est moyenne à forte**. Ce bénéfice est d'autant **accentué** que la **corrélation entre les modules de risque est faible**.

Toutefois, lorsque la dispersion entre les segments est faible, la nouvelle méthode proposée n'apporte pas de meilleurs résultats.

**2.3.4. Choix de la méthode d'allocation du capital**

Dans la partie 2.2.6, une cartographie de la nécessité d'appliquer une méthode d'allocation du capital qui prend en compte l'impact marginal entre les segments a été définie.

Dans la partie 2.3.3, une cartographie du bénéfice de la nouvelle méthode proposée comparé à la méthode proportionnelle d'allocation du capital est définie.

La mise en parallèle des résultats de ces études permet de cartographier les situations dans lesquelles il est conseillé d'appliquer la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée.

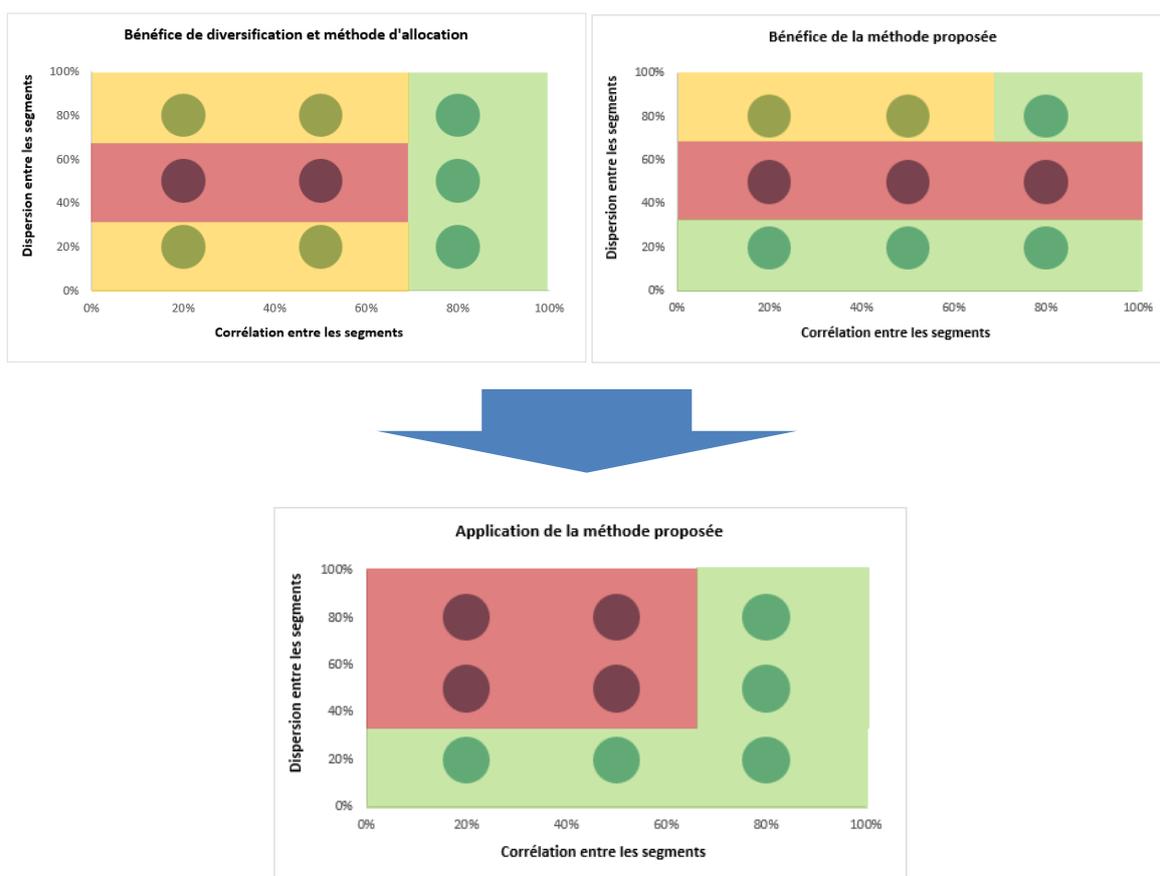


Figure 43 : Cartographie de l'application de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée selon la corrélation et la dispersion entre les segments d'activités

Deux zones sont obtenues :

- **Zone rouge** : Dispersion moyenne à forte et corrélation faible à moyenne entre les segments d'activités

Dans cette situation, Il est nécessaire d'appliquer une méthode l'allocation du capital qui prend en compte l'impact marginal entre les segments d'activités. De plus la nouvelle méthode proposée apporte de bien meilleurs résultats d'allocation que la méthode proportionnelle. Elle est donc fortement conseillée dans cette situation.

- **Zone verte** : Dispersion faible et corrélation faible à moyenne entre les segments d'activités

Dans cette situation, le poids du bénéfice de diversification est important. Cependant, comme vu dans la partie 2.2.6, les résultats d'allocation sont peu sensibles à la méthode d'allocation choisie dans cette situation. De plus, la nouvelle méthode proposée, génère peu voir, aucun bénéfice comparé à la méthode proportionnelle. Il est donc conseillé d'appliquer la méthode proportionnelle.

- **Zone verte** : Corrélation forte entre les segments d'activités

Dans cette situation, le poids du bénéfice de diversification est faible, n'est donc pas nécessaire d'appliquer une méthode l'allocation du capital qui prend en compte l'impact marginal entre les segments d'activités. L'application de la méthode proportionnelle d'allocation du capital est conseillée.



### ***Idées à retenir***

Cette étude permet d'obtenir une **cartographie de la méthode d'allocation du capital à appliquer** selon les **caractéristiques des segments** étudiés :

- Application de **la nouvelle méthode proposée** :  
Dispersion moyenne à forte et corrélation faible à moyenne entre les segments d'activités
- Application de **la méthode proportionnelle** dans les autres cas

### 3. Illustration avec un cas pratique d'une société d'assurance Santé Prévoyance

Pour des raisons de confidentialité, la société étudiée souhaite rester anonyme. Par conséquent, les valeurs de la société ont été anonymisées à l'aide d'un unique coefficient multiplicateur  $\beta$  qui ne crée pas de distorsion dans les proportions évoquées.

#### 3.1. Présentation de la société d'assurance étudiée

##### Portefeuille de contrats

La société d'assurance étudiée est agréée pour exercer sur les branches accidents, maladie, vie-décès, nuptialité-natalité et a pour activité la couverture en Santé et en Prévoyance des particuliers et des entreprises.

Les risques souscrits par la société d'assurance se déclinent selon 4 gammes principales :

- Santé individuelle
- Prévoyance individuelle
- Santé collective
- Prévoyance collective

Les gammes Santé couvrent le remboursement de frais de soins. Il s'agit d'un risque court avec un tarif ajustable chaque année.

La gamme Prévoyance individuelle regroupe des produits variés : garantie décès, garantie emprunteur, dépendance et garantie obsèques. Bien qu'il s'agisse de risques longs, des mécanismes de réserves et de redressement tarifaire permettent des ajustements en cours de vie des contrats.

La gamme de Prévoyance collective offre le paiement d'un capital ou de rentes de conjoint et d'éducation en cas de décès et le versement d'indemnités journalières ou de rentes en cas d'incapacité de travail ou d'invalidité.

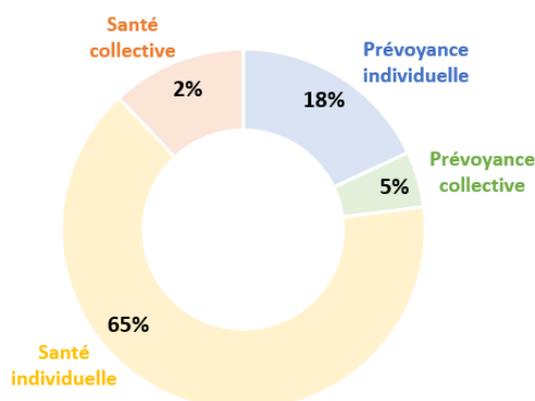


Figure 44 : Répartition de l'activité selon les cotisations acquises de la société étudiée

La Santé, est l'activité majeure de la société étudiée, concentrant 77 % du chiffre d'affaires.

##### Réassurance

La réassurance a pour principal objectif de protéger les fonds propres afin de garantir la solvabilité à long terme. Elle contribue, à optimiser l'utilisation du capital sous risque en cédant une partie du risque de souscription à des tiers sélectionnés tout en minimisant le risque de crédit associé. La stratégie de transfert de risques doit permettre de limiter la volatilité des résultats techniques sans obérer sa

### 3.1. Présentation de la société d'assurance étudiée

compétitivité et tout en s'inscrivant dans un cycle de marché qu'il convient de prendre en compte. Cette stratégie doit être en cohérence avec l'appétence au risque et les tolérances de risque de l'entité. La société d'assurance étudiée dispose sur ses produits de contrats de réassurance traditionnelle.

Programmes de réassurance	
<b>Prévoyance individuelle</b>	
Garanties Décès	Excédent de plein par tête
Garanties Dépendance	Quote Part
Garanties Emprunteurs	Quote Part et excédent de plein capitaux élevés
Garanties Obsèques	Excédent de sinistres par tête
<b>Prévoyance collective</b>	
Ensemble des garanties	Excédent de sinistres par tête au cumul des garanties et contrats de prévoyance collective
<b>Santé individuelle</b>	
	Quote Part
<b>Santé collective</b>	
	Quote Part

#### Les actifs

La gestion d'actifs est une composante essentielle de l'activité d'assurance. Dans le cas de l'assurance Santé et Prévoyance, l'un de ses objectifs est de contribuer, aux côtés du résultat technique, à la rentabilité de l'entité.

La politique d'investissement nécessite la définition de limites de risques au niveau de l'entité, limites fixées en tenant compte de l'appétence au risque ; elles veillent à garantir un niveau de sécurité, de rentabilité, de liquidité.

La société étudiée possède un portefeuille d'actifs composé essentiellement d'obligations d'entreprises (70% du total des obligations).

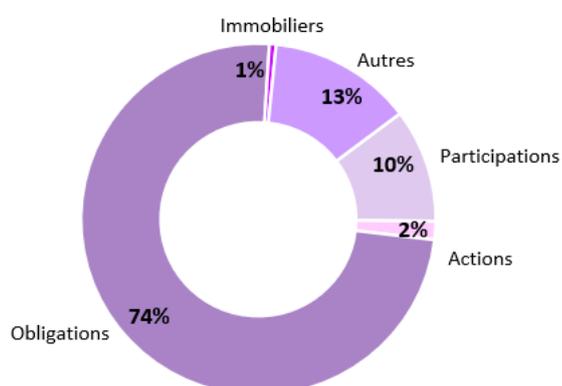


Figure 45 : Répartition des placements du portefeuille en valeur comptable de la société étudiée



**Idées à retenir**

La **société d'assurance étudiée** a pour activité la couverture en **Santé et en Prévoyance individuelle et collective**. Elle possède divers programmes de réassurance sur ces garanties. Et son portefeuille d'actif est essentiellement composé d'obligations d'entreprises.

**3.1.1. Segments d'activités retenus**

Les segments d'activités choisis pour la segmentation du SCR sont les suivants :

- Prévoyance individuelle
- Prévoyance collective
- Santé individuelle
- Santé collective

La société d'assurance étudiée fournit ses indicateurs de rentabilité avec ce niveau de segmentation, l'évaluation du SCR à cette maille sera, par conséquent un outil supplémentaire pour le pilotage stratégique de son activité.

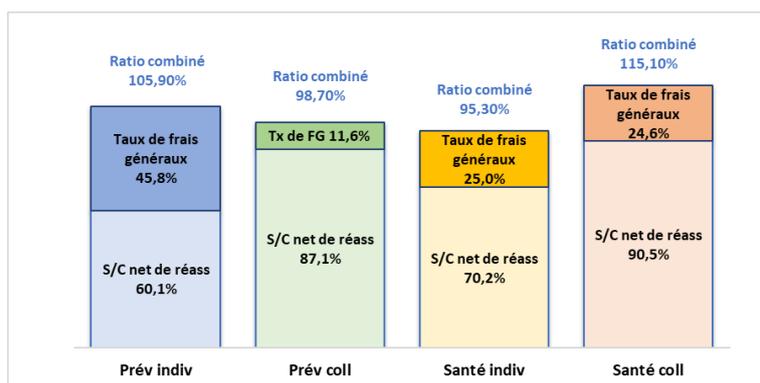


Figure 46 : Exemple d'indicateurs fournis à la maille segments d'activités de la société étudiée

**Prévoyance individuelle**

L'activité du segment Prévoyance individuelle contribue à 18% des cotisations acquises du portefeuille étudié.

Selon la loi n° 89-1009 du 31 décembre 1989, dite loi EVIN, la Prévoyance regroupe « les opérations ayant pour objet la prévention et la couverture du risque décès, des risques portant atteinte à l'intégrité physique de la personne ou liés à la maternité, des risques d'incapacité de travail ou d'invalidité ou du risque chômage ».

La Sécurité sociale prévoit en effet des indemnités en cas au décès, à l'incapacité, à l'invalidité et à la dépendance, mais ne compense pas totalement la perte de revenu de l'assuré en cas de survenance d'un sinistre.

Les contrats de prévoyance individuelle sont souscrits individuellement et protègent l'assuré, son conjoint et ses enfants. Leur objectif est de minimiser les conséquences financières que peuvent provoquer un accident, une maladie ou un décès.

La prévoyance est une branche d'activité caractérisée par des engagements longs, que ce soit au niveau :

### 3.1.1. Segments d'activités retenus

- Des prestations : paiement de rente viagère ou de longue durée en cas de décès ou de dépendance.
- Des primes : paiement de primes annuelles.

Dans le portefeuille prévoyance individuelle, près de 50% des contrats sont des contrats obsèques et 34% des garanties emprunteurs.

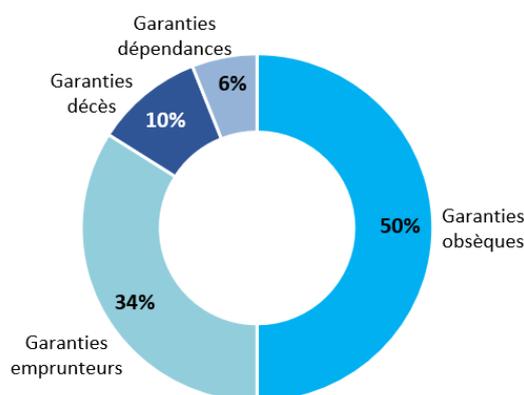


Figure 47 : Répartition des contrats prévoyance individuelle selon leurs cotisations acquises de la société étudiée

#### **Prévoyance collective**

L'activité du segment Prévoyance collective contribue à 5% des cotisations acquises du portefeuille étudié.

La Prévoyance collective est une protection sociale, souscrite par une entreprise pour ses salariés, qui vient compléter celle du régime obligatoire d'indemnités sous forme de rentes ou de capital en cas de décès, incapacité, invalidité ou dépendance de l'assuré.

#### **Santé individuelle**

L'activité du segment Santé individuelle contribue à 65% des cotisations acquises du portefeuille étudié.

Un contrat d'assurance Santé des particuliers est souscrit à titre individuel. Ce contrat a pour objet de prendre en charge tout ou partie des dépenses de santé concernant la maladie, l'accident et la maternité, non couvertes par l'assurance maladie obligatoire.

#### **Santé collective**

L'activité du segment Santé collective contribue à 12% des cotisations acquises du portefeuille étudié.

Un contrat d'assurance Santé collective est souscrit par l'employeur au profit de ses employés et de leurs ayants droit. Le contrat d'assurance collective peut viser tout l'effectif salarié ou uniquement une catégorie de personnes dans l'entreprise. Le compte est ouvert, non pas à titre individuel, mais pour un groupe de personnes. Depuis le 1er janvier 2016, les entreprises sont obligées de souscrire une assurance collective santé pour tous leurs salariés, en complément de leur affiliation à la Sécurité sociale.

L'offre Santé dédiée aux entreprises est composée de contrats standards, de contrats sur-mesure.



***Idées à retenir***

La maille retenue pour le calcul du SCR par segments d'activités est la suivante :

- **Prévoyance individuelle**
- **Prévoyance collective**
- **Santé individuelle**
- **Santé collective**

Cette segmentation représente un intérêt, car la société étudiée fournit dans les différents rapports exigés par le pilier II ses indicateurs de rentabilité à cette maille.

### 3.1.2. Solvabilité II

#### Valorisation des provisions techniques

La valorisation des provisions techniques à des fins de solvabilité correspond au montant actuel que l'entreprise d'assurance devrait payer si elle transférait sur le champ ses droits et obligations contractuelles à une autre entreprise.

La valeur des provisions techniques est égale à la somme de la meilleure estimation des provisions techniques et de la marge de risque.



Figure 48 : Les provisions techniques sous S2

La meilleure estimation des provisions correspond à l'estimation des engagements de l'entreprise envers ses assurés. Elle est égale à la valeur moyenne des flux de trésorerie futurs actualisés pondérée par leur probabilité d'occurrence. Elle tient compte de la valeur temporelle de l'argent, estimée sur la base de la courbe des taux sans risque.

#### Provisions techniques S2 nettes par segments d'activités

En Meuros	Entité	Prévoyance individuelle	Prévoyance collective	Santé individuelle	Santé collective
Meilleure estimation des prov. tech. brutes	1 202,0	724,4	291,5	151,9	34,2
Marge de risque	142,6	77,5	48,5	13,6	3,1
<b>Prov. Tech. S2 brutes</b>	<b>1 344,6</b>	<b>801,9</b>	<b>339,9</b>	<b>165,5</b>	<b>37,3</b>
Meilleure estimation des prov. tech. cédées	-143,3	-139,3	-1,6	2,7	-5,1
<b>Prov. Tech. S2 nettes</b>	<b>1 201,3</b>	<b>662,6</b>	<b>338,3</b>	<b>168,2</b>	<b>32,2</b>

La meilleure estimation des provisions brutes s'élève à 1 202,0M€ et est composée de 66 % d'activités Santé et 34 % d'activité Prévoyance. Les cessions en réassurance sont de 143,3M€, soit 11 % de la meilleure estimation des provisions techniques brutes. La marge de risque représente 12% du montant total des provisions techniques nettes, soit 143,3M€.

En vision Solvabilité II, la Santé ne représente que 17% des provisions techniques nettes alors que la Prévoyance pèse 83%. La vision S2, prend en compte la durée des engagements, ce qui explique que la

Prévoyance (engagement long) a un fort poids, contrairement à la Santé qui sont des engagements à 1 an.

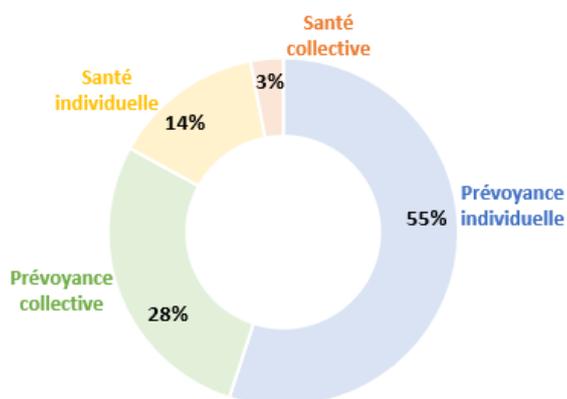


Figure 49 : Répartition des provisions techniques S2 nettes par segments d'activités de la société étudiée

### Valorisation des placements

Les principales méthodes d'évaluation des placements utilisées par la société d'assurance étudiée sont :

#### Pour les instruments financiers cotés :

La valeur au bilan correspond au dernier cours de Bourse à chaque clôture. Un instrument financier est considéré comme coté sur un marché actif :

- Si des cours sont aisément et régulièrement disponibles auprès d'une bourse, d'un courtier, d'un négociateur, d'un secteur d'activité, d'un service d'évaluation des prix ou d'une agence réglementaire.
- Si ces prix représentent des transactions réelles et régulières sur le marché dans des conditions de concurrence normales.

Pour un instrument coté sur un marché inactif, la valeur au bilan est obtenue à partir de modèles internes fondés sur des paramètres observables sur les marchés. L'appréciation du caractère inactif d'un marché s'appuie sur des indicateurs tels que la baisse significative du volume des transactions, la forte dispersion des prix disponibles ou l'ancienneté des dernières transactions.

#### Pour les instruments financiers non cotés (hors titres soumis à exigence de capital) :

La valeur au bilan est déterminée sur la base de techniques de valorisation appropriées au type d'instrument concerné. Ces techniques comprennent l'utilisation de transactions récentes dans des conditions de concurrence normales, la référence à la juste valeur actuelle d'un autre instrument identique en substance, l'analyse des flux de trésorerie actualisés et la quote-part d'actif net à partir des informations disponibles les plus récentes.

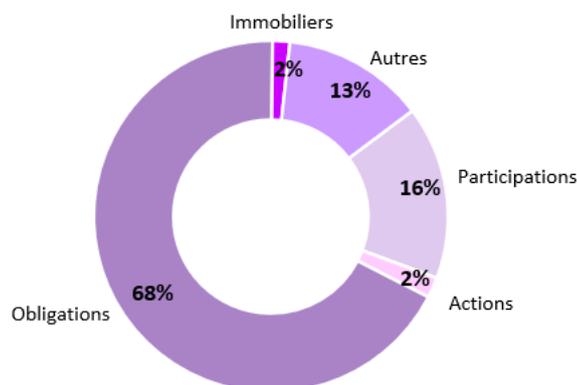


Figure 50 : Répartition des placements du portefeuille en vision S2 de la société étudiée



### **Idées à retenir**

En vision Solvabilité II, le rapport de force entre la Santé et la Prévoyance est inversé comparé à la vision Norme Française. La Prévoyance pèse pour 83% des provisions techniques nettes de réassurances en vision S2 et 23% en vision Norme Française.

En ce qui concerne les placements, la répartition des placements du portefeuille varie peu entre la vision S2 et NF.

### **3.1.3. Capital de solvabilité requis de l'entité**

Le SCR de la société étudiée est calculé à l'aide de la Formule Standard. Elle est soumise aux risques suivants : marché, souscription Vie et Santé, contrepartie et opérationnel.

#### **SCR de marché**

Ce module correspond au risque de pertes dues aux fluctuations des instruments et produits financiers.

Les principes de calcul du risque de marché respectent les règles définies dans les articles 164 à 188 du REGLEMENT DELEGUE 2015/35 (cf. article R.352-6 du Code des assurances).

Les hypothèses et approximations sont les suivantes :

- La mise en transparence des OPC a été réalisée sur tous les fonds du portefeuille.
- La prise en compte des facteurs de risque des fonds est retenue pour tous les sous-modules du SCR marché.
- En ce qui concerne le sous-module de risque actions, la mesure portant sur les actions détenues à long terme n'est pas utilisée.
- Les flux obligataires à taux variables sont fixés au dernier coupon connu.

En ce qui concerne le sous-module de risque de taux, tous les flux d'actifs sont projetés à la date réelle, tandis que les flux de passifs reposent sur un pas annuel (en milieu d'année).

#### **SCR de contrepartie**

Ce module de risque vise à modéliser les pertes dues au défaut de contrepartie. Deux types d'exposition sont pris en compte :

### 3.1.3. Capital de solvabilité requis de l'entité

- Exposition de type 1
- Exposition de type 2

Les expositions de type 1 correspondent :

- Aux créances nées d'opération de réassurance
- Aux provisions cédées
- À la trésorerie

Les expositions de type 2 correspondent aux :

- Cotisations restant à émettre
- Autres créances nées d'opérations d'assurance directe et prises en substitution
- Créances sur le personnel
- Créances sur l'État, organismes de sécurité sociale
- Créances sur les débiteurs divers

#### **SCR souscription santé, similaire à la vie**

Ce module de risque concerne les risques de souscription engendrés par les contrats d'assurance Santé dont les engagements sont modélisés à partir des techniques similaires à la vie. Les produits concernés sont ceux inclus dans les lignes d'activité 29 assurance santé.

Dans le cadre des contrats inclus dans les lignes d'activité 29 comprenant les garanties incapacité et invalidité, les besoins en capitaux doivent être déterminés pour les risques suivants :

- Risque longévité
- Risque incapacité/invalidité
- Risque de révision
- Risque de frais

Pour le contrat Garantie Autonomie inclus dans la ligne d'activité 29 comportant une garantie dépendance, les besoins en capitaux doivent être déterminés également pour le risque de chute. Le besoin en capital au titre du risque de frais est évalué à partir d'un choc à la hausse des taux de frais cumulés à une hausse de l'inflation.

#### **SCR souscription santé, similaire à la non-vie**

Ce module de risque concerne les risques de souscription engendrés par les contrats d'assurance santé dont les engagements sont modélisés à partir des techniques non-similaires à la Vie. Les produits concernés sont ceux inclus dans les lignes d'activité 1 frais médicaux, 2 perte de revenu, 13 réassurance proportionnelle frais médicaux et 14 réassurance proportionnelle perte de revenu.

#### **SCR catastrophe santé**

L'exigence en capital liée au risque de catastrophe en Santé couvre le risque de pertes dues aux scénarios suivants :

- Accident de masse
- Risque de concentration
- Pandémie

Les calculs au titre de la modélisation du besoin en capital pour le risque catastrophe ont été réalisés sur les montants nets de réassurance. L'évaluation est réalisée selon une méthode du coût moyen : nombre d'assurés x montant moyen assuré.

Le scénario accident de masse vise à déterminer le montant des pertes dû à la présence d'un grand nombre d'assurés au même endroit lors d'un évènement catastrophique.

### 3.1.3. Capital de solvabilité requis de l'entité

Le scénario de concentration correspond au plus gros contrat de prévoyance des entreprises tant en nombre d'assurés qu'en montant.

Au titre de l'assurance protection de revenu, le montant de perte due à une pandémie est évalué selon la méthode du coût moyen : Nombre d'assurés x montant assuré moyen.

Concernant les frais de soins, les statistiques de coût moyen retenues en fonction de la nature des soins (hospitalisation, consultation médicale, soins médicaux informels) sont celles proposées par la FNMF au niveau national.

Le nombre d'assurés par segment considéré est un chiffre interne à la société d'assurance.

#### **SCR de souscription vie**

Ce module de risque concerne les risques de souscription engendrés par les contrats d'assurance Vie. Les produits concernés sont ceux inclus dans les LoB 30 assurance avec participation aux bénéficiaires, LoB 32 autres assurances vie.

Dans le cadre des contrats inclus dans les lignes d'activité 30, 32 comprenant les contrats Décès, les besoins en capitaux doivent être déterminés pour les risques suivants :

- Pour les sinistres déjà survenus à la date de calculs : risque de longévité, risque de frais.
- Pour les sinistres non encore survenus à la date de calculs : risque de catastrophe, risque de mortalité, risque de frais et risque de chute.

Pour les portefeuilles en prévoyance collectives, le risque de révision est également pris en compte.

Pour les acceptations, le montant des prestations est défini à partir des provisions normes françaises sur lesquelles est appliquée la cadence des affaires directes. Ainsi, pour le risque longévité, le montant des flux choqués a été déterminé en appliquant le taux de hausse constaté sur les affaires directes.

#### **SCR opérationnel**

L'article 204 des actes délégués concernant le risque opérationnel est respecté.

Les montants des modules de risques qui composent le SCR de la société sont représentés dans le graphique suivant.

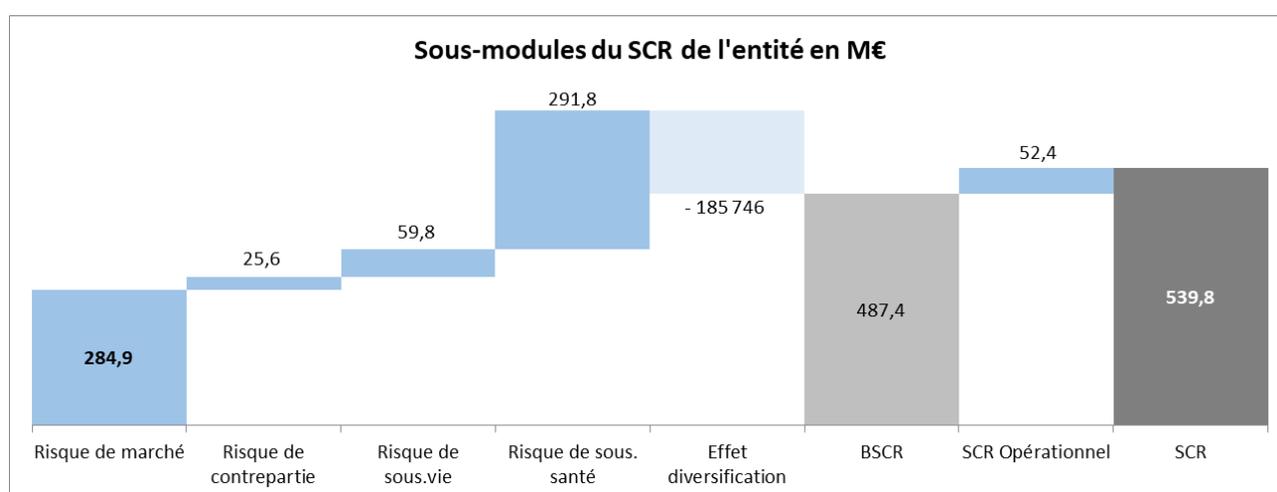


Figure 51 : Modules de risques qui composent le SCR de l'entité de la société étudiée

### 3.2. SCR par segments d'activités

La société étudiée est principalement exposée au risque de souscription Santé, cela est dû à la part importante des primes Santé associée à la garantie Santé dans son portefeuille (la Santé représente 77% de son chiffre d'affaires).

Le SCR Marché est le deuxième plus gros module de risque auquel est exposé l'entité. Le poids de ce module de risque est essentiellement porté par les risques action, spread et taux, en conséquence de la composition de son portefeuille d'actifs (Figure 54).

Les risques de l'activité Santé et la Prévoyance sont réparties dans différents modules de risques du SCR.

Segment d'activité	Risque de marché	Risque de contrepartie	Risque de souscription Vie	Risque de sous. Santé	Risque opérationnel
Prévoyance Indiv/coll	X	X	X	X	X
Santé Indiv/coll	X	X		X	X

La Prévoyance est caractérisée par des engagements longs. Par conséquent, ces segments d'activités sont fortement impactés par le risque de taux (inclus dans le risque de marché). De plus, les calculs ont été réalisés en période de taux bas avec un fort risque de maintien de taux bas entraînant ainsi un risque de perte de fonds propres prudentiels.

Ces contrats sont aussi particulièrement exposés aux risques biométriques (longévité, mortalité, incapacité, dépendance). Le risque « catastrophe » lié à un choc de mortalité (pandémie par exemple) serait susceptible d'impacter les résultats de la prévoyance individuelle ou collective.

La Santé est caractérisée par des engagements courts, peu impactés par le risque de taux. Cependant, elle est fortement exposée au risque de prime/réserves en raison de :

- Possible dérive de la sinistralité (crise sanitaire) ;
- Difficulté à calibrer les hypothèses compte tenu de la situation actuelle (pandémie, guerre tarifaire) ;
- Augmentation des coûts moyens en Santé, qui pourraient se déconnecter des primes de base.



#### **Idées à retenir**

Le SCR de la société étudiée est essentiellement composé du risque de marché et de souscription Santé.

### 3.2. SCR par segments d'activités



#### **À noter**

Ce mémoire n'a pas pour sujet *la détermination du SCR par segment d'activité*, mais *l'Allocation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités du SCR*. C'est pourquoi cette partie bien qu'utile à la compréhension de la problématique du mémoire, n'est pas abordée en détail.

Les méthodologies de segmentation présentées ont été réalisées en collaboration avec la société étudiée.

Pour rappel, la société utilise l'approche Formule Standard, qui repose sur des chocs instantanés en date d'évaluation suivie de leur agrégation via des matrices de corrélation. L'intérêt de recourir à une agrégation via une matrice de corrélation réside dans le fait que l'on introduit un effet de diversification permettant de « lisser » le SCR.

Par conséquent, la segmentation du SCR par activité modifie les effets de compensation et la somme des SCR de chaque segment n'est pas égale au SCR de l'entité.

Nous rappelons que la méthode de détermination d'un SCR en Formule Standard est une approche Bottom-Up. Avec la détermination des sous-modules d'un risque, puis des modules via l'agrégation des sous-modules à l'aide d'une matrice de corrélation puis du SCR via l'agrégation des modules à l'aide d'une matrice de corrélation (cf. figure 23 : Présence de bénéfice de diversification aux différents niveaux du SCR).

Pour la segmentation du SCR de l'entité par segments d'activités, en accord avec la société d'assurance les approches suivantes ont été choisies.

### **Module de risque de souscription Santé**

La détermination du SCR de souscription Santé par segment d'activité se déduit principalement à la suite de la segmentation des inputs disponibles à la maille segment d'activité.

Aux niveaux des sous-modules de risques, quelques proxys sont utilisés pour pallier les effets de diversification dus à la non-additivité des formules de calcul (ex : mesure de volume de risque de cotisation) (cf. détail du calcul du SCR Souscription Santé partie 1.4).

L'agrégation des sous-modules et modules de risques via une matrice de corrélation génère un bénéfice de diversification inter-segments.

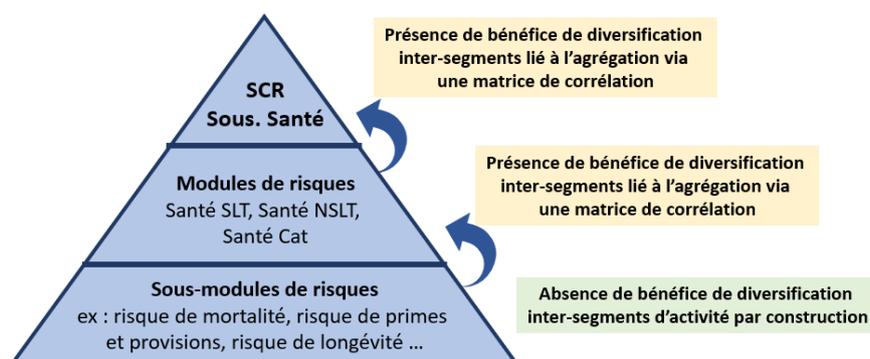


Figure 52 : Niveau du bénéfice de diversification du SCR souscription Santé

Le bénéfice de diversification inter-segments d'activités du SCR de souscription Santé est de 10%.

### **Module de risque de souscription Vie**

Le SCR de souscription Vie concerne seulement la Prévoyance.

La détermination du SCR de souscription Vie par segment d'activité se déduit à partir des inputs disponibles à la maille segment d'activité.

Aux niveaux des modules de risques quelques proxys mineurs sont utilisés pour pallier les effets de diversification dues à la non-additivité des formules de calcul (ex : risque de mortalité) (cf. détail du calcul du SCR Souscription Vie partie 1.4).

L'agrégation des SCR via une matrice de corrélation génère un bénéfice de diversification inter-segment.

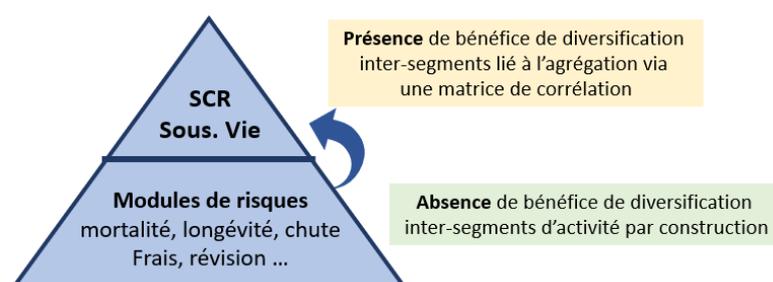


Figure 53 : Niveau du bénéfice de diversification du SCR souscription Vie

Le bénéfice de diversification inter-segments d'activités du SCR de souscription Vie est de 4%.

### Module de risque de contrepartie

La détermination du SCR de contrepartie par segment d'activité est réalisée à l'aide des proxys suivants au niveau des modules de risque.

$$SCR_{type\ 1,seg\ k} = SCR_{type\ 1,entité} \times \frac{BE\ cédé_{seg\ k}}{BE\ cédé_{entité}}$$

$$SCR_{type\ 2,seg\ k} = SCR_{type\ 2,entité} \times \frac{PCNA_{seg\ k}}{PCNA_{entité}}$$

- $SCR_{type\ 1}$  : SCR réglementaire calculé pour le risque de contrepartie de type 1
- $SCR_{type\ 2}$  : SCR réglementaire calculé pour le risque de contrepartie de type 2
- $seg\ k$  :  $k \in \{ \text{Prévoyance individuelle, Prévoyance collective, Santé individuelle, Santé collective} \}$
- $SCR_{seg\ ik}$  : SCR calculé au niveau du segment d'activité  $k$
- PCNA : Provisions pour Cotisation Non Acquises

L'agrégation des modules de risques via une matrice de corrélation génère un bénéfice de diversification inter-segment.

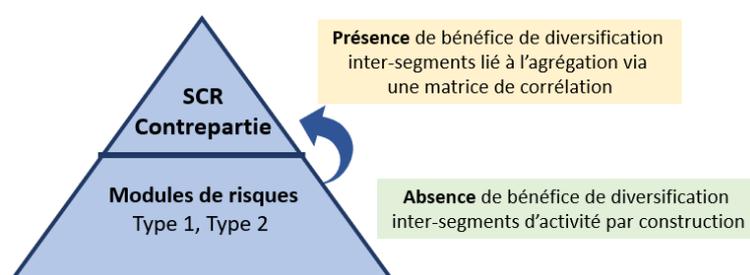


Figure 54 : Niveau du bénéfice de diversification du SCR contrepartie

Le bénéfice de diversification inter-segments d'activités du SCR de contrepartie est de 0,2%.

### Module risque de marché

La détermination du SCR marché par segment d'activité s'est avérée complexe. En effet, les inputs nécessaires à la détermination du SCR de marché ne sont pas disponibles à la maille segment d'activité. L'importance du poids du SCR de marché de l'entité génère un enjeu non négligeable. Ce sujet a d'ailleurs été traité à de nombreuses reprises dans les mémoires d'actuariat. Cependant, l'objet de cette partie de mémoire est d'appliquer la méthode d'allocation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités proposée à un cas concret. Et non la méthode de détermination du SCR par segment d'activité.

Les méthodes de segmentations retenues pour le risque de marché sont les suivantes :

Risque actions, immobiliers, de spread et de change :

$$SCR_{risque\ \alpha, seg\ k} = SCR_{risque\ \alpha, entité} \times \frac{BE\ net_{seg\ k}}{BE\ net_{entité}}$$

- Risque  $\alpha$  :  $\alpha \in \{\text{actions, immobiliers, spread, change}\}$ .
- BE net : Best Estimate net de réassurance et de LGD.

La clé de répartition appliquée directement au SCR actions, immobiliers, spread et change est la suivante :

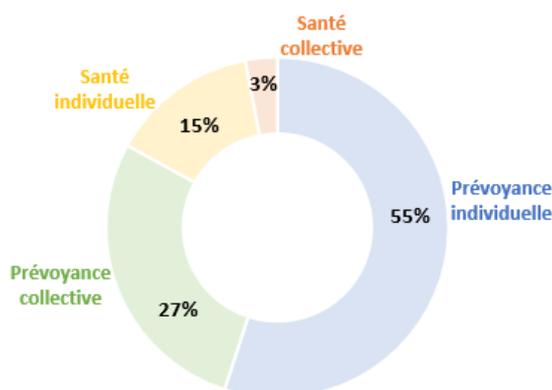


Figure 55 : Clé de répartition pour le risque  $\alpha$  de la société étudiée

Par construction il n'y a aucun bénéfice de diversification inter-segments pour les risques actions, immobiliers, spread et de change.

Risque de taux

Ce risque existe pour l'ensemble des actifs et passifs sensibles aux variations de la structure de la courbe de taux d'intérêt.

Pour les l'actifs : la clé de répartition utilisée est la même que celle déterminée précédemment pour les risques action, immobiliers (cf. Figure 59) ...

Pour le passif : les informations sont disponibles à la maille des segments.

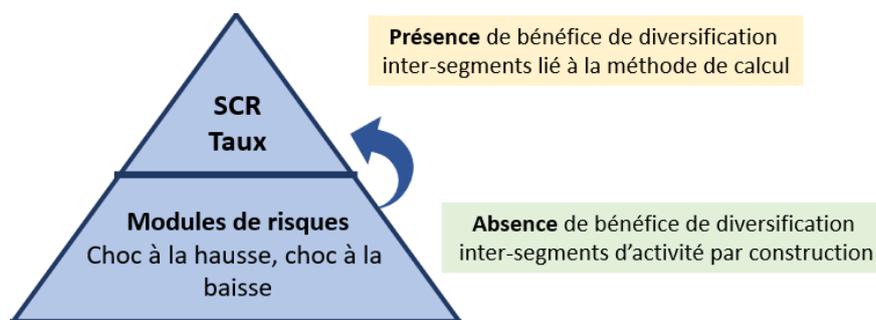


Figure 56 : Niveau du bénéfice de diversification du SCR taux

Le SCR taux résulte du maximum entre le choc hausse et le choc baisse, ce qui crée un fort bénéfice de diversification inter-segment d'activité de 26%.

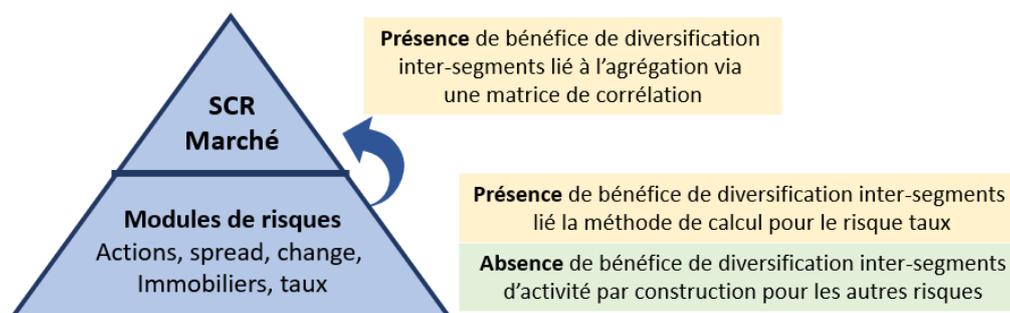


Figure 57 : Niveau du bénéfice de diversification du SCR taux

Après l'agrégation des risques via les matrices de corrélation, le bénéfice de diversification inter-segment d'activité au niveau du SCR marché est seulement de 1%.

**BSCR**

La détermination du BSCR par segment d'activité se fait via l'agrégation des modules de risques de marché, souscription vie, souscription santé et contrepartie à l'aide d'une matrice de corrélation.

Le bénéfice de diversification inter-segment d'activité au niveau du BSCR est de 13%.

**Module risque opérationnel**

La détermination du risque opérationnel par segment d'activité se déduit principalement à la suite de la segmentation des inputs disponibles à la maille segment d'activité. Cependant, il y a un effet de diversification présent au niveau des modules de risques dus à la non-additivité des formules de calcul (ex : composante prime) (cf. détail du calcul du SCR opérationnel partie X).

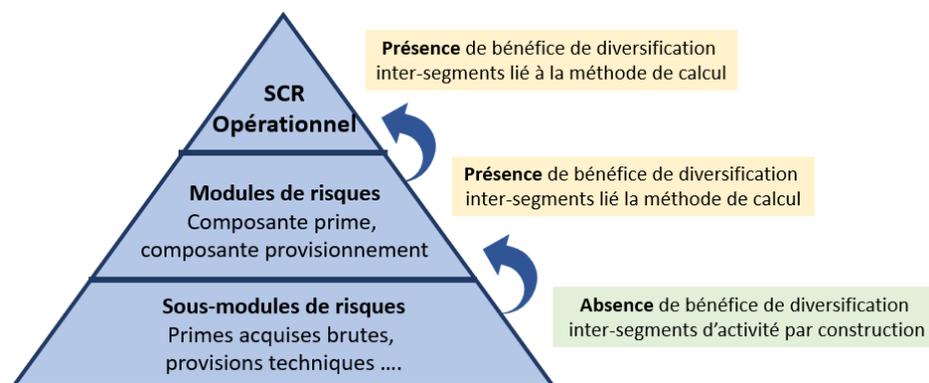


Figure 58 : Niveau du bénéfice de diversification du SCR opérationnel

Le bénéfice de diversification inter-segments d'activités du SCR opérationnel est de 4%.

**SCR des segments d'activités**

La détermination du SCR par segment d'activité se fait via l'addition du risque opérationnel et du BSCR.

Le bénéfice de diversification inter-segment d'activité au niveau du SCR est de 12%.

3.3. Allocation du bénéfice de diversification aux SCR des segments d'activités

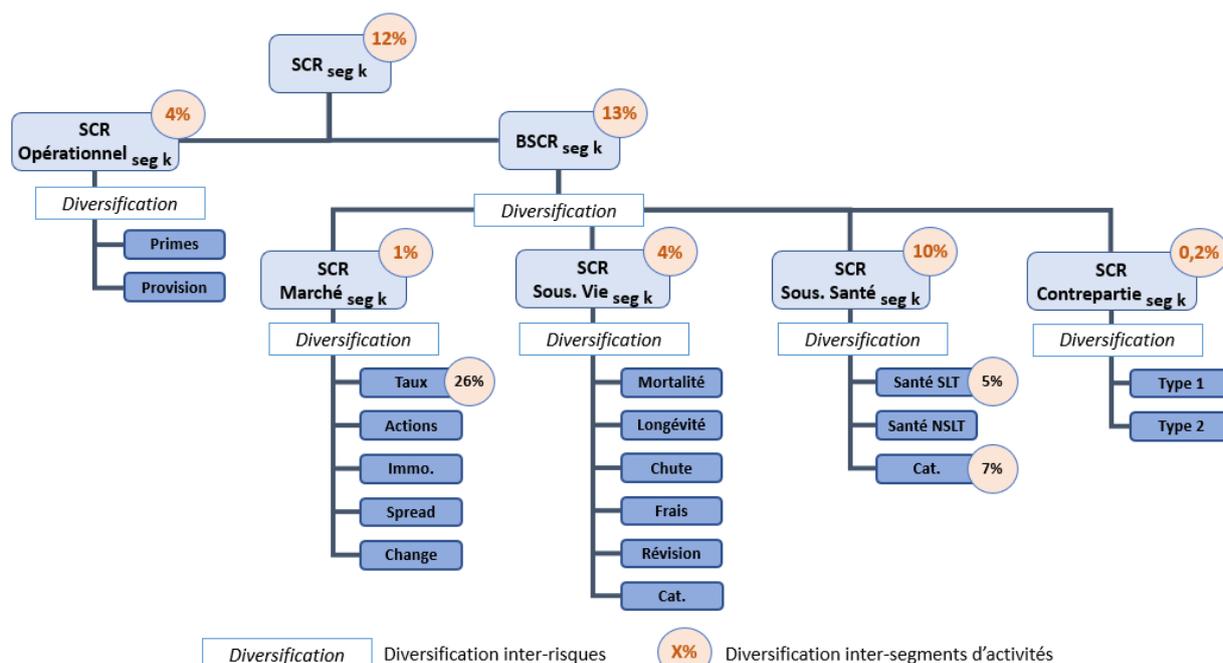


Figure 59 : Bénéfice de diversification inter-segments d'activité des SCR de la société étudiée

Les montants des SCR par segment d'activité avant allocation du capital sont données ci-dessous.

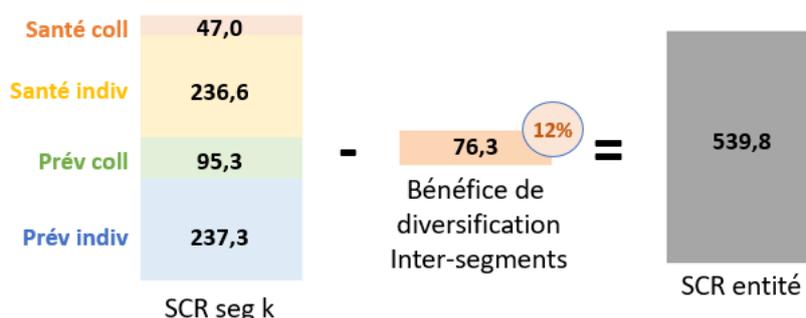


Figure 60 : SCR par segments d'activités en M€ de la société étudiée



**Idées à retenir**

Le bénéfice de diversification inter-segments d'activités est de 12%. Il est principalement issu du module de risque de souscription Santé.

**3.3. Allocation du bénéfice de diversification aux SCR des segments d'activités**

Avant d'appliquer une méthode d'allocation du capital au bénéfice de diversification inter-segments d'activités, il est nécessaire d'étudier les caractéristiques des segments choisis. En effet comme démontré dans la partie 2.2.6 sous certaines conditions l'application d'une méthode d'allocation qui prend en compte la contribution marginale entre les segments peut s'avérer peu pertinente et la méthode proportionnelle être suffisante.

### 3.3.1. Etude de la dispersion et corrélation des segments d'activités

Plus la dispersion des segments d'activités est élevée et la corrélation des segments d'activités faible, plus la nouvelle méthode proposée est pertinente car elle apporte des résultats d'allocation plus juste que la méthode proportionnelle (cf. cartographie XX).

L'étude de la corrélation et de la dispersion des segments d'activités est donc un prérequis au choix de la méthode d'allocation du capital.

#### Corrélation entre les segments d'activités

Il n'existe aucune information dans le REGLEMENT DELEGUEE 2015/35 concernant la corrélation entre les garanties du secteur Santé / Prévoyance ou des segments d'activités considérés. Cependant, les hypothèses suivantes sont émises :

<i>Corrélation</i>	Prévoyance individuelle	Prévoyance collective	Santé individuelle	Santé collective
Prévoyance individuelle	1			
Prévoyance collective	0,5	1		
Santé individuelle	0,75	0,25	1	
Santé collective	0,25	0,75	0,5	1

Prévoyance individuelle et collective : Les contrats en prévoyance individuelle et collective sont de mêmes natures donc impactés de la même manière par l'environnement sociaux économique. Cependant, la population assurée est différente. D'où le choix d'un facteur de corrélation de 0,5.

Santé individuelle et collective : Les contrats en Santé individuelle et sont de mêmes natures donc impactés de la même manière par l'environnement sociaux économique. Cependant, la population assurée est différente. D'où le choix d'un facteur de corrélation de 0,5.

Prévoyance et Santé individuelle : Les assurés ont tendance à regrouper leurs contrats au sein d'un même assureur. Par conséquent, la population assurée en Prévoyance et Santé individuelle est similaire. D'où le choix d'un facteur de corrélation de 0,75.

Prévoyance et Santé collectives Les employeurs ont tendance à regrouper leurs contrats au sein d'un même assureur. Par conséquent, la population assurée en Prévoyance et Santé collective est similaire. D'où le choix d'un facteur de corrélation de 0,75.

Prévoyance individuelle et Santé collective : Les contrats en Prévoyance individuelle et Santé collective ne sont pas de mêmes natures et la population assurée est différente. D'où le choix d'un facteur de corrélation de 0,25.

Prévoyance collective et Santé individuelle : Les contrats en Prévoyance collective et Santé individuelle ne sont pas de mêmes natures et la population assurée est différente. D'où le choix d'un facteur de corrélation de 0,25.

#### Dispersion entre les segments d'activités

D'après l'application de la Formule 1 de la partie 2.1.2 qui détermine la dispersion entre les segments d'activités pour l'ensemble des segments qui composent l'entité. La dispersion des SCR par

3.3.1. Etude de la dispersion et corrélation des segments d'activités

segments d'activité est de 54%. C'est une dispersion moyenne, d'après la Cartographie XX partie 2.3.4, la nouvelle méthode proposée donnera des meilleurs résultats que la méthode proportionnelle.

De plus, le bénéfice de l'application de la nouvelle méthode proposée dépend aussi du poids du segment auquel, l'assurance s'intéresse. La nouvelle méthode proposée est davantage bénéfique pour le segment qui a un poids faible.

Le tableau suivant donne le poids des couples de segments étudiés avec :

$$Poids_{seg\ 1} = \frac{SCR_{seg\ 1}}{SCR_{seg\ 1} + SCR_{seg\ 2}}$$

$$Poids_{seg\ 2} = \frac{SCR_{seg\ 2}}{SCR_{seg\ 1} + SCR_{seg\ 2}}$$

Segment 1	Segment 2	Poids segment 1	Poids segment 2	Dispersion*
Prévoyance individuelle	Prévoyance collective	71%	29%	43%
Prévoyance individuelle	Santé individuelle	50%	50%	0%
Prévoyance individuelle	Santé collective	83%	17%	67%
Prévoyance collective	Santé individuelle	29%	71%	43%
Prévoyance collective	Santé collective	67%	33%	34%
Santé individuelle	Santé collective	83%	17%	67%

\*Cf. Formule 2 de la partie 2.1.2

La mise en parallèle de l'ensemble des résultats de corrélations et de dispersions permet la représentation suivante :

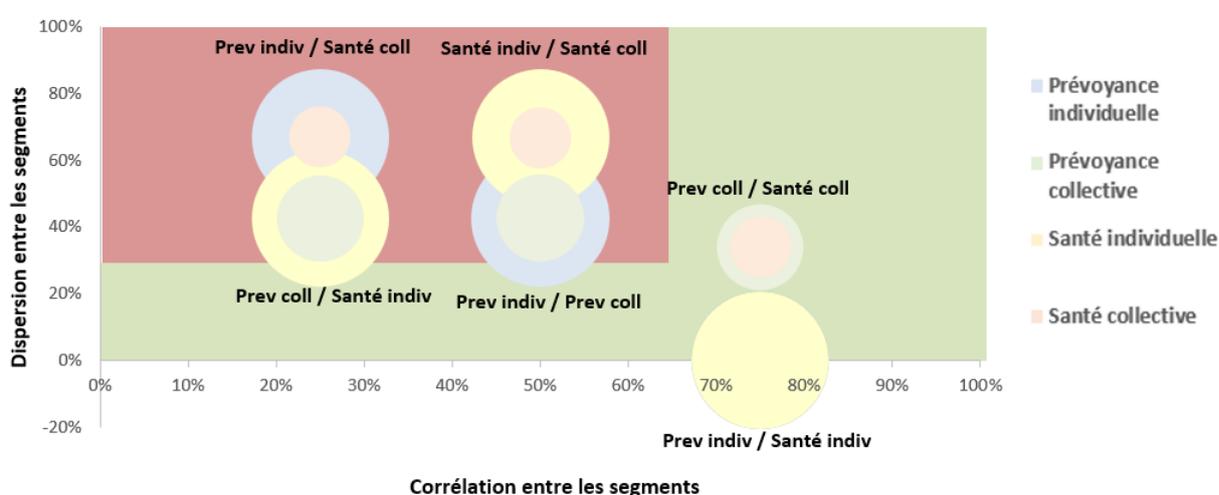


Figure 61 : Cartographie du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation et la dispersion des segments d'activités de la société étudiée

D'après nos études du *chapitre 2 : Allocation du capital et bénéfice de diversification inter-segments d'activités du SCR*. Il y a un bénéfice important à utiliser la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée pour les couples situés dans la zone rouge : corrélation faible à moyenne et dispersion moyenne à forte.

- Prévoyance individuelle / Santé collective
- Prévoyance collective / Santé individuelle
- Prévoyance individuelle / Prévoyance collective
- Santé individuelle / Santé collective

Pour les couples de la zone verte, le bénéfice à utiliser la nouvelle méthode proposée est négligeable voire nulle. Il est donc conseillé d'appliquer la méthode proportionnelle d'allocation du capital au couples suivants :

- Prévoyance collective/ Santé collective
- Prévoyance individuelle / Santé individuelle

Il n'est pas possible d'appliquer une combinaison de méthode d'allocation sein des segments d'activités. 4 des 6 couples qui composent la segmentation choisie sont en zone rouge. De plus, la dispersion totale entre les segments d'activités est moyenne, ce qui correspond à la situation où la nouvelle méthode proposée apporte des résultats significativement meilleurs à la méthode proportionnelle.

Par conséquent, pour la société étudiée, il est justifié d'appliquer la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée afin d'allouer le bénéfice de diversification entre les SCR des segments d'activités.



### ***Idées à retenir***

L'étude des **caractéristiques des segments d'activités** choisis justifie l'application de la **nouvelle méthode d'allocation du capital proposée**.

### 3.3.2. Résultats d'allocation

#### Méthode proportionnelle

Les résultats obtenus à l'aide de la méthode proportionnelle sont les suivants.

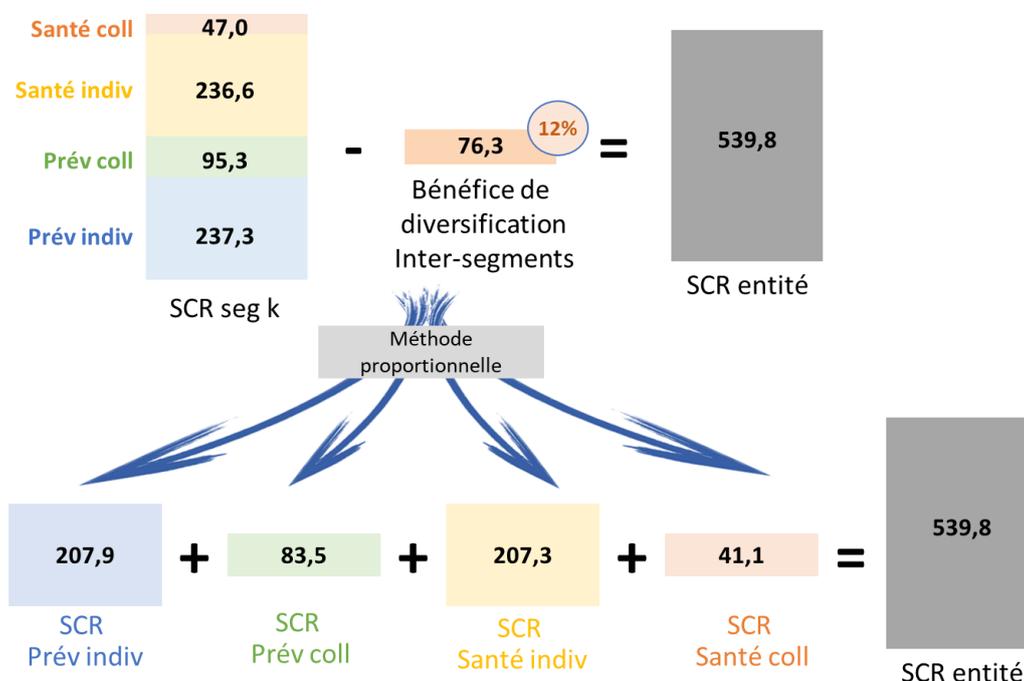


Figure 62 : Résultats des SCR par segments d'activités après allocation du bénéfice de diversification avec la méthode proportionnelle

Suite à l'application de la méthode proportionnelle, la Santé individuelle et la Prévoyance individuelle contribuent de manière quasiment similaire au SCR de l'entité ( respectivement 38,4% et 38,5%). La Santé collective est le segment qui contribue le moins, il représente 7,6% du SCR de l'entité.

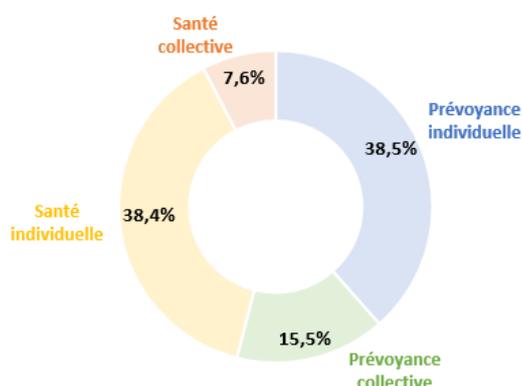


Figure 63 : Contribution des segments d'activités au SCR de l'entité avec la méthode proportionnelle

#### Nouvelle méthode proposée

Les résultats obtenus à l'aide de la nouvelle méthode proposée sont les suivants.

3.3.2. Résultats d'allocation

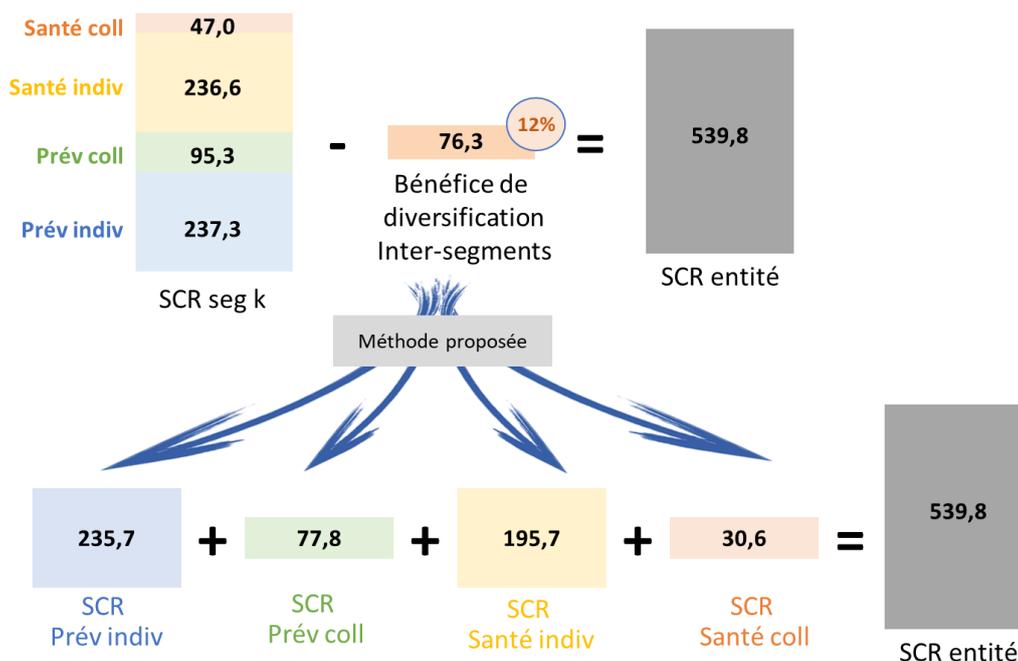


Figure 64 : Résultats des SCR par segments d'activités après allocation du bénéfice de diversification avec la nouvelle méthode proposée

Suite à l'application de la nouvelle méthode proposée, c'est la Prévoyance individuelle qui contribue le plus au SCR de l'entité avec 43,7%, suivie par la Santé individuelle avec 36,3%. La Santé collective est le segment qui contribue le moins, il représente 5,7% du SCR de l'entité.

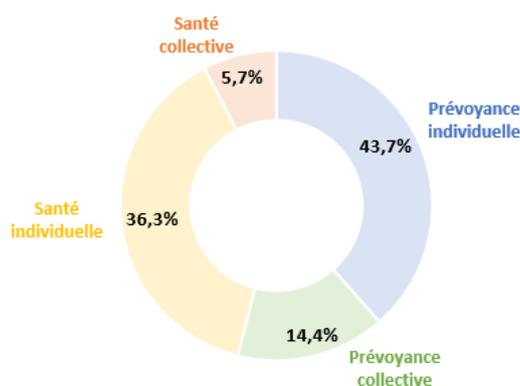


Figure 65 : Contribution des segments d'activités au SCR de l'entité avec la nouvelle méthode proposée

**Comparaison des résultats selon la méthode d'allocation du capital**

Il y a une forte dispersion de l'allocation des 76,3M€ de capital issu du bénéfice de diversification inter-segments d'activités selon la méthode choisie.

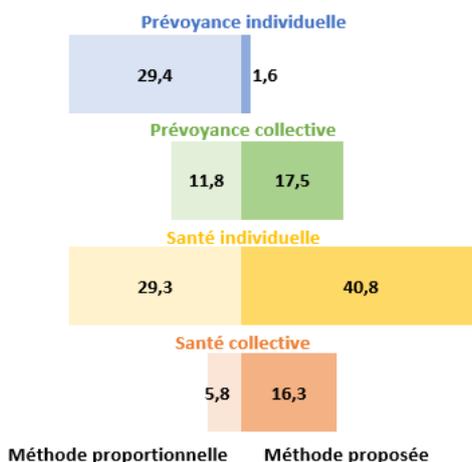


Figure 66 : Résultats d'allocation du bénéfice de diversification par segments d'activités selon la méthode

Avec la méthode proportionnelle, l'allocation du capital dépend uniquement du poids du SCR du segment d'activité considéré comparé au poids de l'ensemble des segments considérés.

Avec la nouvelle méthode proposée, l'allocation du capital dépend des impacts marginaux des sous-ensembles des coalitions des segments considérés.

Les variations d'allocation entre les deux méthodes sont importantes. Par exemple, comparé à la méthode proportionnelle, la nouvelle méthode proposée fait diminuer le montant du capital alloué à la Prévoyance individuelle de 94% (passage de 29,4M€ à 1,6M€) et augmenter le capital alloué à la Santé individuelle de 39% (passage de 29,3M€ à 40,8M€).

En reprenant la *Formule 3* de la partie 2.2.5 sur la dispersion des résultats d'allocation, les résultats suivants sont obtenus.

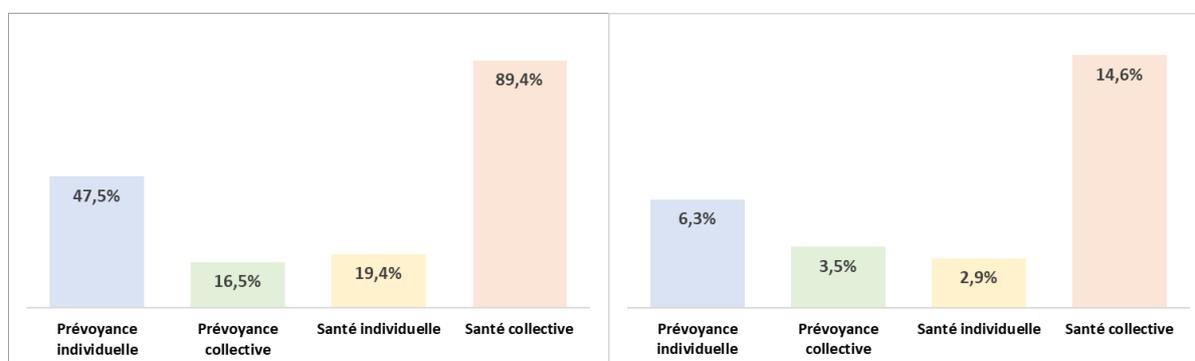


Figure 67 : Dispersion de l'allocation du bénéfice de diversification au sein des segments d'activités selon la méthode choisie

Figure 68 : Dispersion des SCR après allocation du bénéfice de diversification au sein des segments d'activités selon la méthode choisie

D'après l'étude des caractéristiques des segments d'activités réalisée partie 2.2.5, ces résultats étaient prévisibles.

Le segment Santé collective est le plus sensible à la méthode d'allocation choisie avec une dispersion des résultats du capital alloué de 89,4% et une dispersion du SCR après allocation de 14,6% entre les deux méthodes. Cela s'explique par le faible poids du SCR du segment Santé collective comparé aux autres SCR des segments considérés. Le segment le moins sensible est la Santé individuelle avec une dispersion de seulement 2,9% du SCR après allocation.

3.3.2. Résultats d'allocation

Les variations de résultats d'allocation, ont un impact significatif sur la contribution des segments d'activités au SCR de l'entité.

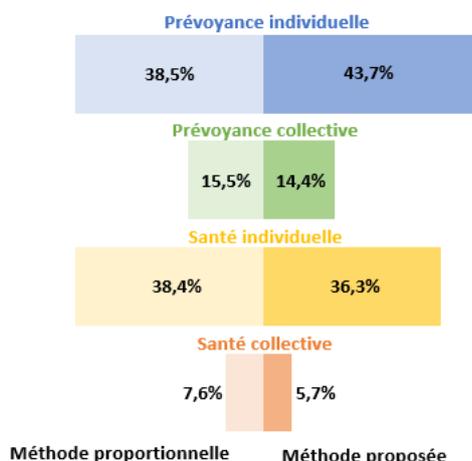


Figure 69 : Contribution des segments d'activités au SCR de l'entité selon la méthode d'allocation du capital

À l'aide de la nouvelle méthode proposée la Prévoyance individuelle contribue à 43,7% du SCR de l'entité, suivi par la Santé individuelle avec 36,3%. Alors qu'avec la méthode proportionnelle la contribution de la Prévoyance et Santé individuelle est comparable (respectivement 38,5% et 38,4%).

Ces différences sont à prendre en considération car elles ont un impact dans le pilotage stratégique des segments d'activités de la société.

La représentation graphique suivante, présente 3 indicateurs fournis par la société dans leurs rapports réglementaires à la maille segments d'activités et le SCR déterminé à l'aide de la méthode proportionnelle et de la nouvelle méthode proposée.

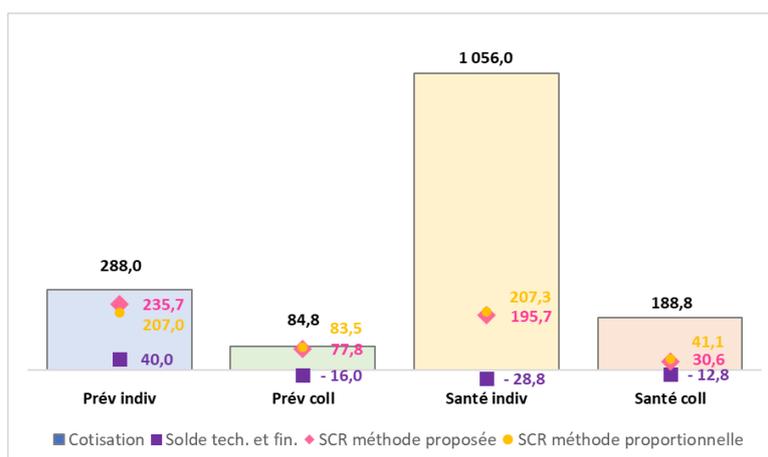


Figure 70 : Indicateurs par segment d'activité en M€ de la société étudiée

La vision SCR par segment d'activité, complète les indicateurs comptables par une mesure d'immobilisation du capital nécessaire pour chaque segment. Cela permet, par exemple de relativiser les résultats du solde technique du segment Prévoyance individuelle car bien que ce soit le seul à apporter un résultat positif à l'assureur c'est aussi le plus coûteux en SCR. Or la méthode d'allocation

du capital proportionnelle ne permet pas de le visualiser car elle alloue au segment une part trop importante de bénéfice de diversification.



### ***Idées à retenir***

Les résultats obtenus ont confirmé les conclusions des analyses réalisées dans le chapitre 2 de ce mémoire.

La **nouvelle méthode d'allocation proposée** a permis d'obtenir une **allocation du bénéfice de diversification** entre segments d'activités qui **prenant en compte les impacts marginaux** entre ces segments d'activités.

Tout en exigeant un **surcoût de temps de calcul minime** et **ne nécessitant pas de ressource informatique** supplémentaire.

## Conclusion

Dans le cadre de la réforme Solvabilité II, les compagnies d'assurance sont amenées à calculer un capital réglementaire permettant de garantir leurs engagements envers les assurés. Ce capital était calculé de façon linéaire en Solvabilité I, alors que sous Solvabilité II, il est obtenu à la suite de processus d'agrégation des segments d'activités de l'entité, intégrant les effets de corrélation entre ces segments et donnant lieu à des bénéfices de diversification.

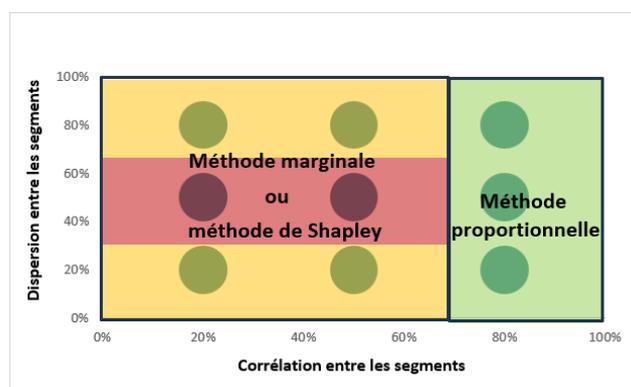
Les méthodes d'allocation du capital consistent à réallouer le bénéfice de diversification de sorte que la somme des SCR par segments d'activité soit égale au SCR de l'entité. Plusieurs méthodes d'allocation du capital habituellement utilisées ont été présentées dans ce mémoire :

- La méthode proportionnelle, qui prend en compte le poids des segments d'activités.
- La méthode marginale, qui prend en compte le poids des segments d'activités et l'impact marginal des coalitions de segments d'activités.
- La méthode de Shapley, qui prend en compte le poids des segments d'activités, l'impact marginal des coalitions et sous-coalitions de segments d'activités.

L'application de ces méthodes d'allocation du capital au bénéfice de diversification inter-segments d'activités révèle que l'utilisation de la méthode marginale ou de Shapley sont extrêmement chronophage, et exigeante en ressource informatique, car elles nécessitent la détermination des SCR de chaque sous-coalition et coalition de segments. C'est pourquoi les sociétés d'assurance se satisfont de l'application de la méthode proportionnelle.

Les travaux de ce mémoire ont permis de déterminer une cartographie de l'importance du choix de la méthode d'allocation du capital, selon la corrélation et la dispersion des segments d'activités étudiés.

- Dans le cas d'une forte corrélation entre les segments d'activités, le poids du bénéfice de diversification et la dispersion des résultats d'allocation selon méthode choisie sont faibles. L'application de la méthode proportionnelle, simple d'application, est donc conseillée.
- Dans les autres cas, le poids du bénéfice de diversification et/ou la dispersion des résultats d'allocation selon méthode choisie sont non négligeables. L'application d'une méthode d'allocation qui prend en compte les impacts marginaux entre les segments d'activités est recommandée.



*Cartographie de l'importance du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation et la dispersion entre les segments d'activités*

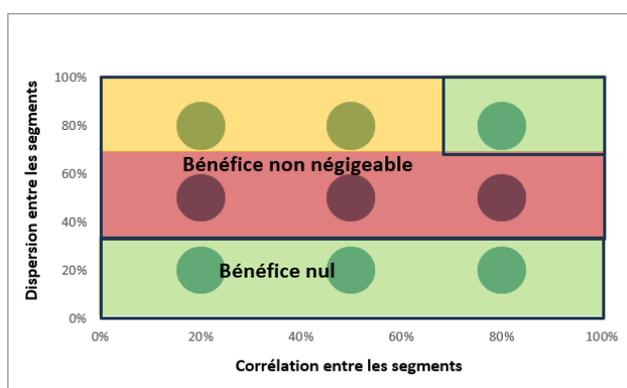
Le SCR par segment d'activité est un indicateur de risque puisqu'il représente le capital à immobiliser afin de garantir la solvabilité de l'entreprise. D'autre part, l'immobilisation de ce capital a un coût qui doit être pris en compte dans le cadre du pilotage de l'activité. Les décisions stratégiques sont donc susceptibles de varier selon la méthode d'allocation du capital choisie.

C'est pourquoi une nouvelle méthode d'allocation du capital a été proposée. Celle-ci remplit les trois critères suivants :

- Prise en compte de l'impact marginal entre les segments d'activités
- Nécessitant peu de ressources informatiques
- Non chronophage

Le bénéfice de cette approche comparé à la méthode proportionnelle a été cartographié en selon la corrélation et la dispersion des segments étudiés.

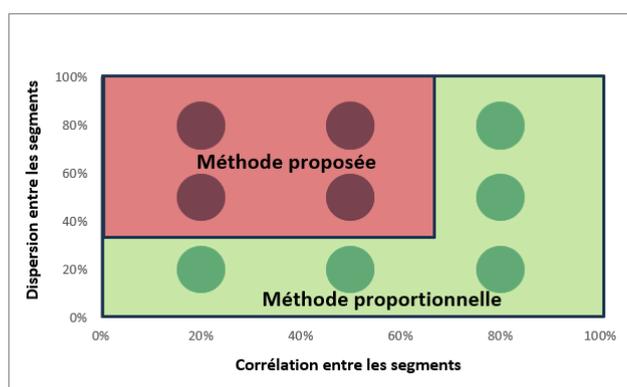
- Dans le cas d'une faible dispersion entre les segments d'activités, le bénéfice de la nouvelle méthode proposée est très faible, voire inexistant.
- Dans les autres cas, le bénéfice de la nouvelle méthode proposée est non négligeable.



*Cartographie du bénéfice de la nouvelle méthode proposée en comparaison avec la méthode proportionnelle selon la corrélation et la dispersion entre les segments d'activités*

Enfin, une cartographie qui regroupe l'ensemble des travaux a été réalisée. Elle permet de visualiser les situations pour lesquelles il est préférable d'opter une méthode d'allocation proportionnelle et celle pour lesquelles la nouvelle méthode proposée est préférable.

- Dans le cas d'une dispersion et corrélation moyenne à forte entre les segments d'activités, la nouvelle méthode proposée conseillée.
- Dans les autres cas, la méthode proportionnelle est suffisante.



*Cartographie du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation et la dispersion entre les segments d'activités*

Les travaux réalisés ont ensuite été appliqués à une société d'assurance en Santé / Prévoyance. La segmentation choisie est une segmentation par type de produit :

- Prévoyance individuelle

- Prévoyance collective
- Santé individuelle
- Santé collective

Ce choix résulte des besoins de l'entreprise qui fournit déjà un grand nombre d'indicateurs du pilier II à cette maille et qui souhaite les compléter par une vision risque avec le besoin d'immobilisation en capital.

Les résultats obtenus ont confirmé ce que nos cartographies prévoyaient, et la nouvelle méthode d'allocation proposée a permis d'obtenir une contribution des SCR par segments d'activités au SCR de l'entité significativement différente comparé à la méthode d'allocation proportionnelle.

La nouvelle méthode d'allocation du capital proposée, appliquée au bénéfice de diversification inter-segments d'activités, permet d'obtenir des résultats d'allocation du capital plus pertinent que la méthode proportionnelle, en prenant en compte les impacts marginaux entre les segments d'activités. Tout en exigeant un surcoût de temps de calcul minime et ne nécessitant pas de ressource informatique supplémentaire.

Toutefois, nos travaux ont aussi leurs limites, car les outils à notre disposition ne nous ont pas permis de réaliser une allocation de Shapley au SCR de la société. Pour cela, il aurait fallu déterminer les SCR de l'ensemble des coalitions et sous-coalition de segments, ce qui n'était pas réalisable avec les maquettes de calcul à notre disposition.

L'application des travaux de ce mémoire à une société d'assurance où ce travail est possible serait un point essentiel pour la validation de la méthodologie proposée. De plus, pour étudier la volatilité des résultats, cette étude devrait être réalisée sur plusieurs exercices comptables.

La réforme Solvabilité II pousse les assureurs à mieux connaître leurs propres risques sur des horizons de projections en lien avec leurs engagements envers leurs assurés. Il est donc très important pour les sociétés d'assurances, de comprendre la différence entre les méthodes d'allocation du capital et d'appliquer la méthode la plus adaptée à la structure de la segmentation choisie et aux ressources à leur disposition.

## Table des figures

---

<i>Figure 1 : Schématisation du principe de détermination du SCR de l'entité</i>	22
<i>Figure 2 : Illustration des segments d'activités</i>	23
<i>Figure 3 : Exigence réglementaire (SCR/MCR)</i>	26
<i>Figure 4 : Calcul du capital réglementaire au titre du risque X</i>	27
<i>Figure 5 : Schématisation simplifiée de la détermination du SCR</i>	27
<i>Figure 6 : Architecture des risques qui composent le SCR en Formule Standard</i>	28
<i>Figure 7 : Étapes de détermination du SCR de l'entité</i>	28
<i>Figure 8 : Architecture simplifiée du BSCR</i>	29
<i>Figure 9 : Structure modulaire du risque de souscription Santé</i>	33
<i>Figure 10 : Représentation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités</i>	37
<i>Figure 11 : Présence du bénéfice de diversification aux différents niveaux du SCR</i>	38
<i>Figure 12 : Représentation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités au niveau des sous-modules de risques</i>	38
<i>Figure 13 : Représentation du bénéfice de diversification inter-segments d'activités au niveau des modules de risques</i>	39
<i>Figure 14 : SCR et corrélation entre les segments d'activités</i>	41
<i>Figure 15 : Poids du bénéfice de diversification et corrélation entre les segments d'activités</i>	41
<i>Figure 16 : SCR et dispersion entre les segments d'activités</i>	42
<i>Figure 17 : Poids du bénéfice de diversification et dispersion entre les segments d'activités</i>	42
<i>Figure 18 : SCR selon la corrélation et dispersion entre les segments d'activités</i>	43
<i>Figure 19 : Poids du bénéfice de diversification selon la dispersion et corrélation entre les segments d'activités</i>	44
<i>Figure 20 : Poids du bénéfice de diversification selon la dispersion et corrélation entre les segments d'activités (variables continues)</i>	44
<i>Figure 21 : Ensemble des SCR nécessaires à l'application de la méthode d'allocation du capital proportionnelle</i>	46
<i>Figure 22 : Ensemble des SCR nécessaires à l'application de la méthode d'allocation du capital marginale</i>	47
<i>Figure 23 : Ensemble des SCR nécessaires à l'application de la méthode d'allocation du capital de Shapley</i>	49
<i>Figure 24 : Contribution des segments au SCR de l'entité selon la méthode d'allocation du capital</i>	50

<b>Figure 25 : SCR après allocation du capital selon la méthode pour une corrélation de 20% entre les segments d'activités</b>	<b>52</b>
<b>Figure 26 : Dispersion des résultats après allocation du capital selon la méthode et la corrélation entre les segments d'activités</b>	<b>52</b>
<b>Figure 27 : Dispersion des résultats après allocation du capital selon la méthode et la dispersion entre les segments d'activités</b>	<b>53</b>
<b>Figure 28 : Dispersion des résultats après allocation du capital selon la dispersion et corrélation entre segments d'activités</b>	<b>54</b>
<b>Figure 29 : Dispersion des résultats après allocation du capital du segment 1 selon la dispersion et corrélation entre segments d'activités (variables continues)</b>	<b>55</b>
<b>Figure 30 : Dispersion des résultats après allocation du capital du segment 2 selon la dispersion et corrélation entre segments d'activités (variables continues)</b>	<b>55</b>
<b>Figure 31 : Cartographie de l'importance du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation et dispersion entre les segments d'activités</b>	<b>57</b>
<b>Figure 32 : L'importance du choix de la méthode d'allocation du capital du segments 1 selon la corrélation et dispersion entre les segments d'activités (variables continues)</b>	<b>58</b>
<b>Figure 33 : L'importance du choix de la méthode d'allocation du capital du segments 2 selon la corrélation et dispersion entre les segments d'activités (variables continues)</b>	<b>58</b>
<b>Figure 34 : Illustration de la pratique n°1 - méthode d'allocation du capital proportionnelle au niveau du SCR</b>	<b>60</b>
<b>Figure 35 : Illustration de la pratique n°2 - méthode d'allocation du capital de Shapley au niveau du SCR total</b>	<b>60</b>
<b>Figure 36 : Schéma de la nouvelle méthode proposée</b>	<b>61</b>
<b>Figure 37 : Listes des informations disponibles et nécessaires à l'application de la méthode d'allocation de Shapley et proportionnelle entre les segments d'activités au niveau des sous-modules de risques</b>	<b>62</b>
<b>Figure 38 : Liste des informations disponibles et nécessaires à l'application de la méthode de Shapley entre les segments d'activités au niveau des modules de risques</b>	<b>63</b>
<b>Figure 39 : Contribution des SCR des segments d'activités au SCR de l'entité pour une corrélation et une dispersion de 50% entre le segment 1 et 2</b>	<b>71</b>
<b>Figure 40 : Bénéfice de la nouvelle méthode proposée selon la dispersion et corrélation entre les segments d'activités</b>	<b>71</b>
<b>Figure 41 : Cartographie du bénéfice de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée en comparaison avec la méthode proportionnelle selon la corrélation et la dispersion entre les segments d'activités</b>	<b>72</b>
<b>Figure 42 : Bénéfice de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée selon la corrélation, dispersion entre les segments d'activités et la corrélation entre les modules de risques</b>	<b>73</b>
<b>Figure 43 : Cartographie de l'application de la nouvelle méthode d'allocation du capital proposée selon la corrélation et la dispersion entre les segments d'activités</b>	<b>74</b>

<b>Figure 44 :</b>	<b>Répartition de l'activité selon les cotisations acquises de la société étudiée</b>	<b>76</b>
<b>Figure 45 :</b>	<b>Répartition des placements du portefeuille en valeur comptable de la société étudiée</b>	<b>77</b>
<b>Figure 46 :</b>	<b>Exemple d'indicateurs fournis à la maille segments d'activités de la société étudiée</b>	<b>78</b>
<b>Figure 47 :</b>	<b>Répartition des contrats prévoyance individuelle selon leurs cotisations acquises de la société étudiée</b>	<b>79</b>
<b>Figure 48 :</b>	<b>Les provisions techniques sous S2</b>	<b>80</b>
<b>Figure 49 :</b>	<b>Répartition des provisions techniques S2 nettes par segments d'activités de la société étudiée</b>	<b>81</b>
<b>Figure 50 :</b>	<b>Répartition des placements du portefeuille en vision S2 de la société étudiée</b>	<b>82</b>
<b>Figure 51 :</b>	<b>Modules de risques qui composent le SCR de l'entité de la société étudiée</b>	<b>84</b>
<b>Figure 52 :</b>	<b>Niveau du bénéfice de diversification du SCR souscription Santé</b>	<b>86</b>
<b>Figure 53 :</b>	<b>Niveau du bénéfice de diversification du SCR souscription Vie</b>	<b>87</b>
<b>Figure 54 :</b>	<b>Niveau du bénéfice de diversification du SCR contrepartie</b>	<b>87</b>
<b>Figure 55 :</b>	<b>Clé de répartition pour le risque <math>\alpha</math> de la société étudiée</b>	<b>88</b>
<b>Figure 56 :</b>	<b>Niveau du bénéfice de diversification du SCR taux</b>	<b>88</b>
<b>Figure 57 :</b>	<b>Niveau du bénéfice de diversification du SCR taux</b>	<b>89</b>
<b>Figure 58 :</b>	<b>Niveau du bénéfice de diversification du SCR opérationnel</b>	<b>89</b>
<b>Figure 59 :</b>	<b>Bénéfice de diversification inter-segments d'activité des SCR de la société étudiée</b>	<b>90</b>
<b>Figure 60 :</b>	<b>SCR par segments d'activités en M€ de la société étudiée</b>	<b>90</b>
<b>Figure 61 :</b>	<b>Cartographie du choix de la méthode d'allocation du capital selon la corrélation et la dispersion des segments d'activités de la société étudiée</b>	<b>92</b>
<b>Figure 62 :</b>	<b>Résultats des SCR par segments d'activités après allocation du bénéfice de diversification avec la méthode proportionnelle</b>	<b>94</b>
<b>Figure 63 :</b>	<b>Contribution des segments d'activités au SCR de l'entité avec la méthode proportionnelle</b>	<b>94</b>
<b>Figure 64 :</b>	<b>Résultats des SCR par segments d'activités après allocation du bénéfice de diversification avec la nouvelle méthode proposée</b>	<b>95</b>
<b>Figure 65 :</b>	<b>Contribution des segments d'activités au SCR de l'entité avec la nouvelle méthode proposée</b>	<b>95</b>
<b>Figure 66 :</b>	<b>Résultats d'allocation du bénéfice de diversification par segments d'activités selon la méthode</b>	<b>96</b>
<b>Figure 67 :</b>	<b>Dispersion de l'allocation du bénéfice de diversification au sein des segments d'activités selon la méthode choisie</b>	<b>96</b>

**Figure 68 : Dispersion des SCR après allocation du bénéfice de diversification au sein des segments d'activités selon la méthode choisie \_\_\_\_\_ 96**

**Figure 69 : Contribution des segments d'activités au SCR de l'entité selon la méthode d'allocation du capital \_\_\_\_\_ 97**

**Figure 70 : Indicateurs par segment d'activité en M€ de la société étudiée \_\_\_\_\_ 97**

## Table des indicateurs définis

---

<i>Formule 1 : Poids du bénéfice de diversification entre les segments d'activités</i>	40
<i>Formule 2 : Dispersion entre les segments d'activités</i>	42
<i>Formule 3 : Dispersion des résultats à l'issus de l'application selon différentes méthodes d'allocation du capital</i>	51
<i>Formule 4 : Contribution du segment k après la méthode d'allocation <math>\gamma</math> au SCR de l'entité</i>	70
<i>Formule 5 : Bénéfice de la nouvelle méthode proposée comparé à la méthode proportionnelle pour le segment k</i>	70

## Bibliographie

---

### Articles

**REGLEMENT DELEGUE (UE) 2015/35 DE LA COMMISSION** complétant la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité II). (2014). Journal officiel de l'Union Européenne.

**Directive 2009/138/ce du parlement Européenne** et du conseil du 25 novembre 2009 sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (solvabilité II). (2009). Journal officiel de l'Union européenne.

**Loi n° 89-1009** du 31 décembre 1989, dite loi EVIN

**Denault, M.**, (2001). *Coherent allocation of risk capital*, Vol 4 N°1, HEC Montréal

**EIOPA.** (2014). *The underlying assumption in the standard formula for Solvency Capital Requirement calculation*

**Dhaene J., Tsanakas A., Valdez E., Vanduffel S.**, (2009). *Optimal capital allocation principles*

**Derien A., Le Floc'h E.**, (2011). *L'analyse de la rentabilité vue par la formule standard*, Document de recherche, Université Lyon 1- Laboratoire SAF.

**TASCHE D.**, (2007). *Capital Allocation to Business Units and Sub-Portfolios : the Euler Principle*, Pillar II in the New Basel Accord : The Challenge of Economic Capital, Resti.

### Cours

**DUBOIS D.**, (2023). *Gestion des risques (ERM)*. Sorbonne université, Cours CEA - 2ème année

**Gorrand R.**, (2023). *Solvabilité II (hors BEL)*. Sorbonne université, Cours CEA - 2ème année

**Poncelet V.**, (2023). *Assurance de personnes : Santé, prévoyance et dépendance*. Sorbonne université, Cours CEA - 2ème année

### Mémoires d'actuariat

**Carichon Y.**, (2022). *Allocation de capital et étude d'optimisation d'un portefeuille d'un assureur non-vie*, IRM.

**Decupère S.**, (2011). *Agrégation des risques et allocation de capital sous Solvabilité II*, ENSAE.

**Delcambre M.**, (2014). *Allocation du capital réglementaire*, ISFA.

**Denner-Jerez L.**, (2016). *Rentabilité et allocation optimale de produits épargne et prévoyance*, DUAS.

**Gondran E., Lagresle R.**, (2014). *Appétence au risque et allocation de capital à partir de critères de performance sous Solvabilité2*, ENSAE.

**Grandperrin L.**, (2015). *Allocation du capital : théorie et pratique de la méthode d'Euler*. ISFA.

**Bouette J., Chassagneux JF.**, (2005). *Mesures de risque et allocation optimale de capital*, ENSAE.

**Sammari R.**, (2009). *Allocation du capital ajusté au risque dans le cadre du projet Solvabilité II : Cas d'application Assurance AMI*, Faculté de droit et des sciences économiques et politiques de Sousse.

## Annexe

### Démonstration 1 : Bénéfice de diversification et corrélation entre les segments d'activités

Objectif : Démontrer que le poids du bénéfice de diversification diminue quand la corrélation entre les segments d'activité augmente.

Soit entité = {seg 1 ; seg 2} et  $\text{corr}_{\text{seg1,seg2}} = \theta$  avec  $\theta \in [-1; 1[$ .

Bénéfice de diversification =  $\text{SCR}_{\text{seg1}} + \text{SCR}_{\text{seg2}} - \text{SCR}_{\text{seg1,seg2}}$

Soit  $\begin{pmatrix} 1 & \theta \\ \theta & 1 \end{pmatrix}$  la matrice de corrélation entre le segment 1 et le segment 2.

Si  $(\text{SCR}_{\text{seg1,seg2}})^2 = (\text{SCR}_{\text{seg1}} ; \text{SCR}_{\text{seg2}}) \begin{pmatrix} 1 & \theta \\ \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{SCR}_{\text{seg1}} \\ \text{SCR}_{\text{seg2}} \end{pmatrix} = \varphi(\theta)$

$$\begin{aligned} \varphi(\theta) &= (\text{SCR}_{\text{seg1}})^2 + \theta \text{SCR}_{\text{seg1}} \text{SCR}_{\text{seg2}} + \theta \text{SCR}_{\text{seg2}} \text{SCR}_{\text{seg1}} + (\text{SCR}_{\text{seg2}})^2 \\ &= (\text{SCR}_{\text{seg1}})^2 + 2 \theta \text{SCR}_{\text{seg1}} \text{SCR}_{\text{seg2}} + (\text{SCR}_{\text{seg2}})^2 \end{aligned}$$

$$\frac{\delta\varphi(\theta)}{\delta\theta} = 2 \text{SCR}_{\text{seg1}} \text{SCR}_{\text{seg2}}$$

Or  $0 \leq \text{SCR}_{\text{seg1}} < \infty$  et  $0 \leq \text{SCR}_{\text{seg2}} < +\infty$

Alors  $0 \leq \frac{\delta\varphi(\theta)}{\delta\theta} < \infty$ .

Par conséquent, si  $\theta$  la corrélation entre les segments croit,

$$\varphi(\theta) = (\text{SCR}_{\text{seg1,seg2}})^2 \text{ croit,}$$

alors  $\text{SCR}_{\text{seg1,seg2}}$  croit  $\rightarrow \text{SCR}_{\text{seg1}} + \text{SCR}_{\text{seg2}} - \text{SCR}_{\text{seg1,seg2}}$ , le bénéfice de diversification décroît.

### Démonstration 2 : Bénéfice de diversification et dispersion entre les segments d'activités

Objectif : Démontrer que le poids du bénéfice de diversification diminue quand la dispersion entre les segments d'activités augmente.

Soit entité = {seg 1 ; seg 2} et  $\text{corr}_{\text{seg1,seg2}} = \theta$  une constante avec  $\theta \in [-1; 1[$

Bénéfice de diversification =  $\text{SCR}_{\text{seg1}} + \text{SCR}_{\text{seg2}} - \text{SCR}_{\text{seg1,seg2}}$

Soit  $\begin{pmatrix} 1 & \theta \\ \theta & 1 \end{pmatrix}$  la matrice de corrélation entre le segment 1 et le segment 2.

On suppose que  $SCR_{seg1} + SCR_{seg2} = A$  une constante avec  $A \in [0; +\infty[$ ,

$$\text{donc } \begin{cases} SCR_{seg1} = \alpha A \\ SCR_{seg2} = (1 - \alpha)A \end{cases} \text{ avec } \alpha \in [0; 1/2].$$

$$\begin{aligned} (SCR_{seg1, seg2})^2 &= (SCR_{seg1}; SCR_{seg2}) \begin{pmatrix} 1 & \theta \\ \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} SCR_{seg1} \\ SCR_{seg2} \end{pmatrix} \\ &= (\alpha A; (1 - \alpha)A) \begin{pmatrix} 1 & \theta \\ \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha A \\ (1 - \alpha)A \end{pmatrix} = \omega(\alpha) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega(\alpha) &= (\alpha A)^2 + \theta (\alpha A)(1 - \alpha)A + \theta (1 - \alpha)A (\alpha A) + ((1 - \alpha)A)^2 \\ &= A^2 [\alpha^2 + 2\theta \alpha (1 - \alpha) + (1 - \alpha)^2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\delta \omega(\alpha)}{\delta \alpha} &= 2 A^2 [\alpha + \theta - 2\alpha \theta - (1 - \alpha)] \\ &= 2 A^2 [2\alpha (1 - \theta) + \theta - 1] \end{aligned}$$

or  $-1 \leq \theta \leq 1$

$-1 \leq \theta \leq 1$

$0 \leq 1 - \theta \leq 2$

$\theta - 1 \leq 0$

$0 \leq 2\alpha (1 - \theta)$

$$\frac{\delta' \omega(\alpha)}{\delta' \alpha} = 4 A^2 \alpha (1 - \theta) \geq 0 \text{ et } 2 A^2 [2\alpha (1 - \theta) + \theta - 1] = 0 \text{ si } \alpha = \frac{1}{2}$$

Tableau de variations :

$\alpha$	0	1/2
$\frac{\delta' \omega(\alpha)}{\delta' \alpha}$		⊕
$\frac{\delta \omega(\alpha)}{\delta \alpha}$		⊖ → 0
$\omega(\alpha)$		→

Par conséquent, si  $\alpha$  croit, la dispersion entre  $SCR_{seg1}$  et  $SCR_{seg2}$  diminue

$$\omega(\theta) = (SCR_{seg1,seg2})^2 \text{ décroît,}$$

alors  $SCR_{seg1,seg2}$  décroît  $\rightarrow SCR_{seg1} + SCR_{seg2} - SCR_{seg1,seg2}$ , le bénéfice de diversification croit.