



Mémoire présenté le : 4/06/2024

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : Anouar HASSINE

Titre Modèles de taux et conditions de volatilités extrêmes

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus

Membre présents du jury de l'Institut des Actuaires

Zacharie Guibert,
David Crespine
Faris Rouchati

Nom : CNP ASSURANCES

Membres présents du jury de l'ISFA

Armand Bernou

Signature :

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : Yann Desserprit

Signature :

Invité :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise

Signature du candidat

Modèles de taux et conditions de volatilités extrêmes

Anouar HASSINE

**Assurons
un monde
plus ouvert**



<i>I. GLOSSAIRE</i>	5
<i>II. RÉSUMÉ</i>	8
<i>III. ABSTRACT</i>	9
<i>IV. NOTE DE SYNTHÈSE</i>	10
<i>V. SYNTHESIS NOTE</i>	13
<i>VI. REMERCIEMENTS</i>	16
<i>VII. INTRODUCTION</i>	17
<i>VIII. RAPPEL DES PRINCIPAUX ÉLÉMENTS NORMATIFS DU PILIER 1 DE LA NORME SOLVABILITÉ 2</i>	19
<i>IX. RAPPELS THÉORIQUES ET MÉTHODOLOGIQUES</i>	22
1. Probabilité risque neutre	22
2. Scénarios économiques risque neutre de CNP Assurances	22
3. Best Estimate d'un portefeuille d'épargne	22
4. Modèles de taux étudiés	23
5. Valorisation des dérivés sous-jacents aux marchés de taux	25
6. Méthodologie de calibrage des modèles de taux avec l'outil Moody's Analytics	26
7. Martingalité d'un scénario économique	28
8. Market consistency d'un scénario économique	29
9. Principaux choix du modèle de projection ALM du fond euro de CNP Assurances	30
<i>X. PRÉSENTATION DU CONTEXTE ÉCONOMIQUE DE TAUX ET DES PORTEFEUILLES ÉTUDIÉS AU T3 2022</i>	34
1. Courbes de taux ZC sans risque	34
2. Volatilités de taux	35
3. Etude des données de transactions sous-jacentes aux swaptions	35
4. Composition du stock d'actif de CNP Assurances	37
5. Portefeuilles de passif étudiés	38
<i>XI. CALIBRAGES SUR VOLATILITÉ À DATE ET CALIBRAGES ALTERNATIFS</i>	40
1. Données de marché sous-jacentes aux calibrages	40
2. Calibrages	43
3. Tests de martingalité	47
4. Tests de market consistency	52

5.	Comparaison de la diffusion des scénarios	56
	<i>XII. IMPACTS</i>	<i>65</i>
1.	Déformations du stock d'actif	65
2.	Impacts sur le périmètre Epargne	67
3.	Impacts sur le taux de couverture	77
	<i>XIII. CONCLUSIONS</i>	<i>79</i>
	<i>XIV. BIBLIOGRAPHIE</i>	<i>81</i>
	<i>XV. ANNEXES</i>	<i>83</i>
1.	Volumes de transaction de swaptions ATM & AFM et nappes de Volatilités implicites des swaptions pour les différents historiques	83
2.	Nappes de Volatilités implicites des CAP pour les différents historiques	88
3.	Interactions entre l'actif et le passif du modèle Epargne	91
4.	Qualité des calibrages du modèle LMM+	92
5.	Périmètre des travaux du mémoire	93

I. Glossaire

Acronyme	Signification	Commentaire
ACPR	Autorité de contrôle Prudentiel et de résolution	En France, le contrôle des banques et des assurances est exercé par l'Autorité de contrôle prudentiel et de résolution (ACPR). L'ACPR est une autorité administrative dont le code monétaire et financier établit l'indépendance pour l'exercice de ses missions et l'autonomie financière. Pour son fonctionnement, l'ACPR est adossée à la Banque de France, qui lui procure ses moyens, notamment humains et informatiques.
Actif (Asset)	Ensemble des instruments financiers en face du passif d'assurance	Le Bilan Solvabilité 2 illustre ce point en page 19.
AFM	Away from the money	Dérivé en dehors de la monnaie (prix de marché du sous-jacent du dérivé inférieur au strike pour un call)
ALM	Asset Liabilities Management	Gestion Actif Passif
API	Application programming interface	Librairie d'interface avec matlab par exemple
ATM	At the money	prix à la monnaie (prix de marché du sous-jacent du dérivé supérieur ou égale au strike pour un call)
BCE	Banque centrale européenne	ECB en anglais
Best Estimate	Meilleure estimation	Meilleure estimation des engagements de l'assureur envers ses assurés
CFP	Coûts de fonds propres	Un coût de fond propre représente le fait qu'un assureur n'est pas dans la capacité de répondre aux engagements des assurés et est contraint de prélever sur sa marge financière le montant de prestations dû aux assurés.
DRG	Direction des risques Groupe de CNP Assurances	La direction des risques est en charge de l'animation du dispositif de gestion des risques. Elle est constituée de 3 pôles : <ul style="list-style-type: none"> • Pôle risque opérationnel & contrôle permanent • Pôle gestion stratégique du capital et des risques • Pôle Coordination Risques Filiales et Succursales
DTI	Direction technique et de l'innovation	La direction technique et de l'innovation a deux rôles principaux : <ul style="list-style-type: none"> • Garantir le calcul du Best Estimate • Contribuer aux innovations sur la conception des produits du groupe
EDS	Equation différentielle stochastique	Exemple d'EDS la plus connue : mouvement brownien géométrique
EIOPA	European Insurance and Occupational Pensions Authority	L'Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (AEAPP en français, ou EIOPA en anglais) a été créée le 1er janvier 2011 en prenant la

		succession du Comité européen des contrôleurs des assurances et des pensions professionnelles (<i>Committee of European Insurance and Pensions Supervisors –CEIOPS</i>). Son siège est actuellement à Francfort. Le représentant de l'EIOPA pour les assureurs français est l'ACPR.
E2FBK	Extended Double Factor Black Karasinski	Modèle de taux avec deux facteurs de volatilités : court terme et long terme
FRD	Forward Rate Displacement	Shift du modèle LMM+
ESG	Economic Scenarios Generator	Cf. définition ci-dessous
GSE	Générateur de scénarios économiques	Les générateurs de scénarios économiques sont des outils qui permettent aux banquiers et aux assureurs de générer des tables de scénarios économiques. Ces scénarios économiques permettent de valoriser les instruments financiers de manière prospective. Sur le marché assurantiel, ils existent plusieurs fournisseurs de GSE.
H&W	Hull & White	Modèle de Taux Hull & White Cf. rappel théorique en page 25
LMM+	Libort Market Model +	Modèle de taux LMM shifté (cf. page 23)
MC	Market consistency	Cf. page 29
Passif	Engagements de l'assureur vis à vis de ces assurés	Cf. Bilan S2 en page 19
PB	Participation aux bénéfices	La participation aux bénéfices est une rémunération additionnelle à la garantie en capital pour les assurés. La PB minimum exigible (défini dans le code des assurances) est égale à la somme de 90% des bénéfices techniques et 85% des bénéfices financiers. Dans les modèles ALM, elle est gérée dans les algorithmes de revalorisation. Ces algorithmes veillent au respect de l'exigence de PB minimum.
PMVL	Plus ou moins values latentes	Différence entre la VM et la VNC
PVFP	Present Value of futur profits nets de réassurance	Résultats futures nets de réassurance
RFR	Risk Free Rates	Courbe de taux sans risque (selon le référentiel réglementaire, sa définition peut être différente). Celle-ci est souvent obtenue à partir de la courbe des taux swap auquel on applique les retraitements suivants : Volatility adjustment, Extrapolation, et convergence vers l'UFR.
RM	Risk Margin	Marge pour risques (cf. page 21)
RN	Risque Neutre	La risque neutralité est explicitée brièvement en page 22.
RNG	Random Number Generator	Générateur de nombres aléatoires
SRD	Short Rate displacement	Shift du modèle E2FBK
TMG	Taux minimum garanti	Un taux minimum garanti est un taux d'intérêt minimum fixé par un contrat ou une police d'assurance-vie ou d'assurance-retraite.

VM	Valeur de marché	Il s'agit de la juste valeur de l'actif en date de production.
VNC	Valeur nette comptable d'un actif	Cette notion est explicitée pour les obligations à taux fixes ou à taux variables en page 32.
ZC	Zéro coupon	Cette appellation est souvent utilisée pour les courbes zéro coupon. Elles servent de base de calcul pour évaluer le prix des obligations ZC ou avec coupons. On pourra également appeler une obligation zéro coupon : une obligation ne versant pas de coupon et versant uniquement la valeur de remboursement.

II. Résumé

Le groupe CNP Assurances utilise le modèle LMM+ pour générer les scénarios de taux des scénarios économiques multi-normes IFRS 17 et Solvabilité 2. Le GSE de CNP Assurances est Moody's Analytics (ex. Barrie & Hibbert). Ce GSE est complètement intégré à NEMO (progiciel de modélisation prospective de CNP Assurances) et interfacé sur Matlab (langage de programmation sous NEMO) via une API. Cet interfaçage avec NEMO permet d'exploiter pleinement le potentiel du GSE car une seule simulation sur NEMO permet de calibrer et générer une liste de scénario économiques. Dans le cadre de ce mémoire, est pleinement utilisée la puissance de l'outil. En effet, des développements ont été réalisés pour permettre à NEMO de calibrer et générer des scénarios économiques avec les modèles de taux Hull & White à deux facteurs et Extended-Two Factor Black Karasinski.

Au T3 2022, le niveau de volatilité des taux est extrême et est expliquée par une remontée des taux soudaine et brutale initiée par la BCE pour contrer les effets de l'inflation.

CNP Assurances lors de l'arrêté T3 2022 pour sa production de scénario économiques se rend compte que la diffusion du scénario économique de taux comporte des trajectoires de taux explosives et met à mal le modèle Epargne sur ces trajectoires. Ces taux explosifs ne sont pas cohérents car la réalité économique de ces 3 dernières années a démontré que les volatilités de taux élevés déclenchent des amplitudes élevées de mouvements de taux sans générer pour autant des taux explosifs : cela est dû au fait que les organes de régulation bancaire tels que la BCE ou la FED pour les USA veillent à la cohérence des taux d'intérêts pratiqués sur le marché en fonction du contexte économique.

L'exercice de ce mémoire est d'étudier des leviers permettant de mieux calibrer les modèles de taux dans des conditions de volatilité extrêmes afin de générer moins de trajectoires de taux explosives. Quatre leviers ont été choisis dans ce mémoire : choix du modèle de taux, niveau de shift, choix de la nappe de volatilité CAP ou Swaption, choix de la nappe de volatilité (volatilité à date, ou moyennée sur un historique quotidien, Quantile 95% ou 80% des volatilités sur un historique quotidien de 3 mois).

Sur le T3 2022, les résultats de ce mémoire démontrent une bonne stabilité des calibrages basées sur une nappe de volatilité construite à partir de la moyenne de deux mois d'historique quotidien pour les modèles de taux LMM+ et H&W à 2 facteurs calibrés avec des swaptions. En effet, les tests de martingalité) et Market Consistency démontrent des résultats assez satisfaisants. De plus, les trajectoires générées à l'aide des modèles LMM+ et H&W à 2 facteurs sont beaucoup moins explosives sur des scénarios stochastiques calibrés sur une nappe de volatilité moyennée sur deux mois d'historique quotidien. Par ailleurs, le Best Estimate et le taux de couverture restent assez proches de ceux calibrés avec des nappes de volatilité à date.

Les scénarios calibrés sur les CAP à l'aide des 3 modèles de taux démontrent que les scénarios économiques générés sont de moins bonne qualité en termes de martingalité et de market consistency notamment sur les prix en dehors de la monnaie.

Dans le cadre de la production des scénarios économiques d'une compagnie d'assurance, une alternative au retraitement des trajectoires extrêmes serait de calibrer le modèle de taux LMM+ ou H&W à deux facteurs sur une nappe de volatilité ou des prix de swaption qui intègrent une vision moyenne sur une profondeur d'historique justifiée en fonction des liquidités quantifiées sur le marché des swaptions. Avec les délais serrés de production, ce type d'analyse nécessite néanmoins de bénéficier d'outils industrialisés de la part des provider de données de marché (Bloomberg, Refinitiv,...) qui permettent d'analyser la liquidité de chaque point de la nappe de volatilité afin de pouvoir calibrer rapidement sur la nappe de volatilité la plus adéquate. D'autre part, avant de pouvoir mettre en application une telle approche comme mesure de remédiation, il est nécessaire également de back tester celle-ci sur plusieurs arrêts avec des volatilités extrêmes

III. Abstract

The CNP Assurances group uses the LMM+ model to generate rate scenarios for the IFRS 17 and Solvency 2 multi-standard economic scenarios. CNP Assurances ESG is Moody's Analytics (e.g. Barrie & Hibbert). This ESG is completely integrated into NEMO (CNP Assurances' prospective modeling software package) and interfaced with Matlab (NEMO programming language) via an API. This interfacing with NEMO makes it possible to fully exploit the potential of the GSE because a single simulation on NEMO makes it possible to calibrate and generate a list of economic scenarios. Within the framework of this dissertation, the power of the tool is fully utilized. Indeed, developments have been made to allow NEMO to calibrate and generate economic scenarios with the two-factor Hull & White and Extended-Two Factor Black Karasinski rates models.

In Q3 2022, the level of rate volatility is extreme and is explained by a sudden and brutal rise in rates initiated by the ECB to counter the effects of inflation.

CNP Assurances during the Q3 2022 closing for its production of economic scenarios realizes that the diffusion of the economic rate scenario includes explosive rate trajectories and undermines the Savings model on these trajectories. This point is not coherent because the economic reality of the last 3 years has demonstrated that high rate volatilities trigger high amplitudes of rate movements without generating explosive rates : this is due to the fact that regulatory bodies banks such as the ECB or the FED for the USA ensure the consistency of the interest rates charged on the market according to the economic context.

The exercise of this dissertation is to think about levers to better calibrate rate models in conditions of extreme volatility in order to generate fewer explosive rate trajectories. Four levers were chosen in this thesis: choice of the rate model, shift level, choice of the CAP or Swaption volatility layer, choice of the volatility table (volatility at date, averaged over a daily history, Quantile 95% or 80% on 3 month daily historic)

For the Q3 2022, the results of this paper demonstrate good stability of the calibrations based on a volatility layer constructed from the average of two months of daily history for the LMM+ and 2 factor H&W rate models calibrated with swaptions. Indeed, the martingality and Market consistency Tests demonstrate fairly satisfactory results. In addition, the trajectories generated using the 2-factor H&W and LMM+ models are much less explosive on stochastic scenarios calibrated on a volatility sheet averaged over two months of daily history. Furthermore, the Best Estimate and the coverage rate remain quite close to those calibrated with current volatility tables.

The scenarios calibrated on the CAP using the 3 rate models demonstrate that the economic scenarios generated are of poorer quality in terms of martingality and market consistency, particularly on prices away from the money.

As part of the production of economic scenarios for an insurance company, an alternative to post-processing extreme trajectories would be to calibrate the two-factor H&W or LMM+ rate model on a volatility table or swaption prices which integrate an average view on a depth of history justified according to the liquidity quantified on the swaptions market. With tight production deadlines, this type of analysis nevertheless requires the benefit of industrialized tools from market data providers (Bloomberg, Refinitiv, etc.) which make it possible to analyze the liquidity of each point of the volatility table in order to be able to quickly calibrate to the most appropriate volatility table. On the other hand, before being able to implement such an approach as a remedial measure, it is also necessary to back test it on several points with extreme volatilities.

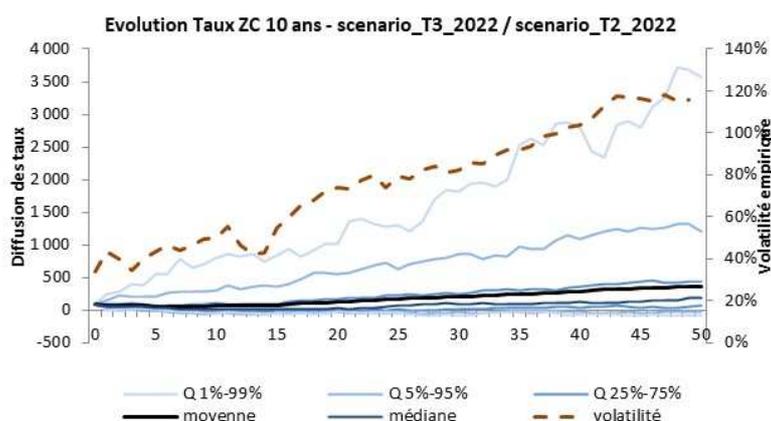
IV. Note de synthèse

Le groupe CNP Assurances utilise le modèle LMM+ pour générer les scénarios de taux des scénarios économiques multi-normes IFRS 17 et Solvabilité 2. Le GSE de CNP Assurances est Moody's Analytics (ex. Barrie & Hibbert). Ce GSE est complètement intégré à NEMO (progiciel de modélisation prospective de CNP Assurances) et interfacé sur Matlab via une API (application programming interface). Cet interfaçage avec NEMO permet d'exploiter pleinement le potentiel de l'outil GSE car une seule simulation permet de calibrer et générer une liste de scénario économiques. Dans le cadre de ce mémoire, des développements ont été réalisés pour permettre à NEMO de calibrer et générer des scénarios économiques avec les modèles de taux Hull & White à 2 facteurs et Extended Extended-Two Factor Black Karasinski.

Au T3 2022, le niveau de volatilité des taux est extrême et est expliquée par une remontée des taux soudaine et brutale initiée par la BCE pour contrer les effets de l'inflation. L'évolution des volatilités implicites des swaptions entre septembre 2022 et décembre 2021 est illustrée par le tableau ci-dessous (Ecart relatif de volatilité par Maturité en ligne et Ténor en colonne) :

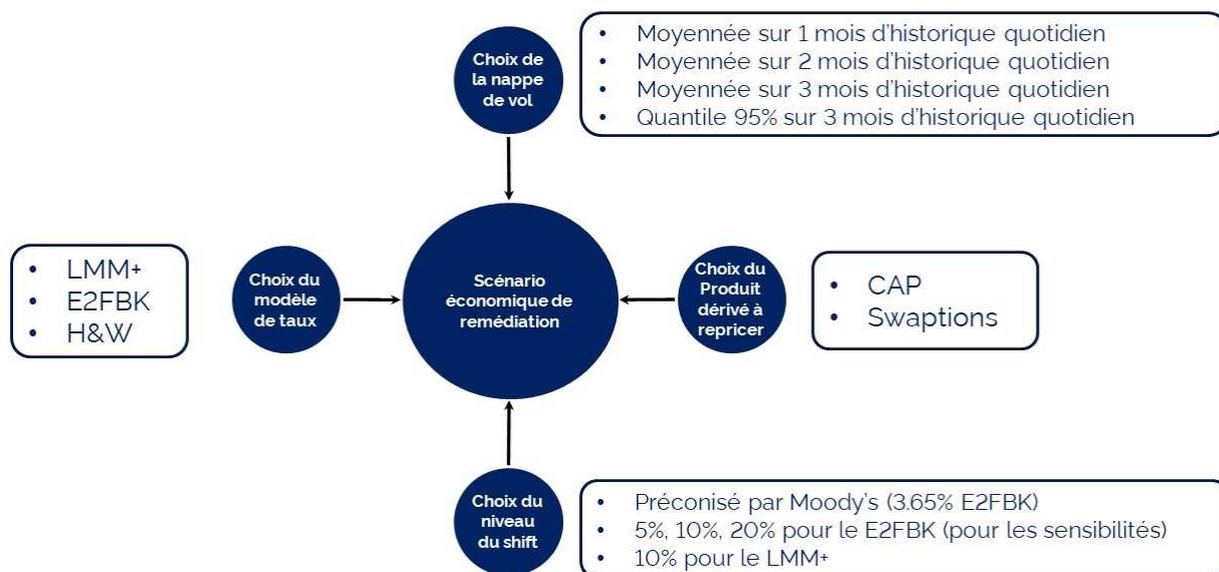
Sep. 2022 - Dec. 2021		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
1	221.4%	191.0%	175.7%	168.7%	163.0%	159.5%	154.1%	148.4%	143.9%	141.2%	126.8%	113.6%	106.5%	100.1%	
2	144.3%	139.4%	136.0%	136.1%	139.4%	135.5%	131.0%	127.7%	126.6%	123.0%	114.5%	105.2%	99.3%	96.7%	
3	115.4%	113.1%	112.8%	114.8%	118.1%	115.6%	111.9%	110.4%	107.9%	106.1%	101.2%	94.3%	90.0%	86.6%	
4	104.1%	103.0%	102.0%	103.2%	104.0%	101.7%	99.3%	96.8%	95.7%	92.6%	87.0%	81.9%	79.1%	75.5%	
5	96.1%	94.8%	93.2%	92.2%	90.6%	89.2%	86.3%	85.5%	83.2%	80.3%	74.3%	70.0%	67.3%	64.5%	
7	81.2%	79.9%	77.1%	75.8%	74.6%	72.8%	71.2%	69.4%	68.4%	66.4%	61.1%	56.6%	54.0%	51.3%	
10	69.6%	68.3%	65.2%	63.0%	59.9%	59.7%	57.4%	55.8%	53.8%	51.7%	46.8%	43.0%	40.2%	35.5%	
15	57.6%	57.0%	54.5%	53.3%	50.7%	48.3%	45.7%	43.6%	41.2%	39.4%	33.0%	31.6%	30.0%	25.2%	
20	49.2%	49.1%	47.0%	45.4%	43.5%	40.9%	38.9%	36.7%	34.5%	32.0%	25.7%	26.0%	24.4%	20.0%	
25	48.0%	47.7%	45.4%	42.8%	40.4%	37.9%	35.1%	31.5%	28.9%	28.4%	23.5%	22.7%	21.0%	19.0%	
30	48.1%	49.3%	45.9%	43.0%	39.2%	37.0%	34.9%	32.3%	28.3%	28.1%	21.3%	20.8%	19.3%	16.3%	

CNP Assurances lors de l'arrêté T3 2022 pour sa production de scénario économiques se rend compte que la diffusion du scénario économique de taux comporte des trajectoires de taux explosives et met à mal le modèle Epargne sur ces trajectoires. Le graphique ci-dessous illustre les deltas de taux des niveaux de quantile entre le T3 2022 et le T2 2022. Les quantiles 99% et 75% atteignent des différences de taux respectives de 35% et 10% par rapport au T2 2022. Ce point n'est pas cohérent car la réalité économique de ces 3 dernières années a démontré que les volatilités de taux élevés déclenchent des amplitudes élevées de mouvements de taux sans générer pour autant des taux explosifs : cela est dû au fait que les organes de régulation bancaire tels que la BCE ou la FED pour les USA veillent à la cohérence des taux d'intérêts pratiqués sur le marché en fonction du contexte économique.

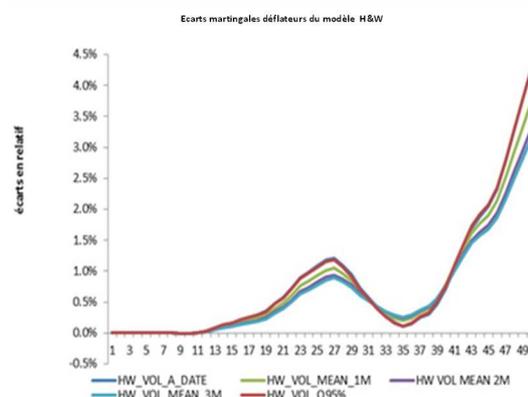
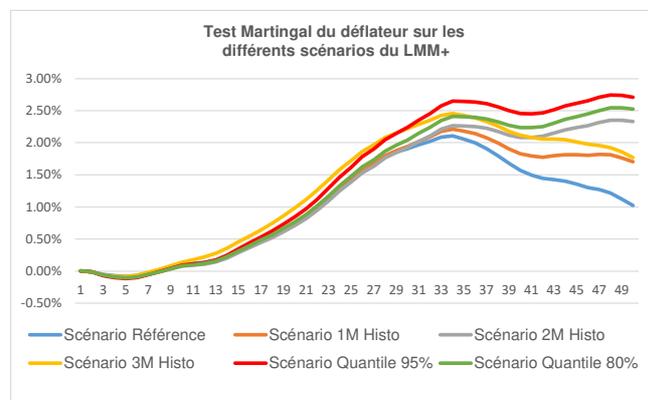


Ce mémoire a pour objectif d'étudier des leviers permettant de mieux calibrer les modèles de taux dans des conditions extrêmes de volatilité afin de générer moins de trajectoires de taux explosives. Quatre leviers ont été choisis dans ce mémoire : niveau de shift, choix de la nappe de volatilité CAP ou Swaption, choix de la nappe de volatilité (volatilité à date ou moyennée sur un historique quotidien,

Quantile 95% ou 80% sur un historique quotidien de 3 mois), choix du modèle de taux. Le schéma suivant illustre cet exercice :



Sur le T3 2022, les résultats de ce mémoire démontrent une bonne stabilité des calibrages basées sur une nappe de volatilité construite à partir de la moyenne de deux mois d'historique quotidien pour les modèles de taux LMM+ et H&W calibrés avec des swaptions. En effet, les tests de martingalité (cf. graphiques ci-dessous) et market consistency (cf. tableau ci-dessous) démontrent des résultats assez satisfaisants. Pour les tests de martingalité, les graphiques ci-dessous représentent pour chaque scénario simulé les écarts relatifs entre le déflateur estimé et le déflateur calculé à l'aide de la courbe de taux sans risque.



Pour les tests de market consistency, les tableaux présentent la moyenne des écarts et la moyenne des écarts absolus entre la nappe de volatilité repricé à l'aide de chaque scénario et la nappe de volatilité choisie pour construire le scénario économique. Les modèles LMM+ et Hull White présentent des résultats satisfaisants puisque sur l'ensemble des scénarios le prix repricé s'écarte au maximum de 7.29% du prix de marché ce qui reste acceptable.

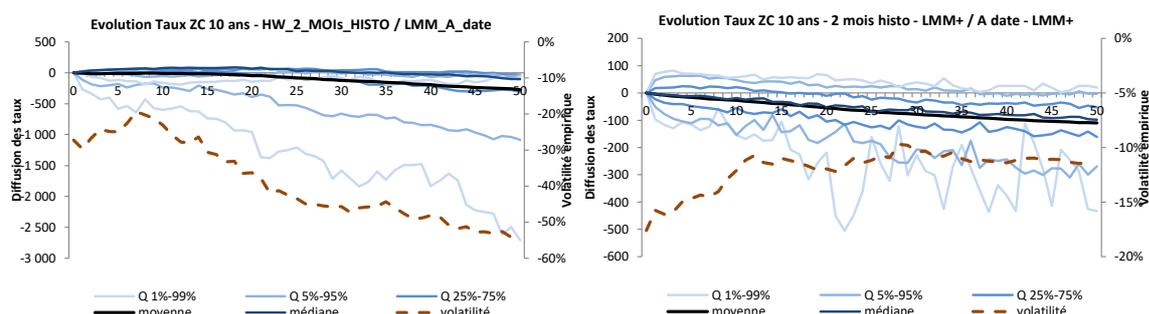
	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - LMM+	-2.31	-1.79	-1.76	-2.12	-2.52	-2.28
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - LMM+	5.92%	5.71%	5.65%	5.70%	6.68%	6.24%

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - LMM+	0.73	0.24	-0.05	-0.53	-1.16	-1.20
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - LMM+	2.21%	2.31%	2.97%	3.29%	3.13%	3.13%

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - H&W	-4.32	-1.72	-0.24	-0.66	-1.61	-3.53
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - H&W	9.18%	7.15%	5.93%	6.94%	8.34%	8.73%

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - H&W	-7.39	-6.10	-5.69	-5.88	-9.35	-7.52
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - H&W	7.10%	6.74%	6.72%	6.79%	7.84%	7.29%

De plus, les trajectoires générées à l'aide des modèles LMM+ et H&W sont beaucoup moins explosives comme le démontrent la comparaison des quantiles de trajectoires de taux obtenues à l'aide des scénarios stochastiques des deux modèles calibrés sur une nappe de volatilité moyennée sur deux mois d'historique quotidien. De plus, le prix du Best Estimate et le taux de couverture restent cohérents avec ceux évalués avec une nappe de volatilité à date.



Les sensibilités calibrées sur les CAP démontrent que les scénarios économiques générés sont de moins bonne qualité en termes de martingalité et de market consistency notamment sur les prix en dehors de la monnaie : en effet la surestimation de la volatilité induit une surestimation du prix du Best Estimate et une sous-estimation du taux de couverture Solvabilité 2.

Dans le cadre de la production des scénarios économiques d'une compagnie d'assurance, une alternative au retraitement des trajectoires extrêmes serait de calibrer le modèle de taux LMM+ ou H&W sur une nappe de volatilité ou des prix de swaption qui intègrent une vision moyenne sur une profondeur d'historique justifiée qualitativement en fonction des liquidités quantifiées sur le marché des swaptions. Avec les délais serrés de production, ce type d'analyse nécessite néanmoins de bénéficier d'outils industrialisés de la part des fournisseurs de données de marché (Bloomberg, Refinitiv, ...) qui permettent d'analyser la liquidité de chaque point de la nappe de volatilité afin de pouvoir calibrer rapidement sur la nappe de volatilité la plus adéquate.

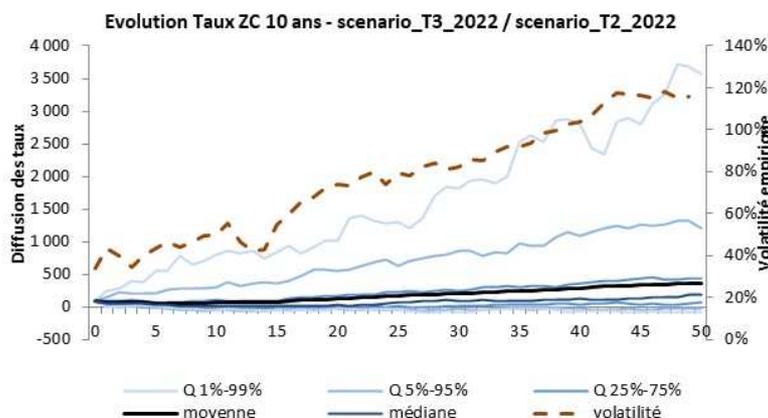
V. Synthesis note

The CNP Assurances group uses the LMM+ model to generate rate scenarios for the IFRS 17 and Solvency 2 multi-standard economic scenarios. CNP Assurances' GSE is Moody's Analytics (e.g. Barrie & Hibbert). This GSE is completely integrated into NEMO (CNP Assurances prospective modeling software package) and is interfaced with Matlab via an API. This interfacing with NEMO makes it possible to fully exploit the potential of the tool because a single simulation makes it possible to calibrate and generate a list of economic scenarios. In this memory, the power of the tool is fully used. As part of this dissertation, developments have been made to enable NEMO to calibrate and generate economic scenarios with the Hull & White 2-factor and Extended Extended-Two Factor Black Karasinski rate models.

In Q3 2022, the level of rate volatility is extreme and is explained by a sudden and brutal rise in rates initiated by the ECB to counter the effects of inflation. The evolution of implied volatilities of swaptions between September 2022 and December 2021 is illustrated this point below (Relative difference of volatility by Maturity in line and Tenor in column):

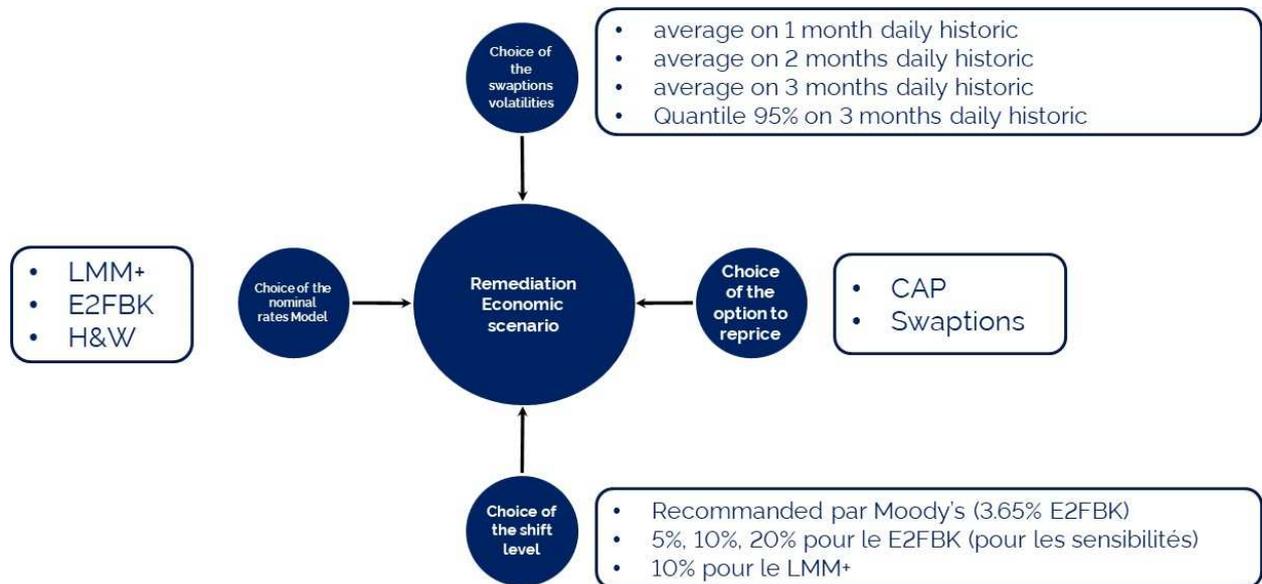
Sep. 2022 - Dec. 2021		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
1	221.4%	191.0%	175.7%	168.7%	163.0%	159.5%	154.1%	148.4%	143.9%	141.2%	126.8%	113.6%	106.5%	100.1%	100.1%
2	144.3%	139.4%	136.0%	136.1%	139.4%	135.5%	131.0%	127.7%	126.6%	123.0%	114.5%	105.2%	99.3%	96.7%	96.7%
3	115.4%	113.1%	112.8%	114.8%	118.1%	115.6%	111.9%	110.4%	107.9%	106.1%	101.2%	94.3%	90.0%	86.6%	86.6%
4	104.1%	103.0%	102.0%	103.2%	104.0%	101.7%	99.3%	96.8%	95.7%	92.6%	87.0%	81.9%	79.1%	75.5%	75.5%
5	96.1%	94.8%	93.2%	92.2%	90.6%	89.2%	86.3%	85.5%	83.2%	80.3%	74.3%	70.0%	67.3%	64.5%	64.5%
7	81.2%	79.9%	77.1%	75.8%	74.6%	72.8%	71.2%	69.4%	68.4%	66.4%	61.1%	56.6%	54.0%	51.3%	51.3%
10	69.6%	68.3%	65.2%	63.0%	59.9%	59.7%	57.4%	55.8%	53.8%	51.7%	46.8%	43.0%	40.2%	35.5%	35.5%
15	57.6%	57.0%	54.5%	53.3%	50.7%	48.3%	45.7%	43.6%	41.2%	39.4%	33.0%	31.6%	30.0%	25.2%	25.2%
20	49.2%	49.1%	47.0%	45.4%	43.5%	40.9%	38.9%	36.7%	34.5%	32.0%	25.7%	26.0%	24.4%	20.0%	20.0%
25	48.0%	47.7%	45.4%	42.8%	40.4%	37.9%	35.1%	31.5%	28.9%	28.4%	23.5%	22.7%	21.0%	19.0%	19.0%
30	48.1%	49.3%	45.9%	43.0%	39.2%	37.0%	34.9%	32.3%	28.3%	28.1%	21.3%	20.8%	19.3%	16.3%	16.3%

CNP Assurances during the Q3 2022 closing for its production of economic scenarios realizes that the diffusion of the economic rate scenario includes explosive rate trajectories and undermines the Savings model on these trajectories. The chart below illustrates the rate deltas of the quantile levels between the economic scenarios Q3 2022 and Q2 2022. The 99% and 75% quantiles reach respective rate differences of 35% and 10% compared to Q2 2022. This point is not consistent because the economic reality of the last 3 years has demonstrated that high rate volatilities trigger high amplitudes of rate movements without generating explosive rates: this is due to the fact that banking regulatory bodies such as the ECB or the FED for the USA ensure the consistency of the interest rates practiced on the market in depending on the economic context.

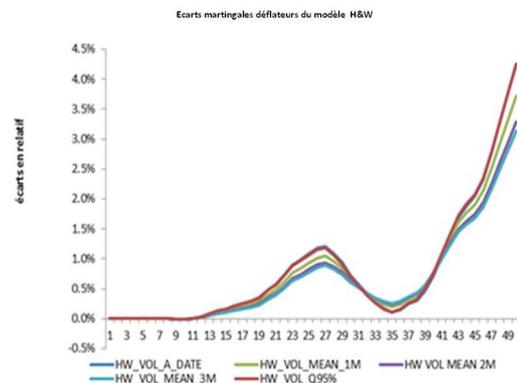
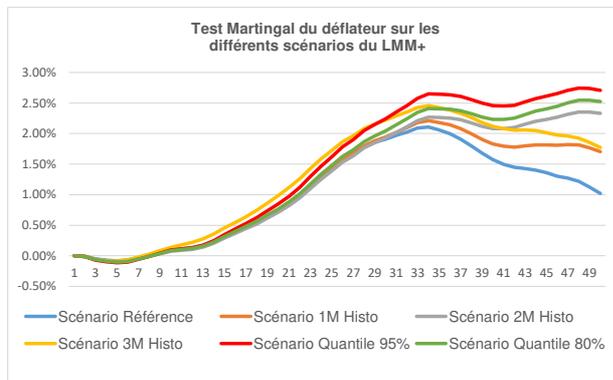


This dissertation aims to consider levers to better calibrate rate models in extreme volatilities conditions in order to generate fewer explosive rate trajectories. Four levers were chosen in this thesis: shift level, choice of the CAP or Swaption volatility layer, choice of the volatility able (at date, averaged over a daily

history, Quantile 95% or 80% on 3 months daily historic), choice of the rate model. The picture below illustrates this exercise :



For Q3 2022, the results of this thesis demonstrate good stability of the calibrations based on a volatility layer constructed from the average of two months of daily history for the LMM+ and H&W rate models calibrated with swaptions. Indeed, the martingality tests (see graphs below) and MC (see table below) demonstrate fairly satisfactory results, detailed synthetically using the graphs and tables below. For martingality tests, the graphs represent the relative differences between the estimated deflator and the deflator calculated using the risk-free rate curve.



For the market consistency tests, the tables below present the average of the deviations and the average of the absolute deviations between the volatility table using each scenario and the volatility table chosen to construct the economic scenario. The LMM+ and Hull White models present satisfactory results since across all scenarios the price quoted deviates by a maximum of 7.29% from the market price, which remains acceptable.

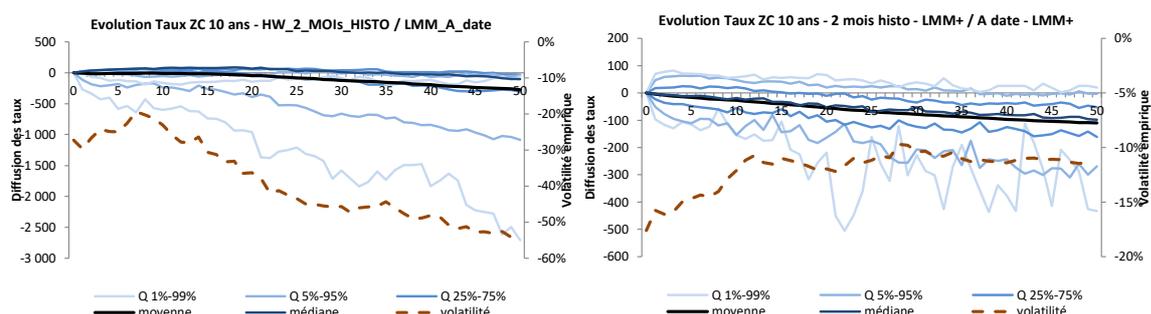
	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - LMM+	-2.31	-1.79	-1.76	-2.12	-2.52	-2.28
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - LMM+	5.92%	5.71%	5.65%	5.70%	6.68%	6.24%

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - LMM+	0.73	0.24	-0.05	-0.53	-1.16	-1.20
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - LMM+	2.21%	2.31%	2.97%	3.29%	3.13%	3.13%

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - H&W	-4.32	-1.72	-0.24	-0.66	-1.61	-3.53
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - H&W	9.18%	7.15%	5.93%	6.94%	8.34%	8.73%

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - H&W	-7.39	-6.10	-5.69	-5.88	-9.35	-7.52
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - H&W	7.10%	6.74%	6.72%	6.79%	7.84%	7.29%

Furthermore, the trajectories generated using the LMM+ and H&W models are much less explosive as demonstrated by the comparison of the quantiles obtained using the stochastic scenarios of the two models calibrated on a volatility sheet averaged over two months of daily history. In addition, the Best Estimate price and the coverage rate remain consistent with those evaluated with a current volatility table.



The sensitivities calibrated on the CAP demonstrate that the economic scenarios generated are of poorer quality in terms of martingality and market consistency, particularly on out-of-the-money prices: in fact, the overestimation of volatility induces an overestimation of the Best Estimate price and an underestimation of the coverage rate Solvency 2.

As part of the production of economic scenarios for an insurance company, an alternative to post-processing extreme trajectories would be to calibrate the LMM+ or H&W rate model on a volatility table or swaption prices which integrate an average vision over a depth of history justified according to the liquidity quantified in the swaptions market. With tight production deadlines, this type of analysis nevertheless requires the benefit of industrialized tools from market data providers (Bloomberg, Refinitiv, ...) which make it possible to analyze the liquidity of each point of the supply chain volatility in order to be able to quickly calibrate on the most appropriate volatility table.

VI. Remerciements

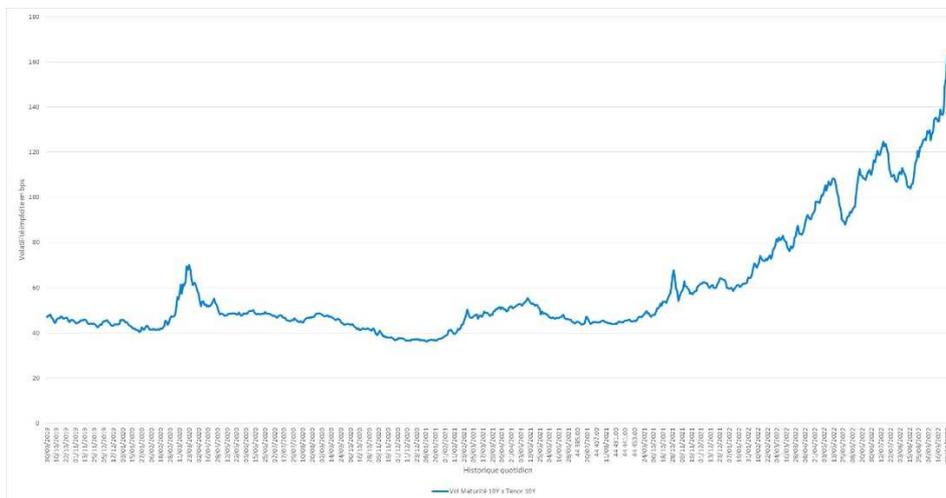
Pour la réalisation de ce mémoire, je remercie mon tuteur universitaire Frédéric Planchet pour sa relecture et le temps accordé sur nos échanges actuariels. J'adresse également mes remerciements également à Yann Desserprit mon manager qui m'a orienté sur ce sujet de mémoire, qui a pu suivre son évolution et vérifier la cohérence des analyses. Par ailleurs, je souhaite remercier Jiaen Ren et l'équipe R&D de Milliman spécialisé sur les GSE avec qui j'ai pu échanger sur les résultats de ce mémoire afin de mieux les mettre en valeur.

Enfin, je souhaite chaleureusement remercier Quentin Boudoux notre directeur technique Groupe et Jérémy Robert le responsable du département « Capital et Solvabilité » au sein de la DRG qui m'ont soutenu dans cette démarche de réaliser la formation continue d'actuariat de l'ISFA en VAE afin de devenir actuaire.

VII. Introduction

Au sein de CNP Assurances dans la direction technique et innovation, la production des scénarios stochastiques risque neutre S2 et IFRS 17 (GSE) est réalisée par Jiaen Ren et moi-même. Je fais partie de l'équipe « Expertise actuarielle » qui est composée de 3 personnes : Hamza Bakkali, Jiaen Ren, et moi-même. Hamza s'occupe de son côté de la valorisation des actifs et de la risque neutralisation du stock d'actif pour les calculs du modèle prudentiel. Yann Desserprit notre responsable hiérarchique encadre le département « Support Outils et Data » composée de deux équipes « Données et systèmes techniques » et notre équipe « Expertise actuarielle ».

Au T3 2022, des réflexions au sein de l'équipe « Expertise actuarielle » ont été initiées sur les scénarios de taux nominaux Solvabilité 2 qui ont été produits. En effet, au T3 2022, les conditions extrêmes de volatilité ont mis à mal les calibrages du modèle LMM+ et le réalisme des scénarios produits. En effet, ces scénarios ne satisfaisaient pas complètement les tests de market consistency qui consistent à vérifier la qualité de réplication des volatilités de marché. Par ailleurs, quelques trajectoires de taux sont aberrantes d'un point de vue économique. Il est utile de rappeler que les scénarios risque neutre stochastiques de CNP Assurances sont utilisés pour calculer le Best Estimate en normes Solvabilité 2 et IFRS 17. Le graphique ci-dessous illustre le caractère exceptionnel de la volatilité au T3 2022 au regard des 3 années d'historique antérieures.



Dans des conditions de volatilité extrême, l'objet de ce mémoire est d'étudier des leviers permettant de construire un scénario économique risque neutre alternatif permettant d'améliorer le réalisme des scénarios produits sur les modèles de taux dans des conditions de volatilités extrêmes et de maintenir des tests satisfaisants de martingalité et de market consistency.

Les axes d'analyse testés dans ce mémoire sont les suivants :

- la profondeur d'historique de la nappe de volatilité du produit dérivé de taux choisi pour le calibrage,
- le modèle de taux choisi (LMM+, E2FBK, et H&W à deux facteurs),
- le produit dérivé sur le quel est calibré le modèle de taux : Swaption ou CAP,
- et le niveau de shift du modèle de taux si le modèle de taux dispose d'un shift (LMM+ & E2FBK).

L'axe de la profondeur d'historique consiste au lieu de prendre uniquement les volatilités à date du marché des swaptions, de prendre des sensibilités basées sur des moyennes de volatilités calculées sur des profondeurs d'historique plus ou moins long ou quantiles basés sur l'historique 3 mois. En termes de profondeur d'historique, le choix volontaire a été fait de ne pas prendre d'historique quotidien au-delà de 3 mois afin de ne pas trop s'écarter des conditions de volatilité à date. La liquidité des swaptions (produit de couverture de taux) sera également analysée afin de mieux appréhender le réalisme des nappes de volatilité fournis par les différents providers de données. En effet, la DTCC (chambre de compensation des marché financiers) fournit les données des transactions de swaptions

de manière journalière. J'ai donc construit un outil qui permet d'avoir une vision sur les volumes tradés sur un historique défini.

Concernant l'axe modèle de taux, le choix de ces 3 modèles a été fondée sur leur capacité à diffuser des taux négatifs et à répliquer des prix de marché à la monnaie et en dehors de la monnaie. Chacun de ces modèles est présenté dans la section suivante.

Pour l'axe nature du produit dérivé, les recherches de Frédéric Planchet et de Kamel Armal (cf. bibliographie en page 81) sur le sujet démontrent que la valorisation du Best Estimate est sensible au choix du produit dérivé sur lequel est calibré le modèle de taux. Il est donc intéressant de croiser ce driver du Best Estimate avec les autres leviers dans le cadre de ce mémoire.

Avant d'aborder les scénarios calibrés sur les différents modèles de taux, des rappels sont effectués sur les éléments suivants :

- pilier 1 de Solvabilité 2,
- probabilité risque neutre,
- modèles de taux utilisés,
- valorisation des swaptions et des CAP,
- méthodologie de calibrage,
- tests de martingalité et market consistency,
- principaux choix fonctionnels du modèle ALM Epargne.

Des analyses sont également réalisées pour mieux comprendre les impacts sur le Best Estimate du périmètre Epargne et le taux de couverture du groupe CNP Assurances. Les portefeuilles choisis du périmètre Epargne sont les portefeuilles les plus significatifs de l'entité CNP Assurances. Par ailleurs, la martingalité des scénarios et la market consistency des scénarios constituent un critère de qualité pour sélectionner les sensibilités les plus intéressantes à analyser. Le périmètres des travaux de ce mémoire est explicité en annexe en page 93.

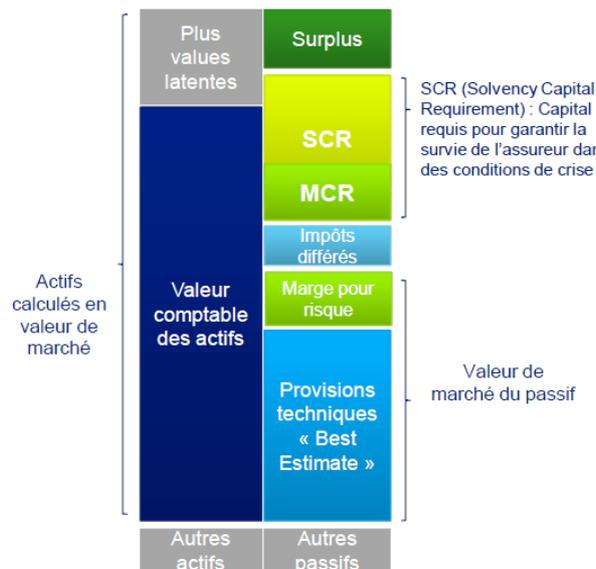
VIII. Rappel des principaux éléments normatifs du Pilier 1 de la norme Solvabilité 2

Tout le référentiel normatif de solvabilité 2 ne sera pas détaillé dans ce mémoire. Cette norme a été mise en application depuis 2016 : des liens vers des documents sont donnés dans la bibliographie pour obtenir plus de détail sur cette norme. Cette norme a pour objectif d'adapter le niveau minimal exigible de fonds propres aux risques réels auxquels les organismes d'assurances (assureurs & banque-assureur) sont confrontés. Le calcul du taux de couverture répond à une partie des exigences quantitatives du pilier 1.

Ces éléments sont détaillés en début de ce mémoire car ils seront utiles au lecteur pour la compréhension des impacts quantifiés sur le ratio de couverture Solvabilité 2.

a. Bilan S2

Le bilan solvabilité 2 est composé des éléments suivants :



Le Best Estimate correspond à la somme des cash-flow de trésorerie in & out actualisés à l'aide de la courbe de taux sans risque Solvabilité 2 et probabilisés des contrats d'un portefeuille d'assurés.

Ce qui va suivre est un rappel des éléments qui composent le Bilan Solvabilité 2. Le calcul du taux de couverture de CNP Assurances est réalisé à l'aide de la formule standard.

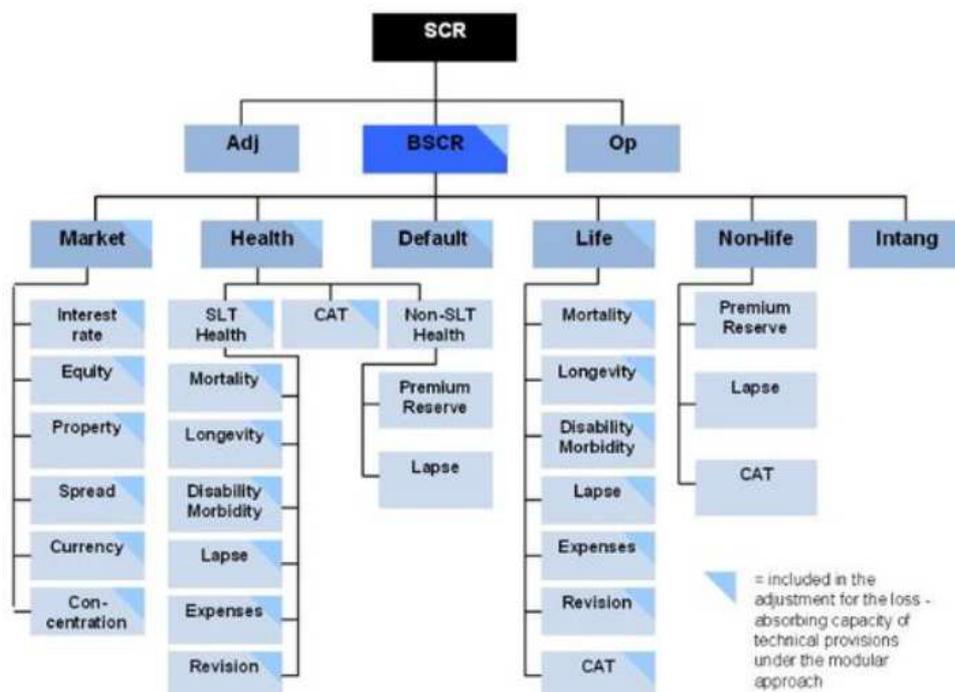
b. Les impôts différés

Dans le cadre de ce mémoire, ne sera détaillé que les impôts différés au passif. Les impôts différés au passif correspondent aux déficits reportables (impôt calculé sur la base d'un résultat fiscal négatif qui correspond généralement à la VIF brut d'impôts).

c. Le SCR

Le SCR correspond au niveau des fonds propres qui permet à une entreprise d'assurance ou de réassurance d'absorber des pertes significatives et de donner une quasi-certitude aux assurés que les paiements auront lieu quand ils viendront à échéance. Cette perte significative peut être due par exemple à des éléments d'ordre technique (mortalité) ou bien des éléments économiques (chute du marché Action, baisse des taux, ...).

La formule standard repose sur des modules de risque. Chacun de ces risques est soumis à une exigence en capital. Le schéma ci-dessous donne la décomposition des SCR sous modulaires (interest rate,...) et modulaires (Market,...).



Les SCR techniques sont calculés comme une différence entre le BE choqué et le BE central. Quant aux SCR de marché, ils sont calculés comme des différences de NAV (Net Asset Value = VM choqué – BE choqué).

Le BSCR est agrégé à l'aide :

- d'une matrice de corrélation des risques définis par l'EIOPA Solvabilité 2 (présentée ci-dessous)
- et des SCR modulaires.

Corrélations	Marché	Défaut	Vie	Santé	Non-Vie
Marché	1.00	0.25	0.25	0.25	0.25
Défaut	0.25	1.00	0.25	0.25	0.50
Vie	0.25	0.25	1.00	0.25	0.00
Santé	0.25	0.25	0.25	1.00	0.00
Non-Vie	0.25	0.50	0.00	0.00	1.00

La formule d'agrégation du BSCR n'est pas détaillée mais est disponible dans de nombreux mémoires et articles sur Solvabilité 2. Les valeurs de ce tableau n'ont pas été vérifiées et ne tiennent pas compte d'éventuelles mises à jour des valeurs par l'EIOPA. Mais les valeurs utilisées dans le cadre des calculs de ce mémoire sont bien à jour.

d. Le MCR

Le MCR quant à lui correspond au niveau de minimum de SCR en dessous duquel le risque est considéré comme inacceptable.

e. La Marge pour risques

L'article 77 de la directive Européenne « Calcul des provisions techniques » définit la marge pour risque de la manière suivante : « La marge pour risques est calculée de manière à garantir que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant que les entreprises d'assurances demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance ».

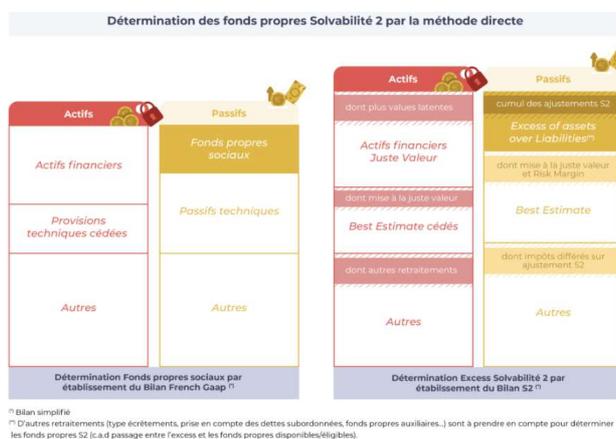
Afin de simplifier nos analyses, la RM ne sera pas recalculée avec les scénarios calibrés dans le cadre de ce mémoire. De ce fait, les modalités de calcul de la RM ne seront pas d'avantage détaillés dans ce document.

f. Les fonds propres économiques

Les fonds propres sont composés des éléments suivants :

- Fonds propres sociaux (définis en vision bilan french gaap)
- PVFP
- Retraitement divers
- Impôts différés

Dans le schéma simplifié suivant d'un bilan économique solvabilité 2 réalisé par Seabird (cf. bibliographie), les fonds de propres de base sont illustrés par la poche « Excess of Assets over Liabilities » ainsi que les fonds propres sociaux.



La classification des Fonds propres en Tier 1, Tier 2 et Tier 3 n'est pas utile dans le cadre de la compréhension des résultats de ce mémoire.

g. Le Ratio de couverture

Le ratio de couverture correspond comme son nom l'indique au rapport suivant :

$$Tx_{couv} = \frac{FP}{SCR}$$

IX. Rappels théoriques et méthodologiques

1. Probabilité risque neutre

La probabilité risque neutre est un concept clef en finance qui permet d'évaluer les instruments financiers complexes notamment les produits dérivés et les options. Ce concept repose sur les hypothèses théoriques suivantes : l'absence d'opportunité d'arbitrages (AOA) et la complétude des marchés. L'AOA est définie de la manière suivante : tous les actifs ont pour rendement le taux sans risque et il n'est pas possible d'obtenir de gain de rendement en changeant d'actif. Un marché est dit complet si chaque flux financier peut être répliqué par un portefeuille d'actifs composé d'actifs sans risque et des actifs risqués.

Un scénario économique est dit risque neutre si l'ensemble des indices modélisés ont en moyenne sur l'ensemble des trajectoires pour rendement le taux sans risque et ces indices ne diffèrent que par leurs niveaux de volatilité.

2. Scénarios économiques risque neutre de CNP Assurances

Pour la valorisation de son bilan économique (Solvabilité 2, IFRS17), les compagnies d'assurance utilisent des scénarios économiques risque neutre pour projeter les engagements des assureurs afin d'évaluer le Best Estimate (meilleure estimation futur des engagements).

Le GSE de CNP Assurances permet de diffuser des scénarios stochastiques composés des éléments suivants :

- Taux ZC nominaux (LMM+),
- Taux ZC réels,
- Indice Action,
- Indice Immobilier,
- Indice MIN_VAR (Actions protégées : panier d'actions associées à des couvertures / moins de risque mais rendement dégradé).

CNP Assurances ne modélise pas le risque de change du fait qu'elle dispose de couvertures de change suffisantes pour ne pas modéliser ce risque. Dans ce mémoire, les analyses seront focalisées uniquement sur les résultats autour des modèles de taux. Les rappels théoriques du paragraphe « Modèles de taux » sont réalisés sur les trois principaux modèles de taux qui sont disponibles dans le GSE de Moody's : LMM+, E2FBK, et Hull & White. Dans ce mémoire, la modélisation des autres facteurs risques (Action, Immobilier et MIN_VAR) n'est pas abordée.

3. Best Estimate d'un portefeuille d'épargne

Le Best Estimate qui est évalué dans le cadre de ce mémoire est un Best Estimate stochastique qui correspond à la moyenne des Best Estimate évalué à l'aide de chacune des trajectoires du scénario économique risque neutre.

Le besoin d'évaluer ce BE en stochastique est dû au fait qu'un contrat d'Epargne a des garanties financières dont les coûts varient en fonction des conditions de marché. Ce coût des options et garanties est appelé la TVOG (Time value of options and guarantees).

La TVOG correspond à la différence entre le BE stochastique et le BE déterministe. Le BE déterministe est égal au BE évalué à l'aide d'un scénario unique dont les rendements de tous les classes d'actifs sont calés sur le rendement du taux sans risque ce qui permet de garder une valorisation risque neutre. Tandis que le BE stochastique lui est évalué à l'aide d'un scénario risque neutre stochastique.

4. Modèles de taux étudiés

Afin de faciliter la lecture de ce mémoire, le premier paragraphe de cette section introduit les 3 modèles de taux utilisés dans le cadre de ce mémoire.

a. Caractéristiques des modèles de taux utilisés dans ce mémoire

Caractéristiques \ Modèle de taux	LMM+	E2FBK	Hull & White à deux facteurs
Diffusion des taux négatifs	X	X	X
Popularité	+++	-	--
Nature des taux modélisés	Taux forward log normaux	Taux log normaux	Taux gaussiens
Nombre d'aléas	3	2	2
Réplication du smile de volatilité	Oui	Oui	Non
Taux explosifs	Oui (si forte volatilité)	Oui (si forte volatilité)	Non

Dans le contexte de taux du T3 2022 à très forte volatilité, un retour des niveaux de taux à un niveau négatif n'est pas à exclure. Il est donc essentiel que les modèles de taux étudiés modélisent des taux négatifs dans les scénarios stochastiques.

b. LMM+

Le modèle Libor Marker Model + dit LMM+ est un modèle de taux de place qui est fortement utilisé par les compagnies d'assurances et les bancassureurs. Ce modèle de taux est dérivé du modèle LMM auquel a été ajouté un shift pour modéliser les taux négatifs. La robustesse de ce modèle lui permet de répliquer des prix de swaptions ou des CAP à la monnaie et en dehors de la monnaie.

Modélisation des taux forward via le modèle Libor Market Model (LMM)

L'EDS du modèle LMM s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{dF_k(t)}{F_k(t)} = \sigma_k(t) \cdot \left(dZ(t) + \sum_{i=n(t)}^k \sigma_i(t) \cdot \frac{F_i(t)}{\frac{1}{\tau_i} + F_i(t)} dt \right)$$

Où :

- Z est un mouvement brownien à n dimensions,
- $F_i(t)$ est la valeur en date t du taux forward associé à l'intervalle $\tau_i = T_i - T_{i-1}$,
- σ_k la volatilité stochastique.

Le drift qui correspond au terme de droite (fonction de dt) représente le changement de mesure des taux forward afin de se ramener sous la mesure spot. Le terme de gauche proportionnel au brownien Z représente l'aléa des taux forward.

Sur ce modèle LMM, la modélisation de la volatilité stochastique est réalisée par un modèle CIR $V(t)$ et une fonction de Rebonato g_k qui donne la structure de la volatilité déterministe.

$$dV(t) = k(\theta - V(t))dt + \epsilon\sqrt{V(t)} dW_t$$

$$g_k(t) = (a + b(T_k - t))e^{-c(T_k - t) + d}$$

$$\text{avec } \sigma_k(t) = \sqrt{V(t)} \cdot g_k(t)$$

avec les variables suivantes :

- k la vitesse de convergence vers la moyenne
- θ la moyenne long terme de la volatilité des taux forward
- σ_k la volatilité de la volatilité déterministe
- a, b, c, d les paramètres de la fonction de Rebonato (volatilité déterministe)

Passage au LMM+ via le shift

Le contexte de taux négatifs a rendu difficilement utilisable le modèle LMM puisque ce modèle oblige à modéliser uniquement des taux positifs. Le modèle LMM+ est le modèle LMM auquel a été ajouté un shift ∂ sur les taux forward en ajoutant cette contrainte $F_k(t) + \partial > 0$ au niveau du calibrage.

La modélisation de la volatilité stochastique est la même que celle du modèle LMM.

$$\frac{dF_k(t)}{F_k(t) + \partial} = \sigma_k(t) \cdot \left(dZ(t) + \sum_{i=n(t)}^k \sigma_i(t) \cdot \frac{F_i(t) + \partial}{\frac{1}{T_i} + F_i(t)} dt \right)$$

c. E2FBK (Black Karasinski à deux facteurs)

Black Karizinski à 1 facteur

Le modèle de Black Karizinski à 1 facteur est une extension du modèle Hull-White dont le taux court $f(r)$ suit un modèle Gaussien. Le modèle Hull While à 1 facteur s'écrit de la manière suivante :

$$df(r) = (\theta(t) - a(t) \cdot f(r))dt + \sigma(t) \cdot dZ$$

avec dZ un mouvement brownien standard.

Effectivement en posant $f(r) = \ln(r)$, l'équation suivante se déduit :

$$d\ln(r) = (\theta(t) - a(t) \cdot \ln(r))dt + \sigma(t) \cdot dZ$$

Il s'agit d'un modèle de « retour à la moyenne », le coefficient $a(t)$ mesure la vitesse à laquelle $\ln(r)$ tend vers sa moyenne à long-terme notée $\theta(t)$ et $\sigma(t)$ représente la volatilité à terme.

Black Karizinski à deux facteurs

Le modèle à deux facteurs rajoute une composante long terme l . Ce modèle permet de mieux répliquer la volatilité des swaptions. r représente le taux court et l représente le taux long terme. Z_1 et Z_2 représentent des mouvements browniens standards.

$$d\ln(r) = (\theta_r(t) - a_r(t) \cdot \ln(r))dt + \sigma_a \cdot dZ_1$$

$$d\ln(l) = (\theta_l(t) - a_l(t) \cdot \ln(l))dt + \sigma_l \cdot dZ_2$$

Ce modèle n'est pas capable de générer des taux négatifs. De ce fait, la génération de taux négatifs est obtenue également via un shift : $r'(t) = r(t) + \partial$.

$$d\ln(r'(t)) = (\theta_r(t) - a_r(t) \cdot \ln(r))dt + \sigma_a \cdot dZ_1$$

$$d\ln(l) = (\theta_l(t) - a_l(t) \cdot \ln(l))dt + \sigma_l \cdot dZ_2$$

d. HULL & WHITE à deux facteurs

Comme il est rappelé dans le paragraphe précédent, le modèle Hull White à 1 facteur s'écrit de la manière suivante :

$$df(r) = (\theta(t) - a(t) \cdot f(r))dt + \sigma_1 \cdot dZ_1$$

Usuellement, la littérature financière définit $f(r) = r$ pour le modèle Hull & White.

Le modèle à deux facteurs intègre la même formule sur le taux long terme. Le lecteur notera certainement une forte ressemblance avec le modèle E2FBK (sans le passage logarithmique sur la fonction $f(r)$).

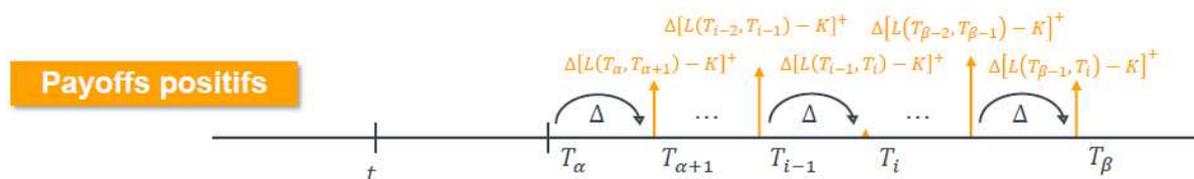
$$d(l) = (\theta_\infty - b \cdot \theta_t)dt + \sigma_2 \cdot dZ_2$$

Ce modèle permet également de modéliser les taux négatifs.

5. Valorisation des dérivés sous-jacents aux marchés de taux

a. Rappel sur le fonctionnement et la valorisation d'un CAP en univers risque neutre

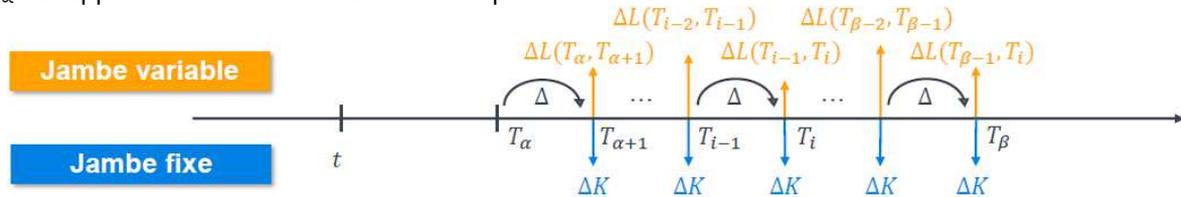
Un CAP est un contrat de couverture à la hausse des taux. Ce contrat paye à son détenteur à chaque date $T_i = T_{\alpha+1}, \dots, T_\beta$, la différence entre le taux variable $L(T_{i-1}, T_i)$ et un taux d'intérêt fixe K . K est appelé le prix d'exercice du CAP ou strike.



La valorisation d'un CAP correspond à la somme des valeurs des caplets qui le composent. Chaque caplet peut être valorisé par la formule de Black & Scholes avec pour sous-jacent le taux forward en T_i et le strike K fixe.

b. Rappel sur le fonctionnement et la valorisation d'une swaption en univers risque neutre

Un contrat swap forward payeur est un contrat payant à son détenteur, à chaque date $T_i = T_{\alpha+1}, \dots, T_\beta$ un taux d'intérêt variable $L(T_{i-1}, T_i)$ gelé en T_{i-1} pour la période $[T_{i-1}, T_i]$ contre un taux fixe K . La date T_α est appelée maturité et la durée du swap



avec $T_\beta - T_\alpha = Tenor$ et T_α qui correspond à la maturité de la swaption.

Pour une meilleure compréhension, est d'abord explicitée la formule du taux swap forward :

$$S_{\alpha,\beta}(t) = \frac{P(t, T_\alpha) - P(t, T_\beta)}{\sum_{i=\alpha+1}^{\beta} \Delta P(t, T_i)}$$

avec $P(t, T_\alpha)$ le prix d'une obligation ZC en $t < T_\alpha$ (calculé à partir des taux swap découpnés du marché)

Une swaption payeuse est un contrat de couverture sur les taux qui donne le droit à son détenteur d'entrer dans un swap payeur de strike K à la date T_α (maturité de la swaption). La durée du swap $T_\beta - T_\alpha$ est le ténor.

En probabilité risque neutre, si les volatilités implicites de marché des swaptions sont considérés log-normales, le prix de la swaption se déduit de la formule fermée de Black & Scholes. Le prix s'exprime donc de la manière suivante :

$$\begin{aligned} PS &= A_{\alpha,\beta}(0) \cdot E^Q((S_{\alpha,\beta}(T_\alpha) - K)^+) \\ &= A_{\alpha,\beta}(0) \cdot (S_{\alpha,\beta}(T_\alpha) \cdot \varphi(d_1) - Ke^{-rT_\alpha} \cdot \varphi(d_2)) \end{aligned}$$

avec :

- l'annuité de la swaption $A_{\alpha,\beta}(t) = \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} \Delta P(t, T_i)$
- φ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite $N(0,1)$
- $d_1 = \frac{1}{\sigma_{\alpha,\beta} \sqrt{T_\alpha}} \cdot \left(\ln \left(\frac{S_{\alpha,\beta}(0)}{K} \right) + \left(r + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2 \right) \cdot T_\alpha \right)$ et $d_2 = d_1 - \sigma_{\alpha,\beta} \cdot \sqrt{T_\alpha}$
- $\sigma_{\alpha,\beta}$ la volatilité implicite de marché de maturité T_α et de ténor $T_\beta - T_\alpha$

6. Méthodologie de calibrage des modèles de taux avec l'outil Moody's Analytics

Un bref rappel de la méthodologie de calibrage est nécessaire. Tous les modèles disponibles sur l'outil de calibrage peuvent être calibrés sur la base de prix ou de volatilités implicites cotés soit en normal, en log-normal déplacé ou en log traditionnel des volatilités implicites normales. Cette étape implique la recherche d'un ensemble de paramètres pour chaque modèle de telle sorte que les résultats du modèle répliquent la surface de volatilité des swaptions.

Un algorithme d'optimisation choisit à plusieurs reprises de nouveaux ensembles de paramètres d'optimisation. Les paramètres sont combinés avec les paramètres d'entrée pour produire un nouvel

ensemble de sorties du modèle. Cet algorithme d'optimisation utilise une fonction objective pour mesurer la proximité de chaque nouvel ensemble de sorties du modèle avec les données/cibles de marché. En fonction de la valeur de la fonction objectif, l'algorithme d'optimisation continue de choisir de nouveaux paramètres jusqu'à ce que les résultats du modèle ressemblent étroitement aux données/cibles du marché.

Dans cette partie, seront uniquement explicitées les options choisies par CNP Assurances dans l'outil de calibrage Moody's Analytics « Swaption Calibration Tool ».

La fonction « objectif » à optimiser s'écrit de la manière suivante :

$$Obj = \sum_{\substack{i=1 \\ w_i \neq 0}}^N \frac{w_i}{W} \left[1 - \frac{\hat{P}_i(\theta)}{P_i} \right]^2 + w_{RW} \cdot F(\theta)$$

avec :

- $\frac{\hat{P}_i(\theta)}{P_i}$ the model/Market Prix de swaption
- θ est le vecteur de paramètres du modèle LMM+
- w_i correspondent aux poids affectés à chaque point des nappes de volatilité ATM et AFM
- w_{RW} est le poids sur les cibles en vision monde réelle
- W correspond à la somme des poids des nappes de volatilité ATM et AFM
- $F(\theta)$ est la fonction d'erreur en vision monde réelle

Sur la production des scénarios économiques, les scénarios utilisés sont tous risque neutre : w_{RW} est toujours nul dans l'utilisation de cet outil.

L'algorithme d'optimisation utilisé est l'algorithme « Levenberg-Marquardt ». Cet algorithme fut développé par Kenneth Levenberg, puis publié par Donald Marquardt au début des années 1960 pour résoudre les problèmes des moindres carrés non linéaires. Il permet de combiner deux algorithmes numériques de minimisation : la méthode de descente du gradient et la méthode Gauss-Newton.

La méthode Levenberg-Marquardt agit plutôt comme une descente de gradient lorsque les paramètres sont loin d'un minimum local. Dans le cas où le point est proche d'un minimum local, l'algorithme agit plutôt comme la méthode de Gauss-Newton.

Deux principaux modèles de valorisation des options sur les taux sont utilisés par les professionnels pour convertir les volatilités implicites de swaptions en prix.

Dans le cas de CNP Assurances, l'outil de calibrage reçoit comme données de marché des volatilités implicites normales de swaptions par ténor $\beta - \alpha$ et par maturité α . L'outil convertit ces volatilités de marché en prix de marché à l'aide de la formule de Bachelier suivante :

$$Prix_{\alpha,\beta}^{Bachelier}(0) = \sigma_{\alpha,\beta}^N \sqrt{T_\alpha} \left(\tilde{d}_1 \Phi(\tilde{d}_1) + \varphi(\tilde{d}_1) \right) \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} P(0, T_i) ; \tilde{d}_1 = \frac{S_{\alpha,\beta}(0) - K}{\sigma_{\alpha,\beta}^N \sqrt{T_\alpha}}$$

avec φ la densité d'une loi $N(0,1)$ et $S_{\alpha,\beta}(0)$ le taux swap forward en $t = 0$ vérifiant la relation :

$$S_{\alpha,\beta}(0) = \frac{P(0, T_\alpha) - P(0, T_\beta)}{\sum_{k=\alpha+1}^{\beta} P(0, T_k)}$$

Pour rappel, la formule de Bachelier se déduit de l'EDS du modèle de Bachelier qui suppose une distribution normale des taux forward et une volatilité absolue :

$$dS_{\alpha,\beta}(t) = \sigma_{\alpha,\beta}^N dW(t)$$

Dans un cadre plus théorique, si CNP Assurances recevait comme données de marché des volatilités log-normales de swaptions. Les volatilités du marché seraient converties en prix via la formule fermée de Black.

$$Prix_{\alpha,\beta}^{Black}(0) = \left(S_{\alpha,\beta}(0)\Phi(d_1) - K\Phi(d_2) \right) \sum_{i=\alpha+1}^{\beta} P(0, T_i)$$

$$avec \quad d_{1/2} = \frac{\ln\left(\frac{S_{\alpha,\beta}(0)}{K}\right) \pm \sigma_{\alpha,\beta}^{LN^2} T_{\alpha}/2}{\sigma_{\alpha,\beta}^{LN} \sqrt{T_{\alpha}}}$$

Pour rappel, la formule fermée de Black est liée à l'EDS du modèle de Black qui suppose une distribution log-normale des taux forward et une volatilité absolue :

$$\frac{dS_{\alpha,\beta}(t)}{S_{\alpha,\beta}(t)} = \sigma_{\alpha,\beta}^{LN} dW(t)$$

Une fois les prix de marchés calculés à l'aide de la formule de Bachelier, l'algorithme essaiera de minimiser l'écart quadratique entre les prix modèles et les prix de marchés.

Selon la documentation moody's, les prix modèles sont recalculés en fonction de chaque nouveau vecteur de paramètres du modèle LMM+. La documentation Moody's décrit une formule approximation du calcul du prix modèle de la swaption à partir des paramètres du modèle LMM+. Par confidentialité vis-à-vis de cette documentation, cette formule ne sera pas documentée dans le cadre de ce mémoire.

7. Martingalité d'un scénario économique

a. Notion sur la martingalité

La martingalité permet de vérifier la risque neutralité du scénario économique. Globalement un scénario économique risque neutre doit vérifier la propriété suivante : tous les actifs doivent avoir pour rendement le taux sans risque. Sur des scénarios stochastiques, il est donc nécessaire de passer par la moyenne sur les 1000 trajectoires des rendements de l'indice pour vérifier cette propriété. Cette moyenne correspond du coup à l'expression mathématique de l'espérance.

b. Mise en œuvre théorique du test de martingalité

Afin de rester dans un cadre complètement théorique, les seuils définis par CNP Assurances pour valider les tests de martingalité sont confidentiels. Dans ce mémoire, seront comparés uniquement les écarts relatifs entre le prix cible et le prix simulé à l'aide du scénario économique.

Test de martingalité sur le déflateur

Soit $D(t)$ la valeur du déflateur à l'instant t et $P(t, T)$ le prix à l'instant t de l'obligation zéro-coupon de maturité T . Par définition, nous savons que pour chaque horizon temporel T ,

$$\mathbb{E}[D(T)] = P(0, T),$$

Où \mathbb{E} est l'espérance sous la mesure de probabilité risque-neutre. Le test consiste à vérifier que cette propriété théorique peut être retrouvée dans les simulations générées.

Dans ce qui suit, est noté N_s le nombre de trajectoires simulés ; l'exposant (s) indique la valeur des quantités associées à la s -ième simulation. Par exemple, $\left(D^{(s)}(t)\right)_{t \geq 0}$ est la trajectoire du déflateur le long de la s -ième simulation. L'espérance introduite ci-dessus est estimée sur les simulations comme une moyenne empirique du déflateur simulé au temps T :

$$\tilde{\mathbb{E}}[D(T)] = \frac{1}{N_s} \sum_{s=1}^{N_s} D^{(s)}(T)$$

Test de martingalité sur le prix d'une obligation ZC de maturité T=1 à 50 ans

$\tilde{P}(t, T) = D(t)P(t, T)$ correspond au prix ZC actualisé au temps t . Par définition, pour chaque horizon temporel T , et pour chaque temps $t \leq T$:

$$\mathbb{E}[\tilde{P}(t, T)] = \tilde{P}(0, T) = P(0, T),$$

Où \mathbb{E} est l'espérance sous la mesure de probabilité risque-neutre.

L'espérance introduite ci-dessus est estimée sur les simulations comme la moyenne empirique des prix ZC actualisés : pour une maturité T choisie, pour chaque date de simulation t , nous calculons :

$$\tilde{\mathbb{E}}[\tilde{P}(t, T)] = \tilde{\mathbb{E}}[D(t)P(t, T)] = \frac{1}{N_s} \sum_{s=1}^{N_s} D^{(s)}(t) P^{(s)}(t, T)$$

Où $\tilde{\mathbb{E}}$ représente une estimation de la valeur exacte de l'espérance. Ces valeurs empiriques sont à comparer aux valeurs théoriques $P(0, T)$.

Le test de martingalité sur le prix d'une obligation ZC n'est pas réalisé dans le cadre de ce mémoire.

8. Market consistency d'un scénario économique

Dans ce mémoire, les tests de market consistency sont analysés de manière globale sur les nappes de volatilités des swaptions At the money (ATM) et Away from the money (AFM) Tenor 10Y.

a. Rappel théorique de market consistency

L'association européenne des actuaires (GCAE) en 2012 décrit la market consistency comme la capacité du scénario économique à reproduire les prix de marchés des instruments financiers sous-jacents. En effet, cette notion est importante car le respect de la market consistency a un impact très significatif sur la TVOG.

b. Mise en œuvre du test MC

Est noté $(S_t^{m,n})_{t \geq 0}$ le taux swap forward au temps t de maturité T_m et de tenor $T_n - T_m$, et K le strike de la swaption associée qui donne le droit à son propriétaire d'entrer dans ce swap.

Chaque simulation Monte-Carlo fournit un pay-off actualisé pour cette swaption. Les prix Monte-Carlo sont alors estimés empiriquement en utilisant la loi forte des grands nombres sur les trajectoires simulées comme la somme suivante :

$$PS^{MC}(T_m, T_n, K, \sigma_{m,n,K}^{th}) := \tilde{\mathbb{E}} \left[B_S(T_m) D(T_m) (S_{T_m}^{m,n} - K)_+ \right] = \frac{1}{N_s} \sum_{s=1}^{N_s} B_S^{(s)}(T_m) D^{(s)}(T_m) (S_{T_m}^{m,n(s)} - K)_+$$

avec :

- $(x)_+$ est la partie positive de x ,
- $B_S(t) = \sum_{j=m}^{n-1} (T_{j+1} - T_j) P(t, T_{j+1})$ est l'annuité du taux swap forward sous-jacent.

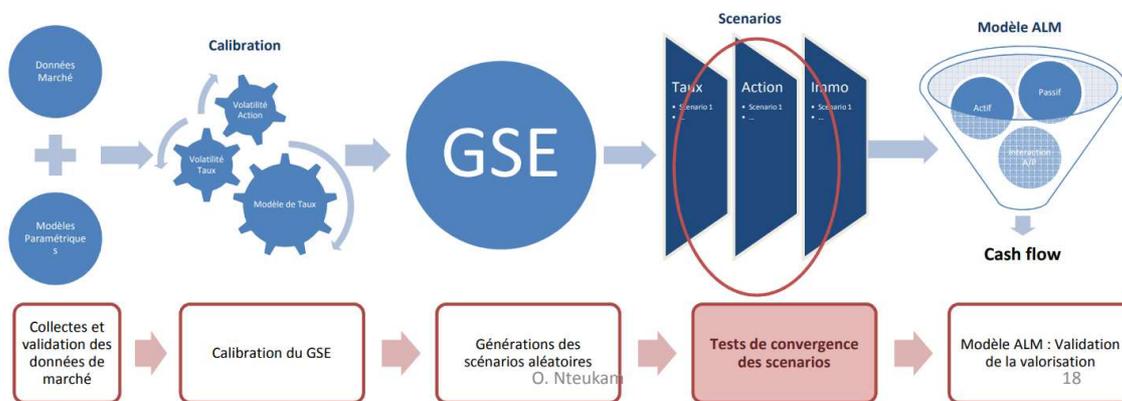
Ensuite, les volatilités implicites Monte-Carlo sont comparées aux volatilités implicites de marché. Pour calculer ces volatilités implicites simulées, les prix Monte-Carlo (décrits ci-dessus) sont convertis en volatilités implicites Monte-Carlo en inversant la formule de Bachelier suivante qui exprime les prix des swaptions en fonction d'un paramètre de volatilité implicite :

$$PS(T_m, T_n, K, \sigma_{m,n,K}) = \sigma_{m,n,K} \sqrt{T_m} B_S(0) \left\{ \varphi \left(\frac{S^{m,n}(0) - K}{\sigma_{m,n,K} \sqrt{T_m}} \right) + \frac{S^{m,n}(0) - K}{\sigma_{m,n,K} \sqrt{T_m}} \Phi \left(\frac{S^{m,n}(0) - K}{\sigma_{m,n,K} \sqrt{T_m}} \right) \right\}$$

Où $\varphi(x) = \frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$ et $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(u) du$ désignent respectivement la fonction de densité et la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

9. Principaux choix du modèle de projection ALM du fond euro de CNP Assurances

La capture écran du document « Convergence des scénarios et écarts de valorisation » illustre parfaitement le moment où le modèle ALM intervient dans le calcul du Best Estimate c'est-à-dire après production du scénario économique et après risque neutralisation de l'actif. La méthode de risque neutralisation du stock d'actif est décrite brièvement en page 65.



Un modèle « ALM » comme l'indique son nom « Asset Liabilities Management » est un modèle de projection qui modélise l'actif et le passif d'un portefeuille en prenant en compte les interactions entre l'actif et le passif. Généralement les portefeuilles ALM sont des portefeuilles d'épargne ou d'épargne retraite.

Les scénarios économiques vont permettre d'une part de valoriser les instruments financiers de l'actif et d'autre part d'actualiser les flux du Best Estimate.

a. Rappel succinct sur la modélisation du passif

Le modèle Epargne de CNP Assurances est un modèle à pas de projection annuel et pour chaque année projetée ce modèle distingue le début, le milieu et la fin de l'année. Le modèle projette au niveau du passif les éléments suivants :

- les prestations composées de décès, rachats structurels et conjoncturels,
- les chargements (sur encours et sur production financière),
- les commissions (sur encours et sur production financière),
- les intérêts contractuels (définis par le TMG du contrat)
- les frais (gestion et financiers).

Concernant la revalorisation des contrats de la Participation aux bénéfiques (PB), elle est calculée à partir d'un algorithme de revalorisation et celle-ci est intégrée aux encours en fin d'année. Les intérêts de l'encours sont intégrés sur les deux demi-périodes qui constituent l'année de projection. Cet algorithme de revalorisation calculera la PB versée aux assurés en fin d'année et constituera des

millésimes de PPE au fur et à mesure des années de projection : des reprises de PPE sont réalisées à chaque fin d'année afin de respecter les contraintes de PB minimum réglementaire 8 ans.

Le modèle dispose d'une loi de rachat structurelle et d'une loi de rachat conjoncturelle. Les rachats à chaque fin d'année de projection correspondent à la somme des rachats structurels et conjoncturels. La loi de rachat structurelle est une loi de rachat construite à partir des données historiques de rachat de chaque portefeuille concerné. Concernant la loi de rachat conjoncturelle, le taux de rachat est déterminé en fonction de l'écart entre le taux de revalorisation servi par l'assureur et le taux de revalorisation attendue par le marché.

Dans le document de l'ACPR datant de 2013 « orientations nationales complémentaires », le régulateur européen précise la forme de cette loi.

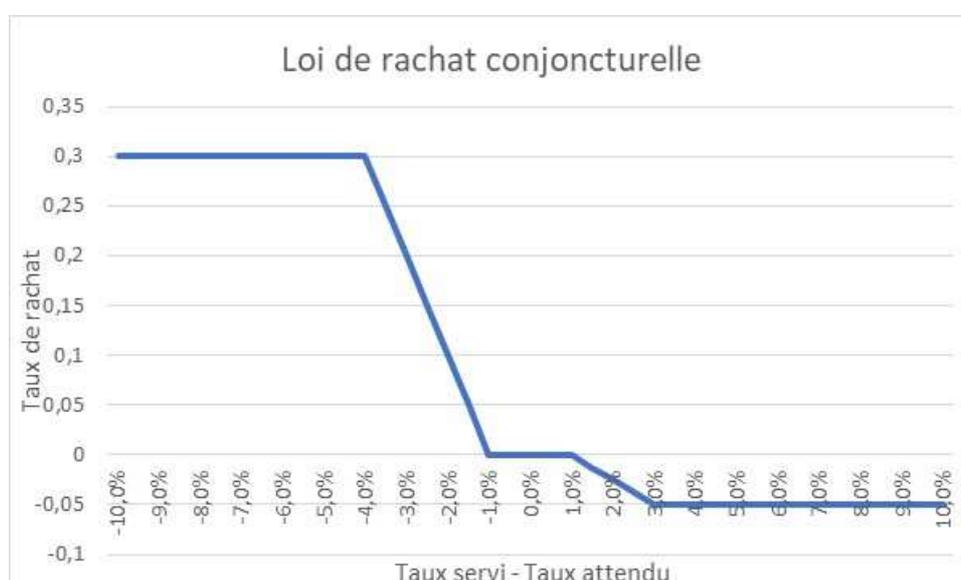
$$RC(R) = \begin{cases} RC_{\max} & \text{si } R - TA < \alpha \\ RC_{\max} \frac{(R - TA - \beta)}{\alpha - \beta} & \text{si } \alpha < R - TA < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < R - TA < \gamma \\ RC_{\min} \frac{(R - TA - \gamma)}{\delta - \gamma} & \text{si } \gamma < R - TA < \delta \\ RC_{\min} & \text{si } R - TA > \delta \end{cases}$$

	α	β	γ	δ	RC_{\min}	RC_{\max}
Plafond max	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
Plafond min	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%

avec :

- RC le taux de rachat conjoncturel
- TA le taux attendu
- R le taux servi par l'assureur
- $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ les paramètres de la loi.

Les valeurs des plafonds min et max ont pu faire l'objet d'une mise à jour depuis 2013. Chaque paramètre de cette loi devra être choisi par les actuaires entre les bornes minimum et maximum définis dans le tableau ci-dessus. L'idée principale de cette fin de paragraphe est d'expliquer succinctement le fonctionnement de la loi de rachat conjoncturelle. La forme de cette loi pour des paramètres $(\alpha, \beta, \gamma, \delta, RC_{\min}, RC_{\max}) = (-4\%, -1\%, 1\%, 3\%, -5\%, 30\%)$ est la suivante :



Le taux attendu correspond au maximum des taux servi par les assureurs représenté par le TME (taux moyen des emprunts d'états) et le taux servi par les banques représenté par le TMM (taux du marché monétaire). En effet, ce taux attendu permet de comparer le taux servi aux taux servis par les autres assureurs et au taux servi par le livret bancaire.

Dans le cas où le taux servi par l'assureur est en dessous des taux servis par la concurrence, le taux de rachat conjoncturel serait positif ce qui correspond à la sortie des assurés du portefeuille. Dans le cas contraire, le taux de rachat conjoncturel serait négatif ce qui induirait la rentrée de nouveaux assurés dans le portefeuille.

b. Rappel succinct sur la modélisation de l'actif

Au niveau de l'actif, la valorisation des instruments financiers permet de calculer la production financière composée des dividendes action, loyers de l'immobilier, des coupons, investissements et désinvestissements.

Dans ce mémoire, sera présenté uniquement le fonctionnement des instruments financiers dont les projections seront affectées par le changement de modèle de taux. Ce paragraphe a pour objet de rappeler brièvement la modélisation des principaux instruments financiers de taux.

Obligations à taux fixe et taux variable

Les obligations à taux fixe sont projetées à l'aide d'un échéancier de flux futurs. (coupons de 1 à N-1 et coupon additionné à la valeur de remboursement en N).



La somme actualisée de ces flux à l'aide de courbe de taux zéro coupon de l'instant t permet de retrouver la valeur de marché de cet instrument à chaque instant t . Les obligations à taux fixe sont des obligations dont les coupons sont fixés avant l'achat de l'obligation et égaux au taux fixe multiplié par la valeur de remboursement. Les obligations à taux variables sont des obligations dont les coupons sont indexés par un taux variable.

La Valeur nette comptable amortie correspond à la Valeur nette comptable diminuée des flux passés et actualisés au taux rendement actuariel. La Valeur nette comptable initiale correspond à la valeur d'achat de l'obligation et le TRA correspond donc au taux permettant de retrouver l'égalité entre la somme des flux actualisés au TRA et la somme des flux actualisés à l'aide de la courbe de taux en date de valorisation. L'évolution de la valeur nette comptable de l'obligation correspond à son amortissement.

Couvertures de taux

Les principales couvertures de taux de CNP Assurances sont les swaps de taux, cap, et floor.

Un swap de taux est un instrument à deux jambes qui permet d'échanger du taux fixe contre du taux variable ou vice et versa. Le fonctionnement des jambes est similaire à celui d'une obligation : une est valorisée avec un coupon fixe et l'autre est valorisée avec un coupon variable. La valeur de marché correspond à la différence des valeurs de marché des deux jambes.

La modélisation des CAP dans le modèle prudentiel de CNP Assurances est cohérente avec ce qui a été présenté précédemment en page 25.

c. Principales Interactions modélisées entre l'actif et le passif

Quant à l'interaction entre l'actif et le passif, celle-ci est détaillée succinctement dans le schéma en annexe en page 91. Le schéma y décrit le fait que les achats/vente d'actif sont effectués en milieu d'année et en fin d'année.

En milieu d'année

Le flux financier net s'écrit de la manière suivante :

$$FFN = Primes - Prestations + Production_financière_{mi_année}$$

Si le *FFN* est positif, le modèle achète des actifs en fonction des cibles de l'allocation stratégique défini dans le modèle. En revanche, si celui-ci est négatif, le modèle désinvestit les actifs en fonction des cibles d'allocation stratégiques.

Par exemple : Si $FFN=100$, cible action=10%, cible Oblig=70%, cible OPCVM=20%

L'actif investit sera donc composé des éléments suivants :



Cet exemple ne prend pas en compte l'allocation stratégique de CNP Assurances et a pour but uniquement d'expliquer de manière pédagogique un achat d'actif en cas de *FFN* positif. L'allocation stratégique de CNP Assurances a une granularité plus fine notamment sur les obligations. En effet, cette allocation précise également les proportions par maturité des obligations à acheter.

En fin d'année

Le modèle est amené à effectuer des ventes d'actif dans le cas suivant : réalisation de plus-values pour financer la cible de PB ou bien des achats d'actions si la proportion d'actions est inférieure à la cible de l'allocation stratégique.

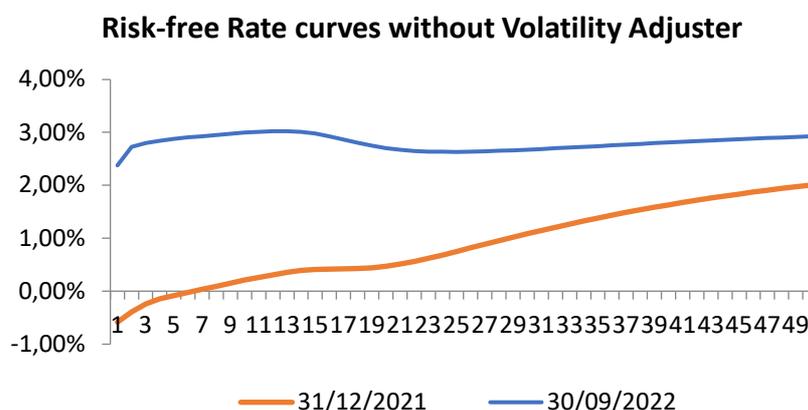
X. Présentation du contexte économique de taux et des portefeuilles étudiés au T3 2022

1. Courbes de taux ZC sans risque

En comparaison au 31/12/2021, au T3 2022, la courbe de taux S2 sans risque (RFR) sans VA a augmenté de la manière suivante :

- + 2.9% en moyenne sur les maturités 1 à 10 Y
- + 2.5% en moyenne sur les maturités 11Y à 20Y
- +1.6% en moyenne sur les maturités 21Y à 30Y

L'écart entre ces deux courbes est présenté ci-dessous et elle illustre la très forte remontée des taux en trois trimestres.



Pour rappel, la courbe de taux S2 sans VA est calculée à partir de la courbe de taux swap, du Credit risk adjustment (CRA) et de l'ultimate forward rate (UFR). La courbe de taux swap représente la courbe des taux qui sont calculés sur la base des transactions du marché des taux swap en euro : taux fixe contre Euribor 6 mois. Cette courbe de taux swap est disponible à partir des fournisseurs de données marché tels que Bloomberg et Refinitiv (Reuters). Le CRA représente une translation de la courbe pour l'ajuster du risque de crédit. Quant à l'UFR, il correspond à la moyenne d'un historique de taux réels additionnée à la cible d'inflation de la BCE. La méthodologie de Smith Wilson permet d'extrapoler les taux forward de la courbe entre le dernier point liquide 20 Y et l'UFR maturité 60Y. La courbe de taux forward est ensuite recalculée en taux zéro coupon tel que présenté dans le graphique ci-dessus.

Au T3 2022, l'UFR et le CRA valent respectivement 3,45% et 0,10%. Ces hypothèses sont recalculées annuellement afin de limiter la volatilité de la courbe de taux sans risque S2.

Pour la courbe S2 avec volatility adjustment, elle est calculée à partir des mêmes éléments que la courbe S2 sans volatility adjustment mais elle est ajustée du Volatility adjustment sur les 20 premières années de la courbe puis extrapolée vers l'UFR.

2. Volatilités de taux

La volatilité des taux est appréciée au travers des options qui utilisent comme sous-jacent les taux nominaux. Deux types de produits dérivés sont généralement utilisés : les cap/floor et les swaptions. Le fonctionnement et les formules de valorisation de ces produits dérivés seront détaillés en page 25.

a. Nappes de volatilité des swaptions

L'évolution de la nappe de volatilité ATM est illustrée ci-dessous et traduit l'écart de la volatilité entre le T3 2022 et le T4 2021. Les lignes représentent la maturité et les colonnes représentent les Ténors.

Sep. 2022 - Dec. 2021		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
1	221,4%	191,0%	175,7%	168,7%	163,0%	159,5%	154,1%	148,4%	143,9%	141,2%	126,8%	113,6%	106,5%	100,1%	
2	144,3%	139,4%	136,0%	136,1%	139,4%	135,5%	131,0%	127,7%	126,6%	123,0%	114,5%	105,2%	99,3%	96,7%	
3	115,4%	113,1%	112,8%	114,8%	118,1%	115,6%	111,9%	110,4%	107,9%	106,1%	101,2%	94,3%	90,0%	86,6%	
4	104,1%	103,0%	102,0%	103,2%	104,0%	101,7%	99,3%	96,8%	95,7%	92,6%	87,0%	81,9%	79,1%	75,5%	
5	96,1%	94,8%	93,2%	92,2%	90,6%	89,2%	86,3%	85,5%	83,2%	80,3%	74,3%	70,0%	67,3%	64,5%	
7	81,2%	79,9%	77,1%	75,8%	74,6%	72,8%	71,2%	69,4%	68,4%	66,4%	61,1%	56,6%	54,0%	51,3%	
10	69,6%	68,3%	65,2%	63,0%	59,9%	59,7%	57,4%	55,8%	53,8%	51,7%	46,8%	43,0%	40,2%	35,5%	
15	57,6%	57,0%	54,5%	53,3%	50,7%	48,3%	45,7%	43,6%	41,2%	39,4%	33,0%	31,6%	30,0%	25,2%	
20	49,2%	49,1%	47,0%	45,4%	43,5%	40,9%	38,9%	36,7%	34,5%	32,0%	25,7%	26,0%	24,4%	20,0%	
25	48,0%	47,7%	45,4%	42,8%	40,4%	37,9%	35,1%	31,5%	28,9%	28,4%	23,5%	22,7%	21,0%	19,0%	
30	48,1%	49,3%	45,9%	43,0%	39,2%	37,0%	34,9%	32,3%	28,3%	28,1%	21,3%	20,8%	19,3%	16,3%	

Ces écarts relatifs traduisent une explosion des volatilités sur l'ensemble des maturités et tenor. En moyenne sur l'ensemble de la nappe ATM, la volatilité a augmenté de 76%. D'ailleurs, la pentification des taux court terme sur la courbe S2 au 30/09/2022 est cohérente avec l'explosion des volatilités implicite de maturité court terme des swaptions.

b. Nappe de volatilité des CAP

Dans ce mémoire, une hypothèse est de considérer la volatilité swaption Tenor 1Y qui est égale à un celle d'un caplet. Entre le 30/09/2022 et le 31/12/2021, la volatilité d'un swaption Tenor 1Y a augmenté en moyenne de 94%. Ce chiffre correspond à la moyenne des évolutions de la 1^{ère} colonne du tableau ci-dessus.

3. Etude des données de transactions sous-jacentes aux swaptions

Dans ce mémoire, ne sont étudiées que les transactions sous-jacentes aux swaptions. Une hypothèse sur ce mémoire consiste à prendre en compte pour les CAP les mêmes périodes d'historique de transaction pour moyenner les nappes de volatilités.

Rappel sur la DTCC

La Depository Trust & Clearing Corporation est une société américaine de service financiers post transactions qui fournit principalement des services de compensation et de règlement livraison pour les marchés financiers. Il effectue l'échange de valeurs mobilières pour le compte d'acheteurs et de vendeurs, et fonctionne comme un dépositaire central de titres.

Après extraction des transactions de swaptions sur 18 mois d'historique (01/01/2021 au 30/09/2022) à partir du provider de données Bloomberg, les strike forward relatifs ont été calculés pour chaque transaction. Pour construire ces deux tableaux, il a fallu distinguer les transactions à la monnaie des transactions en dehors de la monnaie. Si le taux swap forward calculé à partir de la courbe de taux swap est égal au strike contractuel de la swaption, la transaction est à la monnaie. La formule de calcul du taux swap forward est détaillée en page 26. Il suffit donc de regrouper ces transactions à la monnaie et de sommer les notionnels par maturité et Ténor pour obtenir les volumes des transactions à la

monnaie. Pour les transactions avec un Tenor 10Y, si le strike forward calculé est en dehors de la monnaie, l'écart relatif entre le strike forward et le strike contractuel représente le strike relatif. Pour constituer ce tableau par plancher de strike relatif, il est nécessaire d'associer le strike relatif planché le plus proche du strike relatif calculé pour la transaction. Afin de calculer les volumes des transactions en dehors de la monnaie, il faut donc sommer les notionnels de ces transactions par maturité et niveau de strike relatif.

Les deux tableaux suivants illustrent les volumes à la monnaie et en dehors de la monnaie pour le Ténor 10 ans :

a. Volumes de transactions ATM

		Somme des primes par maturité x tenor														
Mat x Tenor		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30	
1	4,8		323,8		397,9	24,1	876,6	24,3	47,6	2,6	26,4	2781,8	397,7	1633,8	385,5	8097,7
2	5,8		537,5	39,2	21,8	688,1	2,1	19,4	0,0	0,0	1679,8	18,9	193,0	2,7	1885,8	
3	6,2		980,8	25,7	4,9	380,1	0,0	13,8	6,2	0,0	986,0	10,5	68,1	4,6	793,5	
4	1,8		453,9	81,4	0,0	474,8	0,0	41,2	0,0	0,0	661,6	38,2	119,1	156,2	1313,7	
5	4,7		798,9	11,3	2,9	755,3	0,0	7,0	0,0	0,0	1168,2	64,1	234,2	19,8	811,9	
7	12,0		399,4	10,8	2,9	135,9	0,0	17,3	0,0	0,0	272,1	0,0	186,5	25,3	108,5	
10	0,4		718,3	0,0	0,0	167,7	0,0	7,9	0,0	0,0	426,6	14,4	1160,3	78,2	1590,4	
15	0,0		51,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	103,9	58,4	34,5	0,0	157,6	
20	0,0		24,6	0,0	0,0	9,6	0,0	0,0	0,0	0,0	257,5	0,0	27,5	0,0	26,4	
25	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	4,6	0,0	26,8	
30	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	9,2	0,0	0,0	0,0	7,2	

Les volumes de transactions ATM sont surtout concentrés sur les Ténors 2 à 5 ans et 10 à 30 ans

b. Volumes de transactions AFM (Ténor 10Y)

		Somme des primes par strike relatif x maturité pour le tenor 10 ans (Millions d'euros)										
Maturité		-0,025	-0,02	-0,015	-0,01	-0,005	0	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025
1	20,5		124,8	50,3	9,4	94,7	2781,8	877,7	46,9	2,5	0,2	2,6
2	12,8		17,6	25,5	12,8	75,8	1679,8	356,0	12,9	5,8	3,2	0,0
3	21,1		41,6	7,5	45,5	64,1	986,0	260,9	49,3	27,0	29,8	4,6
4	15,0		3,6	46,9	17,2	35,1	661,6	184,0	17,4	0,0	11,6	5,5
5	4,7		24,5	17,3	36,1	96,4	1168,2	669,4	26,5	61,0	3,8	17,0
7	13,7		2,9	11,1	0,0	37,3	272,1	328,9	0,0	5,3	0,0	0,0
10	0,0		28,9	28,9	35,2	33,3	426,6	2376,7	2,3	0,0	0,9	2,8
15	0,0		0,0	0,0	22,2	5,7	103,9	277,5	0,0	0,0	0,0	0,0
20	0,0		0,0	4,9	6,5	4,0	257,5	7,9	0,6	0,0	0,0	0,0
25	0,0		0,0	0,0	10,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30	0,0		0,0	0,0	0,0	0,0	9,2	7,8	0,0	0,0	0,0	0,0

Concernant les volumes de transactions AFM, les investisseurs sur le marché ont tradé essentiellement sur des swaptions à la hausse des taux avec un volume de 5,7 Milliards d'euros contre 1,2 Milliard d'euros à la baisse des taux.

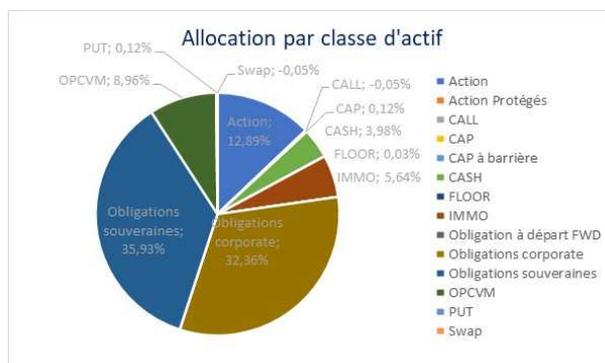
En termes de market consistency pour les modèles de taux, des questions peuvent s'avérer légitimes notamment sur l'intérêt de reproduire les prix des swaptions AFM avec un strike relatif supérieur à 2% et de repricer les swaptions ATM de ténor 6 à 9 ans.

Remarque :

Dans le calibrage des modèles de taux, les poids de calibrage des points de la nappe de volatilité qui ne bénéficient pas de transactions sont nuls. En effet, pour les modèles de taux, il est primordial de reproduire des prix de marché qui disposent d'une réalité économique. En d'autres termes, les volumes de transactions démontre la profondeur de chaque prix.

4. Composition du stock d'actif de CNP Assurances

L'allocation global d'actif de CNP Assurances est la suivante. Chaque classe d'actif est représentée en proportion de la VNC total de l'actif.



Comme on peut le voir dans le graphique ci-dessus, l'allocation d'actif de CNP Assurances se veut très prudente avec un portefeuille composé de plus de 68% d'obligations. Ce pourcentage est calculé sur la base de la VNC total des actifs de l'entité CNP Assurances.

Le SFCR solo 2022 de CNP Assurances précise succinctement la comitologie qui encadre les risques d'actifs de CNP Assurances :

- Le comité d'investissement groupe instruit les dossiers d'investissement.
- Le comité de surveillance des actifs groupe surveille l'ensemble des risques d'actifs pris par CNP Assurances et valide pour un émetteur obligataire ou une contrepartie.
- Le comité d'allocation stratégique définit les allocations par classe d'actif au regard de l'appétence aux risques, et des indicateurs de risque d'actif (ORSA).
- Le comité de gestion du bilan valide les grandes orientations ALM, pilote les objectifs de rendement des portefeuilles les plus significatifs, et valide les décisions de gestion permettant le respect de l'appétence aux risques.

Le contexte économique présenté en page 34 génère à fortiori énormément de moins-values latentes sur le portefeuille obligataire du stock d'actif.

Le comité d'allocation stratégique joue un rôle clef dans la stratégie d'achats/ventes d'actifs réalisés au cours de l'année. En effet, la norme solvabilité 2 attribue pour chaque classe d'actif un choc spécifique à appliquer. Les actions sont fortement pénalisées dans ce cadre normatif.

En termes d'adossement actif/passif, les obligations constituent un actif de premier choix afin de permettre des paiements de prestations sur le long terme (Epargne & Epargne Retraite). Le comité ALM joue un rôle clef dans le renouvellement des obligations du stock. Les obligations corporate permettent également de générer plus de production financière que les obligations souveraines. Sur ce type d'actif, le risque de défaut des entreprises émettrices d'obligations est fortement challengé par de multiples analyses avant achat par la direction des investissements et le département Risque Investissement de la DRG.

5. Portefeuilles de passif étudiés

Les portefeuilles d'épargne individuelle dont les impacts sont évalués dans ce mémoire sont les portefeuilles suivants :

- La banque postale (LBP)
- BPCE
- Epargne patrimoniale

Les deux portefeuilles historiques de CNP Assurances sont les portefeuilles d'assurés des partenaires La Banque Postale et BPCE.

Portefeuille	Niveau de TMG	Pourcentage d'encours
LBP	0	96.83%
	0.25	0.06%
	0.5	0.15%
	0.75	0.04%
	1	0.03%
	1.25	0.15%
	1.5	0.11%
	1.75	0.09%
	2	0.09%
	2.25	0.05%
	2.5	0.26%
	2.75	0.00%
	3	0.01%
	3.25	0.01%
3.5	0.48%	
	Garantie Brut	1.64%

Pour le portefeuille LBP, le Best Estimate est très fortement sensible aux conditions de marché : 96,83% de l'encours constituent des contrats avec une garantie en capitale. Concernant le portefeuille BPCE, la composition est assez similaire mais avec des niveaux de TMG historique un peu plus conséquents.

Portefeuille	Niveau de TMG	Pourcentage d'encours
BPCE	0.00	92.36%
	0.1	0.01%
	0.25	0.06%
	0.5	0.05%
	0.75	0.00%
	1	0.00%
	1.25	0.00%
	1.5	0.02%
	2.25	0.03%
	2.5	0.03%
	3	0.07%
	3.5	0.61%
	4.5	5.52%
	Garantie Brut	1.24%

Pour le portefeuille patrimonial, les plus importants niveaux d'encours sont concentrés sur des contrats à TMG nuls et à garantie brut de chargement de gestion.

Portefeuille	Niveau de TMG	Pourcentage d'encours
Epargne patrimoniale	0	54.67%
	1.5	0.00%
	3	0.00%
	3.25	0.00%
	3.5	0.01%
	Garantie Brut	45.32%

Les contrats à garantie brute de chargement sont des contrats dont les taux d'intérêts dépendant du niveau de TMG sont garantis bruts de chargement de gestion (sur encours). En cas de production financière négative, l'assureur financera la garantie en capital mais les chargements de gestion seront eux financés par la provision mathématique de l'assuré. D'un point de vue risque de baisse de taux, la garantie brute permet à l'assureur de limiter l'impact sur ces résultats futurs.

Cette partie est importante car elle permet de comprendre que l'optionalité (TVOG) des Best Estimate des portefeuilles LBP et BPCE sont d'avantage sensibles aux scénarios de taux négatifs extrêmes. Les notions de BE et de TVOG ont déjà été explicitées en page 22.

XI. Calibrages sur volatilité à date et calibrages alternatifs

Pour les différents calibrages suivants, l'objectif est de tester différents historiques afin d'analyser l'impact de la liquidité sur les tests de market consistency. L'idée est vraiment de vérifier l'adéquation entre forte liquidité / profondeur du marché et la market consistency. En effet, l'EIOPA dans le règlement délégué S2 définit le marché liquide comme « un marché où les instruments financiers peuvent facilement être convertis par un acte d'achat ou de vente sans provoquer de mouvement important des prix » en définition 33 de l'article premier (section 1 / Chapitre 1).

Les volumes sur les différents historiques seront également mis en parallèle avec la meilleure ou moins bonne market consistency. Afin de mieux relativiser ce lien, l'axe de réflexion modèle de taux est également utilisé afin d'avoir une réflexion plus globale sur le sujet.

Concernant les moyennes sur historique pour les nappes de volatilité, il s'agit des moyennes obtenues sur des historiques quotidiens dont le point d'ancrage est le 30/09/2022 et la date de début est le 01/09/2022 pour un mois d'historique par exemple. Pour les quantiles 95% et 80%, il s'agit des quantiles obtenus sur 3 mois d'historique quotidien pour chaque point de volatilité implicite. Les volumes de transactions de swaptions correspondant à ces historiques sont détaillés en annexe en page 86.

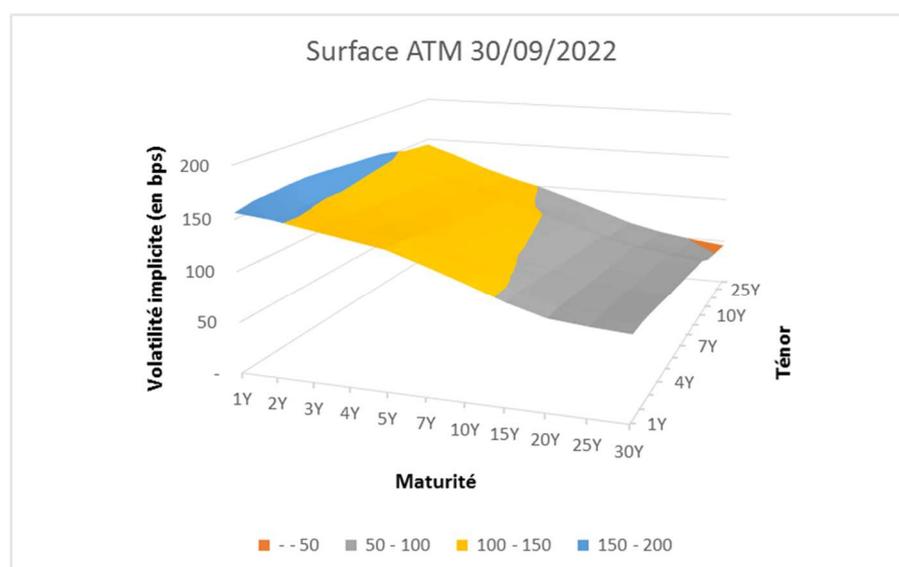
Comme il a été expliqué en introduction, 3 modèles de taux sont calibrés sur l'ensemble des jeux de nappes de volatilité.

1. Données de marché sous-jacentes aux calibrages

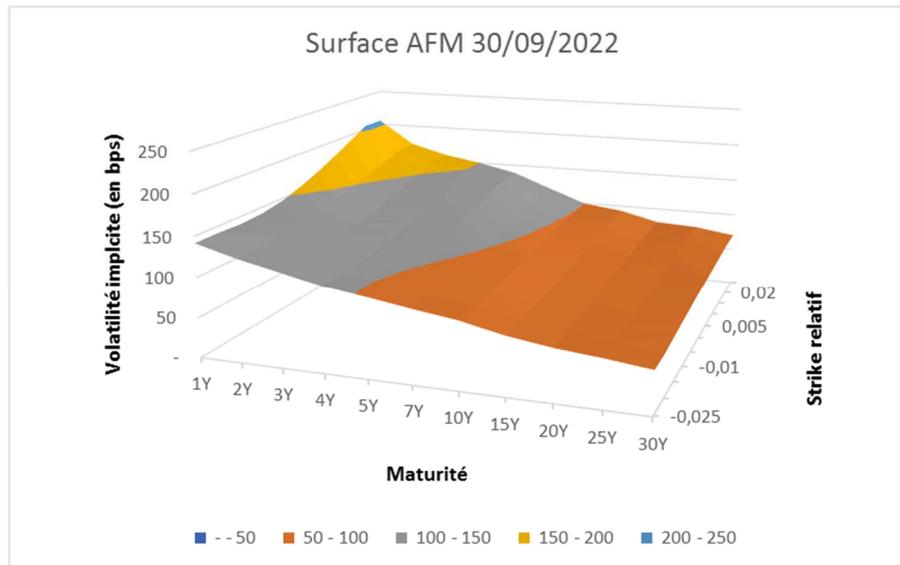
a. A date du 31 Septembre 2022

Swaptions

La nappe de volatilité ATM sur les swaptions est la suivante. Elle montre des niveaux très élevés de volatilité de 150 bps sur la maturité 1Y et tous les ténors jusqu'à 10Y. Les volatilités ont augmenté de + 30% en relatif sur toute la nappe de volatilité par rapport au Q2 2022 alors qu'au T2 2022 les volatilités étaient déjà à un niveau élevé.



La nappe de volatilité AFM ci-dessous illustre un sourire accentué sur la droite illustrant un déséquilibre des prix des swaptions à la hausse des taux. Le strike relatif +250 bps a un niveau de volatilité très élevé de 200 bps.

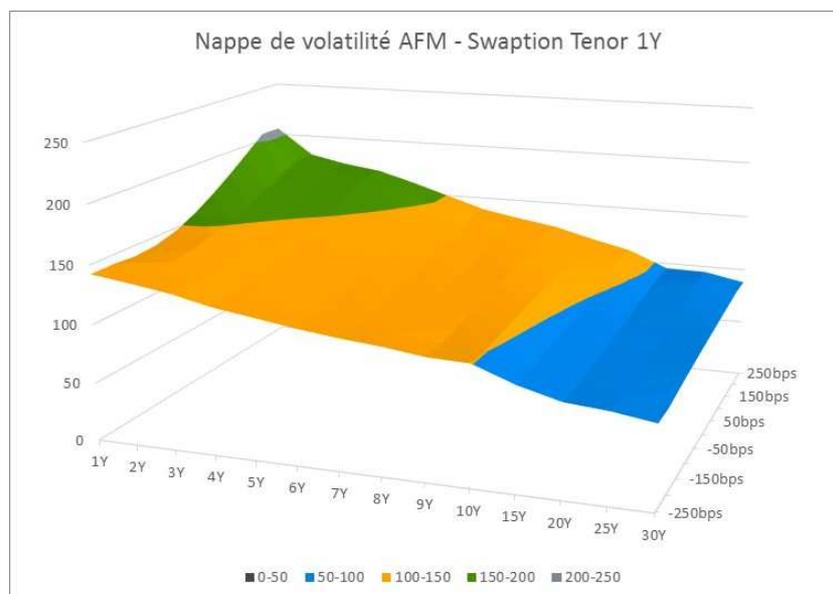


Les volumes de transaction associés à cette date de clôture sont les suivants :

- peu de volumes de transaction à la monnaie. Ces volumes sont concentrés sur les tenor les plus importants (5Y, 10Y, 20Y, et 30Y),
- peu de volumes transactions en dehors de la monnaie,
- et un volume global de 209 M€ d'opérations (94 sur l'ATM et 115 sur l'AFM).

CAP

La nappe de volatilité des CAP (Swaption Tenor 1Y) au 30/09/2022 se présente sous la forme suivante :



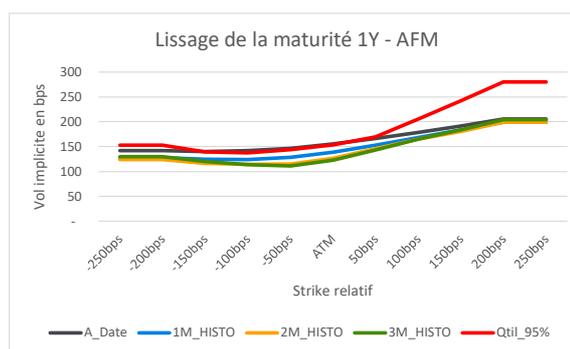
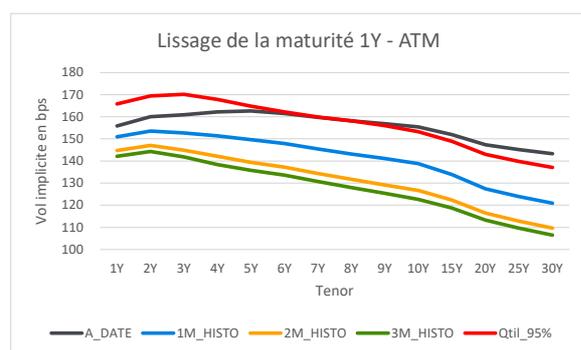
En comparant à la nappe AFM Tenor 10Y, un réhaussement de la nappe de volatilité est observable de l'ordre de 18%.

b. Sensibilités sur les profondeurs d'historique ou sur quantiles avec profondeur d'historique de 3 mois

Swaptions

En termes de profondeur de marché, moyenner les nappes de volatilité sur un historique permet comme le démontre ce tableau de capter des volumes intéressants de transaction. La nappe de volatilité construite avec un quantile de 95% se rapproche de la nappe de volatilité en date du 30/09/2022. Et pour la nappe de volatilité construite avec un quantile de 80% est comparable à la volatilité moyennée sur 2 mois d'historique quotidien.

	Ecart moyen nappe de vol ATM (bps)	Ecart moyen nappe de vol AFM (bps)	Volumes ATM Millions d'euros	Volumes AFM Millions d'euros
Profondeur historique 1 mois	-9	-9	1 250	789
Profondeur historique 2 mois	-15	-14	2 488	1 274
Profondeur historique 3 mois	-18	-16	3 862	2 011
Vol Quantile 95 pc (histo 3M)	-1	2	3 862	2 011
Vol Quantile 80 pc (histo 3M)	-12	-8	3 862	2 011



Les graphiques ci-dessus illustrent l'effet sur la maturité 1Y d'un choix de nappe de volatilité différente :

- Lissage pour les nappes moyennées
- Prise des effets extrêmes avec le quantile 95% (sur 3 mois d'historique)

CAP

Pour les CAP, le lissage portera uniquement sur les données du Ténor 1Y des swaptions. L'effet du lissage n'est pas significatif.

2. Calibrages

Les modèles de taux ont été calibrés sur des nappes de volatilités implicites de swaptions ou de CAP. Pour chaque modèle, les deux types de calibrages seront décrits de manière distincte.

a. avec le modèle LMM+

Pour se donner une meilleure idée de la saturation des paramètres de calibrages par rapport aux bornes, les bornes sont détaillées ci-dessous :

	Seed Values	Lower Bound	Upper Bound
a	0,0917	0,0001	0,3700
b	0,0069	0,0001	0,1400
c	0,0563	0,0315	0,1000
d	0,0000	NA	NA

Stochastic Volatility Component:			
Initial Variance	1,0000	NA	NA
Mean Rev. Speed of Variance	0,3684	0,0900	1,0000
Mean Rev. Level of Variance	0,2734	0,0100	3,0000
Volatility of Variance	0,4489	0,0100	0,5500
Correlation	0,7635	-1,0000	1,0000
Impose DOF Penalty	Add Penalty Term		
DOF Weight	10000		
DOF Threshold	2,0000		

Displacement From Log-Normality Component:			
Forward Rate Displacement	0,1000	NA	NA

Remarque : les seed values correspondent aux paramètres d'origine avant calibrage sur le scénario.

Calibrage sur des swaptions

Une synthèse des différents calibrages est présentée ci-dessous :

Paramètres LMM+ \ Scénario	Vol à date	1M Histo	2M Histo	3M Histo	3M Histo Q95%	3M Histo Q80%
a	13.88%	13.52%	12.38%	11.68%	14.88%	12.97%
b	1.46%	1.03%	0.91%	0.95%	1.21%	1.09%
c	6.35%	6.23%	6.22%	6.30%	6.00%	6.42%
d	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Initial Variance	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Mean Rev. Speed of Variance	70.11%	70.35%	67.53%	64.62%	71.35%	71.53%
Mean Rev. Level of Variance	15.82%	21.83%	24.86%	24.44%	17.56%	22.51%
Volatility of Variance	35.89%	47.26%	54.45%	55.00%	50.06%	55.00%
Correlation	100.00%	100.00%	100.00%	95.14%	100.00%	100.00%
Forward Rate Displacement	10.00%	10.00%	10.00%	10.00%	10.00%	10.00%

Une tendance claire se distingue sur l'évolution du paramètre Volatility of variance. Plus le modèle intègre de l'information dans la nappe de volatilité via la moyenne, plus le calibrage a tendance à augmenter ce paramètre. Cet effet est également observable sur les quantiles.

Pour tous les calibrages, les paramètres a, b, c de la fonction de rebonato ne sont pas saturés. Et le paramètre Volatility of variance (volatilité de la volatilité déterministe) sature pour le calibrage avec une nappe de volatilité intégrant 3 mois d'historique (avec ou sans quantile).

Pour rappel, la fonction de rebonato est $g_k(t) = (a + b(T_k - t))e^{-c(T_k - t) + d}$ et $\sigma_k(t) = \sqrt{V(t)} \cdot g_k(t)$, donc la diminution du paramètre a vient diminuer la volatilité des scénarios calibrés avec 1, 2, et 3 mois d'historique. L'effet contraire est observable sur les scénarios calibrés avec des quantiles de volatilités.

En résumé, sur l'ensemble des scénarios dont la nappe de volatilité intègre de l'historique, les scénarios diffusés seront moins volatiles et sur les scénarios dont la nappe de volatilité est déterminée à partir d'un quantile sur un historique, la volatilité des scénarios augmente.

Calibrage sur des CAP

Afin d'avoir des calibrages comparables, les paramètres initiaux et les bornes de calibrage du modèle qui ont été utilisées pour les swaptions ont été conservées.

Paramètres LMM+ \ Scénario	Vol à date	1M Histo	2M Histo	3M Histo	3M Histo Q95%
<i>a</i>	13.07%	14.08%	14.76%	14.47%	25.32%
<i>b</i>	1.36%	1.57%	1.17%	1.21%	0.01%
<i>c</i>	3.49%	4.47%	3.65%	3.83%	3.15%
<i>d</i>	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
<i>Initial Variance</i>	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
<i>Mean Rev. Speed of Variance</i>	55.96%	79.48%	82.96%	90.96%	100.00%
<i>Mean Rev. Level of Variance</i>	5.85%	8.26%	7.33%	7.31%	17.67%
<i>Volatility of Variance</i>	25.58%	35.77%	34.87%	36.48%	55.00%
<i>Correlation</i>	87.67%	100.00%	96.63%	96.84%	100.00%
<i>Forward Rate Displacement</i>	10.00%	10.00%	10.00%	10.00%	10.00%

En comparant le tableau du calibrage des CAP, le facteur *a* de la fonction de rebonato augmente ce qui indique une baisse de la volatilité des scénarios.

b. avec le modèle E2FBK

Avec ce modèle, plusieurs jeux de calibrages ont été réalisés. En effet, la documentation Moody's préconise au T3 2022 de prendre un short rate displacement avec un niveau de 3%. Sur cet arrêté, les volatilités sont explosives et ce niveau de short rate displacement donne des trajectoires assez explosives autrement dit aberrantes d'un point de vue économique ne permettant pas aux modèles ALM de tourner correctement. Ainsi, pour ces calibrages, un axe d'analyse supplémentaire a été ajoutée : des calibrages ont été réalisés avec un short rate displacement de 5%, 10% et 20%.

L'ensemble des calibrages ont été réalisés avec les paramètres initiaux et les bornes de calibrage de ci-dessous :

	Seed	Lower	Upper
	Values	Bound	Bound
a1	0.2345	0.0010	0.9999
a2	0.0671	0.0001	0.9990
s1	0.2177	0.0010	3.5000
s2	0.1704	0.0001	3.2500

Pour rappel, les paramètres a1, a2 représentent la moyenne des taux court terme et long terme. s1 et s2 correspondent aux volatilités des taux court et long terme. Pour le modèle E2FBK, le calibrage sur les nappes de volatilité de CAP a été réalisé uniquement pour le short rate displacement à 10% afin de ne pas démultiplier à outrance les sensibilités.

Calibrage sur des swaptions

Le tableau ci-dessous illustre les jeux de calibrage avec le short rate displacement choisi par Moody's soit 3,6%. Sur les sensibilités, le scénario avec la volatilité à date est très proche en termes de calibrage du scénario avec 3 mois d'historique et un quantile de 95%. Pour les deux autres scénarios, les moyennes des taux long terme $a2$ explosent malgré une volatilité faible (saturation de la borne de calibrage de la moyenne des taux court terme). Tous ces scénarios ne tournent pas dans les modèles ALM tellement les scénarios de taux sont totalement aberrants en termes de taux courts diffusés. Ce point sera plus amplement détaillé dans la comparaison des scénarios en page 59.

SRD Moodys

Paramètres E2FBK \ Scénario	Vol à date	1M Histo	2M Histo	3M Histo Q95%
$a1$	4.25%	4.55%	4.64%	4.52%
$a2$	2.16%	99.90%	99.90%	6.31%
$s1$	23.11%	21.53%	20.07%	23.35%
$s2$	2.11%	0.01%	0.01%	2.13%

Le tableau ci-dessous présente les différents calibrages obtenus avec un short rate displacement à 5%. Les niveaux de volatilité sur les scénarios calibrés sur des volatilités à date, prenant en compte un mois d'historique via la moyenne, ou 3 mois d'historique via le quantile 95% sont trop élevés sur ces scénarios et les scénarios de taux générés sont aberrants. Le seul scénario qui permet de faire tourner les modèles ALM est le scénario calibré avec deux mois d'historique. D'ailleurs, la moyenne des taux long terme est complètement saturée pour les calibrages sur 1 ou 2 mois d'historique. A première vue, il est difficile d'appréhender pourquoi le scénario calibré avec une moyenne sur un mois d'historique génère des taux aberrants et pas celui avec deux mois d'historique. Les impacts sur le Best Estimate et les tests de validation du scénario seront analysés avec plus de précision afin de vérifier la robustesse de ce scénario.

SRD 5%

Paramètres E2FBK \ Scénario	Vol à date	1M Histo	2M Histo	3M Histo Q95%
$a1$	9.26%	5.02%	5.04%	9.17%
$a2$	14.29%	99.90%	99.90%	13.64%
$s1$	23.11%	18.08%	16.83%	23.60%
$s2$	36.36%	0.01%	0.01%	33.78%

Les scénarios calibrés à l'aide d'un short rate displacement de 10% permettent de générer des scénarios qui sont apparemment plus équilibrés en termes de volatilité et surtout le paramètre de moyenne des taux long terme n'est pas saturé. Effectivement, les volatilités des taux long termes pour les scénarios avec 1 mois et 2 mois d'historique sont plus basses que celle du calibrage avec une volatilité à date.

SRD 10%

Paramètres E2FBK \ Scénario	Vol à date	1M Histo	2M Histo	3M Histo Q95%
$a1$	11.80%	5.69%	5.85%	11.87%
$a2$	16.82%	11.71%	0.01%	16.12%
$s1$	15.76%	11.24%	10.54%	16.54%
$s2$	22.23%	2.90%	1.72%	20.69%

Comme pour le short rate displacement à 20%, les calibrages permettent de générer des scénarios qui sont apparemment plus équilibrés en termes de volatilité.

SRD 20%

Paramètres E2FBK \ Scénario	Vol à date	1M Histo	2M Histo	3M Histo Q95%
<i>a1</i>	6.04%	6.23%	6.22%	6.49%
<i>a2</i>	1.26%	21.53%	47.84%	14.60%
<i>s1</i>	6.96%	6.47%	6.02%	7.04%
<i>s2</i>	0.91%	2.18%	6.31%	3.89%

Calibrage sur des CAP

Sur l'ensemble des calibrages, les volatilités de la moyenne des taux court terme et long terme augmentent ce qui permet d'anticiper une hausse de la volatilité des scénarios.

SRD 10%

Paramètres E2FBK \ Scénario	Volatilité à date	1M Histo	2M Histo	3M Histo Q95%
<i>a1</i>	9.69%	9.86%	9.61%	10.52%
<i>a2</i>	13.99%	13.41%	12.82%	13.77%
<i>s1</i>	16.82%	17.19%	16.51%	21.60%
<i>s2</i>	29.76%	27.88%	26.44%	36.47%

c. avec le modèle Hull & White à 2 facteurs

Les bornes de calibrages utilisées sont également précisées ci-dessous pour identifier éventuellement les paramètres saturés pour les différents calibrages.

	Seed Values	Lower Bound	Upper Bound
<i>a1</i>	0.3088	0.0010	0.9999
<i>a2</i>	0.0681	0.0001	0.9990
<i>s1</i>	0.0202	0.0010	3.5000
<i>s2</i>	0.0127	0.0001	3.2500

Calibrage sur des swaptions

Les calibrages obtenus à l'aide de l'outil de calibrage de Moody's sont les suivants :

Paramètres HW \ Scénarios	VOL à date	1M Histo	2M Histo	3M Histo Q95%
<i>a1</i>	99.99%	6.40%	6.99%	6.73%
<i>a2</i>	6.94%	6.78%	6.70%	7.02%
<i>s1</i>	0.26%	0.10%	0.10%	0.10%
<i>s2</i>	1.74%	1.64%	1.53%	1.79%

Sur le scénario calibré avec une volatilité à date, la moyenne des taux court terme explose (paramètre saturée) et la volatilité des taux court terme est deux fois plus élevée que les autres scénarios. Cela indique que le modèle H&W dans son calibrage a pu saisir le caractère extrême des volatilités au T3 2022.

Pour les autres scénarios, les paramètres calibrés sont assez stables et aucun paramètre n'est saturé. Cela indique une meilleure stabilité des calibrages.

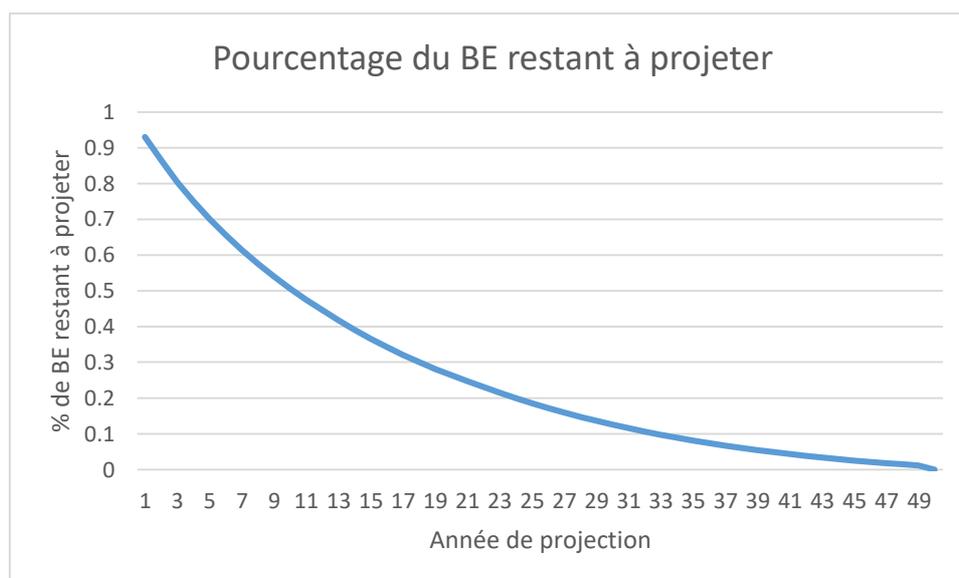
Calibrage sur des CAP

Paramètres HW \ Scénarios	VOL à date	1M Histo	2M Histo	3M Histo Q95%
a1	32.44%	7.20%	6.57%	6.39%
a2	6.62%	70.25%	99.68%	99.56%
s1	1.16%	2.22%	1.97%	2.20%
s2	2.34%	2.01%	2.01%	2.26%

Avec ce calibrage, les paramètres de volatilités des moyennes des taux court terme et long terme augmentent ce qui laisse présager une augmentation de la volatilité des scénarios par rapport au calibrage sur les swaptions.

3. Tests de martingalité

Les tests de martingalité sont analysés de manière globale et sont toujours comparés au scénario calibré avec une volatilité à date propre à chaque modèle de taux. L'amplitude de l'écart relatif entre le prix estimé du déflateur et le prix du déflateur calculé à l'aide de la courbe de taux sans risque sera également un critère de choix sur la qualité de la martingalité. De plus, les écarts martingales sont considérés moins importants à partir de la 40^{ème} année de projection : en effet, il reste peu de Best Estimate à projeter dans le modèle Epargne. Le graphique suivant illustre ce dernier point.

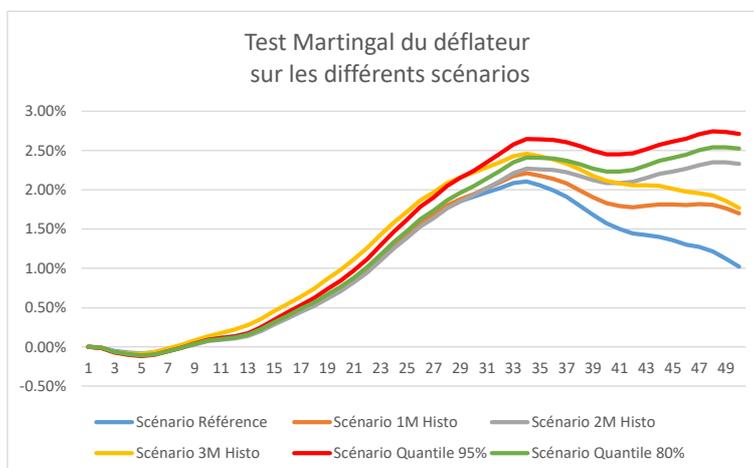


Remarque :

La stratégie de validation des scénarios économiques de CNP Assurances n'a pas été prise en compte dans ce mémoire afin de conserver un cadre d'analyse plus globale. En effet, cette stratégie de validation fait intervenir des seuils de p-valeur qui sont confidentiels et sur lesquels CNP Assurances ne souhaite pas communiquer. Les tests de martingalité sont analysés de manière globale et seront comparés jeu de scénario par jeu de scénario uniquement via les écarts relatifs entre le déflateur estimé à l'aide du scénario économique et le déflateur calculé à l'aide de la courbe de taux sans risque.

a. avec le modèle LMM+

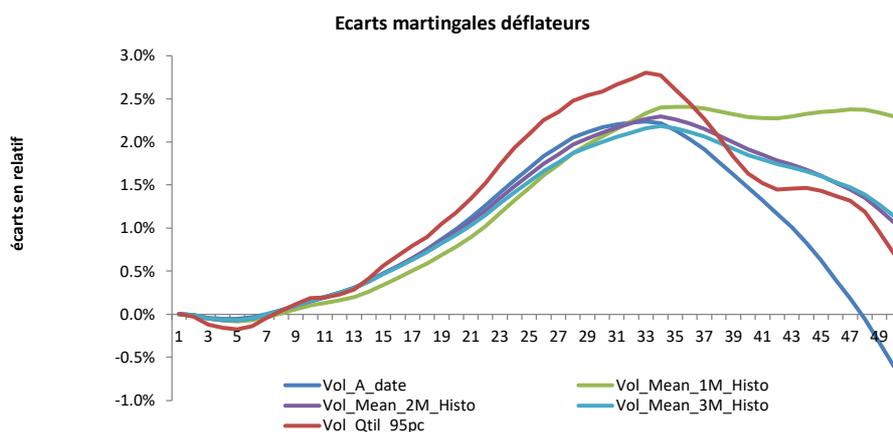
Tests martingales des scénarios calibrés avec des swaptions



Après analyse du graphique ci-dessus, il s'avère que le test martingale le plus satisfaisant correspond à celui du scénario de référence avec une nappe de volatilité à date. Le scénario avec un mois d'historique semble être très le plus proche en termes de martingalité tandis que les scénarios avec 2 mois d'historique et celui du quantile 80% pour 3 mois d'historique conduisent à des tests martingales moins satisfaisants mais assez semblables. Le scénario qui présente la martingalité la plus dégradée correspond au scénario avec un quantile à 95%. Le scénario avec 3 mois d'historique quant à lui hérite de l'avant dernière place.

Tests martingales des scénarios calibrés avec des CAP

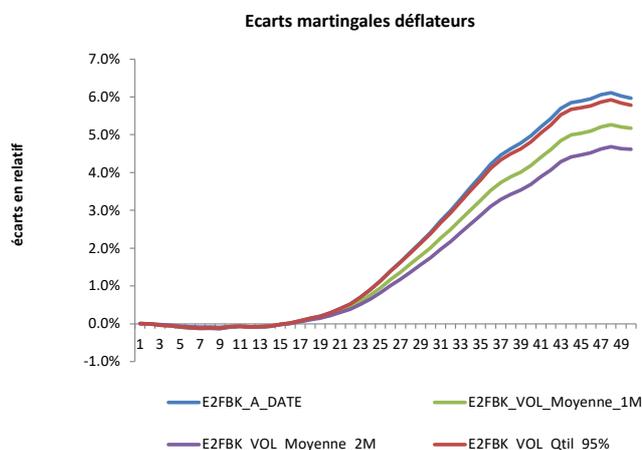
Les tests martingales sont de bonne qualité sauf le scénario calibré avec le quantile 95%. Comme pour les swaptions, les écarts relatifs ne dépassent jamais 2,5%.



b. avec le modèle E2FBK

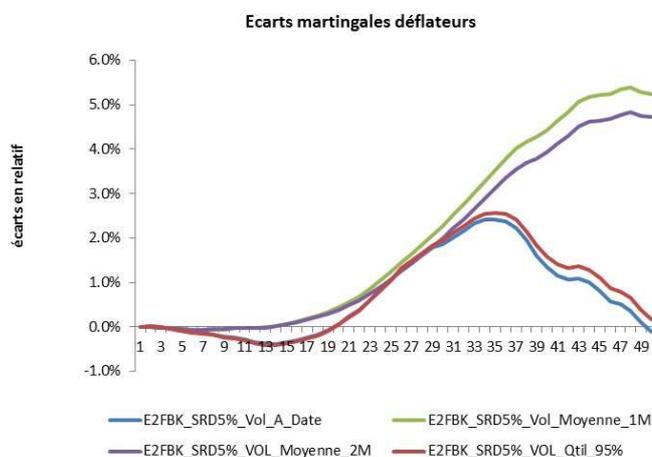
Pour le short rate displacement choisi par Moody's (3.62%)

Les tests martingales ne sont pas satisfaisants car ils atteignent des niveaux non acceptables (entre 3% et 6%) entre la 30^{ème} et la 40^{ème} année de projection.



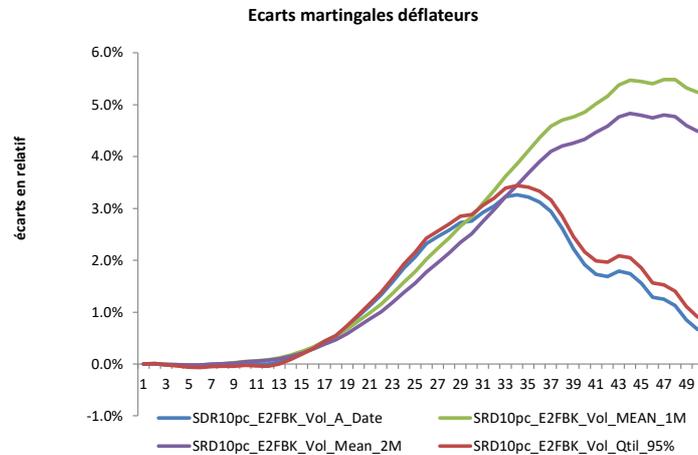
Pour le short rate displacement 5%

Les tests martingales sont acceptables sur les scénarios calibrés avec une volatilité à date et avec une volatilité déterminée avec un quantile de 95% sur 3 mois d'historique. Les deux autres scénarios présentent des écarts martingales supérieur à 2%.

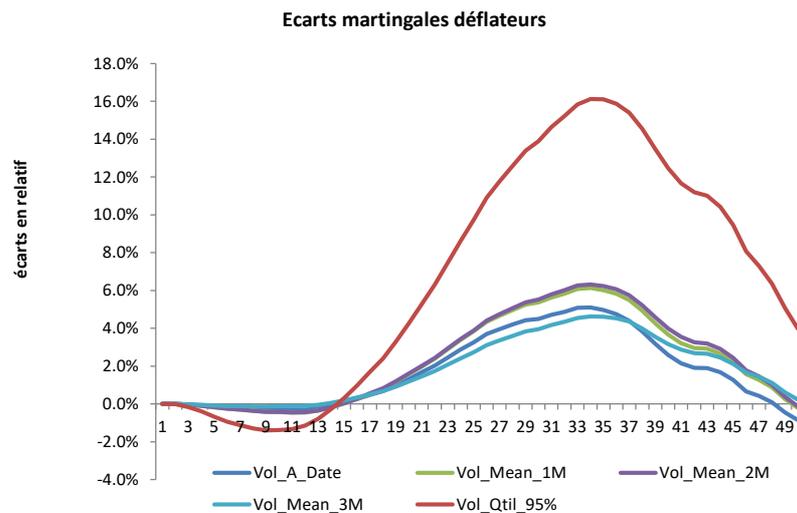


Pour le short rate displacement 10%

Avec le calibrage sur les swaptions, le test martingale est satisfaisant pour les scénarios calibrés avec la volatilité à date et une volatilité déterminée avec un quantile de 95% sur 3 mois d'historique. Les autres scénarios ne sont pas satisfaisants.



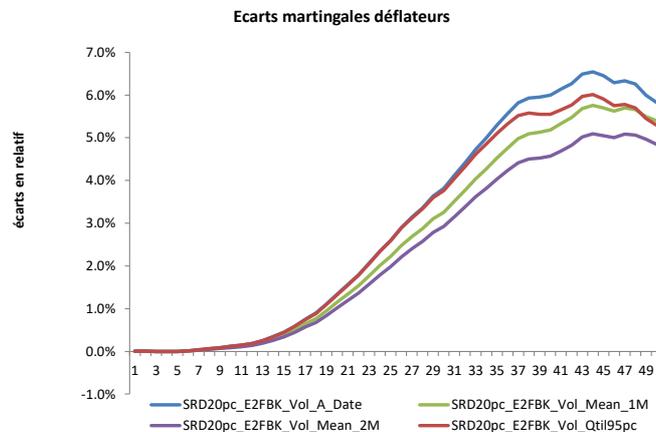
Pour ce niveau de SRD, le test martingale a été réalisé également pour les scénarios calibrés avec les CAP et celui-ci est présenté ci-dessous.



Les tests martingale pour ces scénarios se dégradent fortement à partir de la 23^{ème} année de projection ce qui indique une mauvaise martingalité de l'ensemble des scénarios calibrés avec des CAP.

Pour le short rate déplacement 20%

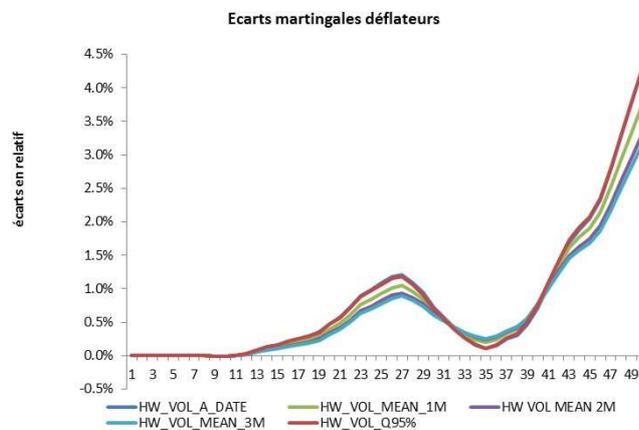
Les tests martingales ne sont pas acceptables sur l'ensemble des scénarios calibrés. En effet, les écarts relatifs dépassent les 3% entre la 27^{ème} et la 40^{ème} année de projection.



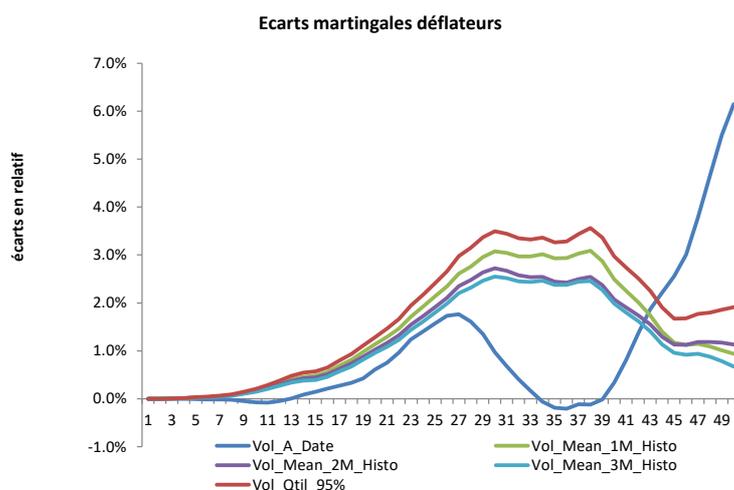
c. avec le modèle Hull & White

Calibrage sur swaptions

Pour le modèle Hull & White, les tests sont satisfaisants sur l'ensemble des scénarios et sont meilleurs que l'ensemble des scénarios calibrés précédemment sur les autres modèles. Les écarts relatifs entre la 41^{ème} et la 50^{ème} année de projection ne sont pas significatif car les poids du BE sur ces années de projection sont faibles : ils représentent moins de 0.3% du poids du BE.



Calibrage sur CAP



Les tests martingales sont de bonne qualité uniquement sur le scénario calibré avec une volatilité à date. Les écarts martingales à partir de la 45^{ème} année de projection ne sont pas importants car il reste peu de BE à projeter sur le périmètre Epargne.

4. Tests de market consistency

a. avec le modèle LMM+

Scénarios avec calibrage sur swaptions

Du point de vue de la market consistency sur l'ATM, le tableau suivant illustre que les scénarios avec un historique de 1M et 2M d'historique apportent une nette amélioration de la market consistency.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - LMM+	-2.31	-1.79	-1.76	-2.12	-2.52	-2.28
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - LMM+	5.92%	5.71%	5.65%	5.70%	6.68%	6.24%

Sur l'AFM, le seul scénario qui améliore la market consistency est celui dont la volatilité intègre un mois et 2 mois d'historique. Cette analyse de la market consistency prend en compte uniquement les points liquides dont les volumes sont suffisamment importants.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - LMM+	0.73	0.24	-0.05	-0.53	-1.16	-1.20
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - LMM+	2.21%	2.31%	2.97%	3.29%	3.13%	3.13%

Dans la suite de ce mémoire, les scénarios dont les impacts seront étudiés sont les scénarios intégrant 1 mois et deux mois d'historique et le quantile 95pc malgré que celui-ci sous-estime la volatilité sur laquelle il a été calibrée. En effet, la volatilité de marché étant rehaussée par la valeur du quantile, ce scénario semble intéressant d'un point de vue de la market consistency. (cf. page 42 les volatilités de marché constituées à l'aide des quantiles).

Scénarios avec calibrage sur CAP

Les scénarios calibrés avec des CAP présentent de bons résultats sur la partie ATM.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - LMM+	-0.43	2.90	6.45	5.92	38.94	-4.65
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - LMM+	4.57%	5.31%	7.12%	6.50%	27.43%	8.90%

En revanche sur l'AFM, les résultats des tests restent acceptables au vue des résultats des tests MC de l'ATM.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - LMM+	1.54	1.54	2.07	1.79	4.01	-1.20
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - LMM+	2.65%	2.95%	3.25%	3.44%	5.01%	3.13%

b. avec le modèle E2FBK

Pour le short rate déplacement choisi par Moody's (3.62%)

Pour la nappe ATM, la market consistency se dégrade par rapport au LMM+ sur l'ensemble des scénarios.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - E2FBK	-2.60	0.39	1.87	1.39	0.20	-1.66
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - E2FBK	8.83%	7.61%	6.89%	7.47%	8.45%	9.86%

Pour la nappe AFM, les tests se dégradent également.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - E2FBK	-2.31	-0.92	-0.82	-1.17	-4.14	-2.44
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - E2FBK	3.98%	4.35%	4.80%	4.45%	5.02%	4.97%

Pour le short rate déplacement 5%

Pour la nappe ATM, la market consistency est dégradée par rapport aux scénarios ci-dessus sauf pour le scénario avec 1 mois et deux mois d'historique.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - E2FBK	7.00	0.65	2.16	1.65	11.42	-0.67
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - E2FBK	13.81%	7.57%	6.77%	7.48%	15.01%	8.98%

Pour la nappe AFM, la market consistency est dégradée pour l'ensemble des scénarios.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - E2FBK	3.90	-1.24	-1.10	-1.45	2.70	-2.77
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - E2FBK	6.23%	4.45%	4.86%	4.54%	7.57%	5.08%

Scénarios calibrés sur des swaptions avec un SRD de 10%

Pour la nappe ATM, la market consistency est de plus en plus mauvaise.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - E2FBK	9.52	0.12	1.69	1.75	16.61	-1.28
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - E2FBK	16.49%	7.35%	6.32%	7.53%	19.22%	9.20%

Pour la nappe AFM, la market consistency n'est pas satisfaisant sur l'ensemble des scénarios calibrés.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - E2FBK	4.38	-2.53	-2.45	-2.28	4.30	-3.89
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - E2FBK	6.35%	4.71%	4.85%	4.77%	8.34%	5.30%

Scénarios calibrés sur des CAP avec un SRD de 10%

Pour la nappe ATM, les tests de MC sont peu satisfaisants et surestiment considérablement la volatilité pour l'ensemble des scénarios.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%
Ecart Moyen en bps ATM - E2FBK	58.36	67.47	68.05	51.83	102.23
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - E2FBK	48.43%	59.78%	64.55%	51.71%	82.48%

Pour la nappe AFM, les tests MC sont moins critiques mais restent non acceptables.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%
Ecart Moyen en bps AFM - E2FBK	11.97	16.14	17.80	10.28	27.06
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - E2FBK	9.45%	13.74%	16.59%	12.02%	20.93%

Pour le short rate displacement 20%

Pour la nappe ATM, les résultats sont aussi bons que sur les scénarios calibrés avec un short rate displacement fixé par Moody's de 3.62%.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - E2FBK	-2.23	0.20	1.84	1.34	0.41	-1.59
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - E2FBK	8.86%	7.64%	6.79%	7.62%	8.60%	9.69%

Pour la nappe AFM, les résultats ne sont pas bons.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - E2FBK	-4.35	-3.17	-2.84	-3.11	-6.23	-4.60
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - E2FBK	4.92%	5.16%	5.40%	5.25%	6.02%	5.77%

c. avec le modèle Hull & White à 2 facteurs

Scénarios calibrés sur des swaptions

Pour la nappe ATM, les repricing sont corrects en prenant la volatilité moyennée sur 2 mois d'historique.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps ATM - H&W	-4.32	-1.72	-0.24	-0.66	-1.61	-3.53
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - H&W	9.18%	7.15%	5.93%	6.94%	8.34%	8.73%

Pour la nappe AFM, les volatilités implicites des swaptions sont sous estimées sur l'ensemble des scénarios. Cela est dû au fait que le modèle H&W n'est pas capable de répliquer un smile de volatilité.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%	Q80%
Ecart Moyen en bps AFM - H&W	-7.39	-6.10	-5.69	-5.88	-9.35	-7.52
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - H&W	7.10%	6.74%	6.72%	6.79%	7.84%	7.29%

Scénarios calibrés sur des CAP

Pour la nappe ATM, les résultats ne sont pas satisfaisants. La nappe de volatilité induite par les scénarios surestime en moyenne de 30% la volatilité du marché des CAP.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%
Ecart Moyen en bps ATM - H&W	33.31	33.87	31.46	30.91	33.10
Moyenne des écarts relatifs absolus ATM - H&W	30.04%	32.97%	33.00%	33.49%	30.77%

Pour la nappe AFM, les résultats sont plutôt acceptables.

	REF	1M Histo	2M Histo	3M Histo	Q95%
Ecart Moyen en bps AFM - H&W	1.72	2.09	1.72	1.43	-0.90
Moyenne des écarts relatifs absolus AFM - H&W	5.87%	6.64%	7.63%	7.66%	7.52%

5. Comparaison de la diffusion des scénarios

Dans ce paragraphe, sont analysés uniquement les scénarios qui bénéficient de tests de martingalité acceptables et d'une market consistency satisfaisante.

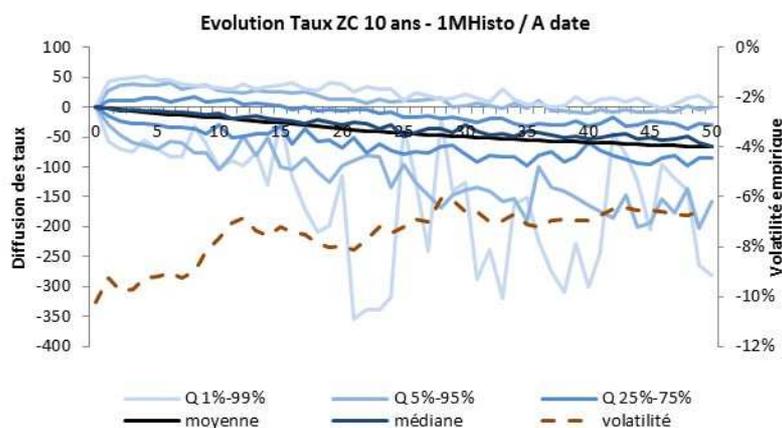
a. Scénarios du LMM+

Afin de se rassurer sur la qualité des scénarios produits, le graphique ci-dessous consiste à comparer la diffusion des taux de maturité 10Y de la manière suivante :

- Ecarts de rendement sur les différents niveaux de quantile sur les trajectoires de taux ZC 10Y : lignes en bleu (avec échelle à gauche)
- Ecarts de Volatilité empirique du taux ZC 10Y du scénario : ligne en rouge pointillée et échelle à droite

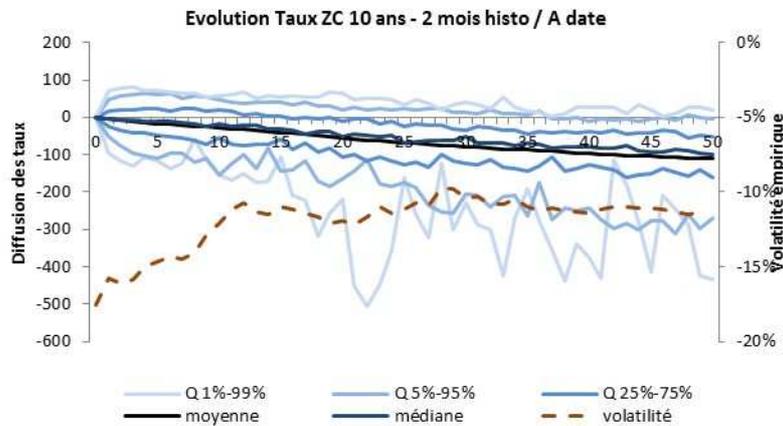
Scénario avec moyenne sur 1 mois d'historique calibré sur des swaptions

La comparaison du scénario LMM+ calibré avec une nappe moyennée sur un mois d'historique quotidien et celui calibré avec une nappe de volatilité à date est réalisée dans le graphe suivant :



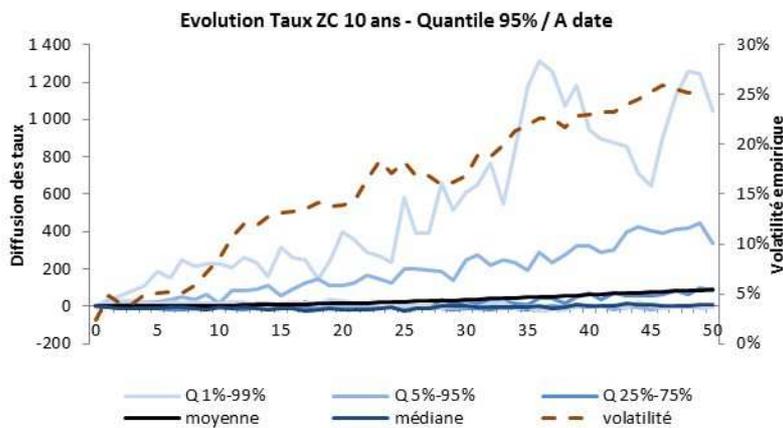
La comparaison de la volatilité empirique nous rassure sur le fait qu'elle est conforme à l'évolution des volatilités de marché choisies pour le calibrage en l'occurrence une baisse moyenne de la nappe de volatilité AFM de 9 bps.

Scénario avec moyenne sur 2 mois d'historique calibré sur des swaptions



Cette comparaison vient confirmer que le niveau de volatilité sur laquelle a été calibrée diminue plus fortement par rapport à celui calibré sur un mois d'historique ce qui est conforme aux données de marché sous-jacentes.

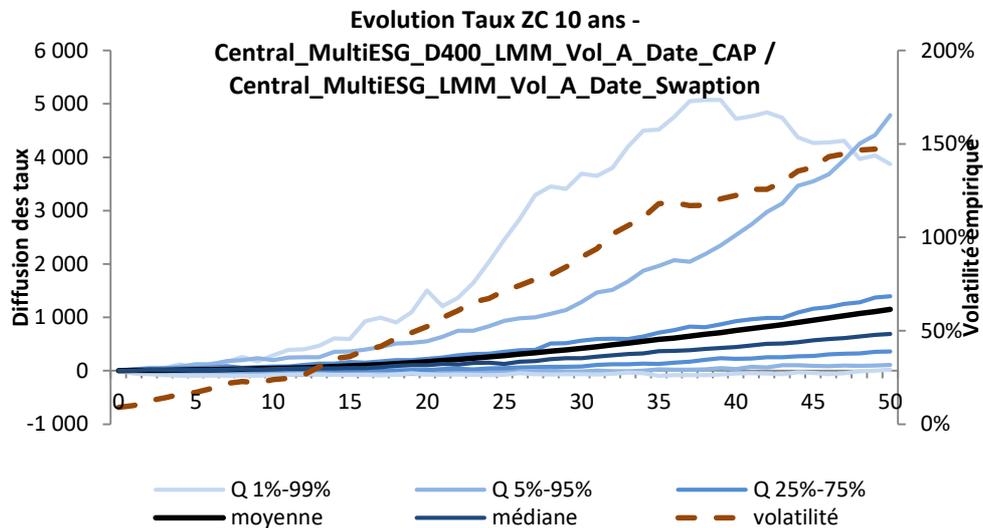
Scénario avec Quantile 95% calibré sur swaption



Conformément aux données de marché, une hausse de la volatilité est observée entre le scénario calibré avec une volatilité (3 mois d'historique et quantile 95%) et le scénario calibré à date.

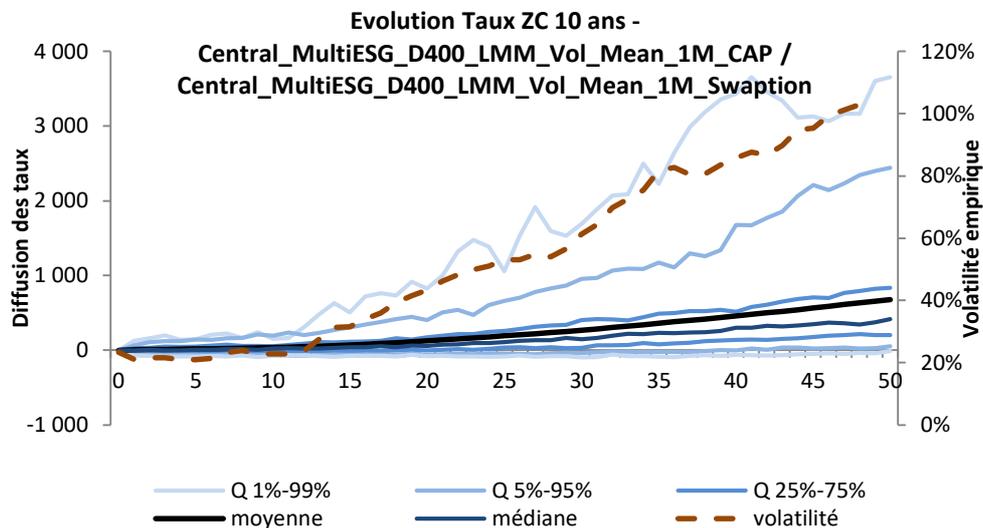
Scénario avec Volatilité à date calibré sur CAP

Les scénarios calibrés avec des CAP présentent des niveaux de volatilité beaucoup plus élevés et des rendements plus extrêmes que les scénarios calibrés avec des swaptions. En effet, les swaptions Tenor 1Y choisis pour représenter les CAP, ont des niveaux de volatilité plus élevés que les volatilités de l'ensemble de la nappe de swaption ATM.



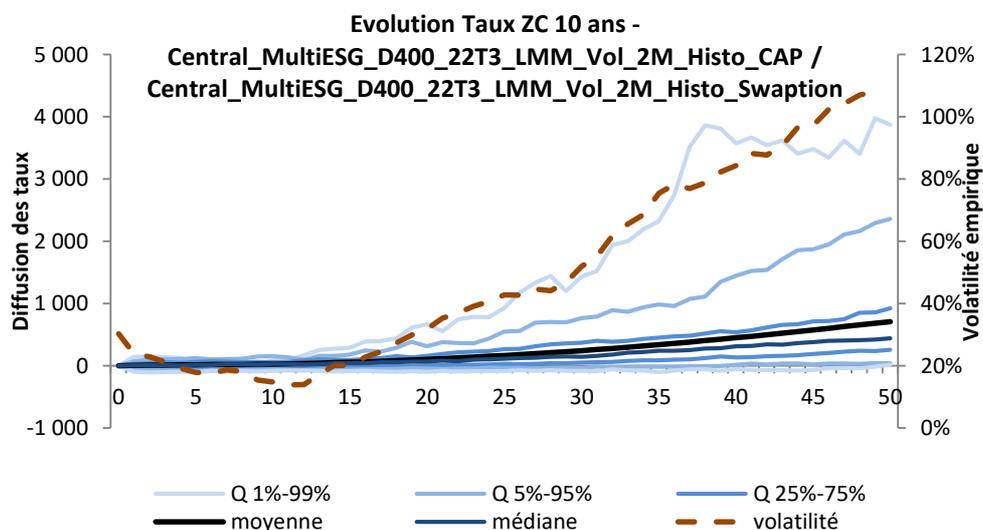
Scénario avec Volatilité Moyenne sur 1 mois d'historique calibré sur CAP

Sur ce graphique, le dernier constat est encore valable.



Scénario avec Volatilité Moyenne sur 2 mois d'historique calibré sur CAP

La calibration avec les CAP là encore dans ce scénario accroît la volatilité.



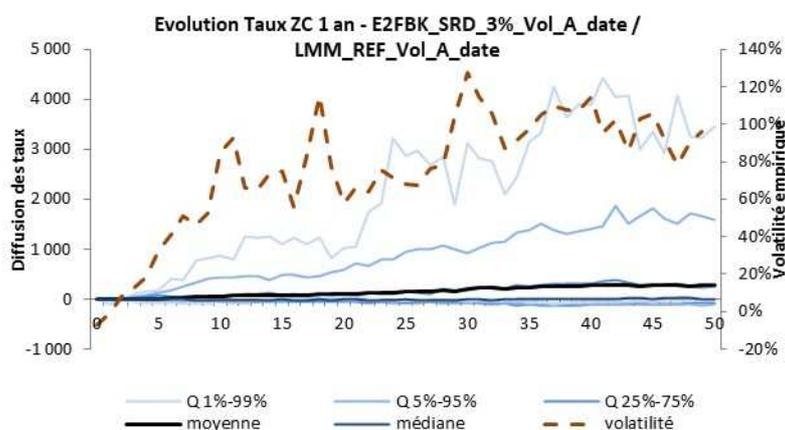
b. Scénarios du modèle E2FBK

Diffusion des scénarios avec un short rate déplacement à 3%, 5% calibrés sur des swaptions

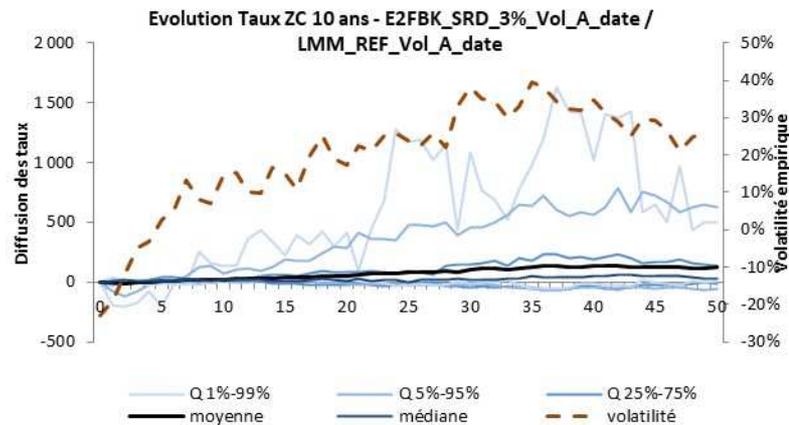
Comme indiqué dans la section calibrages, ces niveaux de short de rate déplacement combiné avec des volatilités très fortes du T3 2022 donne des niveaux de taux explosifs sur ce scénario. Cela est confirmé par la comparaison du scénario calibré avec une volatilité à date et un niveau de SRD de 3%. Prendre de tels niveaux de volatilité ne serait pas réaliste d'un point de vue économique.

Le graphique suivant permet de constater une explosion :

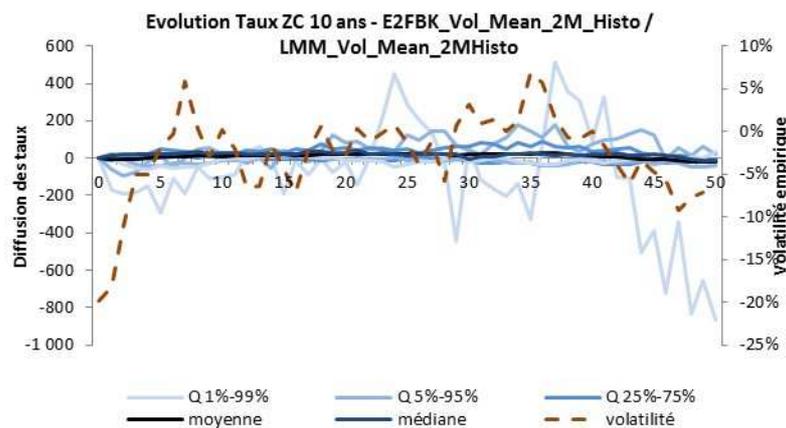
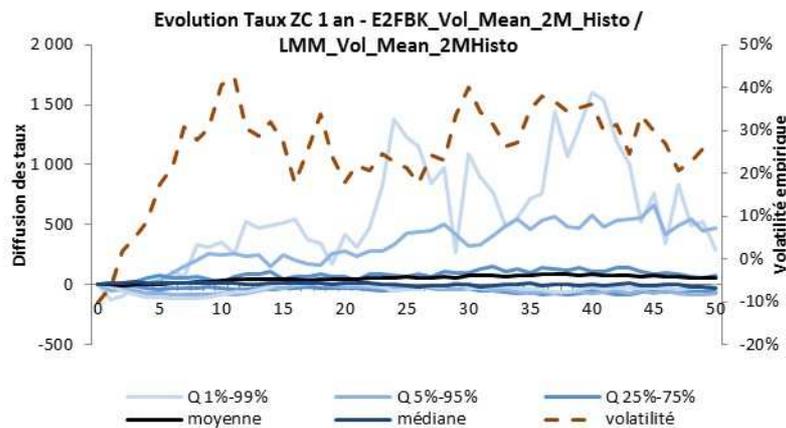
- des taux courts (ZC 1Y) avec des niveau de taux de l'ordre de 1000 bps pour le quantile 25-75%
- et de la volatilité du Taux ZC 1 an.



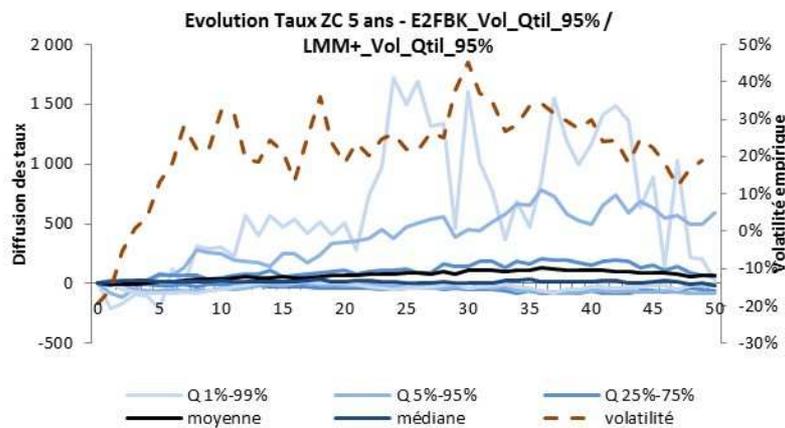
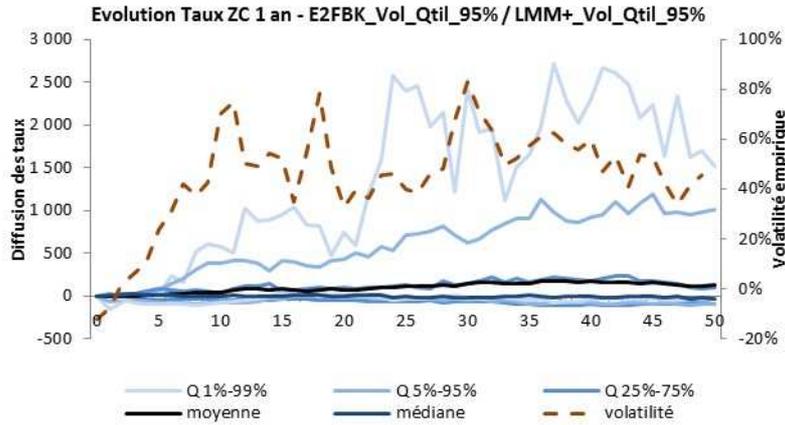
Le graphique suivant permet de constater également une explosion des taux longs (ZC 10Y).



Avec le calibrage sur 2 mois d'historique, les taux courts diffusés sont explosifs. La diffusion des taux longs semble similaire sauf sur les quantiles extrêmes. Ce scénario semble difficilement utilisable dans les modèles ALM.

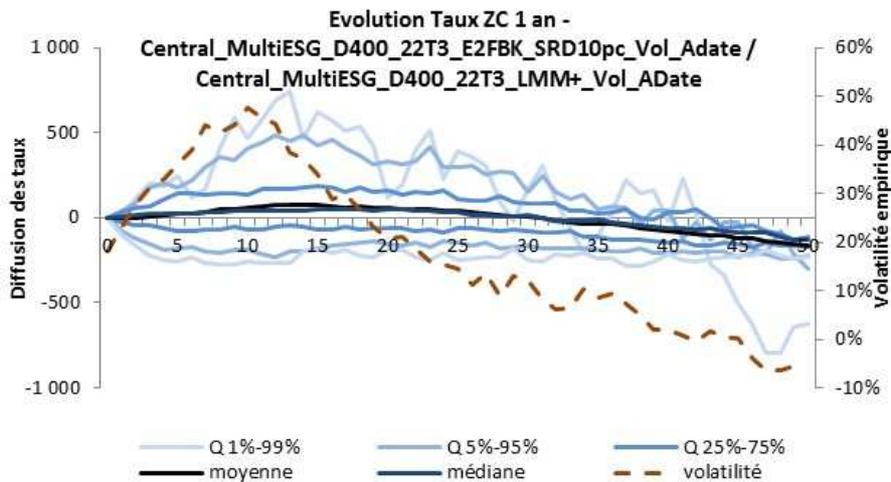


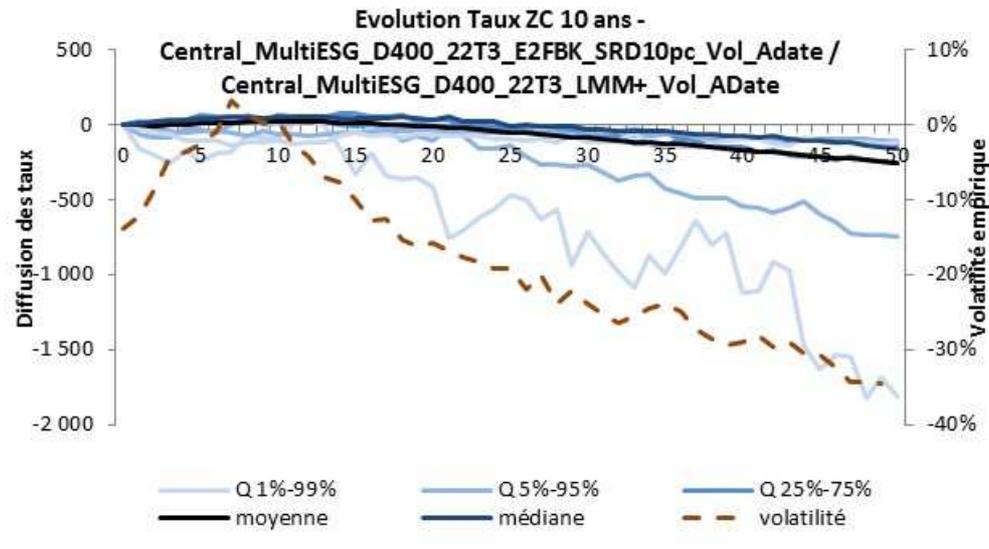
Cependant, quand un zoom est effectué sur les taux de maturité court terme, une explosion des taux nominaux et de la volatilité est observée ci-dessous.



Diffusion des scénarios avec un short rate displacement à 10% calibrés sur des swaptions

Sur le scénario calibré avec une volatilité à date, le constat est assez clair. Les taux courts ont une volatilité plus élevée sur le modèle E2FBK et les taux longs ont une volatilité moins élevée.

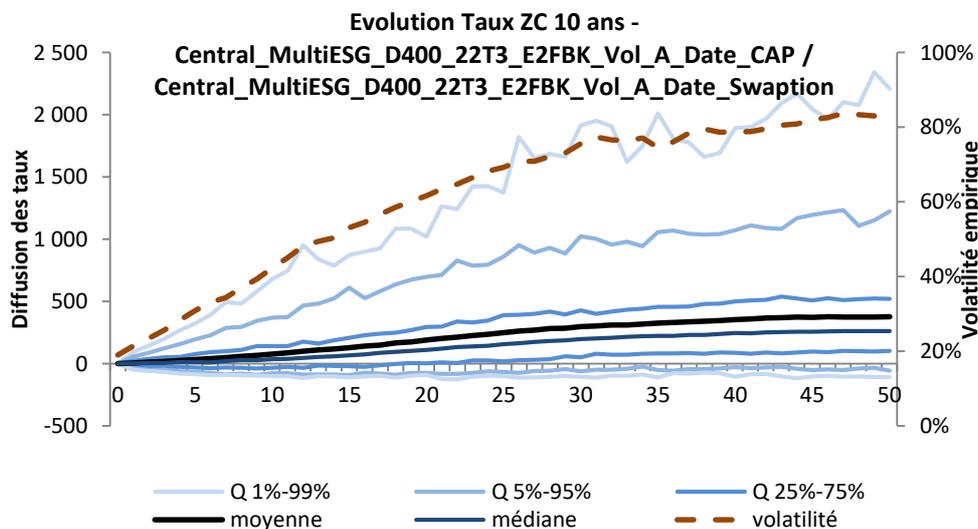




Sur le scénario calibré avec la volatilité quantile 95% sur un historique de 3 mois, le constat est le même. Il ne sera donc pas détaillé.

Diffusion des scénarios avec un short rate déplacement à 10% calibrés sur des CAP

Là encore sur des scénarios calibrés avec des CAP, la volatilité est plus élevée que les scénarios calibrés avec les swaptions et donne lieu à des trajectoires plus explosives.



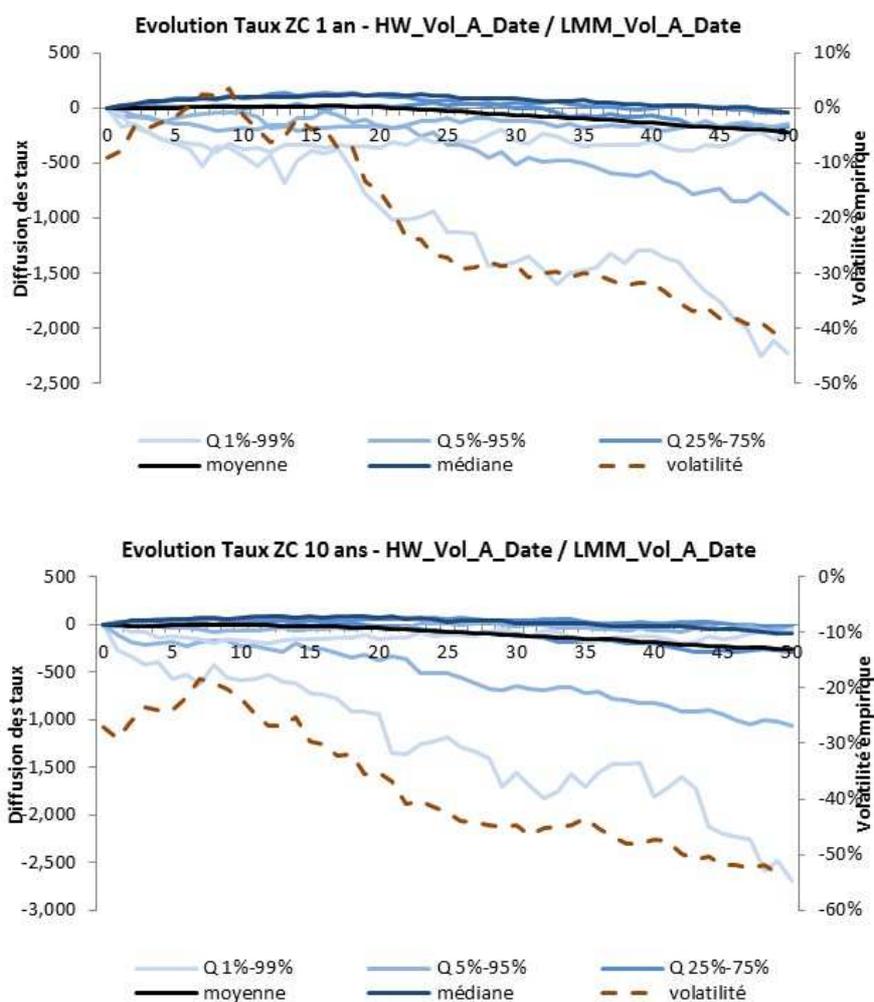
Le constat est le même sur les autres profondeurs d'historique.

c. Scénarios du H&W à 2 facteurs

Pour le modèle H&W à 2 facteurs, uniquement 3 calibrages ont été réalisés. Ces scénarios seront tout de même étudiés malgré une market consistency qui démontre une sous-estimation du prix des swaptions en dehors de la monnaie.

Diffusion du scénario calibré avec une nappe de volatilité à date (swaptions)

Pour le scénario calibré avec une volatilité à date, le scénario est beaucoup moins volatile que celui du scénario LMM+ pour les taux court terme et long terme. Cela est illustré par les deux graphiques suivants.



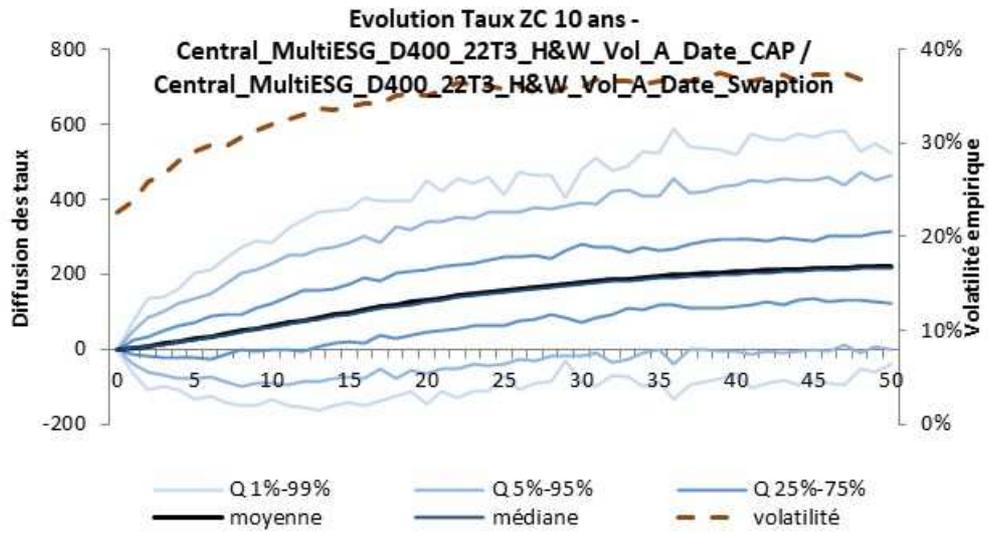
Le quantile 1% en bleu claire a une trajectoire beaucoup plus négative (-150 bps à la 3^{ème} année de projection) par rapport à celui du LMM+.

Diffusion des scénarios calibrés avec une volatilité moyenne sur 1 mois d'historique et avec une volatilité déterminée à l'aide d'un quantile 95% sur 3 mois d'historique

Ces deux scénarios sont assez similaires au scénario calibré à l'aide du modèle H&W avec la volatilité à date : ils présentent une volatilité beaucoup moins élevée que les scénarios du LMM+ (volatilité moyennée sur 1 mois d'historique et volatilité déterminée sur un quantile de 95% sur 3 mois d'historique).

Diffusion du scénario calibré avec une nappe de volatilité à date (CAP)

Pour le modèle H&W, la volatilité est plus importante avec ce calibrage. En revanche, ce scénario induit des trajectoires positives plus explosives.



XII. Impacts

1. Déformations du stock d'actif

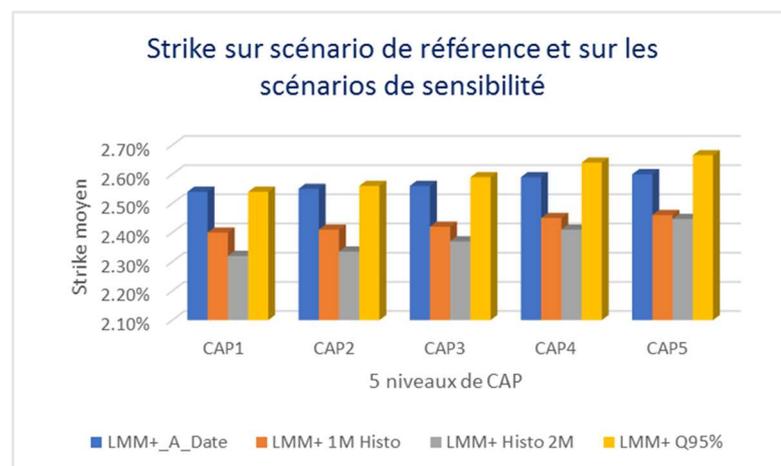
La risque neutralisation du stock d'actif permet de déformer les cash-flow de l'actif afin que sa valeur de marché initiale modélisée soit égale à sa valeur de marché dans la vie réelle.

La risque neutralisation du stock d'actif chez CNP Assurances se déroule de la manière suivante pour les différentes classes d'actif suivantes :

- Obligation à Taux fixes et à Taux variables : recalcul de la valeur de remboursement pour caler à la valeur de marché à l'aide de la courbe de taux sans risque et recalcul du taux de rendement actuariel TRA afin de recaler avec la VNC
- CAP / Floor : recalcul du strike pour caler à la valeur de marché (moyenne sur 1000 trajectoires de taux)

Nos sensibilités jouent uniquement sur le niveau de volatilité des taux : cela laisse donc penser que la risque neutralisation sur ces scénarios ne fera que déformer les strike des CAP et FLOOR : en vérifiant l'impact sur le stock d'actif, la risque neutralisation avec des scénarios avec des volatilités différentes déforme uniquement les strike des cap et floor. Aucune autre déformation de l'actif n'est captée sur les autres instruments financiers.

a. Déformations du stock d'actif avec les différents scénarios du modèle LMM+



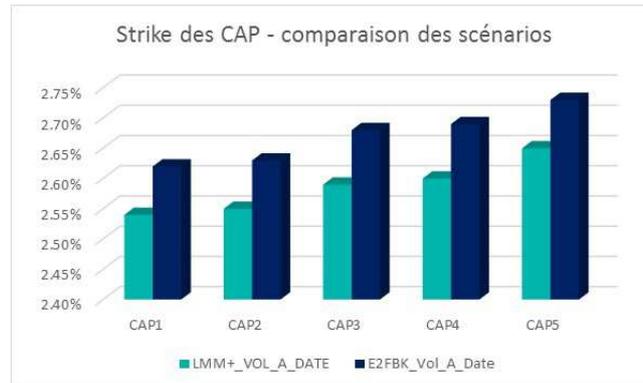
5 niveaux moyen de strike relatif de CAP ont été choisis sur le stock d'actif initial pour être analysés. La déformation des strike est cohérente avec les différentes sensibilités de marché étudié. Sur les sensibilités prenant 1 ou 2 mois d'historique de volatilité, la volatilité diminue : du coup, les trajectoires de taux auront tendance à moins franchir les strike ce qui occasionne une perte de valeur de marché du CAP. Cette perte de valeur de marché est compensée par le processus de risque neutralisation qui va du coup abaisser le niveau de strike de ces CAP pour recaler avec la valeur de marché ce qui est cohérent avec l'histogramme pour les couleurs orange et grise.

Concernant le scénario avec 3 mois d'historique associé à un quantile de 95%, la volatilité de ce marché augmente ce qui produit logiquement l'effet inverse sur les strike : l'augmentation des niveaux de strike des cap (cf. histogramme jaune orangé). En effet, si la volatilité augmente, les strike seront franchis plus souvent augmentant donc la valeur de marché des CAP. Le processus de risque neutralisation compensera cette augmentation de valeur de marché initiale en augmentant les strike des CAP.

Pour les scénarios calibrés avec des nappes de volatilité de CAP, le strike a augmenté pour compenser l'augmentation de la volatilité sur ces scénarios.

b. Déformations du stock d'actif avec les scénarios sélectionnés du modèle E2FBK

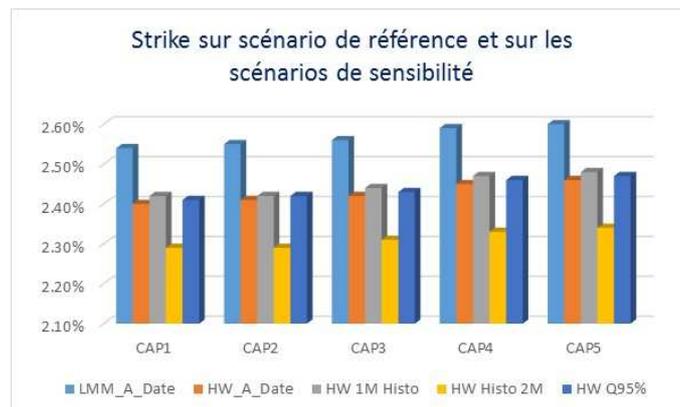
La volatilité des taux moyen terme étant plus élevée sur le modèle E2FBK avec un short rate displacement à 10%, les strike des CAP augmentent.



Pour les scénarios calibrés avec des nappes de volatilité de CAP, le strike a augmenté pour compenser l'augmentation de la volatilité sur ces scénarios.

c. Déformations du stock d'actif avec les différents scénarios du Hull & White

Les CAP des scénarios calibrés avec le modèle Hull White ont un strike moins élevé que le scénario du LMM+ calibré avec une volatilité à date. Cela s'explique par le fait que le scénario Hull & White bénéficie d'une volatilité moindre : ce qui signifie que les strike avant risque neutralisation seront moins atteints dans ce nouveau scénario. Cela explique donc la diminution des strike sur l'ensemble des scénarios calibrés avec le modèle Hull & White.



Pour les scénarios calibrés avec des nappes de volatilité de CAP, le strike a diminué pour compenser la diminution de la volatilité sur ces scénarios.

2. Impacts sur le périmètre Epargne

En ALM, l'intuition amène à penser que moins les scénarios de taux sont volatiles, plus le coût des options et garantie des produits va diminuer et cela va augmenter les résultats futurs et diminuer en conséquence le Best Estimate.

Les impacts de ces scénarios ont été simulés sur 3 portefeuilles d'épargne de 3 réseaux de distribution : La Banque Postale, BPCE, et l'épargne patrimoniale.

a. Rappel sur l'écart de convergence

L'écart de convergence d'un bilan économique Solvabilité 2 quant à lui représente la différence entre la Valeur de marché de l'actif et le Best Estimate additionné à l'Equity.

$$EC = VM - (BE + Equity)$$

Cet indicateur permet de mesurer les fuites inhérentes à la modélisation des flux qui peuvent être de plusieurs sources :

- mauvaise martingalité des scénarios économiques,
- fuites dans la modélisation de l'actif,
- fuites dans la modélisation du Best Estimate.

Cet indicateur est souvent analysé pour vérifier la cohérence de la modélisation du bilan. Concernant les fuites qui ne sont pas dues à la martingalité des scénarios économiques, elles ne sont pas abordées dans le cadre de ce mémoire. Dans toutes les analyses d'impact des paragraphes ci-après, l'EC est exprimé en pourcentage de la VM initiale et les impacts sur l'EC sont donc calculés comme des différences entre l'EC final et l'EC initial.

a. Impact des différents scénarios du modèle LMM+

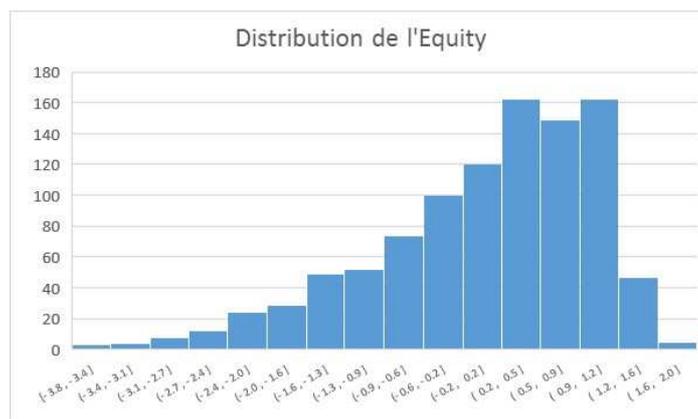
Scénarios calibrés sur les swaptions

Les impacts sur le Best Estimate et sur l'écart de convergence en pourcentage de la Valeur de marché initiale du stock d'actif sont les suivants :

Impact BE en % Portefeuille\scénario	LMM+ 1M Histo	LMM+ 2M Histo	LMM+ Q95%
LBP	-0.21%	-0.41%	0.08%
Epargne Patrimonial	-0.28%	-0.51%	0.07%
BPCE	-0.28%	-0.55%	0.07%

Impact sur l'EC Portefeuille\scénario	LMM+ 1M Histo	LMM+ 2M Histo	LMM+ Q95%
LBP	0.04%	0.08%	-0.05%
Epargne Patrimonial	0.11%	0.19%	-0.04%
BPCE	0.04%	0.08%	-0.05%

Ces résultats confirment notre intuition sur le sens des impacts sur le Best Estimate. Concernant l'écart de convergence, la détérioration des test martingale explicité en paragraphe « Tests de martingalité » laisse penser à priori que l'écart de convergence augmenterait. Or cela n'est pas le cas pour les scénarios intégrant 1 mois ou 2 mois d'historique. Les écarts de convergence restent relativement proches du scénario calibré avec une volatilité à date.



Sur 58% des trajectoires du LMM+ avec le calibrage à date, l'impact sur l'Equity stochastique du portefeuille LBP est positif.

Scénarios calibrés sur les CAP

Les impacts sur le Best Estimate et l'écart de convergence sont les suivants :

Impact BE en % Portefeuille\scénario	LMM+ A date (Calib CAP)	LMM+ 1M Histo (Calib CAP)	LMM+ 2M Histo (Calib CAP)	LMM+ Q95% (Calib CAP)
LBP	0.38%	0.15%	-0.01%	1.32%
Epargne Patrimonial	0.52%	0.28%	0.08%	1.48%
BPCE	0.58%	0.25%	0.04%	1.62%

Impact sur l'EC Portefeuille\scénario	LMM+ A date (Calib CAP)	LMM+ 1M Histo (Calib CAP)	LMM+ 2M Histo (Calib CAP)	LMM+ Q95% (Calib CAP)
LBP	-0.06%	-0.03%	-0.03%	-0.32%
Epargne Patrimonial	-0.13%	-0.09%	-0.05%	-0.55%
BPCE	-0.04%	-0.04%	-0.02%	-0.33%

L'augmentation de la volatilité sur l'ensemble de ces scénarios expliquent clairement l'augmentation du Best estimate sur les scénarios calibrés avec des CAP. Ce point est explicité dans le paragraphe « Scénarios du LMM+ » qui compare la diffusion des scénarios calibrés avec les CAP et les swaptions sur ce modèle.

b. Impact des différents scénarios du modèle E2FBK

Scénarios calibrés sur les swaptions

Pour ce modèle, uniquement les scénarios avec un short rate displacement de 10% (Volatilité à date / Volatilité intégrant 3 mois d'historique & quantile à 95%) sont acceptables au niveau des tests de validation. Les impacts sont détaillés uniquement sur ces deux scénarios par rapport au scénario LMM+ avec un calibrage prenant en compte une volatilité à date.

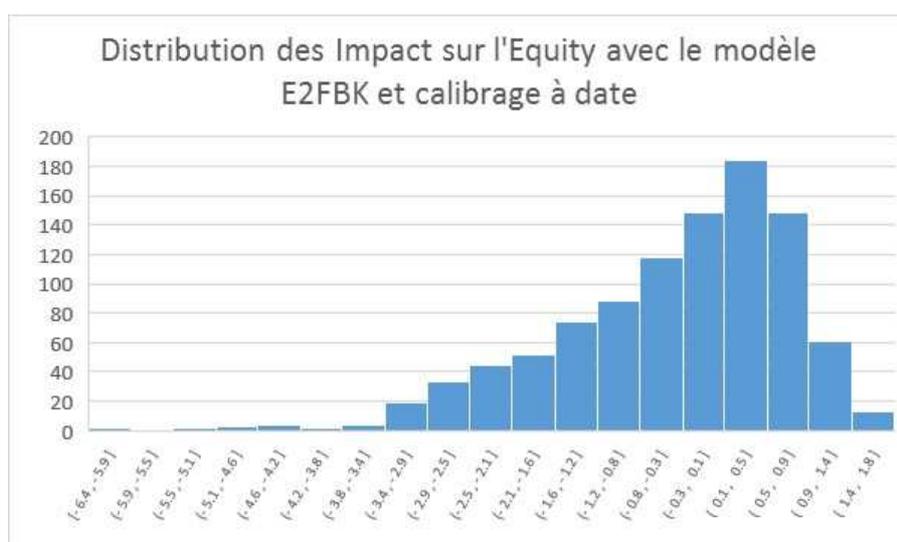
Les impacts des scénarios E2FBK sont très lourds sur le Best Estimate et sont tous calculés par rapport au BE calculé à l'aide du LMM+ calibré à date. L'écart de convergence au niveau des modèles ALM est également dégradé : l'écart de convergence est plus élevé en valeur absolue que celui du modèle LMM+.

Impact BE en % Portefeuille\scénario	E2FBK A date	E2FBK Q95%
LBP	1.23%	1.35%
Epargne Patrimonial	1.07%	1.19%
BPCE	1.55%	1.69%

Impact sur l'EC Portefeuille\scénario	E2FBK A date	E2FBK Q95%
LBP	-0.12%	-0.46%
Epargne Patrimonial	-0.11%	-0.22%
BPCE	-0.15%	-0.51%

D'un point de vue ALM, il semble que le Best Estimate soit sensible à la volatilité des taux courts termes. Avant de considérer comme acquis ce résultat, il est préférable de vérifier la cohérence de ces résultats au sein des modèles ALM.

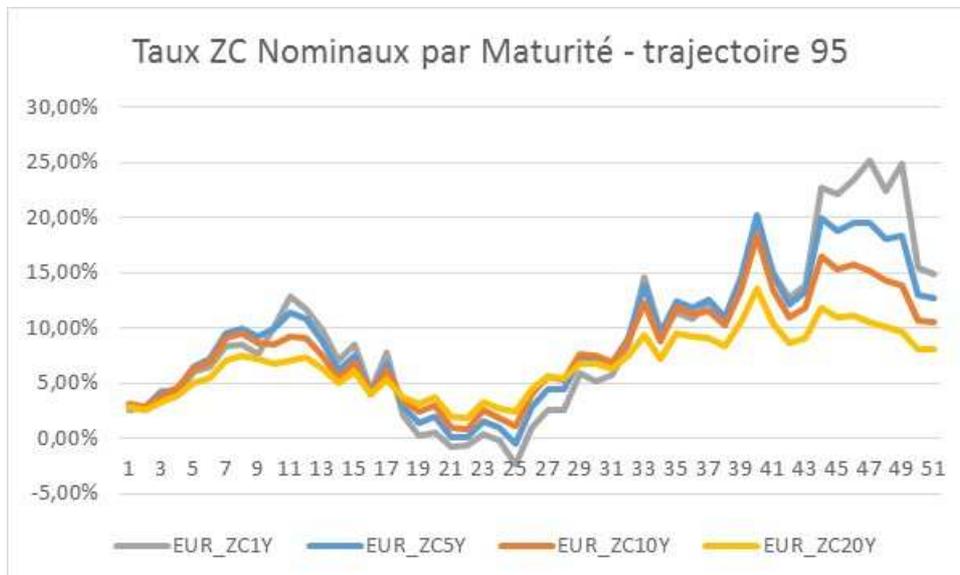
La distribution de l'Equity stochastique pour le portefeuille LBP est la suivante pour le scénario E2FBK avec une volatilité à date. Les intervalles en abscisse illustrent les intervalles d'écart relatif par rapport à l'Equity moyenne calculée sur 1000 trajectoires.



Les impacts négatifs sur l'Equity Stochastique qui représentent la queue de distribution de gauche constituent 58% des trajectoires.

Les trajectoires 95 (-600% par rapport à l'Equity stochastique de référence) et 572 (+300% par rapport à l'Equity Stochastique de référence) sont analysées ci-après pour comprendre les mauvais résultats du scénario E2FBK avec une volatilité à date.

Afin de mieux comprendre ces trajectoires, les trajectoires de marché sont également illustrées ci-dessous.

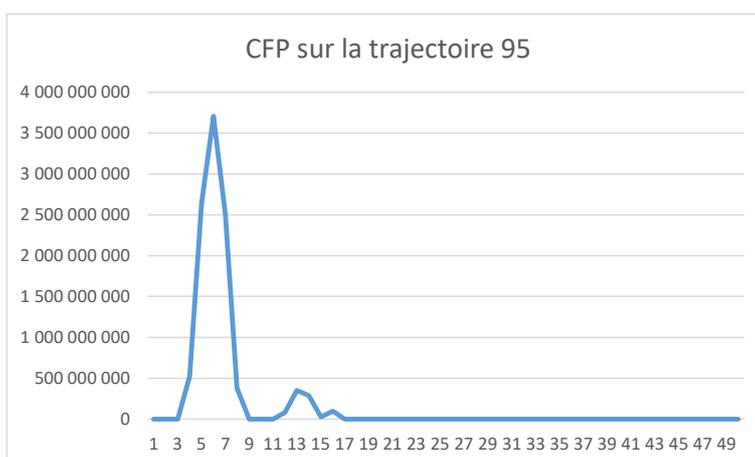


Le graphique ci-dessus démontre que les taux court-terme génèrent des taux de rendement équivalents et même supérieurs aux taux moyen-long terme.

La stratégie financière de CNP Assurances au T3 2022 est de réinvestir 68% de la production financière excédentaire avec la répartition suivante sur les obligations à taux fixe et les obligations Zéro Coupon:

- 40% sur des maturités 7 à 13 ans,
- 60% sur des maturités 16 à 30 ans.

Pour améliorer les résultats avec ce scénario économique, il faut donc réadapter la stratégie financière : il est plus rentable d'investir sur des obligations court terme puisque les taux court terme sont plus avantageux d'après le graphique ci-dessus. Effectivement, la production financière est négative à partir de la 5^{ème} année de projection sur les obligations à coupon fixe et les obligations zéro coupon. D'ailleurs, la production financière dans un modèle ALM est la principale ressource qui permet de financer les garanties en capital (IC) et le recyclage de la PPE. Sans production financière, le modèle est contraint de réaliser des coûts de fonds propres (résultat financier négatif) à chaque année de projection pour financer les IC ce qui explique les énormes impacts avec les scénarios du modèle E2FBK.



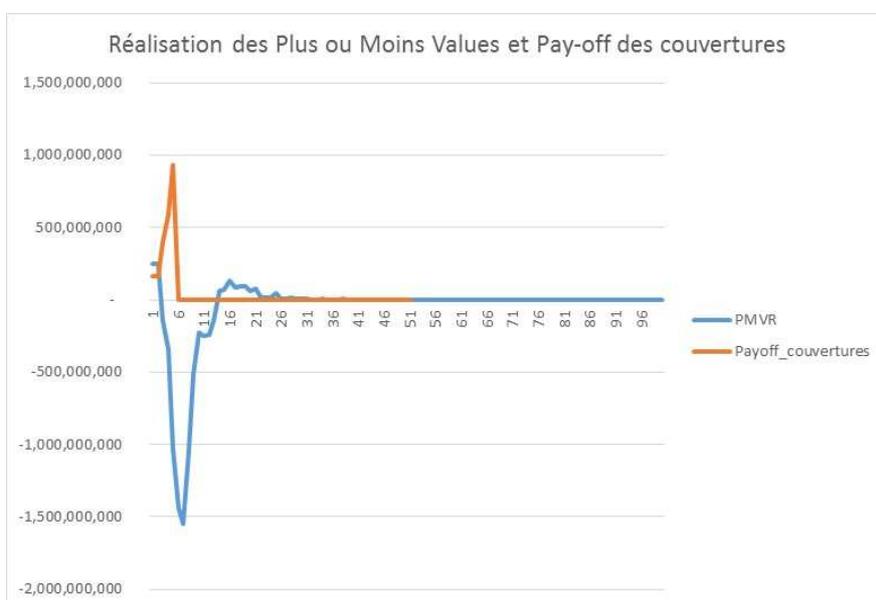
La sensibilité avec la réadaptation de la stratégie financière est de reverser 68% de la production financière excédentaire sur des obligations à Taux fixe et ZC avec la répartition décrite ci-dessous :

- 50% sur des maturités 1 ans
- 50% sur des maturités 2 ans.

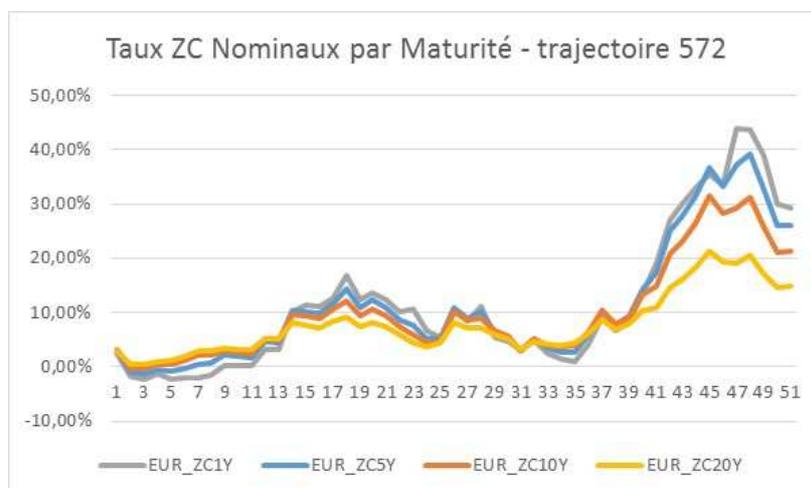
Malgré cette réadaptation de la stratégie financière, l'impact est uniquement atténué de 40%.

Après une analyse plus détaillée des résultats de cette trajectoire, les rachats dynamiques sont clairement responsables de cet impact sur l'Equity. 30% de l'encours du portefeuille a été racheté en 5 années. Cette trajectoire de hausse brutal des taux courts semble mettre à mal la modélisation des rachats dynamiques de CNP Assurances.

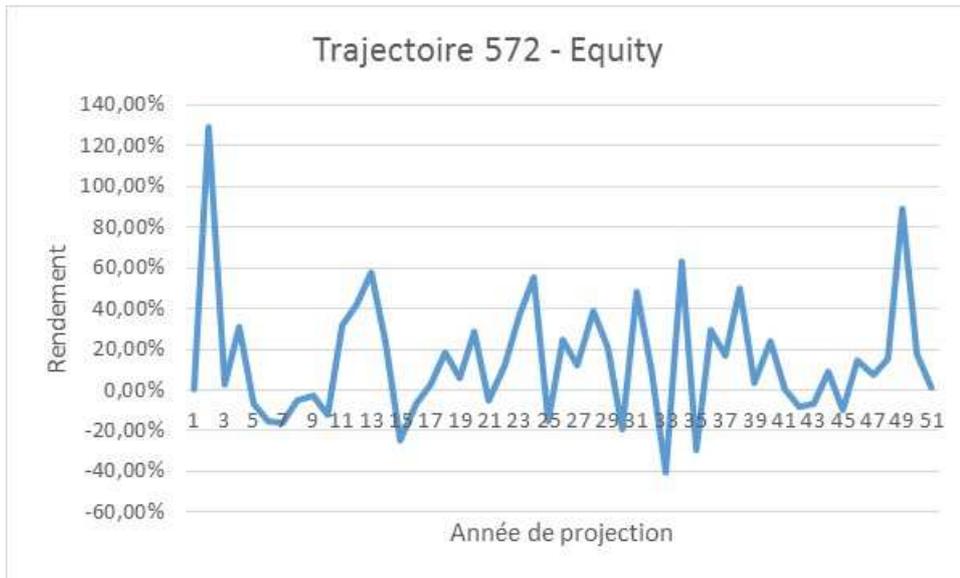
Les rachats dynamiques positifs ont un impact négatif sur les résultats futurs projetés du fait de la réalisation de moins-values sur les obligations désinvesties en face des PM rachetées. Le graphique ci-dessous vient illustrer la réalisation de moins-values aux années 1 à 11 de projection sur les obligations : en effet, les obligations en cas de forte hausse des taux comptabilisent des moins-values latentes. Les produits de couverture de taux ne sont pas suffisants pour couvrir cette hausse des taux.



Pour la trajectoire 572, le scénario semble assez similaire sur les taux que le scénario 95.

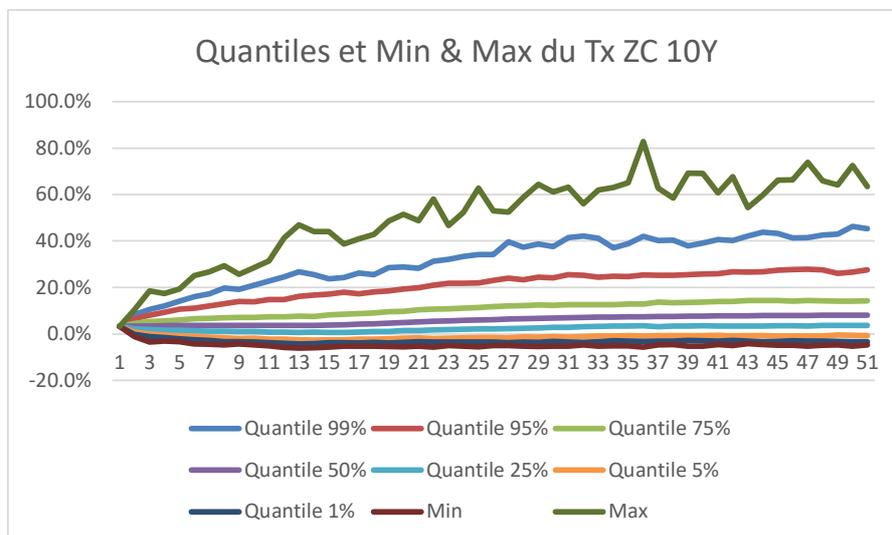


Après vérification, l'indice Equity surperforme sur cette trajectoire. Il n'est donc pas pertinent d'analyser de manière plus poussée cette trajectoire.



Scénarios calibrés sur les CAP

Les taux étant explosifs sur ces scénarios (SRD 10% avec Volatilité à date et Volatilité Q95%), les simulations ALM sont toutes tombées en erreur. Le graphique ci-dessous illustre que sur une trajectoire des taux 1Y, le taux 10Y peut atteindre 80% ce qui semble poser des problèmes en termes de montant à réinvestir dans la stratégie financière du modèle Epargne.



c. Impact des différents scénarios du modèle H&W

Scénarios calibrés avec des swaptions

Avant d'aller plus loin dans nos analyses, il semble que les impacts sur le taux de couverture obtenus soient négatifs (cf. section suivante). A fortiori, cela veut dire que ces scénarios calibrés dégradent le Best Estimate.

Les impacts sur le Best Estimate et l'écart de convergence pour les portefeuilles d'épargne sont les suivants :

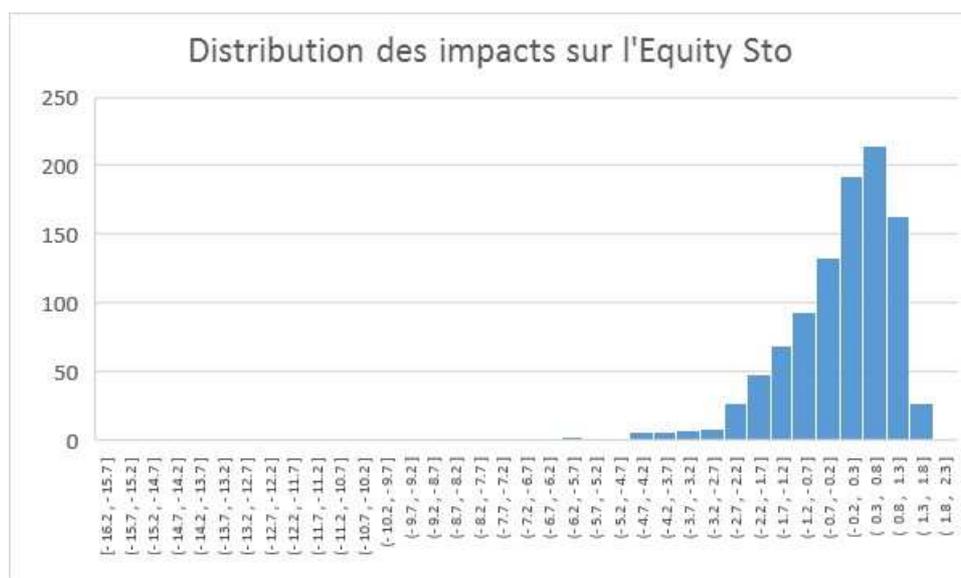
Impact BE en % Portefeuille\scénario	HW A DATE	HW 1M Histo	HW 2M Histo	HW Q95%
LBP	0.55%	0.17%	-0.13%	0.53%
Epargne Patrimonial	-0.04%	0.08%	-0.24%	0.47%
BPCE	0.62%	0.15%	-0.21%	0.60%

Impact sur l'EC Portefeuille\scénario	HW A DATE	HW 1M Histo	HW 2M Histo	HW Q95%
LBP	0.08%	0.14%	0.20%	0.08%
Epargne Patrimonial	0.34%	0.17%	0.25%	0.08%
BPCE	0.12%	0.16%	0.22%	0.11%

Les écarts de convergence sont plus petits que ceux des scénarios du LMM+ calibrés avec une volatilité à date ce qui confirme la bonne qualité des tests martingales des scénarios calibrés avec le modèle H&W. En effet, les écarts de convergence du LMM+ sont signées négativement et l'impact positif sur l'EC vient donc diminuer l'EC.

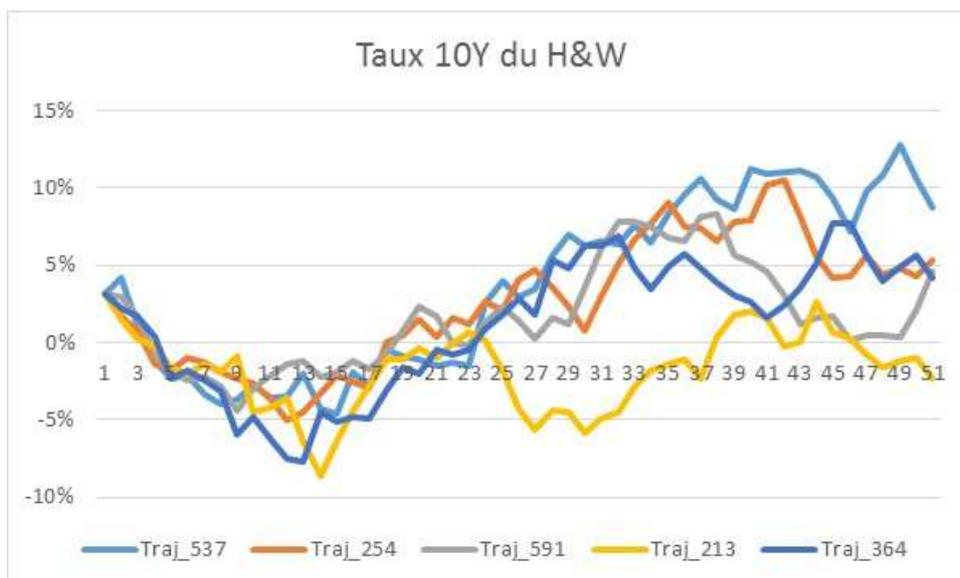
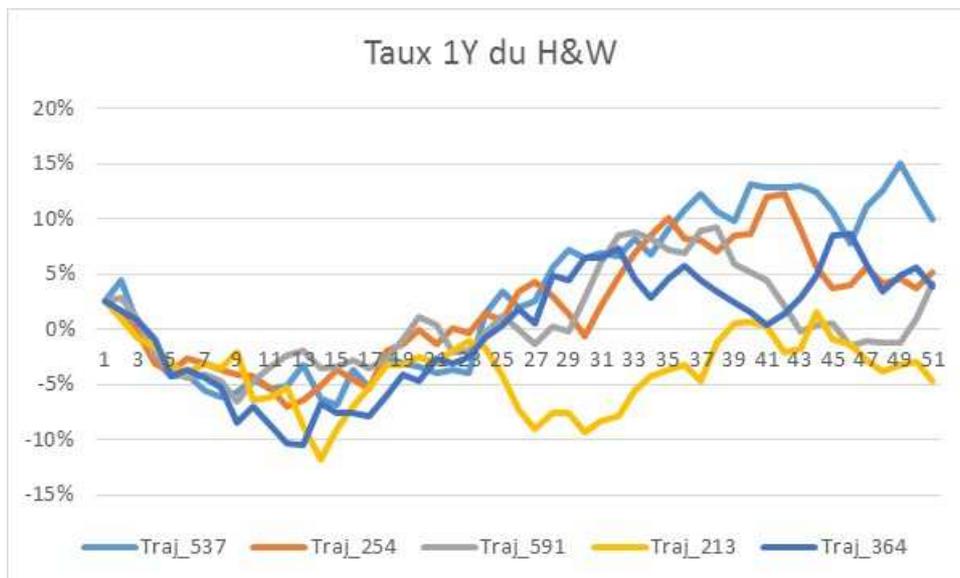
De plus, les impacts sur le Best Estimate sont significatifs malgré une diminution conséquente de la volatilité du scénario sauf pour le portefeuille d'épargne patrimoniale.

Une distribution des impacts sur l'Equity stochastique du portefeuille LBP (modèle LMM+ avec volatilité à date) a été réalisée avec un calibrage volatilité à date. Cette distribution des impacts démontre que 52% des impacts ont un impact positif.



Les scénarios 213, 364, 537, 254 et 591 dont l'impact sur l'équity stochastique (du modèle de référence LMM calibré avec une volatilité à date) correspondent aux scénarios qui sont analysés ci-dessous. Les trajectoires 213 et 364 semblent être les plus extrêmes.

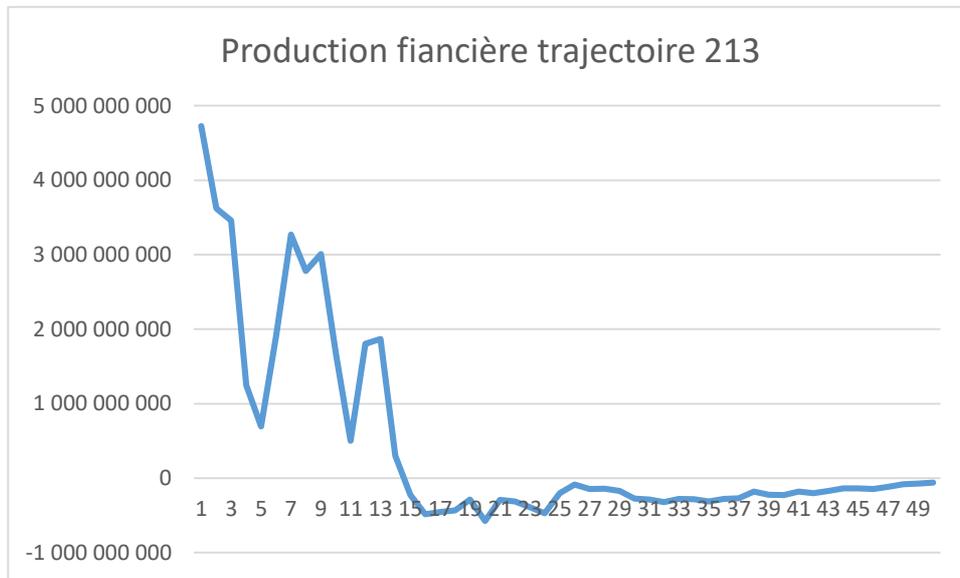
traj	Impact sur Equity	Ecart relatif
213	-37 937 836 971.37	-1622%
364	-31 629 834 867.87	-1369%
61	-25 614 050 219.86	-1128%
436	-20 172 181 436.11	-909%
871	-18 418 121 451.59	-839%
537	-11 887 622 025.34	-577%
254	-11 835 555 900.30	-575%
591	-11 116 613 028.26	-546%



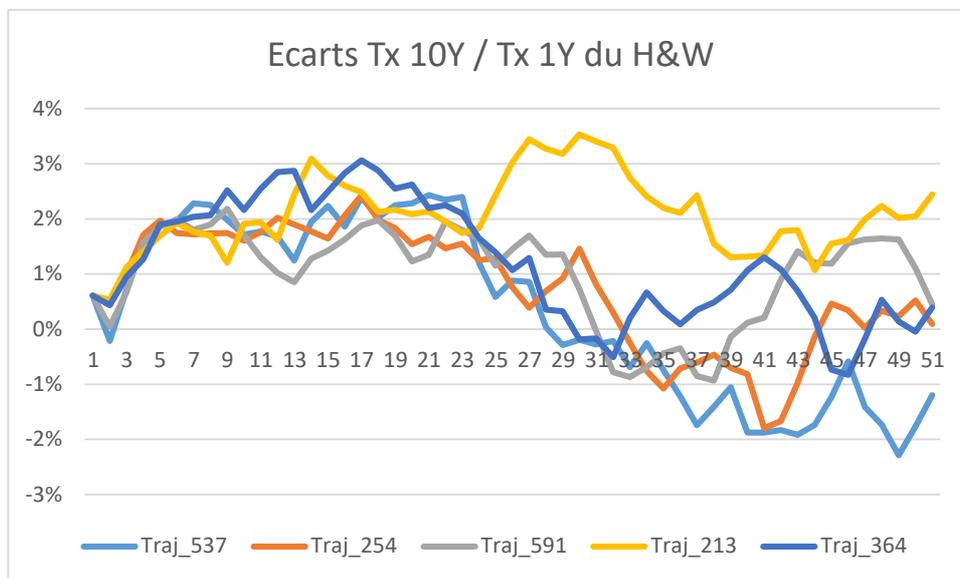
Pour la trajectoire 213, les taux 1Y et 10Y sont respectivement négatifs :

- sur 90% des années de projection
- et sur 76% des années de projection.

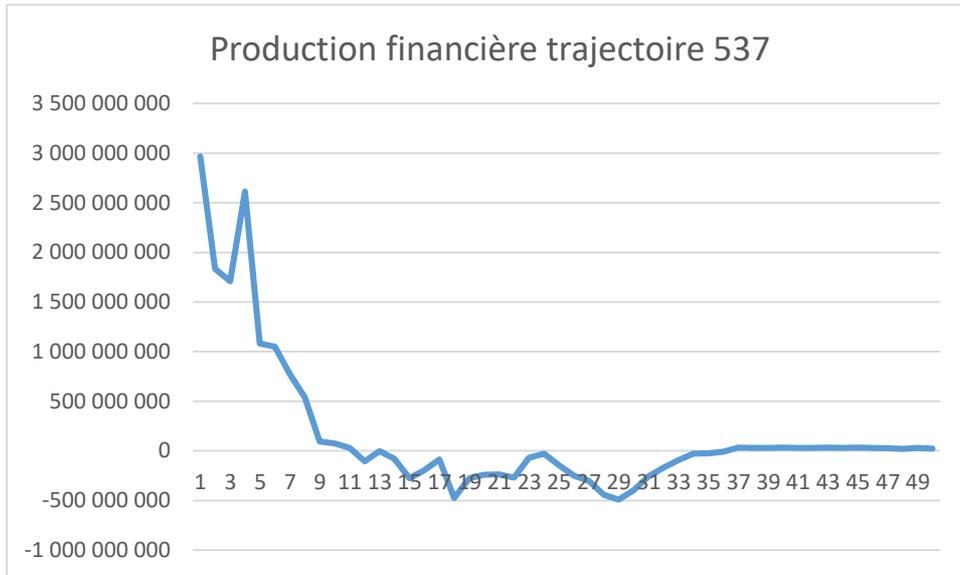
Cette fréquence de taux très portée sur les taux négatifs anéantit la production financière du portefeuille.



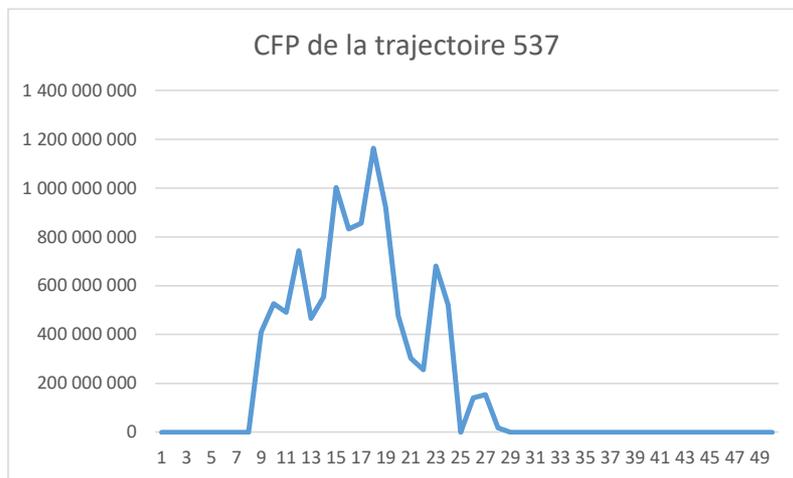
Concernant les autres trajectoires (537 ; 254 ; 591 ; 364), il est intéressant de comparer les taux 10Y et 1Y. En effet, le taux 1Y devient supérieur au taux 10Y conformément au graphique ci-dessous ce qui peut certainement induire certains problèmes car le modèle ALM de CNP Assurances réinvestit sur des obligations à taux 10Y. De ce fait, ces obligations ne se révèlent pas du tout rentables dans ce type de scénarios.



De ce fait, la production financière sur la trajectoire 537 se dégrade très rapidement au bout de 5 années de projection comme le montre le graphique ci-dessous.

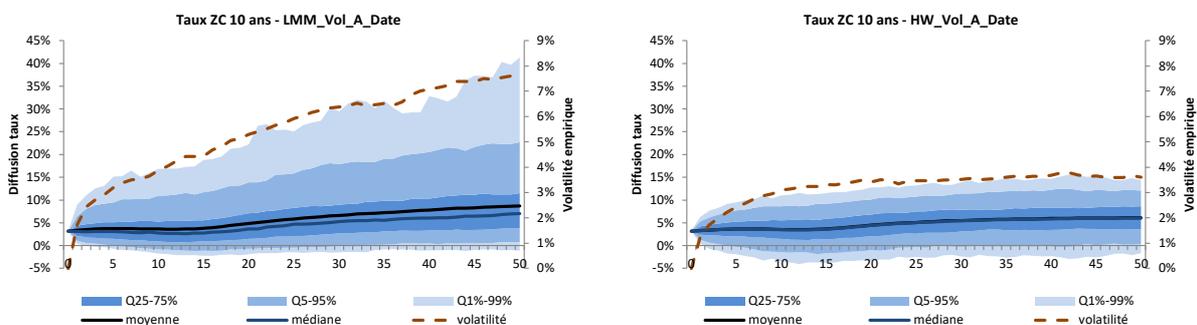


Les ressources financières deviennent très rapidement inexistantes sur cette trajectoire et le modèle est contraint de réaliser des CFP pour financer les IC des assurés.



Une sensibilité sur la stratégie financière permet de vérifier s'il s'agit bien de la stratégie financière qui n'est pas adaptée à ce scénario économique. En changeant la stratégie financière, cela permet de récupérer 200 M€ d'Equity mais cela ne permet pas du tout de neutraliser l'impact du changement du modèle de taux.

En analysant de plus près les scénarios générés à l'aide du modèle Hull & White, une seconde observation est réalisée : en fin de projection, la volatilité du taux 10Y au cours des années de projection est très stable ce qui n'est pas du tout le cas du modèle LMM+. Ce point est illustré ci-dessous :



Par ailleurs ce point est également confirmé par les résultats sur la market consistency :

	REF	1M Histo	2M Histo	Q95%
Ecart Moyen en bps	- 9.66	-6.28	-5.95	-9.66

D'autant plus quand la nappe de volatilité est sous-estimée de -5.95 bps dans le cas du scénario calibré sur une moyenne basée sur deux mois d'historique de volatilité, le Best Estimate calculé à l'aide du modèle H&W est très proche de celui du LMM+.

Cette sous-estimation de la volatilité combinée à une fréquence plus importante des taux en territoire négatif a donc un impact de +0.55% sur le Best Estimate par rapport au scénario calibré avec une volatilité à date à l'aide du modèle LMM+.

Scénarios calibrés avec des CAP

Les impacts de l'ensemble des scénarios calibrés avec les CAP à l'aide du modèle H&W sur le Best Estimate sont conséquents :

Impact BE en % Portefeuille\scénario	HW A date (Calib CAP)	HW 1M Histo (Calib CAP)	HW 2M Histo (Calib CAP)	HW Q95% (Calib CAP)
LBP	1.81%	1.22%	0.86%	1.92%
Epargne Patrimonial	1.40%	1.48%	1.09%	2.37%
BPCE	2.19%	1.65%	1.20%	2.55%

Impact sur l'EC Portefeuille\scénario	HW A date (Calib CAP)	HW 1M Histo (Calib CAP)	HW 2M Histo (Calib CAP)	HW Q95% (Calib CAP)
LBP	-0.04%	0.07%	0.12%	-0.06%
Epargne Patrimonial	0.08%	-0.03%	0.05%	-0.19%
BPCE	-0.01%	0.04%	0.09%	-0.09%

Ces impacts sont cohérents avec le fait que ces scénarios ont une volatilité beaucoup plus importante que ceux calibrés avec les swaptions.

3. Impacts sur le taux de couverture

a. Impact des différents scénarios du modèle LMM+

Scénarios calibrés avec les swaptions

Les impacts sur le taux de couverture sont cohérents. Sur les deux premiers scénarios, les taux de couverture central s'améliorent en raison de l'augmentation des FP économiques de CNP Assurances en central. Pour le scénario avec une volatilité avec un quantile de 95%, les FP économiques diminuent et le taux de couverture se retrouve légèrement dégradé ce qui est cohérent puisque les niveaux de volatilité du quantile à 95% n'ont pas un gros impact sur les niveaux de volatilité

	LMM+ 1M Histo	LMM+ 2M Histo	LMM+ Q95%
Impact sur Taux de couverture	2.24%	4.40%	-0.37%

Scénarios calibrés avec les CAP

Les impacts sur le périmètre Epargne sont cohérents avec la baisse du taux de couverture : en effet, les FP diminuent du fait que le BE augmente.

	LMM+ Vol A Date (CAP)	LMM+ 1M Histo (CAP)	LMM+ 2M Histo (CAP)	LMM+ Q95% (CAP)
Impact sur Taux de couverture	-9.98%	-6.35%	-6.35%	-17.37%

b. Impact des différents scénarios du modèle E2FBK

Au vu des impacts dégradés sur le Best Estimate pour ce modèle, l'impact sur le taux de couverture est négatif sur les deux scénarios sélectionnés (SRD 10%).

	E2FBK_Vol_A_Date	E2FBK Q95%
Impact sur Taux de couverture	-15.73%	-22.89%

Etant donné que la réadaptation de la stratégie financière a permis de récupérer uniquement 400 M€ sur les FP, l'impact sera une amélioration de quelques points du taux de couverture. L'impact étant jugé non matériel sur l'Equity (au vue de la dégradation du BE central de 1.4Md€ sur ce scénario), il n'est pas jugé nécessaire d'évaluer l'impact sur le taux de couverture.

c. Impact des différents scénarios du modèle Hull & White

Scénarios calibrés avec les swaptions

Les impacts sont cohérents puisque les impacts viennent dégrader le Best Estimate et ainsi diminuer les résultats futurs qui sont pris en compte au dénominateur du calcul du taux de couverture.

	HW_Vol_A_Date	HW_1M_Histo	HW_2M_Histo	HW Q95%
Impact sur Taux de couverture	-8.75%	-5.05%	-1.72%	-9.53%

Scénarios calibrés avec les CAP

Les impacts sur le BE du périmètre Epargne sont plus prononcés pour les scénarios calibrés avec les CAP ce qui réduit plus fortement les FP économiques et par conséquent le taux de couverture.

	HW Vol A Date (CAP)	HW_1M_Histo (CAP)	HW_2M_Histo (CAP)	HW Q95% (CAP)
Impact sur le Taux de couverture	-35.14%	-29.50%	-25.75%	-35.21%

XIII. Conclusions

Un constat est assez clair au travers des résultats de ce mémoire : le modèle E2FBK ne permet pas de calibrer convenablement sur des volatilités extrêmes de marché. Les résultats sur ce sujet démontrent sans équivoque que le modèle de taux avec 5 niveaux de short rate displacement (allant de 3% à 20%) ne permet pas de gérer des niveaux de volatilité extrêmes sans générer des niveaux de taux aberrants. La réalité économique de ces 3 dernières années a démontré que les volatilités de taux élevés déclenchent des amplitudes élevées de mouvements de taux sans générer pour autant des taux explosifs : cela est dû au fait que les organes de régulation bancaire tels que la BCE ou la FED pour les Etats-Unis veillent à la cohérence des taux d'intérêts pratiqués sur le marché en fonction du contexte économique.

En analysant les transactions extraites depuis les données de la DTCC, un constat est assez clair : les volatilités de marché à date fournis par les providers de marché se basant sur des modèles SABR sont calibrés et back testés à partir de quelques points de la nappe de volatilité bénéficiant de transactions soit des prix de swaptions de marché. Cela signifie donc que les modèles de taux calibrés avec des volatilités de marché à date sont en réalité des modèles calibrés avec de données issus d'autres modèles. Les approches alternatives de calibrage avec une moyenne sur deux mois d'historique quotidien démontrent les points suivants : des prix de marché basés sur une liquidité plus importante permettent d'obtenir des calibrages plus stables pour les modèles LMM+ et H&W.

D'ailleurs, sur les aspects martingalité et market consistency, les calibrages sur deux mois d'historique sont les jeux de scénarios qui bénéficient des meilleurs résultats. Quant au scénario calibré sur des volatilités de marché calculés à partir d'un quantile 95% sur 3 mois d'historique quotidien, les volatilités de marché obtenus saisissent uniquement le caractère extrême des volatilités de l'historique ce qui induit une surestimation de la volatilité des scénarios diffusés et donc à priori une surestimation des impacts sur les périmètres ALM et sur le taux de couverture.

Sur des situations de volatilité de marché inédites, si les modèles de taux ne sont pas capables de gérer ces niveaux de volatilité, le calibrage sur une moyenne basée sur 2 mois d'historique quotidien permettrait d'obtenir des Best Estimate et des taux de couverture assez stables pour les assureurs dont le business principal est l'épargne.

Concernant le calibrage des modèles de taux sur les CAP, les résultats semblent ne pas être favorables sur le périmètre Epargne : en effet, la valorisation du Best Estimate est assez sensible à ce choix méthodologique. De plus, les nappes de volatilités extraites de Bloomberg auraient nécessité certainement de plus de raffinement afin de pouvoir capter les prix des Cap et des floor.

D'un point de vue fonctionnel, certains éléments n'ont pas été challengés. En effet, prendre une autre situation de marché avec une situation de taux d'avantage négative comme celle au T4 2021 avec des volatilités extrêmes aurait permis de backtester la stabilité du calibrage qui consiste à prendre des volatilités calculées sur la base d'une moyenne de 2 mois d'historique quotidien au lieu de prendre des volatilités à date. Les sensibilités du choix de la graine et du générateur de nombre aléatoires appelés communément RNG n'ont également pas été testées. Par ailleurs d'autres modèles de taux auraient également pu être utilisés dans le cadre de ce mémoire mais celui-ci s'est limité aux modèles de taux diffusant des taux négatifs et disponibles sous le GSE Moody's. Le périmètre ALM couvert par ce mémoire se limite à l'Epargne : le périmètre de l'épargne retraite pourrait également faire l'objet de test et analyses. De plus, les sensibilités sur la stratégie financière en Epargne étaient assez simples et pourraient faire l'objet d'amélioration : un changement de modèle de taux doit s'accompagner à fortiori d'une réflexion approfondie sur la stratégie financière.

Concernant la production de scénarios économiques risque neutre chez une compagnie d'assurances, certains assureurs ont la pratique de retraiter à posteriori les trajectoires soit en supprimant certaines trajectoires trop extrêmes soit en appliquant un retraitement à postériori des scénarios de taux (freezing). L'utilisation d'une nappe de volatilité moyennée sur un historique quotidien serait une manière plus propre de lisser les effets de la volatilité du marché de taux sans dégrader pour autant la

qualité d'estimation du Best Estimate et du taux couverture. Cependant, il faudra veiller à prendre un historique d'une profondeur inférieure ou égale à 2 mois pour garder une nappe de volatilité cohérente et pas trop éloignée avec celle extraite en date de clôture. De plus, cette mesure de remédiation pour gérer des conditions de volatilité extrême est cohérente avec ce qui est fait sur toutes les hypothèses biométriques et certaines hypothèses économiques tels que le VA IFRS, l'UFR qui sont des hypothèses construites à partir d'un historique et qui bénéficient donc d'effets de lissage.

XIV. Bibliographie

- Article de revue des GSE par l'ACPR (2020)
https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/20201204_article_gse_revue.pdf
- Article scientifique « Comment définir la qualité d'un GSE destiné à évaluer le Best Estimate épargne en € ? » (2019) de Kamal Armel et Frédéric Planchet
<https://www.ressources-actuarielles.net/> (rubrique articles scientifiques)
- Article Scientifique « L'évaluation économique des engagements en assurance vie : écueils, bonnes pratiques et préconisations pour une mise en œuvre pertinente » (2021) de Kamal Armel et Frédéric Planchet
<https://www.ressources-actuarielles.net/> (rubrique articles scientifiques)
- Cours ISFA 5 décembre 2022 « Modélisation risque-neutre des taux d'intérêt nominaux » - Milliman
<https://clarolineconnect.univ-lyon1.fr/clarolinepdfplayerbundle/pdf/7531229>
- Documentation Moody's « 4.10.0 - Calibration Tools - Developer Guide » (2023)
Confidentielle – Documentation pour utiliser les bibliothèques des outils de calibrage Moody's dans matlab / C#
- Documentation Moody's « 4.10.0 - Calibration Tools - Methodology Guide » (2023)
Confidentielle - Documentation de la méthodologie des outils de calibrage Moody's
- Document d'orientation – GSE – Institut des actuaires (2018)
https://www.institutdesactuaires.com/global/gene/link.php?news_link=2018162907_document-d-orientation-gse-institut-des-actuaires-nov-2018-002.pdf&fg=1
- Documentation Modèle de CNP Assurances
Confidentielle – Disponible en lecture uniquement pour les internes de CNP Assurances
- Market inconsistencies of the market-consistent European life insurance economic valuations: pitfalls and practical solutions
<https://hal.science/hal-01242023/document>
- Mémoire d'actuariat « Analyse de l'impact des modèles de taux sur le Best estimate » de Damien Fontanes (2016)
<https://www.institutdesactuaires.com/docs/mem/e57c1639e3ad3fadd9020c2564849093.pdf>
- Mémoire d'actuariat « Etude de la calibration du modèle de taux LMM+ » de Antoine Burg (2018)
<http://memoires.ressources-actuarielles.net/>
- Mémoire d'actuariat « Impact du modèle de Taux Nominaux et de son calibrage sur les indicateurs Solvabilité 2 » de Pierre Vaujany (2016)
<https://www.institutdesactuaires.com/docs/mem/01431e4d7adefb32cf79690633c80898.pdf>
- Mémoire d'actuariat confidentiel « Choix du modèle de taux » de Pauline Lonne (2023)
[Période de confidentialité du mémoire non dépassée](#)
- Options, futures, and other derivatives de John C. Hull
https://faculty.ksu.edu.sa/sites/default/files/options_futures_and_other_derivatives_8th_ed_part1.pdf
https://faculty.ksu.edu.sa/sites/default/files/options_futures_and_other_derivatives_8th_ed_part2.pdf
- Règlement délégué S2 (2014)
<https://eur-lex.europa.eu/legal-content/FR/TXT/PDF/?uri=CELEX:32015R0035&rid=1>
- SFCR Solo de CNP Assurances (2022)
<https://www.cnp.fr/cnp/content/download/10951/file/CNP-Assurances-SFCR-Solo-2022.pdf>
- Support power point présenté au Congrès des actuaires « Modèles financiers pour la construction du bilan économique » (2016) de Laurent Devineau, Zorana Grbac, Peter Tankov, Julien Vedani
https://www.institutdesactuaires.com/global/gene/link.php?doc_id=7845&fg=1

- Seabird – Comment renforcer la maîtrise des fonds propres Solvabilité 2 ? (2019) de Pierre Bonder
<https://www.seabirdconseil.com/nos-decryptages/100-vecu/renforcer-la-maitrise-des-fonds-propres-solvabilite-2/>
- The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems
<https://people.duke.edu/~hpgavin/ExperimentalSystems/lm.pdf>
- Chapitre 1 Algorithmes d'optimisation : application a des fonctions-objectifs non-lineaire
https://www.univ-biskra.dz/sites/SM/my_folder/c1.pdf

XV. Annexes

1. Volumes de transaction de swaptions ATM & AFM et nappes de Volatilités implicites des swaptions pour les différents historiques

a. Données à date du 30/09/2022

Somme des primes par maturité x tenor (Millions d'euros)

Mat x Tenor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
1	0.0	0.3	0.0	0.0	7.2	0.0	0.0	0.0	0.0	1.6	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	11.8	0.0	0.0	0.0	0.0	2.7	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13.2	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	14.3	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.2	0.0	0.0	0.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	17.9	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Somme des primes par strike relatif x maturité pour le tenor 10 ans (Millions d'euros)

Maturité	-0.025	-0.02	-0.015	-0.01	-0.005	0	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5	1.6	4.2	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.7	21.3	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.0	0.0	0.0	7.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	63.9	0.0	0.0	0.0	0.0
10	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2.2	18.1	0.0	0.0	0.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	17.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

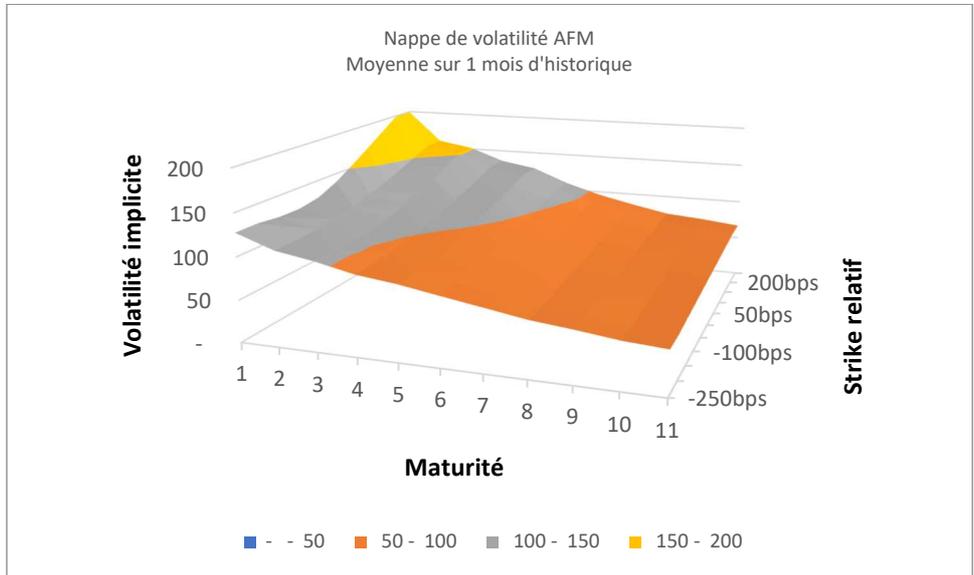
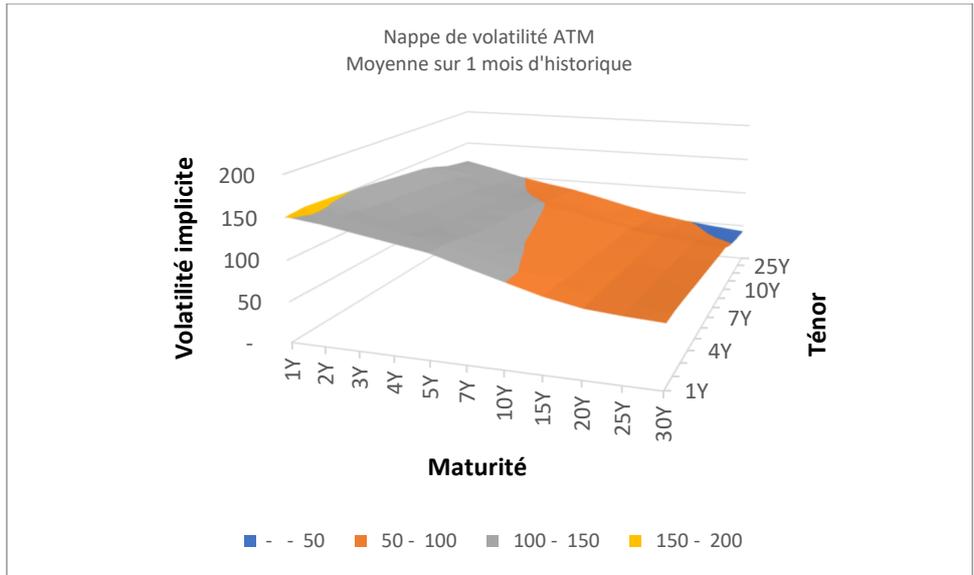
b. Données sur un mois d'historique quotidien (antérieur au 30/09/2022)

Somme des primes par maturité x tenor (Millions d'euros)

Mat x Tenor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
1	0.0	2.5	8.9	4.6	40.9	0.0	0.0	0.0	0.0	86.5	0.0	78.5	0.0	124.0
2	0.0	15.5	3.3	0.0	51.7	0.0	0.0	0.0	0.0	94.7	0.0	12.4	0.0	74.8
3	0.0	4.7	0.6	0.0	3.7	0.0	11.5	0.0	0.0	67.4	0.0	7.0	0.0	2.8
4	0.0	9.9	2.3	0.0	11.7	0.0	0.0	0.0	0.0	46.2	0.0	11.3	0.0	1.8
5	0.0	0.0	0.0	0.0	3.8	0.0	0.0	0.0	0.0	37.6	0.0	23.7	0.0	2.9
7	0.0	9.6	0.0	0.0	7.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6.1	0.0	25.2	0.0	0.0
10	0.0	15.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	43.7	0.0	0.0	0.0	5.6
15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	42.7	0.0	0.0	0.0	65.8
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	17.9	15.5	0.0	0.0	16.4
25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13.2	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Somme des primes par strike relatif x maturité pour le tenor 10 ans (Millions d'euros)

Maturité	-0.025	-0.02	-0.015	-0.01	-0.005	0	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025
1	13,2	0,0	0,0	0,5	1,6	86,5	113,6	16,3	1,2	0,0	0,0
2	3,0	0,0	0,0	0,0	0,0	94,7	75,5	0,0	0,0	0,0	0,0
3	7,2	0,0	0,0	8,0	0,0	67,4	117,2	10,6	4,3	17,0	2,2
4	3,3	0,0	0,0	0,0	0,0	46,2	13,2	0,0	0,0	0,0	0,0
5	0,0	0,0	0,0	0,0	43,3	37,6	34,6	0,0	27,1	0,0	0,0
7	6,4	0,0	0,0	0,0	0,0	6,1	91,1	0,0	0,0	0,0	0,0
10	0,0	11,0	0,0	0,0	0,0	43,7	158,6	0,0	0,0	0,0	0,0
15	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	42,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
20	0,0	0,0	4,9	3,8	0,0	17,9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
25	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
30	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0



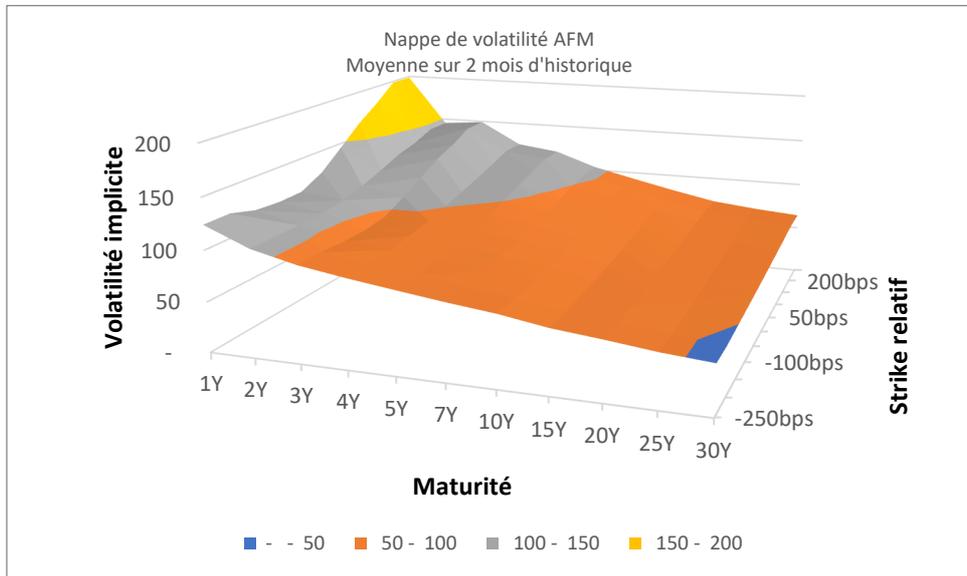
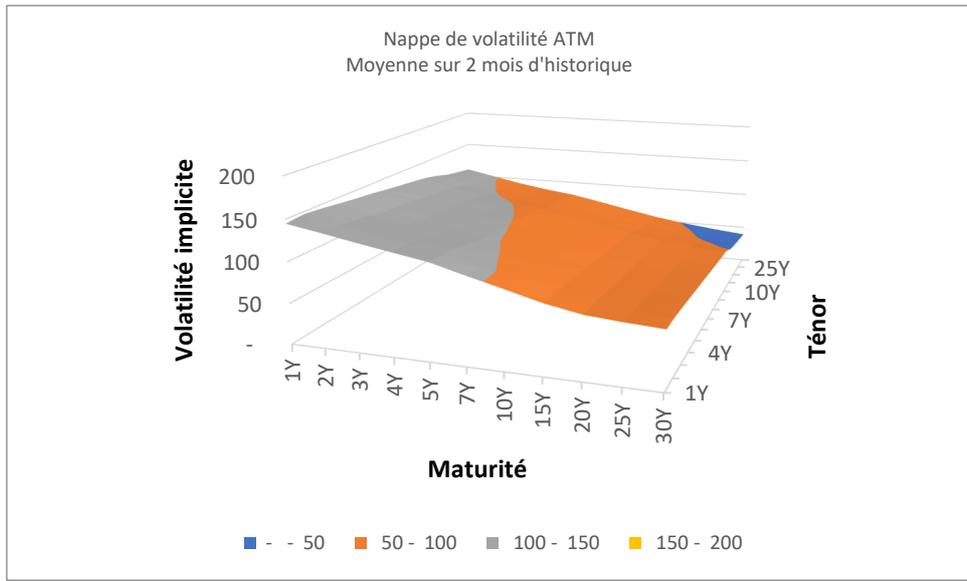
c. Données sur deux mois d'historique quotidien (antérieur au 30/09/2022)

Somme des primes par maturité x tenor (Millions d'euros)

Mat x Tenor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
1	0.0	29.3	33.6	4.6	74.7	2.0	2.7	0.0	0.0	203.2	9.1	113.1	27.3	243.4
2	0.0	22.4	3.3	0.0	65.0	0.0	0.0	0.0	0.0	170.2	0.0	50.4	0.0	84.7
3	0.0	77.3	0.6	0.0	8.9	0.0	11.5	0.0	0.0	98.0	0.0	15.9	0.0	30.8
4	0.0	59.1	2.3	0.0	40.5	0.0	0.0	0.0	0.0	62.9	0.0	35.9	0.0	93.9
5	0.0	54.9	0.0	0.0	55.9	0.0	0.0	0.0	0.0	104.3	0.0	23.7	0.0	18.8
7	0.0	32.3	0.0	0.0	7.0	0.0	5.3	0.0	0.0	11.1	0.0	25.2	0.0	0.0
10	0.0	15.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	43.7	0.0	4.0	0.0	5.6
15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	42.7	0.0	0.0	0.0	65.8
20	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	17.9	15.5	0.0	0.0	16.4
25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13.2	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Somme des primes par strike relatif x maturité pour le tenor 10 ans (Millions d'euros)

Maturité	-0.025	-0.02	-0.015	-0.01	-0.005	0	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025
1	13.5	4.8	6.9	0.5	5.0	203.2	168.9	17.0	1.2	0.0	0.3
2	3.0	0.0	6.2	0.0	12.8	170.2	97.9	4.4	0.8	0.0	0.0
3	7.2	8.0	0.0	8.0	0.0	98.0	131.2	10.6	10.4	20.6	3.5
4	3.3	0.0	0.0	0.0	0.0	62.9	13.2	0.0	0.0	0.0	0.0
5	3.1	15.3	0.0	0.0	72.6	104.3	57.5	0.0	51.4	0.0	0.0
7	6.4	0.0	0.0	0.0	0.0	11.1	103.3	0.0	4.6	0.0	0.0
10	0.0	17.0	7.1	0.0	1.0	43.7	367.2	0.0	0.0	0.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	42.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	0.0	0.0	4.9	3.8	17.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0



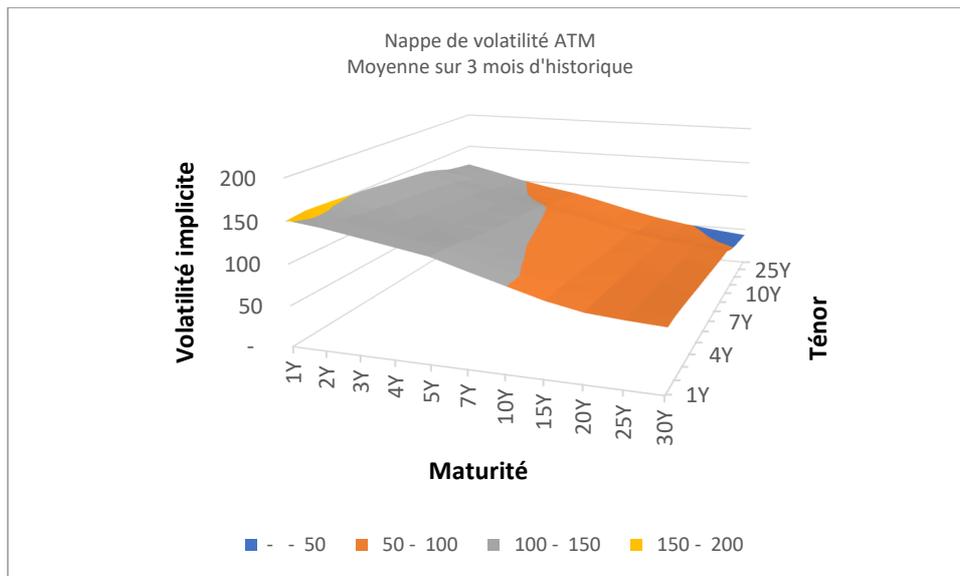
d. Données sur 3 mois d'historique

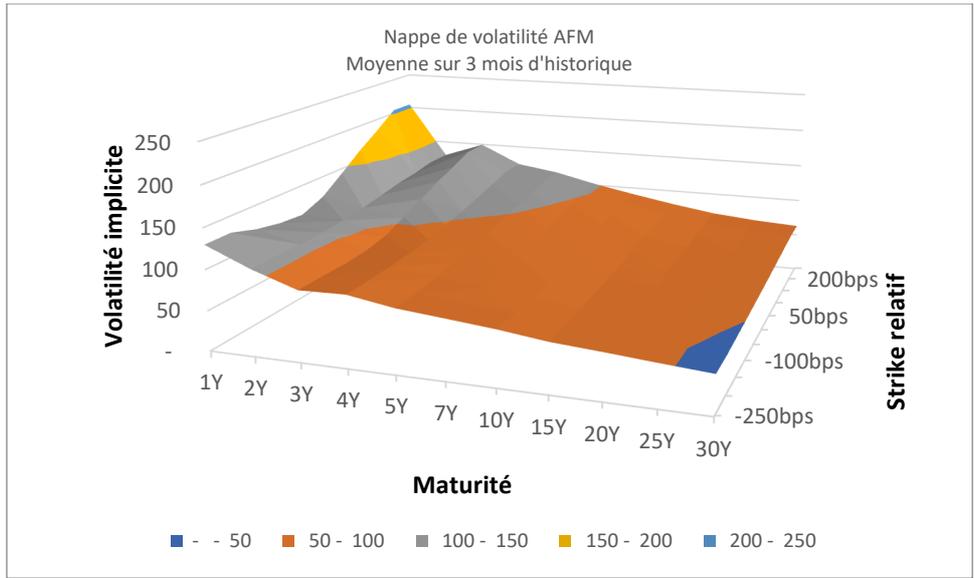
Somme des primes par maturité x tenor (Millions d'euros)

Mat x Tenor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
1	0.0	40.2	33.6	5.2	107.5	4.4	2.7	0.0	0.0	279.7	32.9	117.2	27.3	282.5
2	0.0	61.9	3.3	0.0	88.7	0.0	0.0	0.0	0.0	244.1	0.0	56.1	0.0	86.5
3	0.0	150.4	3.8	0.0	22.5	0.0	11.5	0.0	0.0	242.5	0.0	15.9	0.0	57.9
4	0.0	84.4	2.3	0.0	49.5	0.0	0.0	0.0	0.0	91.3	0.0	35.9	0.0	93.9
5	0.0	65.5	0.0	0.0	69.1	0.0	0.0	0.0	0.0	376.7	0.0	34.4	0.0	99.3
7	0.0	32.3	0.0	0.0	8.2	0.0	5.3	0.0	0.0	11.6	0.0	29.7	0.0	0.0
10	0.0	43.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	95.6	0.0	4.8	0.0	5.6
15	0.0	6.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	42.7	0.0	0.0	0.0	79.1
20	0.0	9.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	17.9	15.5	0.0	0.0	16.4
25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	13.2	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

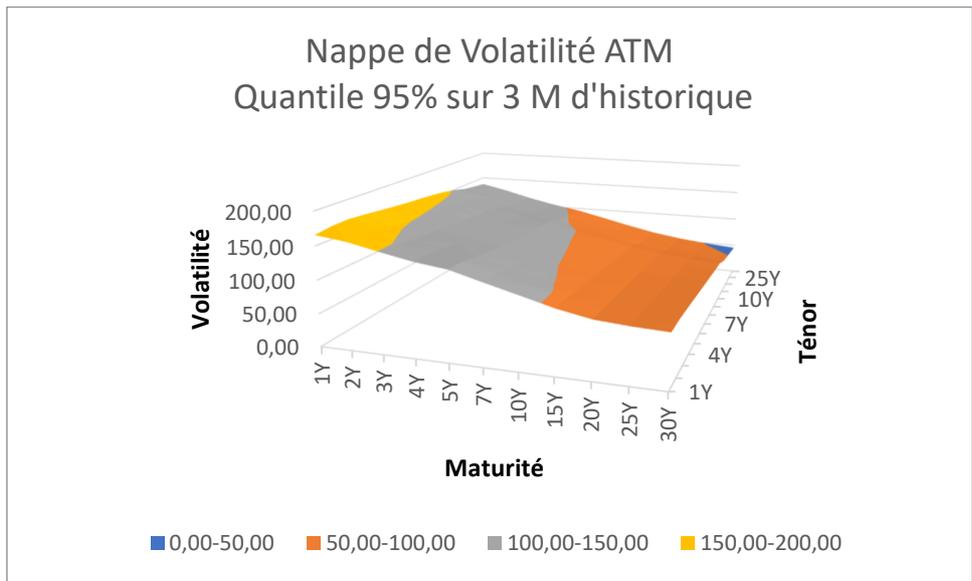
Somme des primes par strike relatif x maturité pour le tenor 10 ans (Millions d'euros)

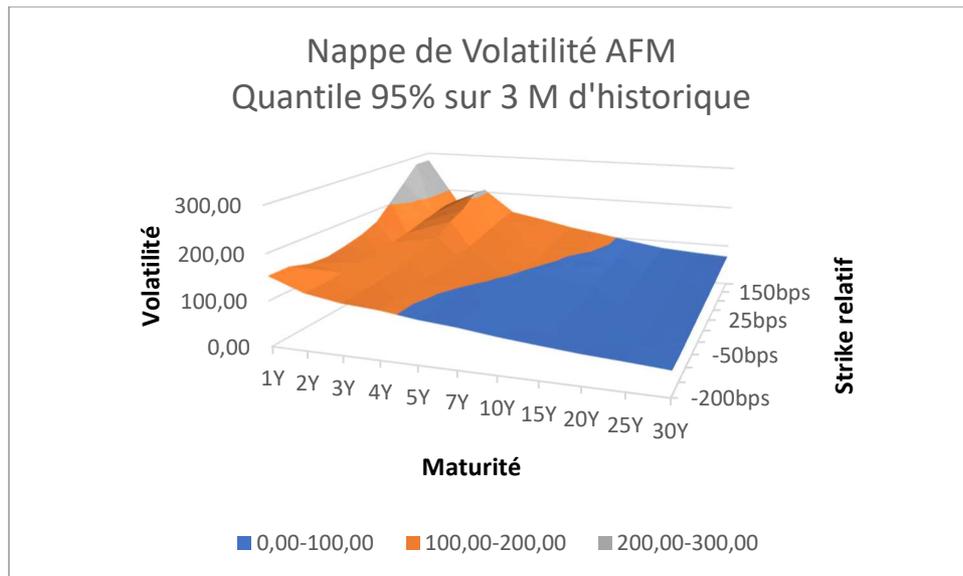
Maturité	-0.025	-0.02	-0.015	-0.01	-0.005	0	0.005	0.01	0.015	0.02	0.025
1	13.5	105.7	18.9	0.8	5.0	279.7	280.5	20.4	1.2	0.0	0.5
2	3.0	3.0	9.0	0.6	12.8	244.1	100.9	4.4	0.8	0.0	0.0
3	7.2	9.3	6.9	9.6	4.9	242.5	145.1	12.6	24.6	29.7	3.5
4	3.3	0.0	0.0	0.0	0.0	91.3	97.0	0.0	0.0	0.0	1.5
5	3.1	17.2	0.0	0.0	72.6	376.7	206.8	0.0	51.4	2.1	0.0
7	6.4	0.0	0.0	0.0	0.0	11.6	124.3	0.0	4.6	0.0	0.0
10	0.0	17.0	7.1	0.0	1.0	95.6	520.5	0.0	0.0	0.0	0.0
15	0.0	0.0	0.0	13.9	0.0	42.7	17.6	0.0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	0.0	0.0	4.9	3.8	17.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0





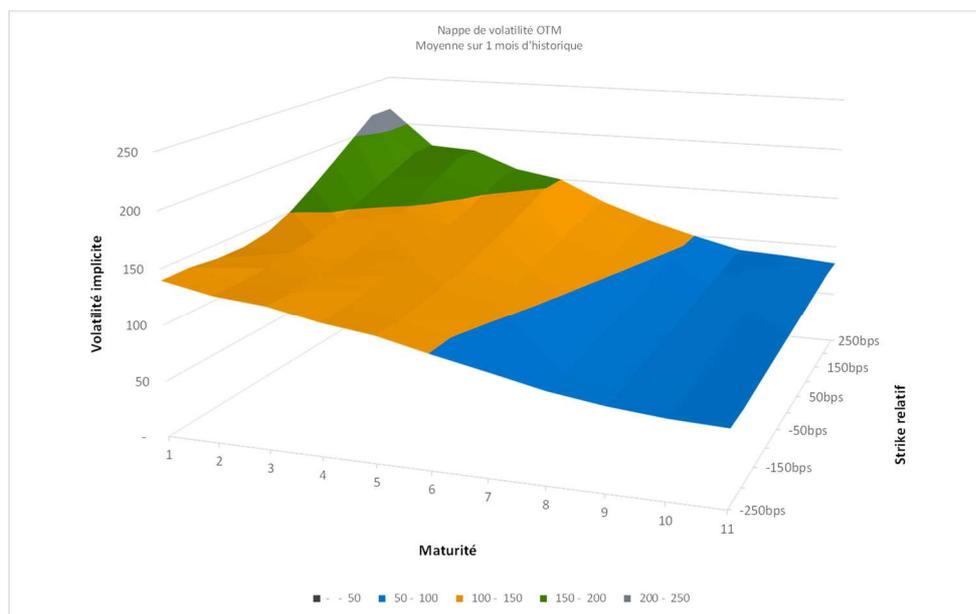
e. Nappes de volatilité avec un quantile à 95% (calculé à partir de 3 mois de data quotidienne)



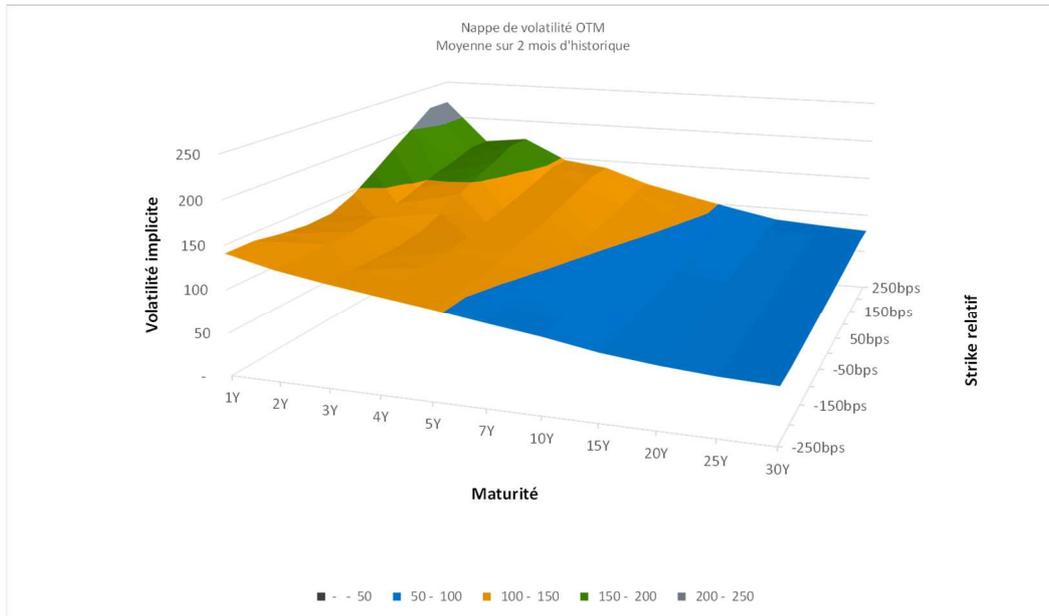


2. Nappes de Volatilités implicites des CAP pour les différents historiques

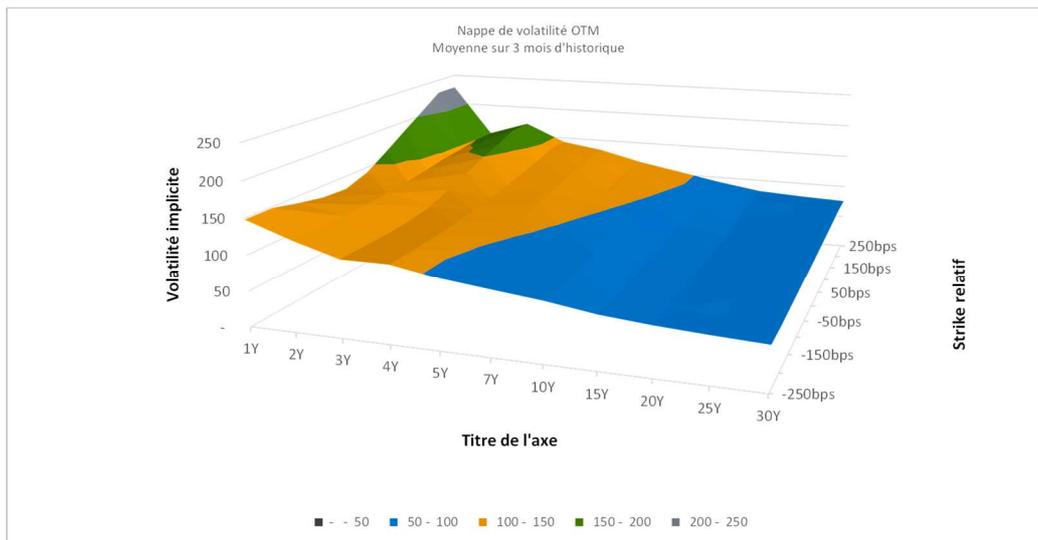
a. Nappes de Volatilités implicites des CAP (moyenne sur 1 mois d'historique)



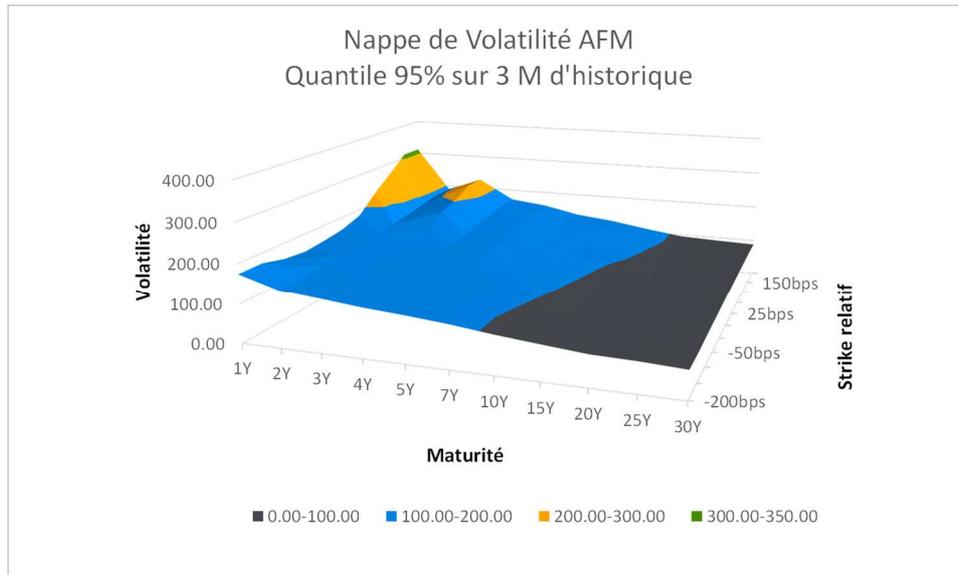
b. Nappes de Volatilités implicites des CAP (moyenne sur deux mois d'historique quotidien)



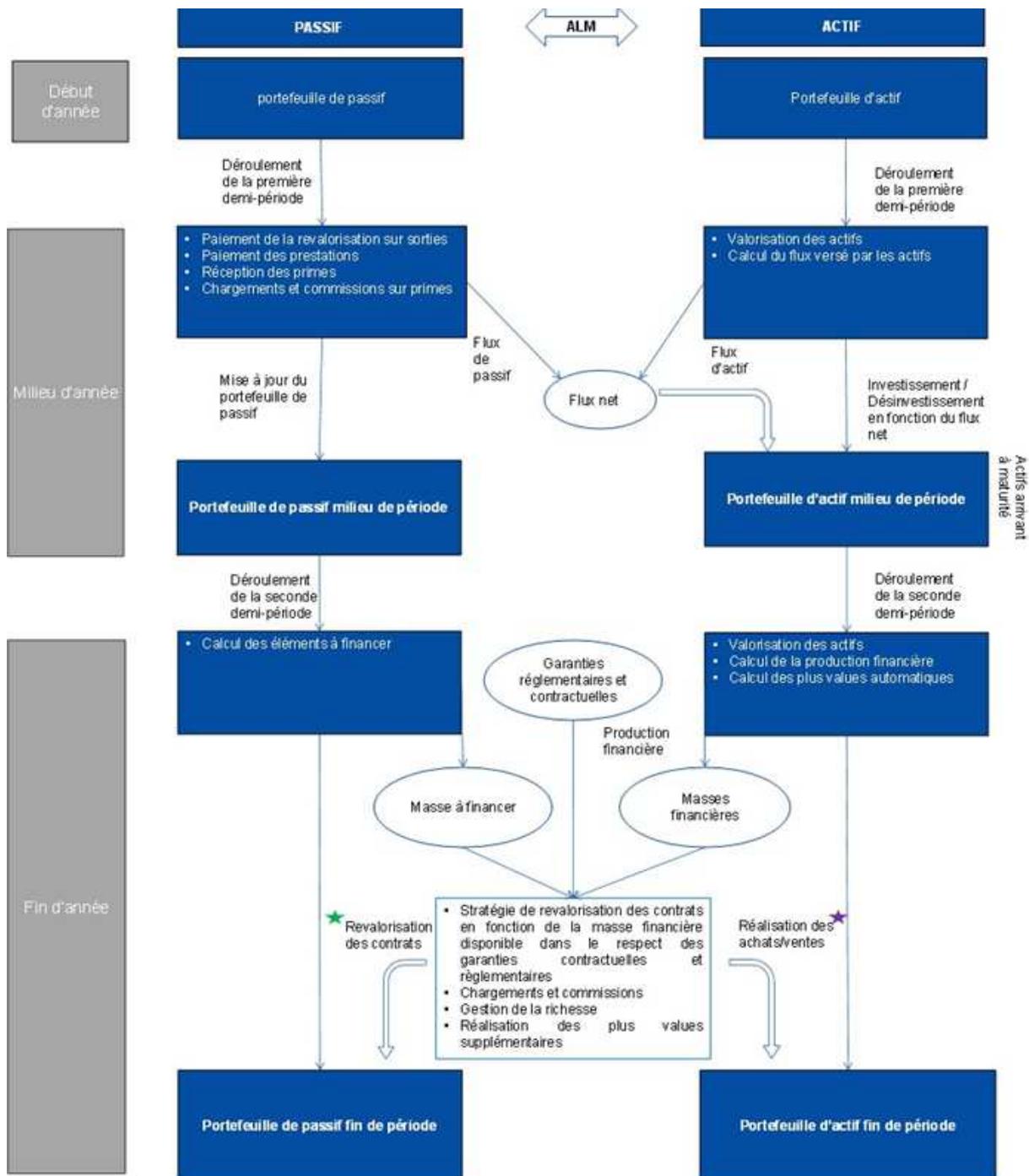
c. Nappes de Volatilités implicites des CAP (moyenne sur 3 mois d'historique quotidien)



d. Nappes de Volatilités implicites des CAP (Quantile 95% sur 3 mois d'historique quotidien)



3. Interactions entre l'actif et le passif du modèle Epargne



4. Qualité des calibrages du modèle LMM+

Les sorties ci-dessous sont générées par l'outil Moody's et celles-ci sont intéressantes car elles permettent de comparer la qualité des calibrages. La fonction objectif est décrite en page 26 dans le paragraphe « Méthodologie de calibrage des modèles de taux avec l'outil Moody's Analytics ». Ces sorties ne sont disponibles uniquement pour le modèle LMM+ qui a été calibrée sur des nappes de volatilité de swaptions. En effet, les développements réalisés sur NEMO n'ont pas permis d'alimenter tous les indicateurs des fichiers de sortie des rapports de calibrage des modèles E2FBK et H&W à 2 facteurs.

a. Calibrage du modèle LMM+ avec nappe de volatilité à date

<i>Final objective function</i>	320.0532
<i>Initial objective function</i>	942914.7938
<i>Iterations</i>	45.0000

b. Calibrage du modèle LMM+ avec nappe moyennée sur 1 mois d'historique

<i>Final objective function</i>	236.8757
<i>Initial objective function</i>	5028670.4880
<i>Iterations</i>	24.0000

c. Calibrage du modèle LMM+ avec nappe moyennée sur 2 mois d'historique

<i>Final objective function</i>	225.9400
<i>Initial objective function</i>	1075747.4419
<i>Iterations</i>	30.0000

d. Calibrage du modèle LMM+ avec nappe déterminée avec un quantile de 95% sur 3 mois d'historique

<i>Final objective function</i>	406.7783
<i>Initial objective function</i>	1770222.7721
<i>Iterations</i>	70.0000

e. Calibrage du modèle LMM+ avec nappe déterminée avec un quantile de 80% sur 3 mois d'historique

<i>Final objective function</i>	297.7433
<i>Initial objective function</i>	#####
<i>Iterations</i>	25.0000

5. Périmètre des travaux du mémoire

Travaux réalisés

