

**Mémoire présenté le :
pour l'obtention du diplôme
de Statisticien Mention Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuares**

Par : ABITBOL Marc-Dylan

Titre du mémoire : Recalibrage des chocs de la formule standard pour les risques de marché

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus.

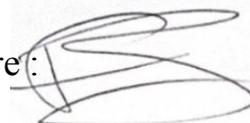
Membres présents du jury de la filière :

Signature :

Entreprise :

Nom : Actuelia

Signature :



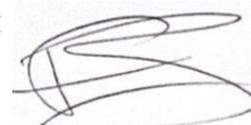
Directeur de mémoire en entreprise

Membres présents du jury de l'Institut des Actuares :

Signature :

Nom : BOUKOBZA Frank

Signature :



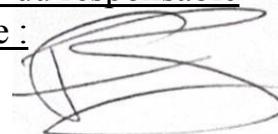
Invité :

Nom :

Signature :

Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable entreprise :



Signature du candidat :



Institut de Statistique de Sorbonne Université

Année 2022-2023

ABITBOL Marc-Dylan

Recalibrage des chocs de la formule standard pour les risques de marché



 **ACTUELIA**
Conseil - Audit - Formation en Actuariat

Tuteurs d'entreprise : Maxime GEORGET, Frank BOUKOBZA

Tuteur académique : Olivier LOPEZ

Résumé

La réglementation prudentielle Solvabilité II, mise en place le 1er janvier 2016, a pour objectif d'ajuster de manière plus précise les exigences en fonds propres des compagnies d'assurance en fonction des risques qu'elles encourent dans leur activité. Dans ce cadre, les compagnies doivent calculer un besoin en capital réglementaire appelé SCR (*Solvency Capital Requirement*). Ce capital doit leur permettre de faire face à un choc d'une probabilité de survenance de 1 fois tous les 200 ans, afin d'assurer leur solvabilité sur une période d'un an. Pour les compagnies adoptant l'approche de la formule standard, le calcul du SCR est modulaire, décomposant les risques en fonction de leur nature. Les chocs nécessaires sont calibrés et fournis par l'EIOPA (*Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles*). Ces besoins en capital sont ensuite agrégés par sous-module, puis par module, en utilisant des matrices de corrélation également fournies par l'EIOPA. Cependant, malgré la documentation de ces méthodes de calibrage, elles présentent certaines limites. La nouvelle réglementation, bien qu'elle soit entrée en vigueur en 2016, est issue de la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil datant du 25 novembre 2009. Cette réglementation n'a pas été révisée depuis lors. Par conséquent, la disponibilité limitée des données historiques pose un défi pour effectuer un calibrage robuste en vue d'un choc bicentenaire, car les données utilisées remontent avant 2009.

Étant donné que le SCR joue un rôle crucial dans le reporting réglementaire et dans la stratégie de gestion des compagnies d'assurance, et compte tenu de sa sensibilité aux paramètres de chocs et de corrélations, il est tout à fait approprié de vérifier la solidité du calibrage utilisé au fil du temps et en période de crise. Les anomalies économiques récentes, telles que la crise sanitaire provoquée par le COVID-19, les taux historiquement bas, voire négatifs, ainsi que la remontée rapide des taux d'intérêt combinée à une inflation exceptionnelle en Europe, créent un contexte favorable pour évaluer la pertinence de ce calibrage.

Le module de marché représente une part significative du SCR global des assureurs européens, constituant environ 80% du total pour les assureurs mixtes. Dans ce contexte, l'objectif de ce mémoire est de proposer un calibrage des différents facteurs de risque associés aux sous-modules du SCR marché, en utilisant notamment des calculs de Value-at-Risk (*VaR*), et d'évaluer les éventuels impacts de ces calibrages. Les résultats de cette étude menée sur un organisme de prévoyance suggèrent que les exigences en capital pourraient être moins élevées que celles prescrites par la Directive européenne, Solvabilité II.

Mots clés : Solvabilité II, SCR, Formule standard, EIOPA, Risque de marché, Calibrage, Value-at-Risk, Facteurs de risque, Revue 2020 Solvabilité II.

Abstract

The Solvency II prudential regulation, implemented on January 1, 2016, aims to more accurately adjust the capital requirements of insurance companies based on the risks they face in their operations. Under this framework, companies must calculate a regulatory capital requirement called SCR (Solvency Capital Requirement). This capital should enable them to cope with a shock that occurs with a probability of once every 200 years, to ensure their solvency over a one-year period. For companies adopting the standard formula approach, the SCR calculation is modular, breaking down risks according to their nature. The necessary shocks are calibrated and provided by EIOPA (European Insurance and Occupational Pensions Authority). These capital needs are then aggregated by sub-module, then by module, using correlation matrices also provided by EIOPA. However, despite the documentation of these calibration methods, they have certain limitations. The new regulation, although it came into effect in 2016, originates from the Directive 2009/138/EC of the European Parliament and the Council dated November 25, 2009. This regulation has not been revised since. As a result, the limited availability of historical data poses a challenge in performing robust calibration for a bicentennial shock, as the data used predates 2009.

Given that the SCR plays a crucial role in regulatory reporting and in the management strategy of insurance companies, and considering its sensitivity to shock parameters and correlations, it is entirely appropriate to verify the robustness of the calibration used over time and in crisis periods. Recent economic anomalies, such as the health crisis caused by COVID-19, historically low or even negative rates, combined with a rapid rise in interest rates and exceptional inflation in Europe, create a conducive environment for assessing the relevance of this calibration.

The market module represents a significant portion of the overall SCR for European insurers, accounting for about 80% of the total for mixed insurers. In this context, the objective of this thesis is to propose a calibration of the different risk factors associated with the SCR market sub-modules, using, in particular, Value-at-Risk (VaR) calculations, and to assess the potential impacts of these calibrations. The results of this study conducted on a provident institution suggest that the capital requirements might be lower than those prescribed by the European Directive, Solvency II.

Keywords : Solvency II, SCR, Standard formula, EIOPA, Market risk, Calibration, Value-at-Risk, Risk factors, 2020 Solvency II Review.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma sincère gratitude envers MM. David Fitouchi, Frank Boukobza et Louis-Anselme de Lamaze pour m'avoir accordé l'opportunité de réaliser mon apprentissage au sein de leur prestigieux cabinet. Leur soutien et leur confiance tout au long de cette expérience ont été inestimables.

Je souhaite adresser des remerciements particuliers à Maxime Goerget et Frank Boukobza pour leur encadrement attentif, leurs conseils éclairés et leur disponibilité constante durant la rédaction de ce mémoire.

Mes remerciements vont également à Gilles M'bianga, Lucas Thouvenot et Esteban Thieblemont pour leur précieuse assistance, leurs conseils judicieux et les pistes de réflexion qu'ils ont partagées. Je tiens à exprimer ma gratitude envers l'ensemble des collaborateurs du cabinet Actuelia, qui ont contribué à mon apprentissage et à mon développement tout au long de mon séjour parmi eux.

Enfin, je souhaite remercier chaleureusement l'ensemble du corps enseignant de l'ISUP pour la qualité exceptionnelle de l'enseignement dispensé. Un merci spécial à Olivier Lopez, mon tuteur universitaire, pour son encadrement dévoué, ses précieuses relectures et ses conseils avisés.

Glossaire

EEE : Espace Économique Européen

EIOPA : European Insurance and Occupational Authority

EMS : Exigence de Marge de Solvabilité

FMI : Fonds Monétaire International

INSEE : Institut National de la Statistique et des Études Économiques

IPD : Investment Property Databank

MCR : Minimum Capital Requirement

MSCI : Morgan Stanley Capital International

ACPR : Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution

AMSB : Administrative Management and Supervisory Body

OCDE : Organisation de Coopération et de Développement Économiques

OPC : Organismes de Placements Collectifs

OPCVM : Organismes de Placement Collectif en Valeurs Mobilières

ORSA : Own Risk and Solvency Assesment

QIS : Quantitative Impact Study

RSR : Regular Supervisory Report

SCR : Solvency Capital Requirement

VaR : Value-at-Risk

NAV : Valeur Nette d'Actif

ABS : Asset-Backed Securities

CDO : Collateralized Debt Obligations

CDS : Credit Default Swaps

IPD : Investment Property Databank

EPBD : Energy performance of buildings directive

ZEB : Zero Emission Building

DPE : Diagnostic de Performance Énergétique

ML : Merrill Lynch

LLP : Last Liquid Point

Table des matières

| | |
|--|-----------|
| Résumé | 2 |
| Abstract | 3 |
| Remerciements | 4 |
| Glossaire | 5 |
| Introduction | 9 |
| 1 Solvabilité II | 10 |
| 1.1 Les fondamentaux de la Directive Solvabilité II..... | 11 |
| 1.1.1 Pilier I : Exigences quantitatives | 12 |
| 1.1.2 Pilier II : Exigences qualitatives..... | 13 |
| 1.1.3 Pilier III : Discipline de marché..... | 14 |
| 1.1.4 Formule standard du SCR..... | 15 |
| 1.2 Les risques de marché | 17 |
| 1.2.1 Le risque action | 20 |
| 1.2.2 Le risque immobilier | 22 |
| 1.2.3 Le risque de spread..... | 23 |
| 1.2.4 Le risque de taux..... | 24 |
| 1.2.5 Le risque de change | 26 |
| 1.2.6 Le risque de concentration | 27 |
| 1.3 La révision de Solvabilité II 2020 | 29 |
| 1.3.1 La mise en place de la revue 2020..... | 29 |
| 1.3.2 Les mesures de la revue 2020 | 30 |
| 2 Recalibrage des chocs des risques de marché | 32 |
| 2.1 La Value-at-Risk à 99,5% | 33 |
| 2.1.1 Définition..... | 33 |
| 2.1.2 Différentes méthodes de calcul..... | 35 |
| 2.1.3 La méthode historique..... | 35 |
| 2.1.4 La méthode paramétrique | 36 |
| 2.1.4.1 Le développement de Cornish Fisher : | 37 |
| 2.1.5 La méthode de Monte Carlo | 39 |
| 2.2 Recalibrage du risque action | 40 |
| 2.2.1 Calibrage utilisé par l'EIOPA..... | 40 |
| 2.2.2 Estimation du niveau de choc..... | 44 |
| 2.2.2.1 VaR empirique sur l'indice MSCI World..... | 45 |
| 2.2.3 Calcul des VaR paramétriques | 48 |
| 2.2.3.1 L'indice MSCI Europe | 48 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 2.2.3.2 | Calcul des VaR..... | 48 |
| 2.3 | Recalibrage du risque immobilier..... | 53 |
| 2.3.1 | Calibrage utilisé par l'EIOPA..... | 53 |
| 2.3.2 | Estimation du niveau de choc..... | 54 |
| 2.3.2.1 | Réplication de la méthode de calibration EIOPA sur l'indice IPD..... | 55 |
| 2.3.2.2 | Utilisation d'une VaR Paramétrique..... | 57 |
| 2.3.3 | Autres indices étudiés..... | 60 |
| 2.3.3.1 | Un futur incertain..... | 62 |
| 2.3.3.2 | Méthode derniers rendement et VaR empirique..... | 63 |
| 2.4 | Recalibrage du risque de spread..... | 65 |
| 2.4.1 | Calibrage utilisé par l'EIOPA..... | 65 |
| 2.4.2 | Les Indices Merrill Lynch..... | 68 |
| 2.4.2.1 | Indice Euro Corporate..... | 68 |
| 2.4.2.2 | Indice Euro Souverain..... | 70 |
| 2.4.3 | Calcul des Value-at-Risk sur les indices corporates..... | 71 |
| 2.4.3.1 | La VaR empirique sur les données historique..... | 71 |
| 2.4.3.2 | La VaR paramétrique selon le développement de Cornish-Fisher..... | 74 |
| 2.4.4 | Lissage des données..... | 77 |
| 2.4.4.1 | Analyse sur les émetteurs notés A..... | 77 |
| 2.4.4.2 | Retraitement sur les émetteurs A..... | 79 |
| 2.4.5 | Recalibrage de la matrice des facteurs de chocs à partir des VaR..... | 81 |
| 2.4.5.1 | Passage des VaR aux facteurs de choc..... | 81 |
| 2.4.5.2 | Calibrage final des facteurs de choc..... | 83 |
| 2.5 | Les risques non recalibrés..... | 86 |
| 2.5.1 | Le risque de taux..... | 86 |
| 2.5.1.1 | Calibrage des facteurs de chocs du Règlement Délégué..... | 86 |
| 2.5.1.2 | La révision des chocs de taux..... | 88 |
| 2.5.1.3 | Les mesures retenues par l'EIOPA..... | 88 |
| 2.5.2 | Le risque de change..... | 93 |
| 2.5.2.1 | Calibrage employé par l'EIOPA..... | 93 |
| 2.5.2.2 | Évolution du choc de change..... | 94 |
| 2.5.3 | Le risque de concentration..... | 96 |
| 2.5.3.1 | Calibrage employée par l'EIOPA..... | 96 |
| 2.5.3.2 | Un impact faible sur le SCR..... | 97 |
| 3 | Mise en pratique sur un organisme de prévoyance..... | 98 |
| 3.1 | Présentation de l'organisme étudié..... | 99 |
| 3.2 | Impacts quantitatifs des chocs..... | 101 |

| | | |
|---------------------------------|---|------------|
| 3.2.1 | Action | 101 |
| 3.2.2 | Immobilier | 102 |
| 3.2.3 | Spread | 102 |
| 3.2.4 | Taux | 103 |
| 3.3 | Agrégation des sous-modules marché | 106 |
| Conclusion générale..... | | 109 |
| Annexes..... | | 113 |
| | Annexe 1 : Notions mathématiques | 113 |
| | Annexe 2 : Risque immobilier | 115 |
| | Annexe 3 : Risque de spread..... | 117 |
| | Annexe 4 : VaR paramétrique de l'indice MSCI World..... | 119 |
| | Annexe 5 : Chocs de taux révision Solvabilité II 2020 | 120 |
| Table des figures | | 122 |

Introduction

La réglementation Solvabilité II, mise en place par l'Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles (*EIOPA*), représente un jalon crucial dans la supervision et la réglementation des compagnies d'assurance et de réassurance au sein de l'Union Européenne. L'un des piliers centraux de cette réglementation est la Formule Standard, qui permet aux assureurs de calculer les exigences de capital réglementaire nécessaires pour couvrir les risques auxquels ils sont exposés. La formule standard comporte divers modules et sous-modules, dont un module crucial est celui du risque de marché. Ce module est subdivisé en plusieurs sous-modules, dont les risques d'actions, immobiliers, de taux d'intérêt, de spread, de concentration et de change.

L'*EIOPA*, à travers ses Études d'Impact Quantitatif (*QIS*), avait établi des chocs réglementaires pour chaque sous-module, en s'appuyant sur les données historiques et les conditions de marché de l'époque. Le dernier en date, le *QIS 5*, réalisé en 2010 et publié en 2011, avait posé des jalons importants dans la calibration des chocs réglementaires.

Cependant, le paysage financier et économique a considérablement évolué depuis lors, avec des changements substantiels dans les conditions de marché, les structures d'actifs et de passifs des assureurs, ainsi que dans les cadres réglementaires. Par conséquent, les chocs réglementaires dérivés du *QIS 5* peuvent apparaître obsolètes et peut-être ne plus refléter adéquatement le niveau de risque actuel auquel sont confrontées les compagnies d'assurance et de réassurance.

Dans ce contexte, ce mémoire vise à explorer la nécessité et la méthodologie pour un recalibrage des chocs pour les risques de marché de la formule standard. L'objectif est de reprendre les études initiales faites par l'*EIOPA*, d'adapter et d'actualiser les chocs réglementaires en fonction de l'environnement économique et financier actuel. À travers une démarche analytique rigoureuse, ce travail académique aspire à proposer un cadre de recalibrage qui pourrait potentiellement contribuer à une meilleure appréciation et gestion des risques de marché par les compagnies d'assurance et de réassurance, en alignement avec les exigences réglementaires actuelles et les réalités du marché.

Ce mémoire s'articulera autour d'une revue exhaustive des études *QIS* précédentes, une analyse des changements dans l'environnement de marché depuis la dernière étude *QIS*, et une proposition de méthodologie pour le recalibrage des chocs réglementaires. En outre, il explorera les implications potentielles de ce recalibrage sur les exigences de capital des assureurs et sur la stabilité du secteur des assurances dans son ensemble. Dans le cadre de la revue 2020 de solvabilité II, des nouveaux chocs de taux proposés par l'*EIOPA*, une présentation détaillée de ces nouveaux chocs pour le risque de taux sera faite, ainsi qu'une analyse comparative entre les anciens et nouveaux chocs, et enfin, une évaluation de l'impact des nouveaux chocs sur les exigences de capital des assureurs.

Chapitre 1

Solvabilité II

1.1 Les fondamentaux de la Directive Solvabilité II

Même si elle est en vigueur depuis le 1er janvier 2016, la Directive Solvabilité II a été initialement adoptée par le Parlement européen en 2009 et a ensuite été transposée en droit national le 2 avril 2015. Cette réforme s'applique à tous les organismes d'assurance des États membres de l'Union européenne qui génèrent plus de cinq millions d'euros de chiffre d'affaires. Son objectif principal est d'établir un nouveau cadre prudentiel à l'échelle européenne, exigeant que les organismes d'assurance disposent de fonds propres suffisants pour faire face aux risques auxquels ils sont exposés et aux aléas qu'ils peuvent rencontrer, afin de garantir la sécurité de leurs engagements envers leurs assurés. La Directive vise ainsi à accomplir les objectifs suivants :

- Faciliter la communication avec le public et les autorités de contrôle.
- Évaluer la solvabilité globale en prenant en considération tous les types de risques spécifiques à chaque entreprise : à court et long termes, assurance vie et non-vie, taille, réassurance, gestion actif-passif (ALM), risque de crédit, etc. ;
- Encourager les assureurs à évaluer et maîtriser leurs risques : gestion des risques, contrôle interne, gouvernance ;
- Uniformiser la mesure des fonds propres et du capital requis selon une approche économique commune à travers les pays européens ;
- Assurer une surveillance efficace des groupes d'assurance, notamment en harmonisant les méthodes de surveillance entre les différentes législations ;

Le « Système de Gouvernance » introduit par Solvabilité 2 vise à assurer une gestion saine, prudente et efficace des activités. Il définit de manière transparente les responsabilités et les tâches de chacun ainsi que les règles de prise de décision. Solvabilité II a également introduit l'ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*), un processus d'analyse interne qui permet d'évaluer à moyen terme les risques propres à l'organisme ainsi que le niveau de capital requis.

Effectivement, la Directive Solvabilité II vise à englober à la fois les aspects quantitatifs et qualitatifs de la solvabilité, en prenant en compte tous les éléments qui influent sur l'exposition aux risques d'une entité d'assurance.

Afin de rendre cette approche plus compréhensible, la directive est structurée autour de trois piliers interdépendants, comme illustré dans la figure ci-dessous :

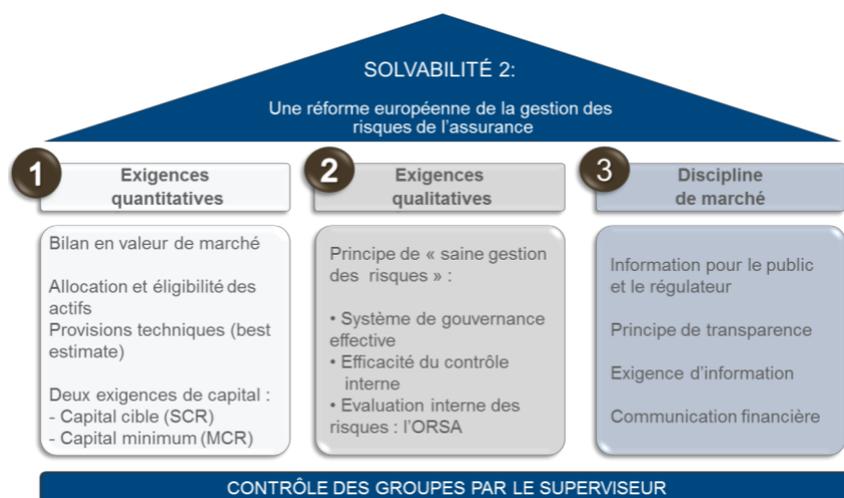


Figure 1.1 - Les trois piliers de la Directive Solvabilité II

1.1.1 Pilier I : Exigences quantitatives

Le pilier I de Solvabilité II apporte une approche innovante en se basant sur une évaluation plus complète des risques et en introduisant une nouvelle mesure de la richesse des entités d'assurance.

Depuis l'entrée en vigueur de Solvabilité II, les compagnies d'assurance sont tenues d'adopter une perspective économique de leur richesse grâce à l'utilisation du Bilan Prudentiel. Cette approche vise à mettre en place un cadre prudentiel mieux adapté au profil de risque spécifique de ces entités. Dans ce contexte, un nouveau type de bilan, appelé bilan prudentiel ou bilan économique, est utilisé pour évaluer la richesse selon une perspective économique.

Dans ce bilan, l'actif est évalué en utilisant les valeurs de marché, en tenant compte des gains et des pertes latents. En ce qui concerne le passif, il est également évalué à sa juste valeur, sans incorporer de marges de prudence. Le calcul des provisions est revu : elles sont maintenant évaluées en utilisant la méthode de la meilleure estimation (*Best Estimate*), en éliminant les marges de prudence et en actualisant les flux futurs au taux sans risque. Les marges de prudence identifiées, telles que les gains et pertes latents, sont ajustées pour les impôts différés avant d'être intégrées aux fonds propres. De plus, une marge de risque, également appelée "*Risk Margin*", est incorporée aux provisions Solvabilité II. Cette marge représente le coût en capital des engagements de l'entité s'ils étaient transférés à une nouvelle compagnie d'assurance.

En plus des aspects liés aux provisions et à la richesse, la perspective économique est également appliquée à l'évaluation des risques. Cette approche économique du risque est définie à travers deux exigences réglementaires :

1. Le SCR (Solvency Capital Requirement ou Capital de Solvabilité Requis)

Le SCR représente le montant de capital nécessaire pour absorber des pertes inattendues et significatives qui résulterait d'un choc ayant une probabilité de se produire une fois tous les deux cents ans (choc bicentenaire), et ce sur une période d'un an.

2. **Le MCR (Minimum Capital Requirement ou Minimum de Capital Requis)**

Le MCR correspond à un niveau minimum de fonds propres que l'entité doit maintenir. Si cette exigence n'est pas respectée, les autorisations nécessaires pour poursuivre l'activité d'assurance pourraient être révoquées par l'ACPR (*Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution*).

Pour déterminer le montant du SCR, l'organisme d'assurance doit calculer les exigences en capital pour les différents types de risques auxquels il est exposé. Cela inclut la prise en compte de l'incertitude liée à la sinistralité des contrats d'assurance maladie, le risque de dévaluation de ses actifs financiers, le risque de défaut d'une contrepartie, et bien d'autres.

Ce nouveau système ne se limite plus aux risques traditionnels de l'assurance, mais englobe également des risques jusqu'alors "oubliés", tels que les risques de marché, les risques de défaut des contreparties et des réassureurs, ainsi que les risques opérationnels. Ces exigences réglementaires en matière de capital peuvent être calculées de deux manières différentes : à partir de la Formule Standard ou à partir d'un Modèle Interne (partiel ou complet).

La Formule Standard, étant une méthode réglementaire et calibrée au niveau européen, est commune à toutes les compagnies d'assurance, mais elle ne capture pas nécessairement les risques spécifiques à chaque entité. L'utilisation d'un Modèle Interne permet aux compagnies d'assurance d'ajuster leurs calculs en fonction de leurs risques propres. Cependant, le choix d'utiliser un Modèle Interne doit être documenté et justifié de manière détaillée chaque année auprès de l'ACPR.

En résumé, le premier pilier de la Directive Solvabilité II vise à garantir que l'entité demeure financièrement viable sur une période d'un an avec une probabilité de 99,5%. Si les fonds propres économiques d'une entité sont égaux à son SCR, cela signifie que l'entreprise peut faire face à ses obligations dans 99,5% des scénarios possibles sur une année. Pour atteindre cet objectif, il est essentiel de comparer les fonds propres économiques de l'entité à la fois à son SCR et à son MCR.

1.1.2 Pilier II : Exigences qualitatives

Le pilier 2 de Solvabilité II a pour but fondamental de garantir que les organismes d'assurance comprennent et maîtrisent pleinement leur profil de risque. Cette approche vise à promouvoir une gestion prudente, saine et efficace de leurs activités.

Pour atteindre cet objectif, la Directive introduit un concept central : un système de gouvernance renforcé et performant. Il est spécifié que « ce nouveau cadre européen a permis de préciser et de renforcer les règles qualitatives relatives à la gouvernance des organismes d'assurance et de réassurance » (ACPR, 2016). En d'autres termes, cette disposition vise à établir des normes rigoureuses pour la manière dont ces organismes gèrent les risques, prennent des décisions et mettent en œuvre des pratiques de gestion efficaces. Cela contribue à assurer que les activités des organismes d'assurance sont menées de manière responsable et en ligne avec les objectifs de solvabilité et de stabilité financière.

L'intensification de la gouvernance repose en premier lieu sur une structure organisationnelle transparente et appropriée, ainsi qu'une répartition claire et une séparation pertinente des responsabilités. Chaque acteur est clairement défini et distinctement identifié :

- L'AMSB (*Administrative Management and Supervisory Body*) représente l'organe de prise de décision ultime concernant les aspects de Solvabilité II au sein de l'entité.

- Les Dirigeants Effectifs désignent les individus en charge de la gestion quotidienne de l'organisme. Ils sont constitués d'au moins deux personnes (le Directeur Général et le Président du Conseil d'Administration) afin de respecter le principe de contrôle croisé.
- Quatre fonctions clés sont pourvues d'un responsable unique, individu physique identifié de manière explicite pour chaque fonction. Ces fonctions clés incluent l'actuariat, l'audit interne, la gestion des risques et la vérification de la conformité. Chaque responsable est chargé de garantir l'efficacité et la pertinence de sa fonction respective dans le cadre de la gouvernance.

En tant qu'instance suprême de prise de décision liée à Solvabilité II, l'AMSB doit, dans le contexte de l'amélioration de la gouvernance, superviser la mise en œuvre de procédures élaborées au sein de l'entité pour garantir une gestion prudente, saine et efficace de ses activités. Ces procédures sont dénommées politiques écrites. Une politique écrite consiste en un document détaillant une procédure liée aux opérations de l'entité. Elle peut être considérée comme une séquence d'étapes permettant aux intervenants au sein de l'entité de prendre des décisions judicieuses en fonction de leur situation. Ces politiques écrites visent à préciser les rôles et les responsabilités des acteurs au sein de l'entité. Elles doivent être révisées annuellement en fonction de la stratégie globale de l'entité et être soumises à l'AMSB.

Outre sa concentration sur le renforcement du système de gouvernance, le deuxième pilier de la Directive Solvabilité II exige également, dans le cadre de son système de gestion des risques, qu'une évaluation interne prospective des risques et de la solvabilité (EIRS) ou ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*) soit réalisée au moins annuellement par l'organisme d'assurance. Introduit par l'article 45 de la Directive 2009/138/CE, le rapport ORSA synthétise les conclusions du processus interne d'évaluation des risques et de la solvabilité. Conçu pour orienter la stratégie de l'organisme, ce processus permet aux entités d'identifier, de quantifier et de gérer les facteurs susceptibles d'influencer leur solvabilité ou leur situation financière. L'objectif pour l'organisme est de démontrer sa capacité à anticiper et à maîtriser ses risques, en adoptant une perspective prospective sur une période de 3 à 5 ans, en alignement avec son seuil de tolérance au risque et en cohérence avec sa stratégie commerciale.

1.1.3 Pilier III : Discipline de marché

Le troisième pilier de la Directive Solvabilité II vise à renforcer la transparence envers le public et à fournir au superviseur les informations nécessaires pour exercer un contrôle adéquat.

Les informations destinées au public sont présentées à travers un rapport sur la solvabilité et la situation financière, le SFCR (*Solvency and Financial Conditions Report*), qui doit être remis à l'ACPR au moins tous les trois ans. Ce rapport englobe les données stratégiques telles que le plan d'audit, les projections ORSA, etc., offrant ainsi au superviseur l'opportunité d'évaluer la solvabilité de l'organisme, la qualité de sa gouvernance et sa gestion des risques.

Les informations fournies au superviseur prennent la forme d'un rapport narratif, le RSR (*Regular Supervisory Report*), qui se différencie principalement du SFCR par son niveau de détail. En effet, le RSR approfondit davantage les explications et précisions relatives à l'organisme par rapport au SFCR. Par ailleurs, les informations quantitatives destinées au superviseur, appelées QRT (*Quantitative Reporting Templates*), doivent être soumises trimestriellement à l'Autorité de

contrôle. Ces QRT contiennent des données chiffrées relatives aux résultats obtenus dans le cadre du pilier 1 de Solvabilité II.

1.1.4 Formule standard du SCR

Dans le pilier 1 de Solvabilité II, la formule standard est présentée pour les assureurs souhaitant calculer leur besoin en capital réglementaire (SCR). Cette formule standard intègre six types de risques, chacun subdivisé en plusieurs sous-modules, ainsi que le risque opérationnel. Les risques pris en considération sont les suivants :

- Risque de marché
- Risque de santé
- Risque de défaut
- Risque de souscription en vie
- Risque de souscription en non-vie
- Risque d'intangibilité des actifs corporels
- Risque opérationnel

Le calcul du SCR à partir de la formule standard s'exprime de la manière suivante :

$$SCR = BSCR - Adj + SCR_{op}$$

où :

- *BSCR* : Capital de solvabilité de base (Basic Solvency Capital Requirement)
- *SCR_{op}* : Capital requis pour couvrir le risque opérationnel
- *Adj* : Ajustement, qui tient compte des effets d'absorption par la participation aux bénéfices et des impôts.

Et peut-être modélisé en fonction de ses sous-modules par le schéma suivant :

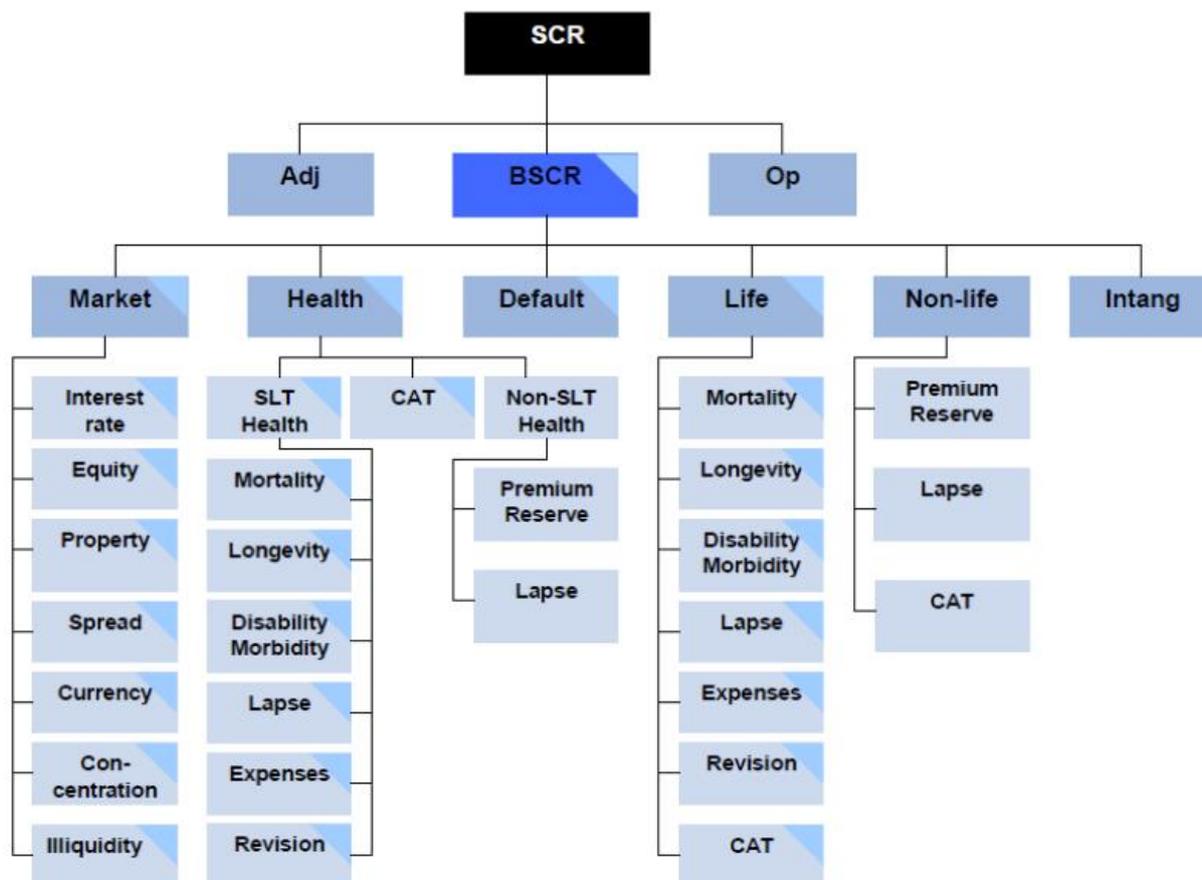


Figure 1.2 – Cartographie du SCR de la formule standard
(Source : EIOPA)

Chaque sous-module de risque nécessite un certain montant de capital pour faire face au risque spécifique associé. Ce capital est calculé de différentes manières. Par exemple, pour le risque de primes et de réserves, une formule fermée est utilisée, tandis que pour le sous-module de mortalité du risque de santé, un choc est appliqué aux tables de mortalité pour déterminer le capital requis.

La demande en capital pour chaque type de risque est ensuite évaluée en agréant les montants de capital requis pour chaque sous-module. Cette agrégation est effectuée en utilisant une matrice de corrélation fournie par l'EIOPA. Cette matrice de corrélation prend en compte la diversification du portefeuille et la possibilité que certains risques puissent s'atténuer mutuellement.

Le *Basic Solvency Capital Requirement (BSCR)*, qui représente le capital de solvabilité de base, est calculé en agréant les montants de capital requis pour chaque module de risque. Cela se fait en utilisant une autre matrice de corrélation et en ajoutant le SCR lié au risque associé aux immobilisations incorporelles. Cette approche globale permet de déterminer le capital nécessaire pour faire face à une variété de risques potentiels et de garantir la solvabilité de l'organisme d'assurance.

Après avoir agrégé les montants de capital requis pour chaque module de risque, le SCR est calculé en ajoutant le capital requis pour le module de risque opérationnel (SCR_{Op}) et en appliquant un facteur d'ajustement (Adj). Ce facteur d'ajustement tient compte de l'absorption des pertes par la participation aux bénéfices et par l'impôt différé.

Dans le cadre de notre étude, qui se concentre sur les risques de marché, nous mettrons l'accent sur la formule standard de ce sous-module de risque.

1.2 Les risques de marché

Comme indiqué dans l'article 105 (5) de la Directive 2009/138/EC, la définition retenue par l'EIOPA est la suivante : « *Le module « risque de marché » reflète le risque lié au niveau ou à la volatilité de la valeur de marché des instruments financiers ayant un impact sur la valeur des actifs et des passifs de l'entreprise concernée. Il reflète de manière adéquate toute inadéquation structurelle entre les actifs et les passifs, en particulier au regard de leur durée* ».

On s'intéresse alors dans cette partie à ce risque traité dans la formule standard et illustré sur la figure ci-dessous :



Figure 1.3 - Les risques de marché dans la cartographie des risques

Afin de déterminer le besoin en capital nécessaire associé au risque de marché, l'EIOPA a tout d'abord identifié les principaux facteurs de risque de marché. À chacun de ces facteurs est associé un module ci-dessus.

Cependant ces facteurs n'évoluant pas de manière similaire, on ne peut considérer les effets du risque de marché comme la somme des risques sous-jacents. Pour prendre en compte les liaisons (ou diversification) observées entre les différents facteurs de risque, le calcul du SCR a recours à une matrice de corrélation.

| CrrMkt | Interest | Equity | Property | Spread | Currency | Concentration |
|---------------|----------|--------|----------|--------|----------|---------------|
| Interest | 100% | 0%* | 0%* | 0%* | 25% | 0% |
| Equity | 0%* | 100% | 75% | 75% | 25% | 0% |
| Property | 0%* | 75% | 100% | 50% | 25% | 0% |
| Spread | 0%* | 75% | 50% | 100% | 25% | 0% |
| Currency | 25% | 25% | 25% | 25% | 100% | 0% |
| Concentration | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 100% |

(*) Dans le cas où le risque de taux est à la hausse 0 sinon 0.5

Tableau 1.1 - Matrice de corrélation du SCR Marché

Le SCR marché se calcule suivant la formule :

$$SCR_{Mkt} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * SCR_i * SCR_j}$$

Où SCR_i et SCR_j sont les sous-modules de marché et $Corr_{i,j}$ est le coefficient de corrélation (issu du tableau ci-dessus) entre les facteurs de risque.

Où SCR_i représente le sous-module i et SCR_j le sous-module j , et où « i, j » indique que la somme des différents termes doit couvrir toutes les combinaisons possibles de i et j . Dans le calcul, SCR_i et SCR_j sont remplacés par :

- SCR taux d'intérêt, qui représente le sous-module « risque de taux d'intérêt » ;
- SCR actions, qui représente le sous-module « risque sur actions » ;
- SCR immobilier, qui représente le sous-module « risque sur actifs immobiliers » ;
- SCR spread, qui représente le sous-module « risque lié au spread » ;
- SCR concentration, qui représente le sous-module « concentration du risque de marché »
- SCR change, qui représente le sous-module « risque de change ».

Pour assurer leurs engagements envers les assurés, les assureurs investissent dans divers instruments financiers tels que les actions, les obligations et l'immobilier. Les performances de ces investissements dépendent largement des conditions des marchés financiers. Par conséquent, le portefeuille d'actifs des assureurs est soumis au risque de marché.

Étant donné l'impact direct sur la solvabilité des assureurs et par extension sur la protection des assurés, la formule standard de Solvabilité II a redéfini avec précision le périmètre des risques et la manière de mesurer l'exposition à ces risques.

La mesure de l'exposition au risque de marché repose sur l'évaluation de l'impact des variations des variables financières telles que les cours des actions, les taux d'intérêt, les prix de l'immobilier et les taux de change sur le bilan de l'assureur (EIOPA. 2014). Une approche couramment utilisée est l'approche de la "delta-NAV" où l'indicateur clé est la Valeur Nette d'Actif (NAV), qui représente la différence entre l'actif total et le passif total de l'assureur. Cette méthode consiste à évaluer comment un risque donné affecte le niveau des fonds propres de l'entreprise, ce qui impacte l'équilibre du bilan.

En cas de baisse des fonds propres due à un événement défavorable, la variation observée est le montant de capital de solvabilité requis pour maintenir la solvabilité adéquate. Le graphique ci-dessous illustre cette relation.

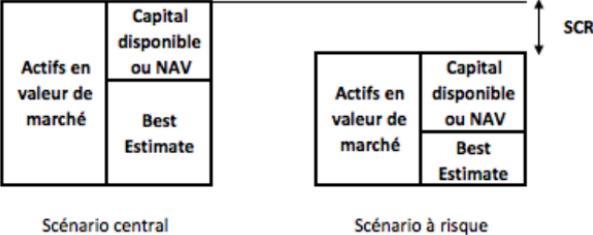


Figure 1.4 - L'approche delta-NAV sur un bilan S2

De manière plus précise, cette méthode implique de comparer la NAV dans un scénario central (initial) avec des scénarios présentant des niveaux de risque variables. Le graphique ci-dessous, extrait de l'article (ACPR. 2015), reflète les résultats d'une étude menée par l'ACPR en se basant sur les données de l'activité de 99 % des assureurs mixte¹ en France. Ce graphique met en évidence la manière dont le bilan d'un assureur est sensible aux risques de marché avec 80 % du SCR avant diversification SCR marché :

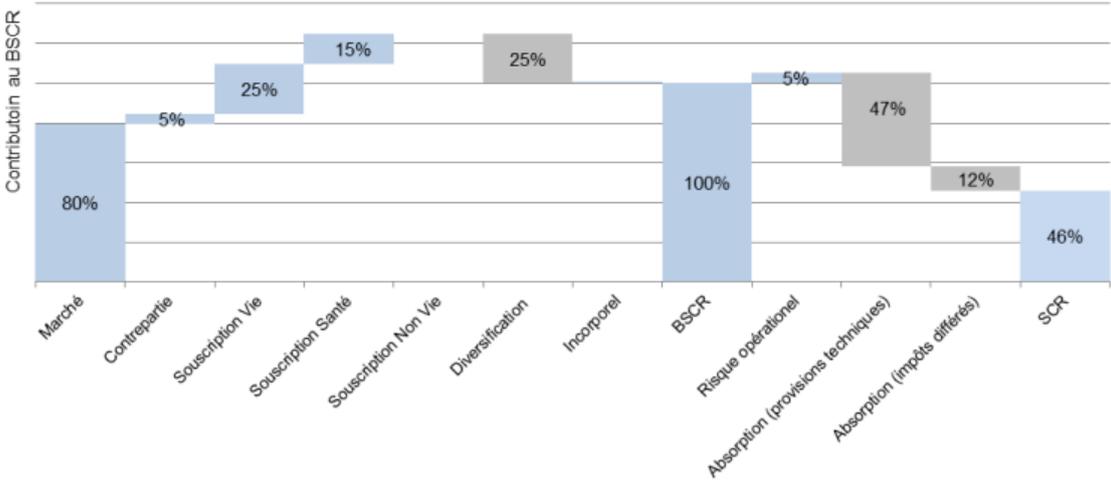


Figure 1.5 - Décomposition du SCR des organismes Mixtes (Source : ACPR)

Une liste exhaustive des définitions fournies par l'EIOPA pour chaque sous-module sera présentée dans la suite de cette section.

¹ Organisme d'assurance qui propose à la fois des produits d'assurance vie et non-vie.

1.2.1 Le risque action

Selon l'article 105 (5) (c) de la Directive 2009/138/CE le risque action est « la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité de la valeur de marché des actions (risque sur actions) ». En d'autres termes, il s'agit du risque de perte de valeur des investissements en actions réalisés par les organismes d'assurance et de réassurance. Le module de risque action a pour objectif de quantifier l'impact d'une baisse soudaine des marchés actions sur les fonds propres des organismes d'assurance.

Dans le cadre de la Formule Standard de la Directive Solvabilité II, le calcul de l'exigence en capital pour le risque action consiste à appliquer un choc réglementaire à la valeur de marché des actions détenues dans le bilan prudentiel des assureurs et réassureurs. Ce choc est également ajusté symétriquement, connu sous le nom d'Effet Dampener. Cet ajustement vise à prendre en compte le cycle boursier et modifie l'ampleur du choc action en fonction du niveau des marchés financiers, dans une fourchette de plus ou moins 10% autour du paramètre central. Par exemple, ce paramètre central était de -3,02% au 31/12/2022. Les niveaux de choc sur les actions ont été calibrés par l'EIOPA en 2010 et n'ont pas été révisés depuis. Ces chocs sont définis à l'article 170 du Règlement Délégué (UE) 2015/35.

Dans le calcul du besoin en capital, il y a une distinction entre quatre classes d'actions, pour lesquelles un choc spécifique est calibré :

➤ **Les actions de type 1**

Il s'agit des actions cotées sur des marchés réglementés des pays membres de l'Espace Économique Européen (EEE) ou de l'Organisation de Coopération et de Développement Économiques (OCDE). Un choc de **-39%** (hors ajustement symétrique) est appliqué à ces actions.

➤ **Les actions de type 2**

Il s'agit des actions cotées en bourse dans des pays non membres de l'EEE ou de l'OCDE, ainsi que des actions non cotées. Cette catégorie comprend également les actions autres que celles de type 1, les produits de base et autres investissements alternatifs. De plus, elle englobe tous les actifs non couverts par les autres sous-modules du module "Risque de marché". Un choc de **-49%** (hors ajustement symétrique) est appliqué à ces actions.

➤ **Les actions d'infrastructure éligibles**

Ajoutées par amendement du 30 septembre 2015 du Règlement Délégué (UE) 2015/35, il s'agit des investissements en actions dans des entités de projet d'infrastructure répondant aux critères énoncés à l'article 164 bis du Règlement Délégué (UE) 2015/35 de la Commission et sont choquées à hauteur de la somme de 30% de la valeur de ces actions et de 77% de l'ajustement symétrique.

➤ **Les actions de sociétés d'infrastructure éligibles**

Ajoutées par l'amendement du 18 mars 2019 du Règlement Délégué (UE) 2019/981, il s'agit des actions d'entreprises bénéficiant de la gestion d'actifs d'infrastructure. Ce type d'action est choqué à hauteur de la somme de 36% de la valeur de ces actions et de 92% de l'ajustement symétrique.

Pour l'ensemble des actions acquises avant le 1^{er} janvier 2016, une mesure transitoire peut être appliquée pour le calcul de l'exigence en capital du risque action. Celle-ci consiste à lisser sur 7 ans le choc appliqué aux actions, le faisant alors passer de manière au moins linéaire de 22% la première année à 39% ou 49% le 1^{er} janvier 2023 au plus tard. Elle permet donc aux organismes d'assurance souhaitant utiliser ce dispositif de pouvoir s'adapter progressivement au choc standard de 39% pour les actions de type 1 et de 49% pour les actions de type 2, mais aussi de lisser les impacts financiers de ces chocs dans le temps. Ainsi, en pratique le choc à appliquer aux actions éligibles à la mesure transitoire se calcule de la manière suivante :

$$\text{Choc Action Transitoire} = (1 - a) \times 22\% + a \times (39\% \text{ (ou } 49\%) + SA)$$

Où :

- a vaut 0% la première année de la mesure transitoire et 100% à la fin de celle-ci ;
- SA correspond à l'ajustement symétrique.

Il est à noter que même si, en général, cette mesure transitoire s'applique par défaut, certains organismes ne souhaitent pas y avoir recours. Dans ce cas ils peuvent utiliser les chocs standards dès 2016.

1.2.2 Le risque immobilier

L'article 105 (5) (c) de la Directive 2009/138/CE décrit le risque immobilier comme étant « la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité de la valeur de marché des actifs immobiliers (risque sur actifs immobiliers) ».

Conformément au Règlement Délégué (UE) 2015/35, l'exigence en capital pour ce risque est équivalente à la perte de fonds propres de base résultant d'une diminution soudaine de 25% de la valeur des actifs immobiliers.

L'orientation n°3 du document "Orientations sur l'approche par transparence" publiée par l'EIOPA spécifie les actifs inclus dans le risque immobilier, tels que les terrains, les constructions, les droits sur biens immobiliers, ainsi que les investissements immobiliers détenus et utilisés par l'entreprise. Il convient de noter que cette approche par transparence s'applique aux entreprises qui investissent dans des actifs immobiliers détenus par des organismes de placement collectif (SCI) ou structurés sous forme de fonds (SCPI, OPCI).

Cette mise en transparence doit permettre d'identifier si les investissements indirects en immobilier sont purs (sans contribution matérielle d'autres modules de SCR marché) et quel est leur taux d'investissement (pouvant être supérieur à 1 dans le cas du recours à l'endettement).

Les principaux supports d'investissements immobiliers sont les suivants :

- **Actifs Immobiliers professionnels, résidentiels ou à usage propre détenu en direct**
Les actifs listés ci-dessus constituent la classe d'actifs visée directement par les modules de SCR immobilier. Quelle que soit la destination de l'actif, il doit être choqué à 25%.
- **SCI Société Civile Immobilière**
C'est une forme juridique de société dont l'objet est la gestion et/ou l'acquisition d'actifs immobiliers et dont les associés sont responsables des créances. La valeur de la SCI est égale à l'actif social (biens immobiliers) moins les dettes sociales (dettes et créances). Le SCR immobilier est proportionnel au taux d'investissement du véhicule.
- **SIIC Société d'Investissement Immobilier Cotée**
Il s'agit d'une société foncière cotée donc échangeable sur un marché réglementé. À l'instar du REIT (Real Estate Investment Trust), ce type d'actif est traité dans le module SCR action Type 1 à condition que le titre soit coté dans un pays de l'espace économique européen ou d'un État membre de l'OCDE.
- **SCPI Société Civile de Placement Immobilier et OPCI, Organisme de Placement Collectif en Immobilier**
Ce sont des véhicules de placement collectif (fonds), gérés par une société de gestion et dont l'objet est d'investir dans des actifs immobiliers mais qui peuvent être composés d'autres types actifs. Ce véhicule ne peut avoir recours à l'endettement. L'investisseur perçoit le rendement des actifs du véhicule et la valeur des parts du véhicule évoluera en fonction de la valeur vénale des actifs immobiliers ajustée de la trésorerie. En l'absence d'actifs non éligibles au choc immobilier, le SCR immobilier est proportionnel au taux d'investissement du véhicule.

| Classe d'actifs | Pénalité appliquée dans le cadre de la formule standard |
|----------------------|---|
| Immobilier en direct | SCR immobilier : 25% |
| SCPI, SCI, OPCI | SCR immobilier : 25% * (taux d'investissement) |
| SIIC | SCR Actions Type 1 : 39% +/-SA |

Tableau 1.2 - Pénalité dans la formule standard en fonction de la classe d'actif

1.2.3 Le risque de spread

Le risque de spread, tel que défini dans l'article 105 (5) (d) de la Directive 2009/138/CE, correspond à la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux variations du niveau ou de la volatilité des marges (spreads) de crédit par rapport à la courbe des taux d'intérêt sans risque (risque lié à la marge).

Ce sous-module de risque a pour objectif de quantifier le montant de capital à maintenir pour faire face aux risques liés à des variations à la hausse ou à la baisse (dans le cas des Credit Default Swaps) des spreads de crédit. L'exigence en capital pour ce risque est calculée de la manière suivante dans le cadre de Solvabilité II :

$$SCR_{Spread} = SCR_{Bonds} + SCR_{securitisation} + CRD$$

Avec :

- SCR_{Bonds} correspond à l'exigence de capital pour les obligations et les prêts (à l'exception des prêts hypothécaires).
- $SCR_{securitisation}$ correspond à l'exigence de capital pour les titres issus de titrisation.
- CRD correspond à l'exigence de capital pour les produits dérivés de crédit.

Dans le contexte de ce mémoire, nous nous concentrerons uniquement sur le risque lié à un portefeuille d'obligations, en raison de la composition spécifique du portefeuille d'étude qui sera présentée dans le chapitre 3. Étant donné que les portefeuilles européens contiennent généralement très peu de produits structurés tels que les ABS (*Asset-Backed Securities*) ou les CDO (*Collateralized Debt Obligations*), ainsi que de dérivés de crédit tels que les CDS (*Credit Default Swaps*), CLN (*Credit Linked Notes*), par exemple. Nous simplifierons l'étude en se limitant à l'exigence de capital concernant les obligations.

L'article 176 du Règlement Délégué (UE) 2015/35 énonce que l'exigence de capital pour le risque de spread sur les obligations correspond à la perte de fonds propres de base qui résulterait d'une diminution relative soudaine du spread $Stress_i$ dans la valeur de chaque $Obligation_i$. Cette exigence de capital se calcule de la manière suivante :

$$SCR_{Bonds} = \sum_i VM_i \times Stress_i$$

Avec :

- VM_i est la valeur de marché de l'obligation ou du prêt i .
- $Stress_i$ est le facteur de risque associé à l'obligation ou au prêt i .

De plus, l'article précise que les obligations et les prêts pour lesquels une évaluation de crédit établie par un Organisme Externe d'Évaluation du Crédit (OEEC) désigné est disponible se voient attribuer un facteur de risque $Stress_i$ en fonction de l'échelon de qualité de crédit et de la durée modifiée dur_i de l'obligation ou du prêt i .

Ainsi, le facteur de stress $Stress_i$ appliqué à la valeur de marché du titre dépend de la notation de l'émetteur (échelon de qualité de crédit) et de la durée modifiée du titre. Le calcul de ce facteur de stress est réalisé de la manière suivante :

$$Stress_i = a_i + b_i \times (dur_i - \text{borne inférieure de l'intervalle de durée considéré})$$

Avec pour tout $0 < i \leq 5$, $a_i = 0$.

Ce facteur de stress dépend donc des paramètres a_i et b_i , qui sont spécifiques à chaque échelon de qualité de crédit et à chaque titre, ainsi que de la durée modifiée du titre.

1.2.4 Le risque de taux

Conformément à l'article 105 (5) (a) de la Directive 2009/138/CE, le risque de taux est défini comme "la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant la courbe des taux d'intérêt ou la volatilité des taux d'intérêt (risque de taux d'intérêt)".

Le sous-module de risque lié aux taux a pour objectif de mesurer l'impact d'une variation de la structure de la courbe des taux d'intérêt (à la hausse ou à la baisse) sur la valeur totale du bilan d'une entité assurantielle.

Ce sous-module englobe plusieurs types d'instruments financiers, notamment :

- Les produits de taux classiques tels que les obligations d'entreprise et d'État, les titres de créances comme les certificats de dépôt et les billets de trésorerie.
- Les produits dérivés tels que les options, les contrats à terme et les swaps.
- Les produits structurés comme les obligations adossées à des créances (CDO).
- Les Organismes de Placements Collectifs (OPC) soumis au risque de taux.

L'exigence de capital pour le risque de taux correspond au maximum entre l'exigence de capital calculée à partir de la courbe des taux dite "Up" et celle calculée à partir de la courbe des taux "Down". Ces exigences de capital "Up" et "Down" sont déterminées en recalculant la valeur de marché des différents instruments financiers en utilisant respectivement la courbe "Up" et la courbe "Down".

Les deux courbes mentionnées sont obtenues en appliquant des facteurs de stress à la hausse ou à la baisse² en fonction de la maturité, définies aux articles 166 et 167 du Règlement Délégué (UE) 2015/35, à la courbe des taux d'intérêt initiale, comme résume dans le tableau ci-dessous :

| Maturité | Augmentation | Diminution |
|----------|--------------|------------|
| 1 | 70% | 75% |
| 2 | 70% | 65% |
| 3 | 64% | 56% |
| 4 | 59% | 50% |
| 5 | 55% | 46% |
| 6 | 52% | 42% |
| 7 | 49% | 39% |
| 8 | 47% | 36% |
| 9 | 44% | 33% |
| 10 | 42% | 31% |
| 11 | 39% | 30% |
| 12 | 37% | 29% |
| 13 | 35% | 28% |
| 14 | 34% | 28% |
| 15 | 33% | 27% |
| 16 | 31% | 28% |
| 17 | 30% | 28% |
| 18 | 29% | 28% |
| 19 | 27% | 29% |
| 20 | 26% | 29% |
| 90 | 20% | 20% |

Tableau 1.3 - Chocs appliqués à la courbe des taux

Concrètement, pour chaque actif soumis au risque de taux, noté k, les calculs se font de la manière suivante :

- La courbe de stress SCR_{Up}^k est obtenue en soustrayant la valeur marchande après stress VM_{Up}^k de la valeur marchande initiale $VM_{initiale}^k$
- De même, la courbe de stress SCR_{Down}^k est obtenue en soustrayant la valeur marchande après stress VM_{Down}^k de la valeur marchande initiale $VM_{initiale}^k$

² Le choc à la baisse n'étant pas appliqué aux taux négatifs

Avec VM^k la valeur de l'actif k soumis au risque de taux.

Finalement, l'exigence en capital associée à ce risque est déterminée en utilisant l'expression suivante :

$$SCR_{Taux} = \max\left(\sum_k SCR_{Up}^k; \sum_k SCR_{Down}^k\right)$$

En ce qui concerne les échéances qui ne sont pas spécifiquement mentionnées dans le tableau 1.3, les règles suivantes sont appliquées :

- Si l'échéance est inférieure à 1 an, le choc à appliquer est déterminé en utilisant le choc correspondant à une échéance d'un an, en extrapolant la valeur.
- Si l'échéance est supérieure à 90 ans, le choc à appliquer est déterminé en utilisant le choc correspondant à une échéance de 90 ans, en extrapolant la valeur.
- Pour les échéances qui se situent entre 1 an et 90 ans, le choc à appliquer est obtenu par interpolation linéaire entre les chocs présentés dans la table.

Il convient de noter que le choc à la hausse doit être d'au moins 100 points de base (bp), où un point de base représente une variation absolue de 0,01% des taux d'intérêt. De plus, en cas de taux d'intérêt négatifs, le choc à la baisse est nul. Cette spécification reflète la préoccupation marquée quant à une éventuelle remontée des taux, étant donné le contexte actuel de taux d'intérêt bas.

Mathématiquement, l'ensemble de ces conditions peut être résumé par le système d'équations suivant pour toute maturité m par :

$$\begin{cases} r^{up}(m) = \max(r(m) * (1 + d(m)^{up}), r(m) + 1\%) \\ r^{down}(m) = \min(r(m) * (1 - d(m)^{down}), r(m)) \end{cases}$$

Où, pour toute maturité m :

- $r(m)$ représente le taux d'intérêt sans risque, fourni par l'EIOPA.
- $d(m)^{up}$ et $d(m)^{down}$ correspondent respectivement aux chocs à la hausse et à la baisse précisés dans le tableau 1.3.
- $r^{up}(m)$ et $r^{down}(m)$ représentent respectivement les taux choqués à la hausse et à la baisse.

1.2.5 Le risque de change

Selon l'article 105 (5) (e) de la Directive 2009/138/CE, le risque de change se réfère à "la sensibilité de la valeur des actifs, des passifs et des instruments financiers aux changements affectant le niveau ou la volatilité des taux de change (risque de change)".

Le module de risque de change vise à évaluer le niveau de capital nécessaire pour couvrir les pertes engendrées par les fluctuations des taux de change sur la valeur des actifs. Ce module s'applique aux éléments suivants :

- Les titres libellés dans des devises étrangères ;
- Les produits dérivés liés aux taux de change ;
- Les produits structurés liés aux variations de taux de change.

Sous le cadre de Solvabilité II, l'exigence en capital pour le risque de change est calculée de la manière suivante :

$$SCR_{change} = \sum_i (Facteurs\ stress_i \times |Exposition_i|)$$

Ainsi, cette exigence de capital est obtenue en agrégeant les exigences de capital pour chacune des devises étrangères. Pour calculer ces exigences, on multiplie la valeur absolue de l'exposition nette à la devise i par le facteur de stress associé à cette même devise. De plus, l'exigence de capital pour ce risque est calculée en se basant sur deux scénarios préétablis : pour chaque devise, un scénario considère une hausse de la valeur de la devise par rapport à la devise locale, tandis que l'autre scénario envisage une baisse de la valeur de la devise étrangère par rapport à la devise locale. Pour chaque devise, la charge de capital sera alors le maximum entre les deux scénarios.

Le facteur de stress établi par l'EIOPA et associé à toutes les devises est fixé à 25%, sauf pour les devises liées à l'Euro (Couronne danoise, Lev bulgare, Franc CFA et Franc comorien), pour lesquelles des chocs atténués sont pris en compte.

1.2.6 Le risque de concentration

Selon l'article 105 (5) (f) de la Directive 2009/138/CE, le risque de concentration est défini comme les risques additionnels supportés par l'entreprise d'assurance ou de réassurance en raison soit d'un manque de diversification de son portefeuille d'actifs, soit d'une exposition significative au risque de défaut d'un émetteur unique de valeurs mobilières ou d'un groupe d'émetteurs liés (risques de concentration de marché).

L'objectif de ce sous-module de risque est de quantifier le besoin en capital nécessaire pour couvrir le manque de diversification ou la surexposition au risque de défaut d'un même émetteur. Tous les actifs relevant des sous-modules de risque action, immobilier et spread sont inclus dans ce calcul.

Selon l'article 183 du Règlement Délégué (UE) 2015/35, l'exigence de capital pour le risque de concentration est définie comme suit sous Solvabilité II :

$$SCR_{conc} = \sqrt{\sum_i Conc_i^2}$$

Avec $Conc_i$ correspondant à l'exigence de capital de l'exposition d'un groupe émetteur.

Cette concentration "groupe" est déterminée par deux paramètres :

1. **Exposition nette au groupe** : C'est simplement la somme des expositions individuelles à ce groupe.
2. **Qualité de crédit moyenne du groupe** : Cela se calcule en prenant la moyenne (arrondie à la valeur supérieure) des échelons de qualité de crédit de tous les émetteurs individuels du groupe, pondérée par l'exposition de chaque émetteur individuel.

Pour clarifier, voici la formule :

$$Conc_i = XS_i \cdot g_i$$

Où :

- XS_i correspond à l'exposition en excès d'un groupe émetteur i ;
- g_i correspond au facteur de stress pour concentration de risque de marché.

La méthode permettant d'obtenir ces deux facteurs sont est décrit dans les articles 184, 185 et 186 du Règlement Délégué (UE) 2015/35.

L'exposition en excès d'un groupe émetteur est définie à partir d'un seuil, noté CT_i , et se calcule de la façon suivante :

$$XS_i = \max(0 ; E_i - CT_i \cdot Assets)$$

Avec :

- E_i correspond à l'exposition nette en défaut d'un groupe émetteur i ;
- $Assets$ correspond au total des actifs concernés par ce sous-module de risque ;
- CT_i correspond à un seuil relatif d'exposition en excès dépendant du *rating* moyen du groupe.

1.3 La révision de Solvabilité II 2020

La directive européenne Solvabilité II est désormais en vigueur depuis sept années complètes. Lors de l'élaboration des règles de calcul, de nombreux sujets ont fait l'objet de discussions. Les différents acteurs tels que la Commission européenne, les régulateurs et les assureurs ont prévu dès le départ un processus de révision périodique dans le but d'adapter la réglementation aux évolutions du contexte socio-économique et d'améliorer ou de préciser les normes techniques et financières liées à la mise en œuvre pratique de la directive.

Dès le début, deux périodes de révision étaient prévues. Une première révision en 2018 portant sur certains aspects du calibrage (SCR et méthodes de calcul de la formule standard) a abouti à la publication du règlement 2019/981, dont les modifications ont été mises en œuvre en 2019 et 2020.

1.3.1 La mise en place de la revue 2020

La révision de Solvabilité II en 2020 représente une deuxième étape dans le processus d'amendement de cette norme. Cependant, de l'avis des assureurs (Simoen et Boutier, 2019), la première phase de révision n'a pas été suffisamment ambitieuse. Les acteurs de l'industrie de l'assurance attendaient notamment des mesures plus concrètes concernant les risques liés aux actions. Les changements apportés lors de la révision de 2018 n'ont pas atteint les niveaux d'ajustement souhaités par les entreprises, et les critères mis en place ont été considérés comme trop contraignants.

Toujours dans la perspective de soutenir l'économie réelle, les assureurs espèrent que la révision de 2020 introduira de nouvelles mesures favorisant une plus grande diversification de leurs portefeuilles et améliorant leurs rendements financiers. Le contexte économique difficile, marqué par différentes crises et la nécessité d'accompagner les plans de relance des pays européens, risque d'accentuer davantage les divergences entre les ambitions politiques et la vision des risques par les assureurs.

Les débats et les discussions concernant le financement de l'économie, déjà présents lors de la première révision, notamment en ce qui concerne les engagements à long terme et les politiques d'investissement prudentes (LTEIP), devraient également resurgir en raison des mesures proposées dans le cadre de cette révision.

La remise des recommandations d'adaptation de l'EIOPA à la Commission européenne a été rendue le 17 décembre 2020 ou l'EIOPA a publié ses propositions finales pour la revue 2020 de Solvabilité II. De son document Opinion on the 2020 review of Solvency II, plus d'un an après la publication du Consultation paper de l'EIOPA sur le sujet.

Les recommandations de l'EIOPA visent à établir un nouveau cadre réglementaire à long terme. Il ne s'agit donc pas d'une refonte complète de la norme actuelle, mais plutôt d'ajustements et de modifications. Ces ajustements permettront d'améliorer et de préciser les normes techniques et financières liées à la mise en œuvre de la directive Solvabilité II, sans remettre en question l'ensemble de la norme existante.

Le calendrier d'adoption devrait être progressif à horizon 2025/2026.



Figure 1.6 - Étapes clés de la revue 2020

1.3.2 Les mesures de la revue 2020

Au cœur des principales modifications prévues est l'utilisation d'une nouvelle méthode d'extrapolation de la courbe des taux sans risque. Cette nouvelle méthodologie vise à trouver un compromis entre l'inclusion de données de marché au-delà du dernier point de liquidité et la limitation de l'impact sur l'évaluation des engagements d'assurance à long terme.

Un deuxième aspect clé de cette révision concerne l'introduction d'une nouvelle méthodologie pour le calcul du SCR lié au risque de taux.

En effet, selon l'EIOPA, le calcul du SCR Taux n'intègre pas l'ensemble des risques auxquels un organisme d'assurance peut faire face. En effet, la méthodologie ne tient pas compte d'une chute des taux s'ils sont négatifs.

Une nouvelle méthodologie de calcul du risque de diminution des taux en quand ils sont négatifs a été proposée par l'EIOPA. Un seuil serait appliqué à -1,25% dans le cadre de ce scénario.

Cette révision aura un impact non négligeable sur les ratios de solvabilité notamment des compagnies d'assurance vie sensibles aux variations de la courbe des taux.

Compte tenu des impacts significatifs attendus, l'EIOPA suggère :

- Une intégration graduelle de la nouvelle méthodologie sur 5 ans s'étalant jusqu'en janvier 2025 avec une période de transition de 18 mois entre les accords signés et l'entrée en application de la directive.
- Une baisse de la corrélation entre le risque de taux et de spread de 50% à 25% (pour le scénario de baisse des taux).

L'étude d'impact réalisée par l'EIOPA a permis de quantifier les pertes en termes de ratio de solvabilité :

- 33 points en moyenne en France

- 37 points pour les organismes vie français

D'autres points ont été mentionnés dans la proposition de révision du SCR Marché de l'EIOPA comme :

- L'élargissement des seuils de l'ajustement symétrique qui pourraient varier entre plus ou moins 17 points.
- La revue des conditions d'éligibilité des actions à long terme.

La calibration des chocs de taux a été examinée par l'EIOPA lors de la révision de Solvabilité II en 2018. Les résultats de cette étude ont montré que les chocs de taux appliqués initialement sous-estimaient le risque de taux. Pour aborder cette problématique, l'EIOPA a élaboré une proposition de nouveau calibrage des chocs de taux dans le cadre de cette révision en 2018. Cependant, cette question a été reportée et a été traitée ultérieurement lors de la révision de 2020. Le nouveau calibrage des chocs de taux ainsi que la nouvelle corrélation entre le risque de taux et spread seront détaillés dans les sections suivantes de ce mémoire.

Chapitre 2

Recalibrage des chocs des risques de marché

2.1 La Value-at-Risk à 99,5%

Dans le cadre de la Formule Standard pour le calcul des fonds propres nécessaires (SCR - Solvency Capital Requirement), ce montant vise à couvrir une perte de richesse pouvant survenir avec une probabilité d'un sur deux cents à horizon d'un an, c'est-à-dire un choc bicentenaire. La Commission Européenne a choisi la *Value-at-Risk* (VaR) à 99,5% comme métrique pour quantifier l'ensemble des risques.

2.1.1 Définition

La VaR est devenue un standard dans les activités financières, tant pour les banques que pour les assureurs, en répondant aux exigences réglementaires en matière de fonds propres. Initialement popularisée par JP Morgan dans les années 90 grâce à son système *RiskMetrics*, la VaR s'est étendue à l'ensemble de la communauté financière pour évaluer le risque de marché.

Dans le contexte bancaire, les directives du comité de Bâle, notamment en 1995 et en 2004, ont préconisé de plus en plus l'utilisation de modèles internes basés sur la VaR pour le calcul des risques bancaires. Cette mesure de risque permet aux établissements financiers de déterminer combien ils pourraient potentiellement perdre avec une probabilité α (comme 99,5% pour le SCR des assureurs européens) sur un horizon de temps donné.

La VaR est essentiellement un quantile de la distribution des pertes et profits associée à la détention d'un actif ou d'un portefeuille d'actifs sur une période spécifique. En d'autres termes, c'est une mesure du niveau maximal de perte potentielle qui peut survenir en cas de mouvements adverses des prix de marché, et elle permet de fournir une estimation quantitative du risque financier.

En utilisant la loi de distribution de pertes et profits avec une fonction de répartition notée $F(x)$ et la probabilité $P(X < x)$ où X est la variable aléatoire associée au rendement r , on peut exprimer la VaR à un niveau de confiance α comme suit :

$$P[r \leq VaR_\alpha] = 1 - \alpha$$

En réécrivant cette équation, on obtient :

$$F(VaR_\alpha) = 1 - \alpha$$

Pour trouver la VaR à un niveau de confiance α , on utilise l'inverse de la fonction de répartition F , notée F^{-1} , de la manière suivante :

$$VaR_\alpha = F^{-1}(1 - \alpha)$$

Cela permet de déterminer la valeur seuil V_α telle que la probabilité que le rendement r soit inférieur ou égal à V_α soit égale à $1 - \alpha$, correspondant au niveau de confiance souhaité pour la VaR.

On trouve souvent une VaR définie non pas à partir de la distribution des pertes (valeurs négatives) et profits (valeurs positives) mais à partir au contraire de la distribution de profits (valeurs négatives) et pertes (valeurs positives). Autrement dit, une telle définition revient à omettre le signe moins devant la perte et donc afficher une VaR positive. Dans ce cas, la définition de la VaR est :

$$VaR\alpha = - F^{-1}(1 - \alpha)$$

Dans cet exemple de loi normale centrée de moyenne 0%, la VaR pour un niveau de confiance de 99% est égale à -3%. Cela signifie qu'il y a 99% de chances que la perte associée à la détention de l'actif n'excède pas -3% (ou que dans 1% des cas, on atteindra ou dépassera une perte de -3%)

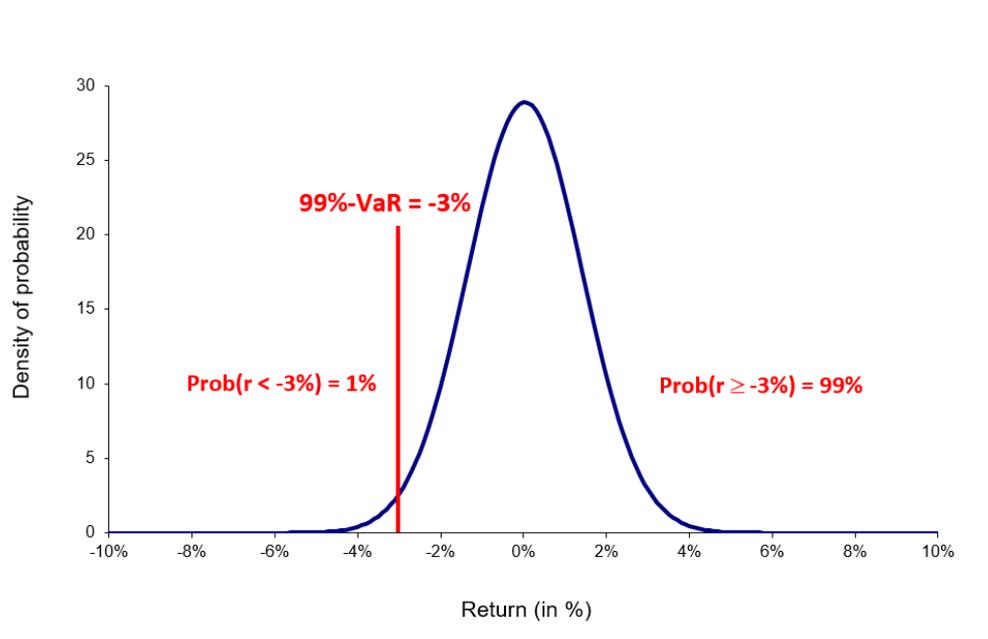


Figure 2.1 - Présentation graphique de la VaR paramétrique sous l'hypothèse de distribution Normale

Dans la suite de ce mémoire, les Value-at-Risk seront positives, bien que les calculs soient proposés à partir d'une distribution de pertes avec des valeurs négatives.

2.1.2 Différentes méthodes de calcul

La définition fait donc apparaître trois éléments clés à la notion de VaR, et chaque paramètre est essentiel pour atteindre l'objectif du calcul de la VaR :

1. L'horizon de détention : Cela représente la période pendant laquelle le portefeuille est exposé aux fluctuations du marché, entraînant des pertes ou des profits. Un horizon plus long peut conduire à des pertes potentiellement plus importantes. Si la distribution des rendements est supposée être normale, la VaR à un jour peut être multipliée par N pour obtenir la VaR sur \sqrt{N} jours.
2. Le niveau de probabilité souhaité : C'est le pourcentage de chances pour lequel le montant de la perte ne doit pas dépasser la valeur définie par la VaR. Par exemple, une VaR à 99,5% signifie que l'on cherche à évaluer les pertes avec une probabilité de 0,5%, ce qui correspond à une chance sur deux cents, soit un choc bicentenaire.
3. La loi de distribution des pertes : C'est la fonction statistique qui décrit la distribution des rendements du portefeuille.

Trois principales méthodes sont utilisées pour estimer la distribution des pertes : la méthode historique, la méthode paramétrique et la méthode de Monte Carlo.

2.1.3 La méthode historique

La méthode de simulation historique repose sur l'observation des performances passées d'un portefeuille. Elle se fonde sur l'hypothèse que les distributions des rendements restent invariantes et peuvent être simulées à partir des données de rendements passés. Dans le cas d'un instrument coté, comme un indice, il suffit d'utiliser l'historique des prix. Pour un portefeuille, cependant, il est nécessaire de reconstituer sa valeur passée en utilisant les prix des actifs et la composition actuelle du portefeuille. Les rendements des titres sont ensuite calculés à partir de la série historique des prix, puis ordonnés du plus petit au plus grand.

Le quantile est alors déduit de la distribution empirique des données. La VaR estimée correspond à la perte au 0,5ème centile, ce qui équivaut à la probabilité de 99,5%. Cette méthode est simple à mettre en œuvre et nécessite peu de calculs. Elle ne requiert pas d'hypothèses préalables sur la forme de la distribution et peut mieux rendre compte de phénomènes distributionnels spécifiques, tels que les queues de distributions longues, que d'autres modèles plus complexes.

Cependant, cette méthode présente plusieurs limitations :

La taille de l'historique doit être adéquate par rapport à l'horizon de la VaR et à son niveau de confiance. Elle doit être suffisamment grande pour être représentative, mais pas trop grande pour que la loi de probabilité reste stable sur la période considérée. Le choix de la longueur de l'historique est donc crucial.

De plus, la simulation historique repose sur l'idée de prévoir le futur en se basant sur le passé. Cependant, les variables de marché ne sont pas stationnaires et la volatilité peut varier considérablement. Les marchés financiers peuvent alterner entre périodes de forte volatilité et

périodes plus calmes. Par conséquent, le calcul de la VaR devrait être revu chaque année pour refléter les données de l'année écoulée.

2.1.4 La méthode paramétrique

La méthode paramétrique repose sur l'établissement d'une loi de distribution explicite des pertes, caractérisée par des paramètres. On utilise ensuite les propriétés de cette loi théorique pour estimer le quantile de la distribution et ainsi calculer la VaR.

Cette méthode suit plusieurs étapes :

La première étape consiste à décomposer les actifs financiers du portefeuille en fonction des différents facteurs de risque auxquels ils sont sensibles, tels que les indices actions, les obligations de différentes échéances, les taux de change, etc.

Ensuite, on détermine des lois de distribution paramétriques en fonction des caractéristiques de distribution de ces facteurs de risque. Les paramètres de ces lois sont ensuite estimés à partir de méthodes statistiques classiques, telles que la méthode des moments ou du maximum de vraisemblance. La distribution normale est souvent utilisée pour modéliser les rendements financiers en raison de sa simplicité mathématique. Elle est définie par deux paramètres : la moyenne (μ) et la variance(σ) .

La VaR est finalement calculée en déterminant le quantile correspondant au niveau de probabilité souhaité. Pour calculer la VaR globale du portefeuille, les corrélations entre les facteurs de risque sont prises en compte à travers la matrice des variances-covariances.

La VaR d'une distribution normale est formulée comme suit :

$$VaR(T, \alpha) = \mu_T + \sigma_T \times k_{1-\alpha}$$

où :

- T : l'horizon de détention
- α : le niveau de probabilité
- μ_T : la moyenne de la distribution à l'horizon T
- σ_T : l'écart type de la distribution à l'horizon T
- $k_{1-\alpha}$: le quantile de la loi normale standard associé au niveau de probabilité α

Lorsqu'on considère une distribution normale centrée réduite ($\mu_T = 0$; $\sigma_T = 1$), la VaR pour un niveau de confiance α de 99,5% est équivalente au quantile à 0,5% de la loi normale, soit -2,58 pour la période de détention. Cela signifie qu'il y a une probabilité de 99,5% que la perte associée à la détention de l'actif ne dépasse pas -2,58. En d'autres termes, dans seulement 0,5% des cas, la perte pourrait atteindre ou dépasser -2,58.

Les valeurs $k_{0,05} = -2,58$ et $k_{0,1} = -2,33$ sont associées aux quantiles spécifiques de la loi normale, déterminant les seuils de perte pour des niveaux de confiance donnés.

La méthode paramétrique de la VaR présente un avantage majeur en termes de simplicité, car elle s'exprime en fonction des caractéristiques des actifs du portefeuille et des paramètres de distribution des facteurs de risque.

Toutefois, il est important de noter que pour bénéficier de cette facilité de mise en œuvre, la méthode paramétrique repose sur des hypothèses importantes. L'une de ces hypothèses clés est la supposition de la normalité des variations des facteurs de risque, ce qui peut ne pas refléter la réalité pour tous les types d'actifs. De plus, la méthode suppose également une relation linéaire entre les variations des valeurs du portefeuille et les variations des valeurs de marché, ce qui peut être une simplification excessive dans certains scénarios.

Avant d'appliquer la méthode paramétrique, il est essentiel de vérifier si la distribution statistique observée correspond à la distribution théorique supposée, en l'occurrence une distribution normale. Cette vérification permet de déterminer si les écarts entre la distribution observée et la distribution théorique sont dus à des fluctuations liées à l'échantillonnage ou s'ils sont suffisamment importants pour remettre en question l'hypothèse que la distribution observée suit une loi normale.

Une première étape consiste à visualiser la forme de la distribution des données en les représentant sous forme d'histogramme. Ensuite, il est possible de comparer cette forme avec une courbe représentant une distribution normale, en utilisant les données analysées pour calculer les paramètres de cette loi. Il est important de noter que cette comparaison visuelle ne permet pas de conclure directement à la normalité des données, mais elle peut donner une indication du type de distribution sous-jacente.

La prochaine étape implique la réalisation d'un test statistique pour confirmer ou réfuter les conclusions tirées de l'examen graphique. Ce test est connu sous le nom de test d'hypothèse de Kolmogorov-Smirnov³. Il vise à évaluer l'hypothèse nulle (H_0) selon laquelle les données observées d'un échantillon proviennent de la loi de probabilité théorique considérée comme un modèle adéquat (dans ce contexte, une loi normale). Ce test peut également déterminer si deux échantillons suivent la même distribution. Il est important que la loi théorique soit totalement spécifiée (c'est-à-dire qu'elle ne comporte pas de paramètre inconnu) et que sa fonction de répartition soit continue.

Si le test de Kolmogorov-Smirnov confirme l'hypothèse de normalité, cela signifie que la méthode paramétrique peut être utilisée en toute confiance. Cependant, si les résultats du test ne supportent pas l'hypothèse de normalité, il est nécessaire de rechercher d'autres solutions pour appliquer la méthode paramétrique ou d'explorer des approches alternatives plus appropriées.

2.1.4.1 Le développement de Cornish Fisher :

Pour pouvoir appliquer la méthode paramétrique à des rendements d'actifs qui ne suivent pas une distribution normale (comme la plupart des actifs financiers, notamment les spreads de crédit), E.A. Cornish et R.A. Fisher ont proposé en 1937 une extension de la loi normale. Cette extension permet une meilleure approximation des distributions réelles en prenant en compte les moments d'ordre 3 (skewness) et 4 (kurtosis). La skewness mesure l'asymétrie de la distribution, tandis que la kurtosis évalue la forme des queues de la distribution.

³ Un rappel de la méthode est disponible en Annexe A.1.2

Concrètement, cette approche Cornish-Fisher utilise la même logique que la méthode précédente, mais au lieu de se baser uniquement sur les deux premiers moments de la distribution (moyenne et variance), elle prend en compte les quatre premiers moments (moyenne, variance, skewness et kurtosis). Ainsi, au lieu d'utiliser simplement le quantile d'une loi normale, on ajuste le quantile en fonction de ces quatre moments pour mieux représenter la distribution réelle des rendements.

L'équation :

$$VAR = \mu + \sigma \cdot \left(k_{1-\alpha} + \frac{S_k}{6} (k_{1-\alpha}^2 - 1) + \frac{K_u}{24} (k_{1-\alpha}^3 - 3k_{1-\alpha}) - \frac{S_k^2}{36} (2k_{1-\alpha}^3 - 5k_{1-\alpha}) \right)$$

Permet de calculer la *Value-at-Risk* en fonction de certains paramètres, avec :

- μ : la moyenne de la distribution.
- σ : l'écart type de la distribution.
- S_k : un coefficient lié à l'asymétrie de la distribution (Skewness).
- K_u : un coefficient lié à l'aplatissement de la distribution (Kurtosis).

L'asymétrie d'une distribution est mesurée par le moment centré d'ordre 3, n_3 .

$$n_3 = \frac{E[X - E(X)]^3}{\sigma^3}$$

Si $n_3 = 0$, la distribution est symétrique. Si $n_3 > 0$, la distribution est dissymétrique et étalée vers la droite, tandis que si $n_3 < 0$, elle est dissymétrique et étalée vers la gauche.

Le coefficient d'aplatissement K_u de la distribution est calculé à partir du moment centré d'ordre 4, n_4 .

$$n_4 = \frac{E[X - E(X)]^4}{\sigma^4}$$

Le terme de comparaison est ici la loi normale standard pour laquelle $n_4 = 3$. Lorsque $n_4 \geq 3$, la distribution est dite leptokurtique c'est-à-dire d'une distribution de probabilités dont la cloche est plus pointue que celle de la loi gaussienne, avec des queues épaisses.

C'est cette méthode qui est utilisée par l'EIOPA pour la calibration du risque de spread et présenté dans le *Consultation Paper No.70* (CEIOPS, 2009) compte tenu de la non normalité des distributions des rentabilités des actifs financiers.

2.1.5 La méthode de Monte Carlo

L'estimation de la Value-at-Risk (VaR) par simulations de Monte Carlo partage des similitudes avec les approches historique et paramétrique. Cependant, elle introduit une méthode plus complexe qui repose sur des simulations de scénarios futurs.

Le processus consiste à choisir des modèles mathématiques pour les fluctuations des différents facteurs de risque (tels que les taux d'intérêt, les prix des actions, etc.) et à simuler un grand nombre de trajectoires possibles pour ces facteurs. Ces trajectoires futures sont générées en fonction des modèles choisis. Ensuite, ces scénarios sont utilisés pour calculer les valeurs hypothétiques du portefeuille d'actifs à l'avenir. La VaR est finalement déterminée en utilisant ces résultats simulés, de manière similaire à la VaR historique, mais en se basant sur l'échantillon de scénarios simulés.

Bien que conceptuellement simple, cette méthode nécessite une puissance de calcul significative. Le nombre de simulations à effectuer peut rapidement devenir important, en particulier si la complexité des produits financiers ou le nombre de facteurs de risque augmentent. Cependant, la méthode de Monte Carlo peut fournir des estimations plus précises de la VaR en prenant en compte des relations non linéaires entre les facteurs de risque et des distributions non normales des rendements.

Parmi les trois méthodes d'estimation des pertes présentées, seule la méthode historique et la méthode paramétrique, sous différentes variantes, seront utilisées dans la suite de ce mémoire afin de recalibrer les chocs des risques de marché.

2.2 Recalibrage du risque action

Le risque action se définit comme le risque de chute du prix de marché des actions, ce qui peut induire une réduction des fonds propres et une détérioration de la situation financière des organismes d'assurance et de réassurance. Il représente l'un des risques majeurs identifiés par le régulateur européen dans le contexte de la formule standard pour le calcul de l'exigence en capital, appelée également *Solvency Capital Requirement* (SCR).

2.2.1 Calibrage utilisé par l'EIOPA

La méthode de calibrage du risque sur actions décrites dans le document « *Solvency II Calibration Paper* » suppose que les rendements annuels des indices financiers suivent une distribution normale. Elle utilise la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les deux paramètres de cette distribution, à savoir :

$$(\hat{\mu}, \hat{\sigma}^2) = (\overline{X}_n, \overline{S}_n^2)$$

Le choc appliqué à la valeur des actions doit correspondre au quantile d'ordre 0,5% de la distribution ajustée. Si X suit une loi normale avec une moyenne μ et un écart-type σ , alors son quantile d'ordre 0,5%, noté $Q(0,5\%)$, est :

$$Q(0,5\%) = \sigma * \Phi^{-1}(0.5\%) + \mu$$

Où $\Phi^{-1}(0.5\%)$ désigne le quantile d'ordre 0.5% de la loi normale centrée et réduite.

L'indice de référence utilisé pour calibrer le risque sur les actions de type 1 est le MSCI *World Developed Index*. Cet indice est géré par MSCI, anciennement connu sous le nom de Morgan Stanley Capital International, et il mesure la performance des marchés boursiers des pays économiquement développés.

Le niveau de choc de -39% pour les actions de type 1 a été obtenu en utilisant le quantile d'ordre 0,5% d'une distribution normale calibrée à partir des rendements annuels de l'indice MSCI *World Developed Index* à partir des données mensuelles, sur la période allant de 1973 à 2009. Les rendements annuels ont été retenus, car à des fréquences hebdomadaires, journalières et plus élevées, la distribution des rendements des actions présente des caractéristiques clairement non normales. L'EIOPA explique que dans un souci de trouver un équilibre entre une analyse basée sur le plus riche ensemble possible de données et la possibilité de distorsion résultant de l'autocorrélation, une fenêtre glissante d'un an a été retenue.

Afin de tester l'hypothèse de normalité des données, l'organisme a réalisé des analyses sur un échantillon de données. À partir de cet échantillon, une distribution empirique a été construite. Cette distribution empirique a ensuite été comparée à une distribution normale ayant la même moyenne et variance que les données observées. Cette comparaison permet de déterminer dans quelle mesure les données suivent une distribution normale :

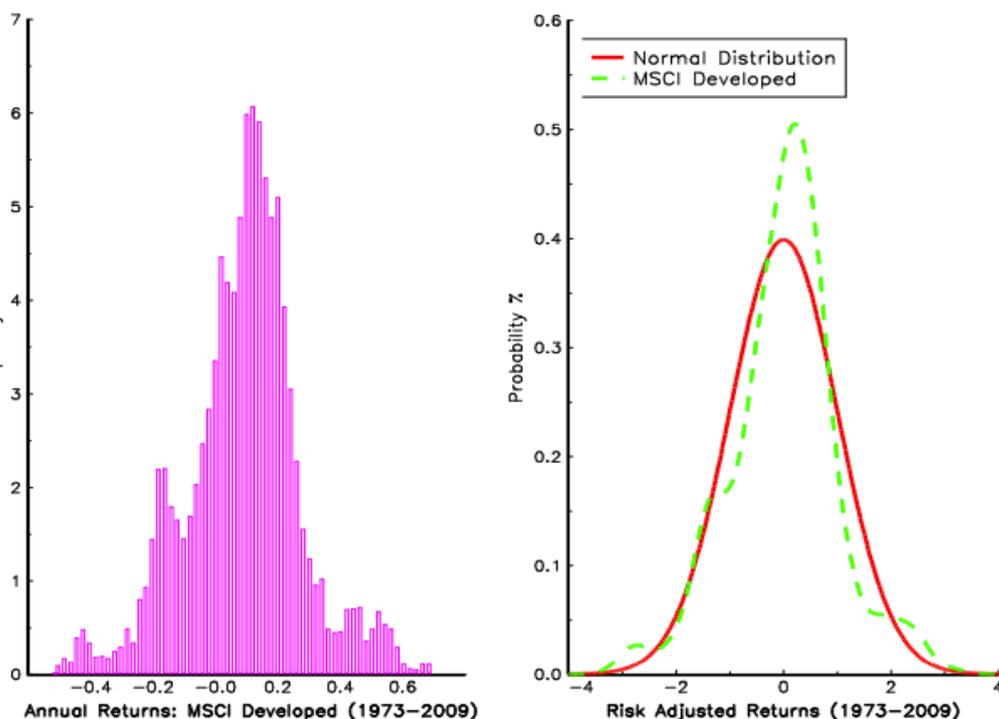


Figure 2.2 - Distribution des rendements annuels de l'indice MSCI World Developed Index
(Source : *Solvency II Calibration Paper*)

Les résultats indiquent qu'il existe un écart entre les quantiles calculés à partir de la distribution empirique et ceux obtenus à l'aide d'une approximation basée sur une loi normale. Cet écart varie en fonction de l'indice considéré. Par exemple, pour l'indice MSCI World, l'écart est de 5%, pour l'indice MSCI Europe, il est de 9%, et pour l'indice MSCI Pacific, il est même de 43%. Cela suggère que la distribution des données pour ces indices ne suit pas parfaitement une distribution normale.

l'EIOPA déclare donc ne pas avoir pu vérifier la normalité des rendements annuels de l'indice boursier. Cela explique pourquoi le choc de 39,34 % déterminé à l'aide de cette hypothèse a tendance à sous-estimer la pénalité à appliquer aux actions de type 1.

De plus, l'EIOPA a mis en place une deuxième méthode pour calibrer le risque sur les actions de type 1, cela implique le calcul d'une VaR empirique à partir de la distribution des rendements annuels de l'indice boursier.

| Percentiles | MSCI World |
|----------------------|----------------|
| 100.00% | 65.58% |
| 99.95% | 63.92% |
| 99.50% | 56.96% |
| 99.00% | 52.44% |
| 97.50% | 46.65% |
| 50.00% | 9.47% |
| 2.50% | -32.93% |
| 1.00% | -42.05% |
| 0.50% | -44.25% |
| 0.05% | -50.93% |
| 0.00% | -51.94% |
| Mean | 7.43% |
| St. Deviation | 18.16% |
| Kurtosis | 72.01% |
| Skewness | -17.95% |
| Normal VAR | 39.34% |
| Empirical VAR | 44.25% |

Tableau 2.1 - Quantiles des rendements annuels de l'indice MSCI World Developed Index
(Source : *Solvency II Calibration Paper*)

Un choc de 44,25 % est ainsi obtenu, ce qui entraîne un écart d'environ 5 % entre les deux méthodes. C'est pourquoi l'Autorité européenne a demandé une pénalité de 45%.

Néanmoins, la plupart des acteurs du marché européen utilisent une pénalité de 39 % sur les actions de type 1, ce qui peut laisser penser que l'EIOPA a finalement choisi d'appliquer un ajustement basé sur une loi normale, bien que cela n'ait pas été explicité dans le document de calibrage.

Le calibrage du risque sur actions de type 2 présente une complexité accrue, car il nécessite l'identification d'un indice dont la performance reflète celle des actions de type 2. L'EIOPA a identifié plusieurs indices potentiels pour chaque catégorie d'actifs classés comme des actions de type 2 :

| Indices potentiels retenus | Choc obtenu |
|------------------------------|-------------|
| LPX50 Total Return | 68,67% |
| S&P GSCI Total Return Index | 59,45% |
| HFRX Global Hedge Fund Index | 23,11% |
| MSCI Emerging Markets BRIC | 63,83% |

Tableau 2.2 - Niveau de chocs sur les indices retenus pour les actions de type 2

Les niveaux de choc obtenu varient considérablement d'un indice à l'autre, et l'EIOPA a finalement opté pour un niveau de choc de 49%. Cependant, il est à noter que dans son étude, l'EIOPA ne spécifie pas les pondérations exactes utilisées pour déterminer le niveau de choc appliqué aux actions de type 2.

Pour des raisons de simplification et afin de comparer au mieux la robustesse de la méthode de calibrage proposée, seules les actions de type 1 seront traitées dans la suite de ce mémoire.

2.2.2 Estimation du niveau de choc

Dans cette section, nous aborderons la réévaluation du niveau de choc de 39 % pour les actions de type 1. En effet, cette calibration initiale avait été réalisée en utilisant des données datant de 2009. Cependant, compte tenu des évolutions significatives survenues sur le marché boursier depuis cette période, une réévaluation s'avère pertinente. Afin d'examiner la persistance de la robustesse du quantile d'ordre 0,5 % des rendements annuels au fil du temps, nous avons entrepris un processus de recalibration des paramètres selon deux méthodologies classiques, présentées dans la section 2.1. La première méthode repose sur le calcul empirique d'une VaR, tandis que la seconde s'appuie sur une VaR paramétrique.

Pour ce faire, la première méthode de calibrage retenue consiste à actualiser l'indice initialement choisi par l'EIOPA lors de son processus de calibration. À cet effet, nous avons étendu l'historique de l'indice *MSCI World Developed Total Return Index*. Initialement couvrant la période de 1973 à 2009, cet indice a été enrichi en incluant les rendements annuels observés de 2010 à 2023. Cette extension de l'échantillon de données nous offre la possibilité d'évaluer toute évolution du quantile d'ordre 0,5% à la suite de l'intégration de ces nouvelles informations. Par conséquent, nous disposons désormais d'un historique qui s'étend sur une période de 49 ans, affichant une robustesse et une profondeur relativement supérieures à celles utilisées par l'EIOPA pour sa calibration (36 ans).

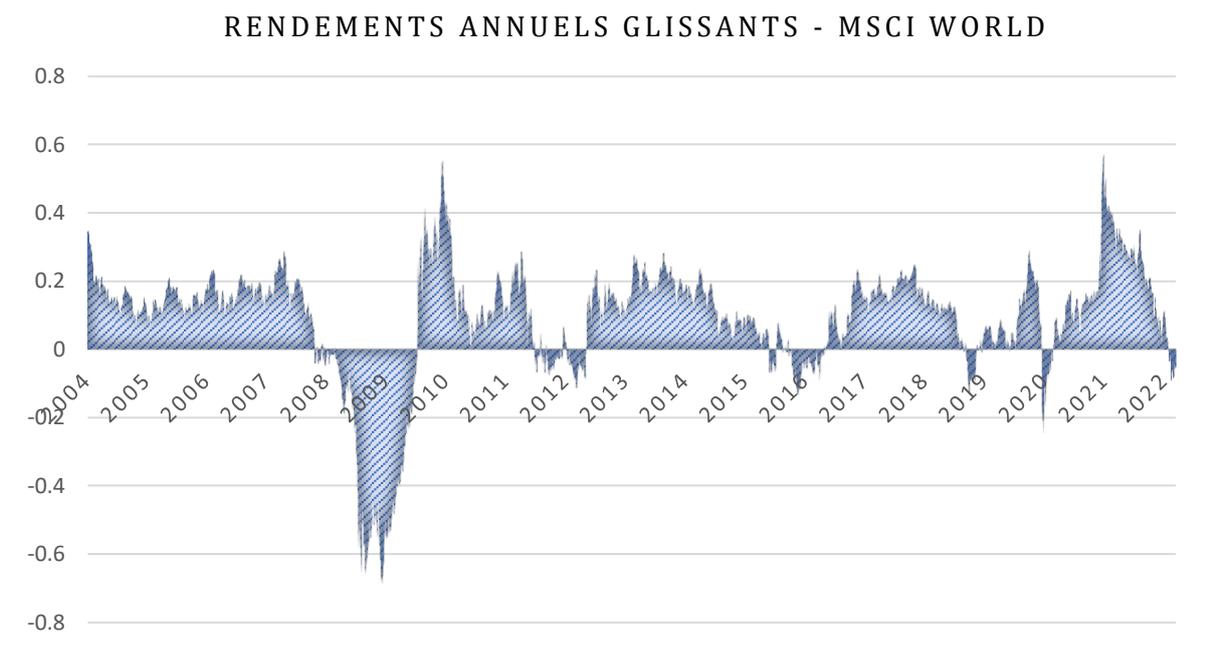


Tableau 2.3 - Rendements annuels sur un an glissant depuis 2004
(Source : *Bloomberg*)

D'une manière générale, le cours de l'indice connaît une forte croissance depuis 1973 et ce jusqu'en 2023, passant alors de 100 points à 2868 points. Les rendements annuels glissants sont globalement positifs depuis 2009, mis à part une baisse initiale très importante dans le courant de l'année 2009 lié à la crise des « subprimes » qui a engendré un krach boursier et qui n'a été qu'en partie captée par l'EIOPA dans son étude de 2009.

2.2.2.1 VaR empirique sur l'indice MSCI World

Pour déterminer le niveau de choc à appliquer aux actions, nous utiliserons la VaR à 99,5% comme mesure de risque. À cet effet, nous considérerons les rendements annuels sur une période glissante d'un an de l'indice MSCI World.

Les rendements annuels sur une période glissante peuvent être exprimés selon deux types :

- Les rendements arithmétiques, qui traduisent la variation relative du prix de l'indice entre les instants $t - 1$ et t :

$$R_{\text{arithmétique}}(t) = \frac{P(t) - P(t - 1)}{P(t - 1)}$$

- Les rendements logarithmiques (ou rendements géométriques), qui représentent la variation relative du prix de l'indice Q entre les instants $t - 1$ et t :

$$R_{\text{logarithmique}}(t) = \ln \left(\frac{Q(t)}{Q(t - 1)} \right)$$

L'échelle arithmétique est la méthode spontanément utilisée par les investisseurs, notamment lors d'études de périodes courtes allant de quelques minutes à quelques mois. Ainsi, pour un actif financier donné, le passage de sa valeur de 10 à 20 euros occupe la même distance graphique qu'un passage de 90 à 100 euros, puisque ces deux mouvements de prix correspondent tous deux à une variation absolue de 10 euros. Cette échelle se révèle parfois inadaptée pour mesurer à leur juste valeur financière les variations des cours, notamment lorsque l'étude porte sur des tendances de long terme marquées par d'importantes variations ce qui est le cas dans notre étude.

L'échelle logarithmique, parfois appelée échelle proportionnelle, se focalise sur les variations relatives (exprimées en pourcentages) et non sur les variations absolues (exprimées en unités monétaires). Ainsi, le passage de l'action de 10 à 20 euros puis de 90 à 100 euros n'aura pas des proportions identiques sur un graphique logarithmique. Grâce à cette vision plus proportionnelle aux rythmes de croissance, l'investisseur décèle et compare plus facilement les tendances dans la durée, tout particulièrement lorsque l'étude porte sur des fluctuations de prix de grande amplitude. Cette dernière échelle sera donc privilégiée pour le restant de l'étude.

L'utilisation des rendements annuels glissants présente plusieurs avantages. Tout d'abord, cela nous permet de calculer une VaR empirique en utilisant un nombre plus important de données, ce qui conduit à des résultats plus robustes. En utilisant uniquement les rendements annuels (comme l'EIOPA), nous aurions eu un historique très limité avec seulement 49 données annuelles. En revanche, en utilisant les rendements annuels glissants, nous pouvons exploiter un ensemble de données beaucoup plus vaste, soit 12 740 données.

Afin de mener une analyse complète et de comparer au mieux la méthode utilisée par l'EIOPA, nous présenterons également les résultats obtenus en utilisant les rendements annuels simples. Cela nous permettra de mettre en évidence d'éventuelles différences et de mieux évaluer la pertinence de chaque approche.

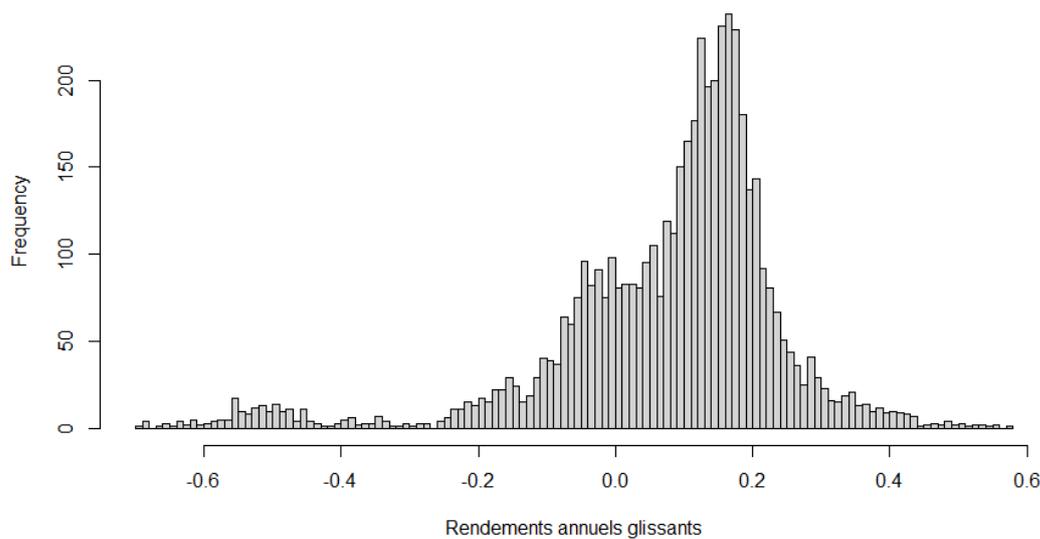


Figure 2.3- Distribution des rendements annuels sur un an glissant de l'indice MSCI World (1973-2023)

L'allure de la distribution illustrée ci-dessus diffère nettement de la courbe en forme de cloche caractéristique des distributions gaussiennes. Cette divergence est principalement due aux rendements exceptionnellement bas enregistrés en 2009, correspondant à la crise des « subprimes ». En dehors de ces rendements, le reste de la distribution présente une certaine similitude avec les rendements annuels calibrés par l'EIOPA, tels qu'illustrés sur la figure 2.2. L'EIOPA avait signalé qu'elle n'avait pas pu valider la normalité des rendements annuels.

De plus, le test d'ajustement de Kolmogorov-Smirnov⁴, qui évalue la normalité des rendements annuels sur une période glissante, fournit une p-valeur de $2,2 \times 10^{-16}$, ce qui indique le rejet de l'hypothèse nulle avec un niveau de confiance de 5 %. Par conséquent, ce résultat ne permet pas de conclure que les données suivent une distribution normale.

Étant donné la non-validation des hypothèses de normalité, la méthode de la Value-at-Risk empirique sera privilégiée pour cet indice.

⁴ Explicité en Annexe A.2.1

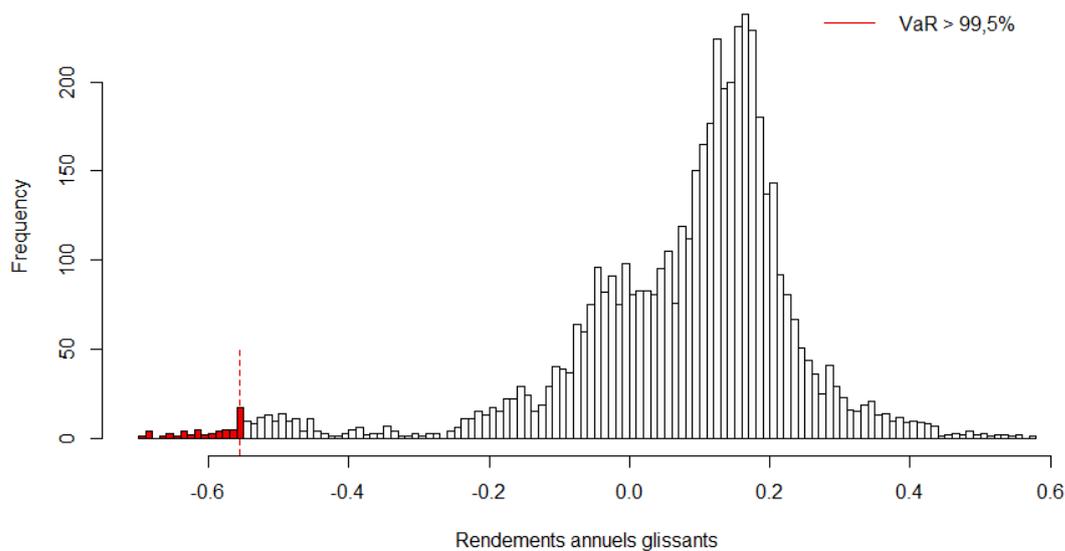


Figure 2.4 - VaR empirique sur la distribution des rendements annuels sur un an glissant de l'indice MSCI World

Une Value-at-Risk empirique à 99,5% sur une période d'un an, calculée à partir des rendements annuels glissants, a été déterminée à hauteur de **56,51%**. Cela représente une différence d'environ 12 points par rapport au taux de 44,25% calibré par l'EIOPA pour le même indice. Cette divergence peut être expliquée par les différences de méthodologie utilisées ainsi que par l'intégration d'un historique plus étendu (avec 14 années supplémentaires). De plus, les rendements extrêmement négatifs issus de la crise de 2009 ont joué un rôle majeur dans cette différence. En comparaison, en reproduisant la méthodologie de l'EIOPA sur les rendements annuels, nous avons obtenu un choc de **51,10%**, ce qui correspond à moins de 6 points de différence.

Il est apparu que la méthode empirique semble être trop sévère, en raison notamment des rendements fortement négatifs qui introduisent un biais significatif.

Afin d'assurer la cohérence et la robustesse de ce résultat, une approche basée sur le calcul d'une Value-at-Risk paramétrique sera présentée. Pour cette deuxième approche, nous allons également étudier un indice européen afin d'obtenir une perspective plus représentative de l'environnement européen.

2.2.3 Calcul des VaR paramétriques

2.2.3.1 L'indice MSCI Europe

Le choc sur les actions calibré par l'EIOPA repose sur un indice couvrant le marché de 23 pays économiquement développés à l'échelle mondiale. Ce choix avait été motivé par la disponibilité d'une longue série historique en 2009, couvrant une période de 36 ans. Cependant, par souci de prudence, il est pertinent de considérer un indice spécifiquement européen, d'autant plus que depuis cette époque, d'autres indices européens ont pu acquérir des séries historiques comparables, voire supérieures à celle du MSCI World. Dans cette optique, nous nous sommes orientés vers un indice qui présentait une forte corrélation avec l'indice MSCI *World Developed Index* et pour lequel nous disposions d'une série chronologique quotidienne.

L'indice choisi pour cette étude est le MSCI *Europe Total Return Index*, qui englobe la composante européenne de l'indice MSCI World. Bien que l'EIOPA ait utilisé cet indice à des fins de comparaison lors de son calibrage, l'historique complet des données journalières n'était disponible que depuis 2001 à l'époque, ce qui pouvait mettre en doute la robustesse des résultats. Cependant, en 2023, avec une meilleure rétrospective sur cet indice, son utilisation pour un recalibrage semble plus pertinente.

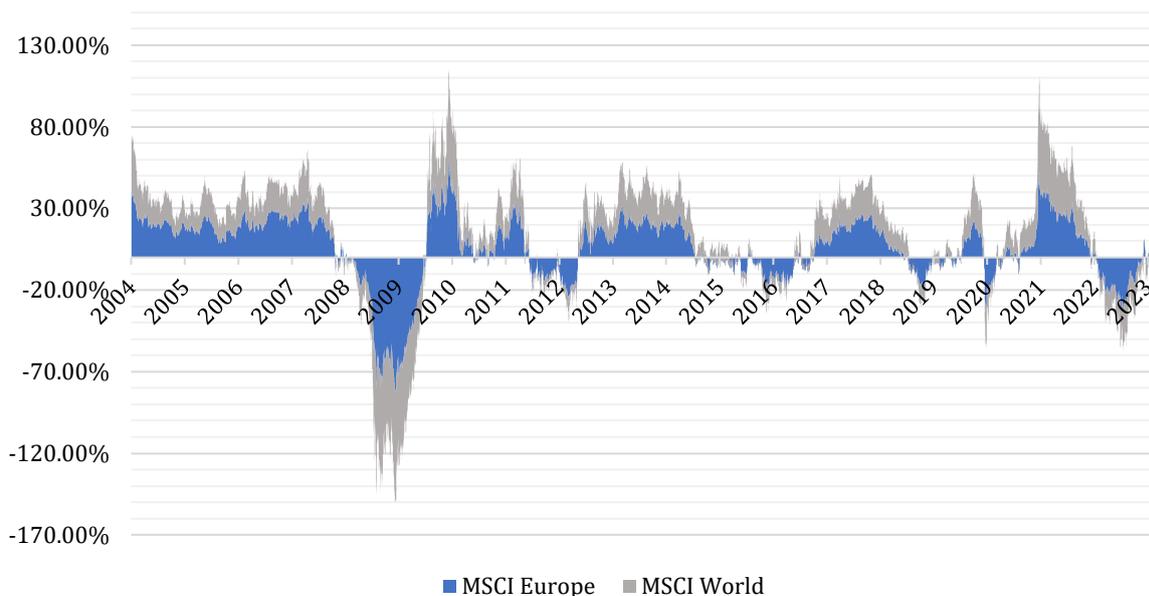


Figure 2.5 - Rendements annuels glissants des indices MSCI World et MSCI Europe (2003-2023)

À travers le graphique, il est observé une forte corrélation positive de 85% entre les rendements des deux indices. L'indice MSCI Europe est cependant moins volatile sur la totalité de la période observée.

2.2.3.2 Calcul des VaR

Afin de déterminer une pénalité cohérente à appliquer dans le cadre du risque action de type 1, une seconde approche, basée sur le calcul d'une Value-at-Risk paramétrique, peut être mise en place sur les rendements annuels sur un an glissant des indices MSCI World et MSCI Europe.

Cependant, contrairement à la Value-at-Risk empirique, la Value-at-Risk paramétrique exige une hypothèse sur la forme de la distribution des rendements annuels. En effet, la méthode paramétrique implique le calcul sur une loi de probabilité ajustée à ces données à l'aide des paramètres estimés par la méthode du maximum de vraisemblance⁵.

Un premier ajustement des rendements annuels glissants par une loi normale a ainsi été réalisé et les estimateurs obtenus sont $(\hat{\mu}; \hat{\sigma}) = (0,06255 ; 0,2086)$. Les résultats de l'ajustement à une distribution normale sont les suivants :

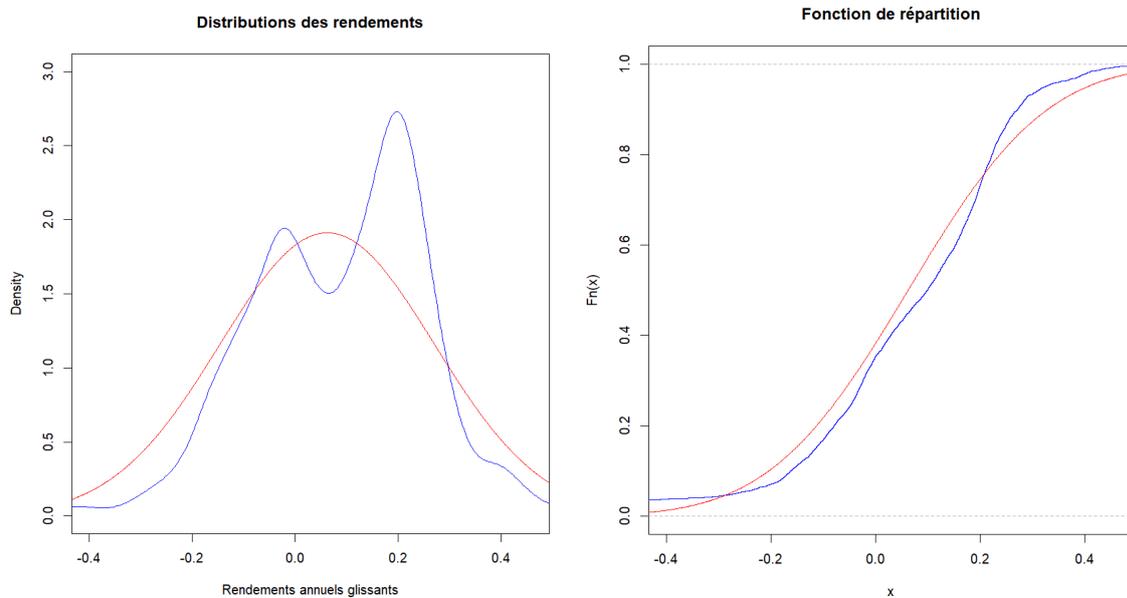


Figure 2.6 - Ajustement des rendements annuels sur un an glissant par une loi normale

L'ajustement à une distribution normale semble inapproprié, comme en témoigne le graphique où la distribution des rendements ne présente pas la forme en cloche caractéristique de la distribution normale. De plus, le diagramme quantile-quantile montre que les points ne suivent pas la première bissectrice, ce qui confirme graphiquement que les données ne suivent pas les hypothèses de normalité :

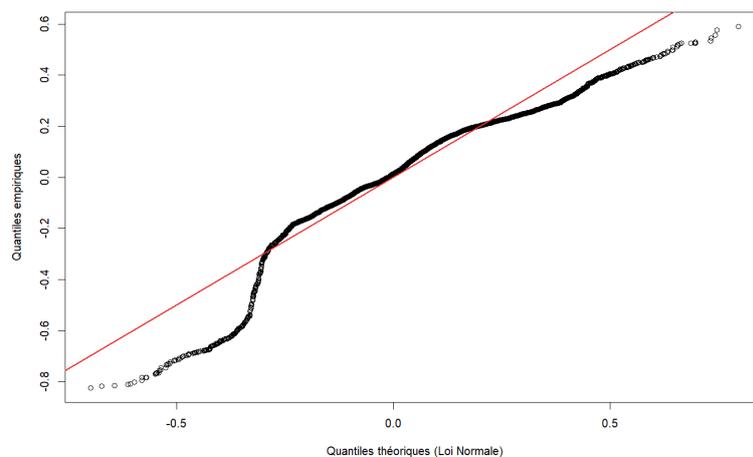


Figure 2.7 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements annuels glissants de l'indice MSCI Europe

⁵ Un rappel de la méthode est disponible en Annexe A.1.2

Un test de normalité de type Kolmogorov-Smirnov a alors été réalisé pour confirmer cette première observation. Comme on pouvait s'y attendre, le test d'ajustement effectué sur les rendements annuels glissants renvoie une p-valeur égale à $2,046 \times 10^{-12}$, ce qui conduit à rejeter l'hypothèse nulle pour un niveau de confiance de 5%. Ainsi, ce résultat ne permet pas de conclure à la normalité des données.

Les résultats de ces tests posent problème pour l'estimation des VaR paramétriques. Cependant, l'EIOPA avait obtenu des résultats similaires mais avait néanmoins retenu la méthode de VaR paramétrique en supposant une distribution normale. Étant donné que la VaR empirique semble être trop pénalisante, la méthode paramétrique reste pertinente mais peut présenter un certain biais. Pour effectuer une analyse complète, trois autres lois de probabilité seront ajustées aux rendements annuels glissants afin de déterminer la meilleure correspondance possible pour le calcul du choc sur les actions. Ces lois sont la loi Gamma, la loi Log-normale et la loi de Fisher.

Au moyen de la méthode du maximum de vraisemblance, les paramètres des lois ajustées avec translation ont été déterminés, et voici les résultats obtenus :

- **Log-normale :**
 $\mathcal{LN}(c ; \hat{\mu} ; \hat{\sigma}) = (-1 ; 0,033 ; 0,258) ;$
- **Gamma :**
 $\Gamma(c ; \hat{\alpha} ; \hat{\lambda}) = (-1 ; 18,69 ; 17,59) ;$
- **Fisher :**
 $\mathcal{F}(c ; \hat{a}_1 ; \hat{a}_2) = (-1 ; 532,07 ; 516,48).$

Il est à présent possible de comparer l'ensemble de ces ajustements sur le graphique suivant :

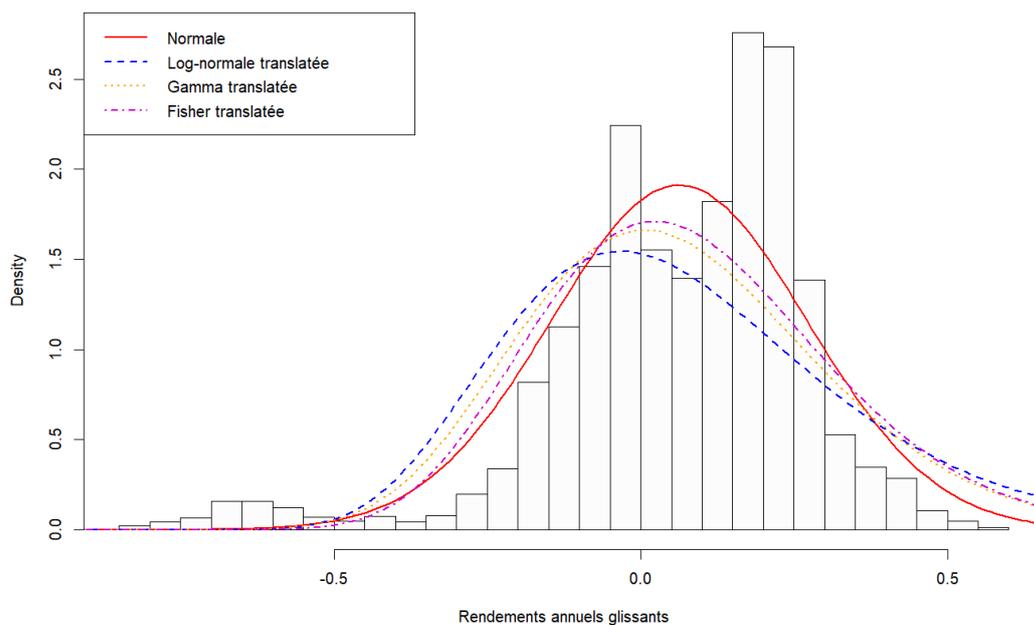


Figure 2.8 - Comparaison des densités à la distribution empirique des rendements annuels glissants de l'indice MSCI Europe

Afin de déterminer le meilleur ajustement à la distribution empirique et ainsi retenir la loi optimale pour le calcul de la Value-at-Risk paramétrique, les erreurs quadratiques moyennes ont été analysées.

L'erreur quadratique moyenne (EQM) est un indicateur utilisé pour évaluer la qualité de l'ajustement d'une distribution théorique à une distribution empirique. Dans ce cas, il s'agit d'évaluer l'ajustement des lois Log-normale, Gamma et de Fisher aux rendements annuels glissants par rapport à la distribution empirique. L'erreur quadratique moyenne se définit, dans notre cas, comme suit :

Soit X une variable aléatoire réelle suivant la distribution empirique des rendements annuels glissants. Soit Y une variable aléatoire réelle suivant la loi ajustée théorique. L'erreur quadratique de prédiction moyenne s'écrit donc :

$$\underbrace{\mathbb{E}[(Y - X)^2]}_{err. \text{ quad}} = \underbrace{(\mathbb{E}[Y] - X)^2}_{biais^2} + \underbrace{\mathbb{E}[(Y - \mathbb{E}(Y))^2]}_{variance}$$

Plus l'EQM est faible, meilleur est l'ajustement de la loi théorique à la distribution empirique. Les résultats des erreurs quadratiques moyennes, ainsi que les VaR paramétriques associées à chaque loi pour les deux indices étudiés (toutes les études équivalentes faites sur l'indice MSCI World sont disponibles en Annexe 4, sont les suivants :

| Lois | MSCI Europe | | | MSCI World | | |
|------------------------|-------------|-------------|---------------|------------|-------------|---------------|
| | MSE | Distance KS | VaR | MSE | Distance KS | VaR |
| Normale | 0,0016 | 0,073 | 37,81% | 0,0030 | 0,117 | 30,54% |
| Log-normale translatée | 0,0072 | 0,131 | 37,39% | 0,0076 | 0,154 | 30,54% |
| Gamma translatée | 0,0046 | 0,105 | 37,12% | 0,0026 | 0,123 | 30,34% |
| Fisher translatée | 0,0033 | 0,207 | 37,35% | 0,0055 | 0,296 | 29,87% |

Figure 2.9 – VaR et erreurs quadratiques moyennes des ajustements réalisés

En ce qui concerne l'erreur quadratique moyenne, il est vrai que la loi Normale s'avère être le meilleur ajustement aux données empiriques pour l'indice MSCI Europe, tandis que pour l'indice MSCI World, c'est la loi Gamma translatée qui minimise cette erreur.

Toutefois, il est important de noter que les tests de Kolmogorov-Smirnov effectués sur l'ensemble des lois ont conduit au rejet de l'hypothèse H_0 au seuil $\alpha = 5\%$. Cela signifie que nous ne pouvons pas supposer l'égalité entre les fonctions de répartition empirique et théorique avec un risque d'erreur α .

A titre informatif, si l'on compare les distances de Kolmogorov-Smirnov, c'est la loi Normale qui minimise l'écart maximal entre les fonctions de répartition empirique et théorique pour les deux indices. Cependant, pour tenir compte de l'ensemble des résidus, nous préférons privilégier l'erreur quadratique moyenne.

Ainsi, nous retenons la loi Normale pour l'indice MSCI Europe, qui offre le meilleur ajustement aux données. Selon cette loi, la VaR paramétrique à 99,5% à horizon 1 an est de **37,12%**.

Quant à l'indice MSCI World, la loi Gamma translatée sera retenue, ce qui conduit à une VaR paramétrique à 99,5% à horizon 1 an de **30,34%**.

Conclusion

En conclusion, nous constatons un écart de 8,8% entre la VaR paramétrique obtenue par l'EIOPA sur l'indice MSCI World avec une VaR de 39,34% basée sur les données jusqu'en 2009 et celle recalculée en 2023 sur le même indice dans le cadre de cette étude avec une VaR de 30,54% basée sur les données jusqu'en 2023. Ce dernier résultat semble sous-estimer la charge à appliquer sur les actions si l'étude était basée sur le même indice. De plus, une tendance inverse est observée lors du calcul des VaR empiriques sur l'indice MSCI World, où une forte hausse de la pénalité a été observée en 2023.

Pour des raisons de prudence et afin de mieux représenter l'environnement européen, nous avons choisi de conserver le choc obtenu par le calcul de la Value-at-Risk paramétrique sur l'indice MSCI Europe. Ainsi, une pénalité de **37%** est finalement retenue pour le risque sur les actions de type 1 dans le cadre de ce mémoire.

2.3 Recalibrage du risque immobilier

Le module de risque immobilier vise à quantifier l'impact de la baisse des marchés immobiliers sur la valeur des actifs.

Ce module consiste à faire diminuer instantanément de 25% la valeur des actifs immobiliers.

2.3.1 Calibrage utilisé par l'EIOPA

Afin de déterminer son facteur de stress de 25% à appliquer aux actifs immobiliers, l'EIOPA explique dans son document « *Solvency II Calibration Paper* » avoir utilisé des données issues de l'*Investment Property Databank* (IPD). Elle précise que cet organisme conçoit des indices immobiliers pour la majorité des marchés européens, mais aussi pour quelques pays hors de l'Europe.

Pour justifier ce choix, l'Autorité européenne explique que l'indice IPD est l'indice immobilier le plus communément utilisé comme benchmark de la performance des biens immobiliers dans la plupart des pays.

L'EIOPA explique également que l'un des facteurs les plus difficiles de ce calibrage spécifique est l'absence de longues séries chronologiques sur la plupart des marchés européens. En effet, bien que d'autres indices au niveau européen existaient déjà en 2008 (date à laquelle les études de calibration ont été réalisées), tels que l'indice "*IPD Europe Property Index*", ces indices ne disposaient pas d'une série historique suffisamment étendue. Par exemple, l'indice "*IPD Europe Property Index*" couvrait la période de 1998 à 2008, soit une durée de 10 ans.

L'analyse européenne s'est donc basée sur l'indice IPD britannique sur la période allant de 1987 à 2008, soit une durée de 21 ans. L'indice comprend des données sur les transactions immobilières réelles réalisées par des investisseurs institutionnels et des sociétés immobilières. Il fournit des chiffres annuels et mensuels pour le rendement total des biens immobiliers et une distinction est faite entre les commerces de détail, les bureaux, les propriétés industrielles et d'autres propriétés commerciales à travers le Royaume-Uni. Ainsi, une base de 259 rendements mensuels a été utilisée. Cet ensemble de données est le plus vaste et le plus détaillé.

Finalement, à partir de ces données mensuelles, les rendements annuels ont été extraits en créant une fenêtre d'un an glissant et une méthode de Value-at-Risk non paramétrique a ainsi pu être effectuée. Les résultats obtenus sont les suivants :

| | ALL Property | Office | City Offices | Retail | Commercial |
|-------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Maximum | 29.51% | 34.74% | 33.14% | 25.84% | 40.14% |
| 50% | 9.78% | 9.92% | 8.00% | 9.74% | 13.54% |
| Mean | 8.79% | 8.19% | 5.42% | 8.56% | 11.37% |
| 1 in 10 or 10% | -5.26% | -8.50% | -18.87% | -4.76% | -6.61% |
| 1 in 20 or 5% | -13.63% | -13.60% | -22.13% | -14.40% | -17.89% |
| 1 in 100 or 1% | -25.28% | -25.62% | -29.42% | -26.82% | -27.38% |
| 1 in 200 or 0.5% | -25.74% | -25.93% | -30.03% | -27.47% | -27.67% |
| Minimum | -25.88% | -25.96% | -30.10% | -27.69% | -27.71% |
| Std. Dev. | 10.51% | 11.93% | 13.70% | 10.15% | 12.08% |
| Skewness | -0.8973 | -0.4506 | -0.7526 | -1.2395 | -1.1113 |
| Excess Kurtosis | 1.3527 | 0.3688 | 0.0572 | 2.0621 | 1.8115 |
| Historical VAR | 25.74% | 25.93% | 30.03% | 27.47% | 27.67% |

Tableau 2.4 - Résultats EIOPA dans le cadre du calibrage du risque immobilier
(Source : Solvency II Calibration Paper)

À partir de ces données, il a été possible d'établir un scénario de choc bicentenaire par propriété et par secteur d'activités. Étant donné que l'ordre de grandeur de la Value-at-Risk à 99,5% est similaire pour tous les types de propriétés, l'EIOPA à l'issue de son étude a décidé de retenir un unique choc à appliquer de 25% à l'ensemble du portefeuille immobilier.

2.3.2 Estimation du niveau de choc

La calibration du choc immobilier a été effectuée en se basant sur un indice britannique, choix qui s'est avéré pertinent en 2008 en raison de la disponibilité d'une série historique suffisamment étendue pour une calibration robuste. Cependant, en 2023, cette calibration peut être soumise à réévaluation.

En effet, le contexte actuel est marqué par des dynamiques économiques et géopolitiques qui ont engendré des répercussions significatives sur le marché immobilier européen. Plusieurs facteurs clés ont contribué à façonner cette situation complexe.

Tout d'abord, l'incertitude entourant les modalités du Brexit, ainsi que la mise en place de nouvelles réglementations commerciales et douanières, a entraîné une certaine volatilité sur les marchés financiers et a eu des conséquences sur les investissements étrangers, y compris dans le secteur immobilier.

Ensuite, la crise sanitaire mondiale due à la pandémie de COVID-19 a entraîné une perturbation des activités commerciales et une augmentation du travail à distance, ce qui a eu des répercussions sur la demande de bureaux et d'espaces commerciaux. De plus, l'incertitude économique a pu freiner les investissements immobiliers et avoir des conséquences sur les transactions.

De plus, les politiques monétaires et fiscales adoptées par les gouvernements en réponse à la crise ont eu un impact sur les taux d'intérêt et la disponibilité du crédit. Les taux d'intérêt historiquement bas ont incité de nombreux investisseurs à chercher des rendements plus élevés, ce qui a pu influencer la demande d'investissements immobiliers. Cependant, les politiques de soutien économique et les mesures de report de paiement de loyers ont également pu atténuer certaines des pressions sur le marché immobilier.

Enfin, la transition vers des modèles économiques plus durables et la prise en compte croissante des considérations environnementales ont également façonné le marché immobilier. Les réglementations de plus en plus strictes en matière d'efficacité énergétique et les préoccupations croissantes concernant les problèmes environnementaux ont eu des implications sur la demande de biens immobiliers, un approfondissement de ce dernier point serait effectué dans la suite de cette partie.

Dans le contexte actuel et notamment suite au retrait du Royaume-Uni de l'Union européenne le 31 janvier 2020, et étant donné que Solvabilité 2 est une réglementation applicable aux États membres de l'UE, il est moins pertinent de calibrer le choc immobilier sur un indice britannique. De plus, nous disposons désormais d'une rétrospective plus étendue sur les indices immobiliers européens, ce qui nous permet d'avoir des séries historiques comparables, voire, dans certains cas, supérieures à celles utilisées par l'agence européenne lors de son calibrage du choc immobilier (sur une période de 21 ans). Il serait donc intéressant de se pencher sur ces indices afin de reproduire l'étude à l'échelle européenne, ce qui permettrait d'obtenir une pénalité plus représentative de l'environnement où la formule standard est appliquée.

Pour déterminer le nouveau choc sur les actifs immobiliers, une méthodologie de calcul d'une Value-at-Risk paramétrique estimée à partir d'une loi de probabilité sera présentée. Les rendements logarithmiques seront utilisés, similaires à ce qui a été réalisé précédemment pour le calibrage du choc sur les actions. Une seconde méthodologie de calcul d'une Value-at-Risk empirique basée sur les données historiques sera également présentée.

2.3.2.1 Réplication de la méthode de calibration EIOPA sur l'indice IPD

Dans une première étape, nous mettrons en application les méthodes exposées sur l'indice IPD UK Property Index, en utilisant les données historiques couvrant la période de 1987 à 2008. Cette période correspond à la fois à l'indice et à l'historique qui ont été utilisés lors de la calibration initiale du choc immobilier.

L'objectif principal de cette démarche est d'analyser la présence d'un éventuel biais significatif entre la méthode employée par l'agence européenne et les méthodes discutées dans ce mémoire. Dans nos efforts pour obtenir l'intégralité des données mensuelles de l'IPD *UK Property Index*, nous avons rencontré des défis. En effet, la société *Investment Property Databank Ltd.*, responsable de la gestion de cet indice, a été rachetée par MSCI⁶ en octobre 2012 (L'AGEFI, 2012). Par conséquent, les indices ne sont plus accessibles gratuitement en ligne. En raison de cette restriction d'accès aux indices, nous n'avons pas été en mesure d'obtenir ces données malgré nos tentatives.

En revanche, nous avons réussi à récupérer un historique trimestriel couvrant la période de 1987 à 2016. Nous estimons que cette plage de données devrait être suffisante pour effectuer une comparaison robuste et informative.

⁶ *Morgan Stanley Capital International*

Cependant, il convient de noter que lors du calibrage initial du choc immobilier, l'EIOPA avait fait appel à 259 rendements mensuels couvrant la période de 1987 à 2008. En revanche, dans notre étude, nous avons utilisé un ensemble de 84 rendements trimestriels couvrant une fenêtre d'une année glissante pour cette même période. Cette disparité dans la fréquence des données pourrait potentiellement affecter la solidité des conclusions qui seront exposées ultérieurement. Il est crucial de prendre en considération cette contrainte lors de l'analyse et de l'interprétation des résultats obtenus dans la suite de cette étude.

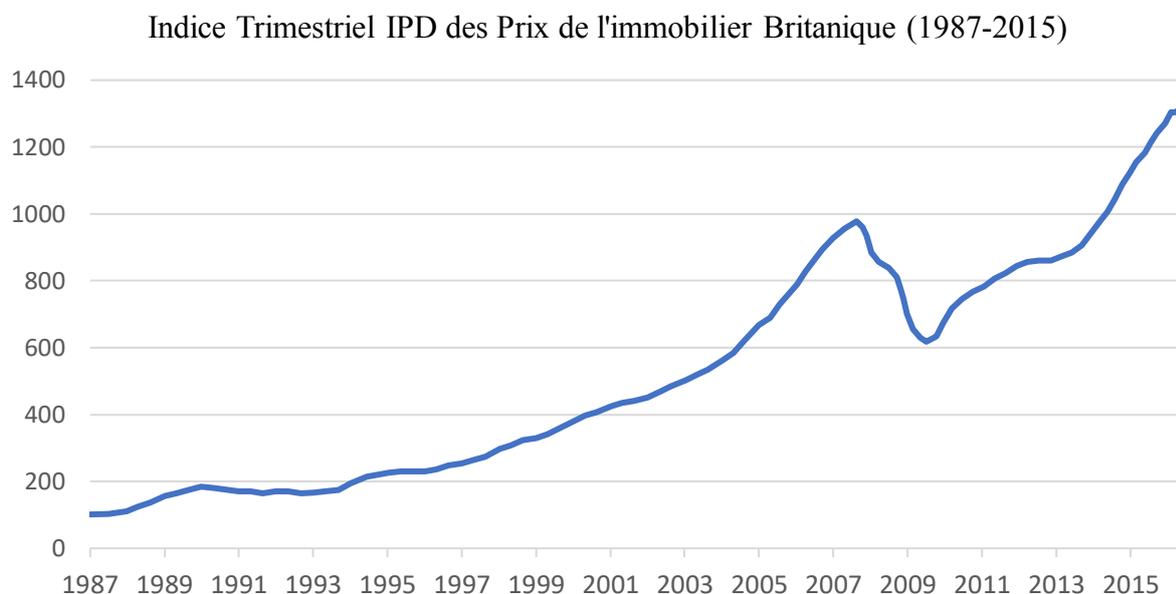


Tableau 2.5 - Cours du IPD UK Property Index (1987-2015)
(Source : MSCI Real-estate)

De manière générale, le cours de l'indice IPD UK Property a connu une forte croissance depuis la fin de la crise des subprimes, vers la mi-2009, jusqu'en 2016. Durant cette période, l'indice est passé de 623 points à 1 315 points, ce qui indique une augmentation significative de sa valeur.

Finalement, nous obtenons une Value-at-Risk empirique à 99,5% avec un horizon d'un an de **24,78%**. Ce résultat sous-estime d'environ 1% le résultat obtenu par l'EIOPA. Cette différence peut s'expliquer par le fait que nous avons utilisé des données trimestrielles au lieu de données annuelles. Néanmoins, le chiffre obtenu se situe dans le même ordre de grandeur que le choc de **25,78%** obtenu par l'agence européenne, ce qui confirme la pertinence l'utilisation de la méthode décrite précédemment pour évaluer le risque immobilier.

En étendant l'historique jusqu'en 2016, nous parvenons à déterminer un choc de **20,29%** pour la période allant de 1987 à 2016. Ce résultat met en évidence une nette réduction du choc immobilier lorsqu'on inclut les années situées entre 2009 et 2016. Cette diminution significative du choc immobilier est principalement attribuable à la forte croissance qu'a connue l'indice durant ces années-là. Cette constatation renforce l'argument en faveur d'une réévaluation de ce choc à 2023 au sein de la formule standard, étant donné l'évolution observée dans les données sur cette période.

2.3.2.2 Utilisation d'une VaR Paramétrique

N'ayant pas accès aux différents indices IPD suite à son rachat par la MSCI, d'autres indices ont pu être exploités afin de calibrer le choc immobilier de 2023. Comme expliqué en préambule, depuis la sortie du Royaume-Uni de l'Union européenne, il serait plus prudent de se pencher sur un indice européen.

L'indice choisi pour notre étude est l'Indice des Prix au Logement (IPL)⁷, qui est publié trimestriellement par Eurostat. Eurostat, une direction générale de la Commission européenne, est responsable de la fourniture d'informations statistiques officielles pour l'Union européenne depuis plus de 70 ans. L'IPL est un indice de base 100 en l'année 2015 et est mis à jour trimestriellement. Les données de l'indice couvrent la période de 2005 à 2023, ce qui équivaut à 18 ans d'historique. Dans cette analyse, un total de 67 rendements trimestriels sur une période d'un an glissant a été utilisé.

| Année | Indice T4 | Log-rendement |
|-------|------------|---------------|
| 2005 | 88,08 | |
| 2006 | 96,96 | 9,61% |
| 2007 | 102,78 | 5,83% |
| 2008 | 99,47 | -3,27% |
| 2009 | 97,78 | -1,71% |
| 2010 | 98,73 | 0,97% |
| 2011 | 97,94 | -0,80% |
| 2012 | 96,42 | -1,56% |
| 2013 | 95,84 | -0,60% |
| 2014 | 97,88 | 2,11% |
| 2015 | 101,35 | 3,48% |
| 2016 | 106,38 | 4,84% |
| 2017 | 111,46 | 4,66% |
| 2018 | 116,62 | 4,53% |
| 2019 | 121,80 | 4,35% |
| 2020 | 128,84 | 5,62% |
| 2021 | 141,99 | 9,72% |
| 2022 | 147,03 | 3,49% |
| 2023 | 146,03 (P) | -0,68% |

Tableau 2.6 - Historique des log-rendement sur un an glissant de l'indice IPL

Malgré la limite de l'historique relativement court de l'IPL, des tests de normalité ont été réalisés pour évaluer si la distribution des rendements trimestriels pouvait être approximée par une distribution normale, ce qui serait nécessaire pour déduire une *Value-at-Risk* (VaR) paramétrique.

⁷ Disponible sur le site web officiel de l'Union européenne : ec.europa.eu/eurostat

Les hypothèses de normalité pour la distribution des rendements trimestriels glissants ont été préalablement examinées. Les résultats de l'ajustement à une distribution normale sont les suivants :

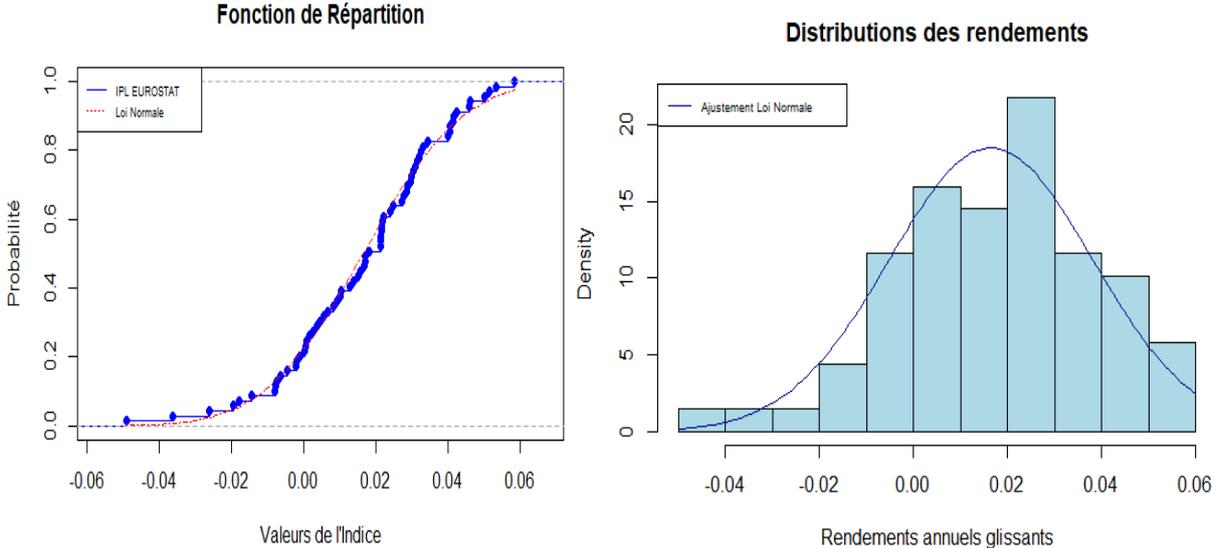


Figure 2.10 - Ajustement des rendements trimestriels sur un an glissant par une loi normale

L'ajustement à une distribution normale semble être adéquat, comme le suggère le graphique où la distribution des rendements présente une forme en cloche caractéristique de la distribution normale. De plus, le diagramme quantile-quantile montre que les points sont alignés le long de la première bissectrice, ce qui confirme graphiquement la normalité :

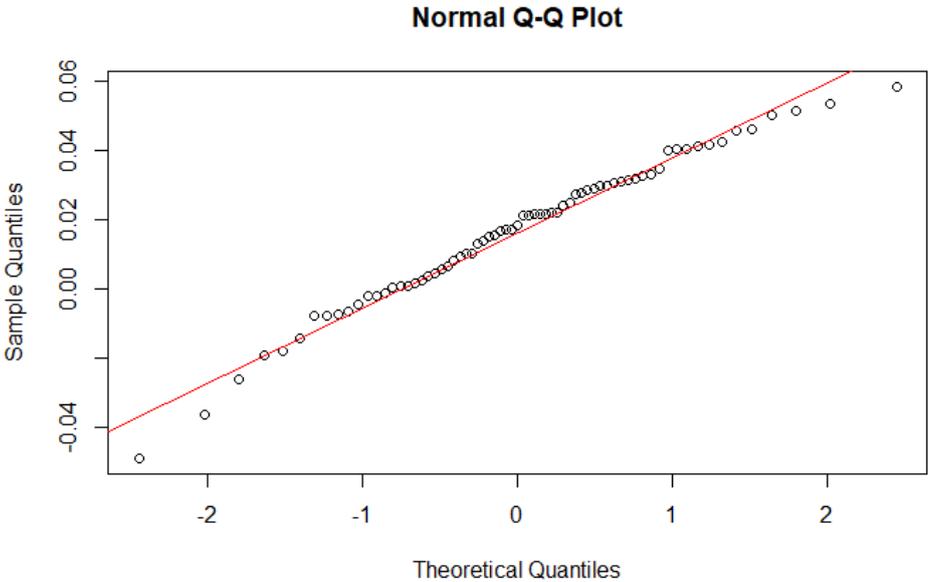


Figure 2.11 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements trimestriels sur un an glissant

Le test de normalité de type Shapiro-Wilk a été mis en place pour confirmer cette observation. Il a été préféré au test de Kolmogorov-Smirnov en raison du faible historique de données disponibles.

Le test de Shapiro-Wilk est une méthode non paramétrique utilisée pour vérifier si une variable continue X suit une distribution normale. Il présente une forte puissance statistique, ce qui le rend particulièrement approprié pour les échantillons de petite taille, tels que ceux utilisés dans notre étude. Ce test repose sur la statistique W , qui est calculée selon la formule suivante :

$$W = \frac{\left[\sum_{i=1}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} a_i (x_{n-i+1} - x_i) \right]^2}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

Où :

- n est la taille de l'échantillon ;
- $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ est la partie entière du rapport $\frac{n}{2}$;
- a_i sont des constantes générées à partir de la moyenne et de la matrice de variance-covariance des quantiles d'un échantillon de taille n suivant une distribution normale.

Le test de Shapiro-Wilk nous permet d'évaluer la normalité des séries de rendements trimestriels glissants. En utilisant cette statistique W , nous pouvons déterminer si l'ajustement de ces séries à une distribution normale est statistiquement plausible. Une valeur élevée de W indique une meilleure compatibilité avec la distribution normale (Rakotomalala, 2008).

Le test de Shapiro-Wilk effectué sur les données des rendements trimestriels glissants indique une p-valeur égale à 0,3496. À un niveau de confiance de 5%, cette valeur élevée de p-valeur nous indique que l'hypothèse nulle, selon laquelle les données sont issues d'une population normalement distribuée, ne peut pas être rejetée. Par conséquent, la normalité des données peut être envisagée et nous pouvons procéder au calcul d'une *Value-at-Risk* paramétrique à 99,5% avec un horizon d'un an, basé sur cet ajustement normal.

| Méthode rendement moyen | |
|--------------------------------|--------------|
| Moyenne | 3,26% |
| Écart-type | 3,98% |
| Pénalité log rendement | -7,00% |
| Choc | 6,76% |

Figure 2.12 - Value-at-Risk obtenue sur les log-rendements de l'indice IPL

Un choc s'élevant à **6,76%** est obtenu, ce qui peut sembler relativement faible en comparaison avec le choc de 25% de la formule standard. Plusieurs facteurs expliquent cette différence.

Tout d'abord, la faible profondeur historique des données utilisées pour le calibrage du choc immobilier sur l'indice IPL (67 rendements trimestriels glissants depuis 2005) peut contribuer à une estimation plus conservatrice du choc par rapport aux 259 rendements mensuels utilisés par l'EIOPA.

Ensuite, il est vrai que le marché de l'immobilier européen peut présenter une certaine stabilité ces dernières années, ce qui peut se refléter dans une volatilité plus faible par rapport aux fluctuations plus significatives observées à l'échelle territoriale, notamment sur des périodes de crise.

Enfin, le fait que l'ajustement des rendements trimestriels glissants par une loi normale soit adéquat peut également influencer le résultat. Une distribution normale peut sous-estimer les événements extrêmes, ce qui pourrait contribuer à un choc estimé moins élevé.

2.3.3 Autres indices étudiés

Il est tout à fait pertinent d'inclure deux autres indices disposant d'historiques plus substantiels et de perspectives différentes, dans le but d'obtenir des résultats plus robustes et représentatifs. Les deux indices sélectionnés sont les suivants :

➤ **Le UK House Price Index (HPI)⁸**

Fourni trimestriellement par le gouvernement britannique depuis 1986, ce qui offre un total de 145 rendements trimestriels. Cet indice présente un historique conséquent, ce qui est essentiel pour notre analyse et notamment pour l'approche historique. De plus, il propose une perspective plus prudente, compte tenu de la volatilité supérieure du marché immobilier britannique par rapport au marché européen. Nous l'incluons également pour reproduire l'approche de l'EIOPA qui a également utilisé un indice britannique. Toutefois, compte tenu des raisons exposées en début de section, cet indice sera considéré à titre informatif.

➤ **L'indice des prix des logements français (IPL)⁹**

Publié par l'INSEE. Cet indice est également trimestriel, avec une base de 100 pour l'année 2015, et couvre la période de 1996 à 2023. Cela nous offre un total de 109 rendements, s'étalant sur une période de 25 ans. L'utilisation de cet indice permet également d'avoir un historique substantiel, cette fois pour l'un des pays majeurs de l'Union européenne. La France est en effet la deuxième économie la plus importante au sein de l'UE.

L'inclusion de ces indices variés devrait contribuer à une analyse plus complète et nuancée du choc immobilier, en prenant en compte différentes dynamiques nationales et contextuelles.

⁸ Disponible sur : landregistry.data.gov.uk

⁹ Disponible sur : Insee.fr

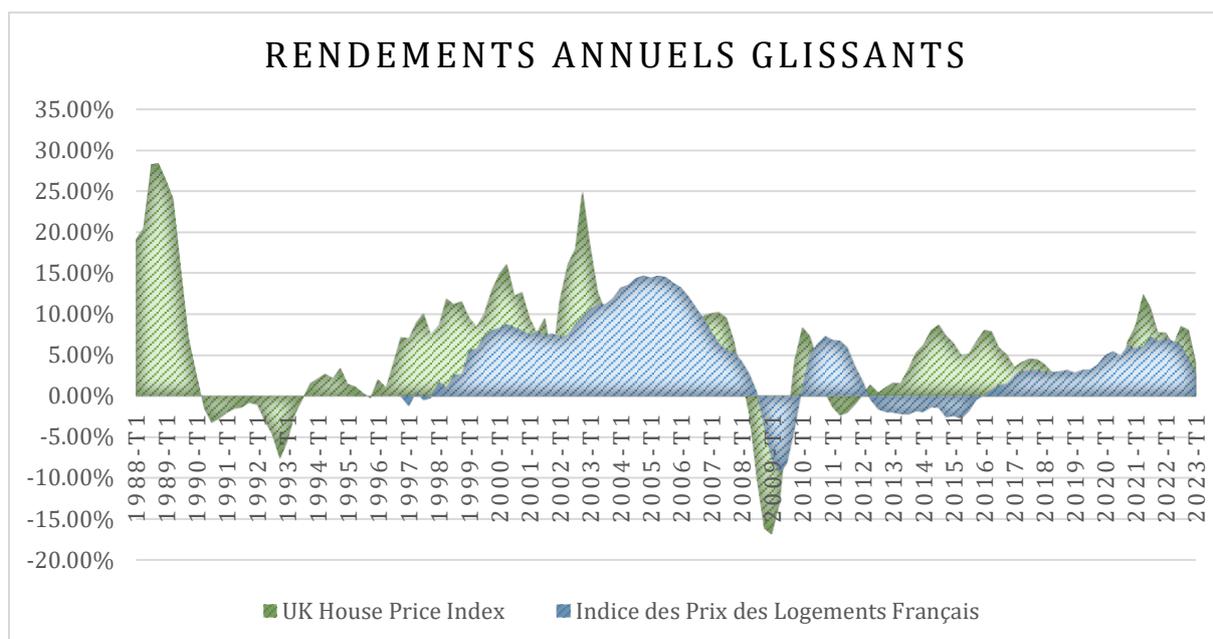


Figure 2.13 - Rendements trimestriels sur un an glissant des indices HPI et IPL français depuis 1988

Globalement, les deux indices sélectionnés présentent une trajectoire similaire, bien que des différences se manifestent particulièrement durant la période allant de 2011 à 2016. Il est notable que le marché français affiche une volatilité moins marquée que le marché britannique, caractérisé par des fluctuations moins prononcées à la hausse comme à la baisse.

L'évaluation de l'hypothèse de normalité des distributions des rendements trimestriels glissants pour les deux indices est disponible en Annexe 2.

En raison de la plus grande quantité de données disponibles pour ces deux indices, nous avons privilégié le test de Kolmogorov-Smirnov¹⁰ pour évaluer la normalité des données, plutôt que le test de Shapiro-Wilk. Les résultats du test de Kolmogorov-Smirnov indiquent des valeurs de p-valeur de 0,2946 pour l'indice IPL français et de $< 2.2e-16$ pour l'indice UK HPI. Cela signifie que l'hypothèse de normalité des données n'est pas rejetée pour l'indice IPL français, tandis qu'elle est rejetée pour l'indice UK HPI au niveau de confiance de 5%. Cette situation suggère que l'ajustement des rendements par une loi normale peut ne pas être approprié pour l'indice UK HPI, et les résultats obtenus pour cet indice devront être interprétés avec prudence.

En utilisant les méthodologies décrites précédemment, nous avons obtenu un choc immobilier de **8,73%** pour l'indice français et de **13,39%** pour l'indice britannique. Ces résultats semblent confirmer une nette diminution du risque immobilier depuis la calibration initiale réalisée en 2008.

¹⁰ Un rappel de la méthode est disponible en Annexe A.1.2

2.3.3.1 Un futur incertain

Un point d'attention particulier a été soulevé durant la recalibration du risque immobilier : le contexte économique actuel est marqué par des défis importants pour le marché immobilier européen et français. Les différentes crises économiques, telles que la crise Covid et les tensions géopolitiques liées à la guerre en Ukraine (MySweetImmo, 2023), ont eu un impact sur les taux d'intérêt des prêts immobiliers, les taux d'usure et l'accès au crédit, ce qui a contribué à créer des tensions sur le marché immobilier (LeJDD,2023). Ces facteurs ont également contribué à un net ralentissement des rendements annuels de l'immobilier en France et en Europe, comme le montrent les courbes des différents indices analysés précédemment. Il est donc crucial de prendre en compte ces facteurs lors de la recalibration du risque immobilier.

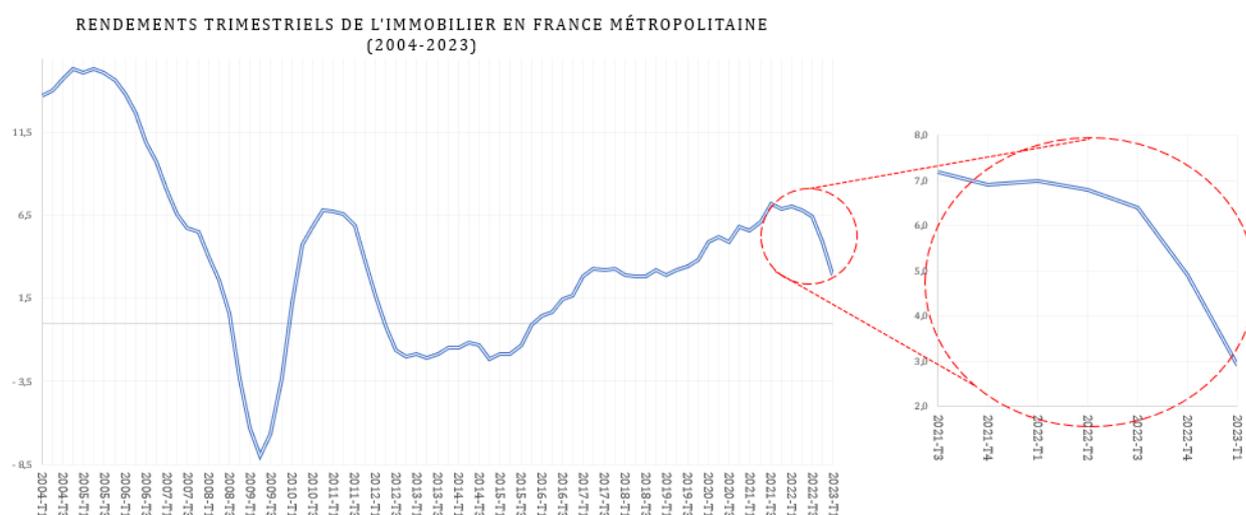


Figure 2.14 - Zoom sur les rendements trimestriels de l'immobilier en France métropolitaine

Un autre point d'attention concerne la directive européenne 2010/31/UE sur la performance énergétique des bâtiments (EPBD) révisée par le Parlement européen le 14 mars 2023. C'est une mesure importante pour renforcer les exigences en matière de performance énergétique des bâtiments neufs et existants. Cette révision vise à promouvoir la transition vers des bâtiments à émission zéro (*Zero Emission Building* - ZEB) et à encourager la rénovation énergétique des bâtiments existants.

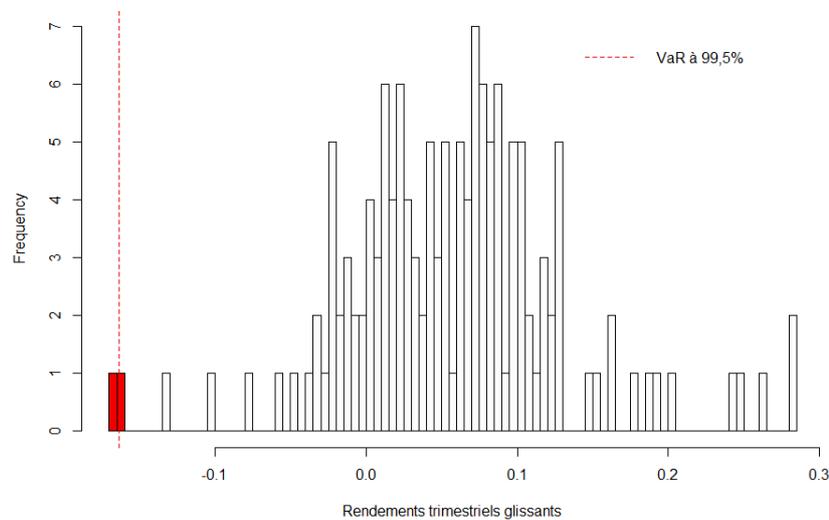
En France, l'équivalent de cette directive est le Diagnostic de Performance Énergétique (DPE) (Ecologie.gouv, 2023), qui est en vigueur depuis le 1er juillet 2021. L'une des principales modifications apportées par cette réforme concerne l'instauration d'un double seuil de notation pour évaluer la performance énergétique des bâtiments. Cette mesure aura un impact direct sur la notation des biens immobiliers, et près de 40% des logements pourraient voir leur note dégradée à la suite de cette réforme.

Cela peut entraîner des coûts non négligeables pour les propriétaires, car les biens immobiliers moins bien notés pourraient nécessiter des travaux de rénovation énergétique pour améliorer leur performance énergétique et conserver leur valeur sur le marché. De plus, cette dégradation de la note de performance énergétique peut également réduire la rentabilité des investissements immobiliers, ce qui peut être une préoccupation pour les propriétaires et les investisseurs.

2.3.3.2 Méthode derniers rendement et VaR empirique

La méthode choisie pour prendre en compte les variations futures et les préoccupations concernant l'avenir du marché immobilier est une approche prudente et pragmatique. Plutôt que d'utiliser la moyenne historique comme valeur centrale (μ) pour calculer les *Value-at-Risk* paramétriques, l'utilisation du dernier rendement enregistré sera préférée, qui correspond dans cette étude au premier trimestre de 2023. Cette approche plus récente permet d'avoir une vision plus actuelle des performances du marché immobilier et de tenir compte des évolutions plus récentes.

Par ailleurs, sont également présentés les *VaR* non paramétriques sur les données historiques, notamment pour l'indice britannique où l'hypothèse de normalité des log-rendements a été rejetée, est qui permet une approche permettant de tenir compte des éventuelles asymétries et queues épaisses dans la distribution des rendements.



Voici le tableau récapitulatif des *Value at Risk* pour les trois indices étudiés dans cette section, en fonction des différentes méthodes de calcul retenues :

| Indices retenus | IPL Eurostat | IPL Insee | UK HPI |
|---------------------------|--------------|-----------|--------|
| Méthode rendement moyen | 6,76% | 8,73% | N/A |
| Méthode dernier rendement | 9,43% | 10,01% | N/A |
| Méthode historique | 5,95% | 7,83% | 13,02% |

Les résultats obtenus indiquent des valeurs spécifiques pour la VaR en pourcentage pour chaque indice et méthode de calcul associée. À noter que les valeurs manquantes dans le tableau correspondent à des situations où certaines méthodes de calcul n'ont pas pu être appliquées en raison de l'inadéquation des données aux hypothèses de normalité.

Conclusion

En conclusion, les différentes méthodologies de calibrage mises en place aboutissent à des niveaux de choc avoisinant les 9%. Cependant, dans une perspective de prudence et de maintien de la stabilité du système à long terme, notamment face à une possible volatilité accrue du marché immobilier européen due aux raisons évoquées précédemment, une pénalité de **12%** sera retenue pour les actifs immobiliers dans la suite de ce mémoire. Bien que cette pénalité puisse sembler faible par rapport au choc de 25% actuellement appliqué en Europe selon la formule standard, elle semble mieux refléter l'évolution relativement stable du marché immobilier européen depuis la calibration originale en 2008.

Cependant, il convient de souligner que malgré les précautions prises lors de la sélection de cette pénalité, les incertitudes futures du marché immobilier européen pourraient remettre en question la pertinence de ce choix. Dans ce contexte, d'autres outils tels que *l'Own Risk and Solvency Assessment* (ORSA) au sein de Solvabilité 2 peuvent permettre d'obtenir des chocs plus représentatifs pour chaque entreprise, prenant en compte leur propre situation et spécificité, et ce, en complément de l'approche standard.

2.4 Recalibrage du risque de spread

Un spread de crédit représente la différence entre le taux de rendement actuariel d'un produit financier et le taux sans risque. Le taux sans risque peut être considéré comme la prime de risque exigée par un investisseur pour prendre position dans un actif risqué plutôt que dans un actif sans risque. En d'autres termes, un investisseur demandera un rendement plus élevé pour investir dans un actif risqué par rapport à un actif sans risque. Cette prime de rendement supplémentaire est ce que l'on appelle le spread.

La valeur du spread dépend de diverses variables, notamment la notation de l'émetteur (qui reflète sa solidité financière), la durée du produit financier et le contexte économique. Plus le produit est considéré comme risqué, plus le spread sera élevé.

2.4.1 Calibrage utilisé par l'EIOPA

Afin d'étalonner les facteurs de risque $Stress_i$ Pour les obligations et les prêts, la méthode décrite dans les documents EIOPA (2014b) intitulé *The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation* et CEIOPS (2009) intitulé *Draft CEIOPS' Advice for level 2 Implementing Measures on Solvency II : SCR Standard Formula, Article 109b, calibration of Market Risk Module* (CP 70) a été appliquée. Cette calibration a été réalisée en utilisant les indices obligataires corporates de Merrill Lynch.

Ces indices sont constitués d'émissions privées (par opposition aux émissions souveraines) financières et non financières de la zone euro, et ils sont rééquilibrés de manière mensuelle. Les titres qui ne remplissent plus les critères requis sont retirés de l'indice, tandis que de nouveaux titres éligibles sont inclus. Publiés par Merrill Lynch depuis la fin de l'année 1998, ces indices sont disponibles selon différentes notations allant de AAA à BBB, tranches de maturité allant de 0 à 10 ans et secteurs d'activité.

L'EIOPA explique avoir utilisé des données couvrant la période de décembre 1998 à juillet 2009. À partir des données mensuelles de composition des indices Merrill Lynch, obtenues via l'application Bloomberg, l'EIOPA a effectué une segmentation des indices en fonction de leur notation et de leur maturité. Cela a permis de créer des catégories d'indices distinctes.

Par exemple, pour les maturités de 1 an et 5 ans, les résultats obtenus étaient les suivants :

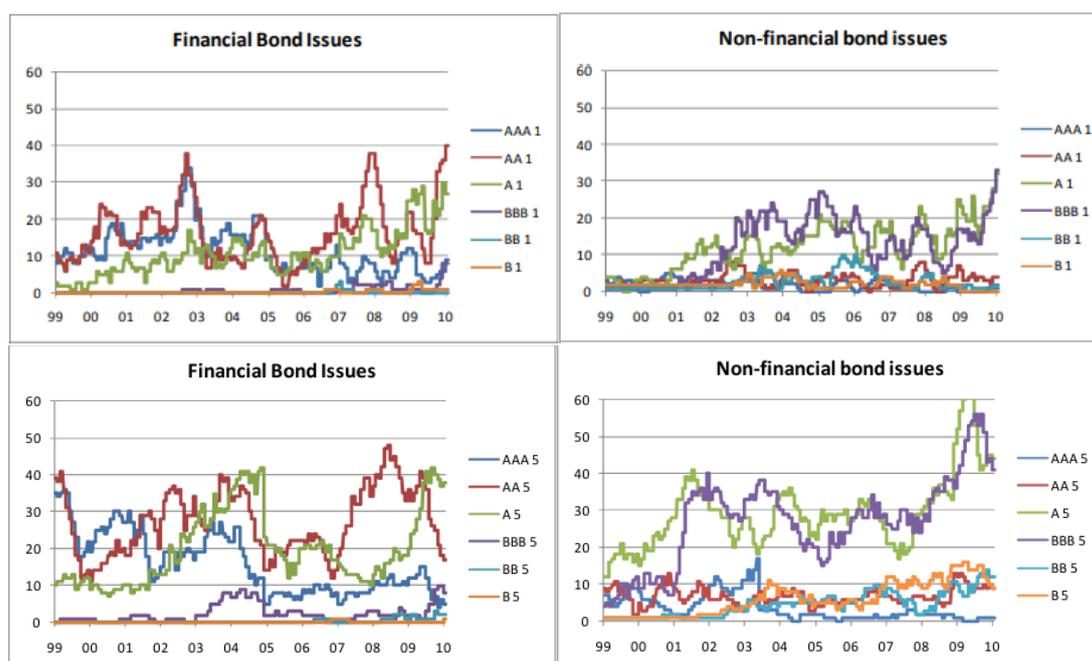


Figure 2.16 - Nombre d'émissions obligataires financières et non-financières pour des maturités de 1 et 5 ans
(Source : Solvency II Calibration Paper)

De plus, pour déterminer les facteurs de risque du sous-module de spread, l'EIOPA précise dans son document *Consultation Paper No.70* (CP 70), avoir déterminé, à partir des valeurs quotidiennes des indices, les rendements annuels sur un an glissant des indices *Merrill Lynch corporates* précédemment séparés en fonction de leurs notations et maturités. Pour chacune des maturités, l'Autorité européenne a ensuite retranché à ces rendements annuels des indices souverain, les indices utilisés ainsi que la méthode utilisée seront expliqués plus en détail dans la suite de ce mémoire. Finalement, des *Value-at-Risk* (VaR) paramétriques calculées avec le développement de Cornish Fisher sur les distributions des variations annuelles des spreads ont pu être déterminées, permettant l'obtention des facteurs de risque $Stress_i$.

Les obligations pour lesquels une évaluation de crédit par une agence de notation est disponible se voient attribuer un facteur de risque $Stress_i$ en fonction de l'échelon de qualité de crédit et de la durée dur_i de l'obligation en suivant le tableau présenté ci-dessous :

| Échelon de crédit | | 0 | | 1 | | 2 | | 3 | |
|---|----------------------------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|--------|-------|
| Duration (dur_i) | $Stress_i$ | a_i | b_i | a_i | b_i | a_i | b_i | a_i | b_i |
| Jusqu'à 5 ans | $b_i * dur_i$ | NA | 0,90% | NA | 1,10% | NA | 1,40% | NA | 2,50% |
| Supérieure à 5 et inférieure ou égale à 10 ans | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 4,50% | 0,50% | 5,50% | 0,58% | 7,00% | 0,70% | 12,50% | 1,50% |
| Supérieure à 10 et inférieure ou égale à 15 ans | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 7,00% | 0,50% | 8,40% | 0,50% | 10,50% | 0,50% | 20,00% | 1,00% |
| Supérieure à 15 et inférieure ou égale à 20 ans | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 9,50% | 0,50% | 10,90% | 0,50% | 13,00% | 0,50% | 25,00% | 1,00% |
| Plus de 20 ans | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 12,00% | 0,50% | 13,40% | 0,50% | 15,50% | 0,50% | 30,00% | 0,50% |

Tableau 2.7 - Facteurs de choc $Stress_i$ pour le calibrage du risque de spread des obligations et des prêts
(Source : Article 176 du Règlement Délégué (UE) 2015/35)

L'échelon de crédit 0 est associé à une obligation notée AAA, l'échelon 1 à une notation AA, l'échelon 2 à une notation A et l'échelon 3 à une notation BBB¹¹. Dans le cas où la notation n'est pas disponible pour une obligation, un facteur de risque stressé lui est attribué en suivant le tableau présenté ci-dessous :

| Duration (dur_i) | $Stress_i$ |
|---|---|
| Jusqu'à 5 ans | $3\% * dur_i$ |
| Supérieure à 5 et inférieure ou égale à 10 ans | $15\% + 1,7\% * (dur_i - 5)$ |
| Supérieure à 10 et inférieure ou égale à 15 ans | $23,5\% + 1,2\% * (dur_i - 10)$ |
| Plus de 20 ans | $\text{Min}(1 ; 35,5\% + 0,5\% * (dur_i - 20))$ |

Tableau 2.8 - Facteurs de choc $Stress_i$ pour les obligations dont la notation n'est pas disponible
(Source : Article 176 du Règlement Délégué (UE) 2015/35)

Les coefficients a_i sont calibrés pour délivrer un choc cohérent avec une VaR à 99,5% après une augmentation des spreads de crédit.

¹¹ La table de correspondance complète entre différentes agences de notation et les échelons de crédit propre à Solvabilité II est donnée en Annexe A.3.1

2.4.2 Les Indices Merrill Lynch

Les données utilisées pour cette étude proviennent des indices Merrill Lynch (ML) corporates et souverains, couvrant la période du 1er janvier 1999 au 31 juillet 2023, à l'exception du sous-indice BBB des titres de maturités supérieures à 10 ans, pour lequel les données sont disponibles de mars 2003 à juillet 2023. L'échantillon total comprend 6424 observations (ou 5337 pour le sous-indice BBB des titres de maturités supérieures à 10 ans) contre respectivement 2502 et 1414 observations pour l'échantillon utilisé par l'EIOPA dans le CP70.

Dans le cadre de l'analyse, les performances des différents indices corporates ont été ajustées en soustrayant les performances des indices obligataires d'emprunts d'États de la zone euro ayant des maturités équivalentes. Cette démarche a permis d'isoler la composante spread, c'est-à-dire les écarts de rendement dus aux risques de crédit. Toutes les analyses statistiques et les tests ont été effectués sur les spreads.

2.4.2.1 Indice Euro Corporate

L'indice de référence utilisé est l'indice Bank of America Merrill Lynch Euro Corporate (*BofA ML Euro Corporate*). Cet indice surveille la performance des obligations d'entreprise (y compris financières) de catégorie *Investment Grade*¹² émises soit sur les marchés des Eurobonds¹³, soit sur les marchés nationaux des pays membres de la zone euro. Les titres inclus dans cet indice doivent posséder une notation Investment Grade (basée sur une moyenne des notes de *Moody's*, *Standard & Poor's* et *Fitch* sur au moins 18 mois jusqu'à la date de maturité au moment de l'émission).

De plus, ces titres doivent avoir une maturité résiduelle d'au moins un an avant la maturité finale, un taux de coupon fixe et un montant d'émission minimum de 250 millions d'euros.

Plusieurs indices sont dérivés de cet indice global, découpés en fonction de tranches de maturités (3 tranches : 1-5 ans, 5-10 ans et > 10 ans) et de notations (4 notations allant de AAA à BBB). Au total, il y a 12 indices inclus dans cette étude. Voici la liste des indices par tranches:

- BofA ML 1-5 AAA, BofA ML 1-5 AA, BofA ML 1-5 A, BofA ML 1-5 BBB
- BofA ML 5-10 AAA, BofA ML 5-10 AA, BofA ML 5-10 A, BofA ML 5-10 BBB
- BofA ML 10+ AAA, BofA ML 10+ AA, BofA ML 10+ A, BofA ML 10+ BBB

¹² Correspondent aux obligations émises par les emprunteurs qui reçoivent une note allant de AAA à BBB- par les agences de notation

¹³ Marché commun des obligations européenne

Diverses mesures statistiques ont été prises sur les performances des spreads de ces indices par rapport aux indices souverains de maturités équivalentes.

| Indices | Moyenne | Écart-type | Skewness | Kurtosis |
|------------------|---------|------------|----------|----------|
| BofA ML 1-5 AAA | 0,04% | 1,08% | 0,25 | 1,80 |
| BofA ML 1-5 AA | 0,20% | 1,33% | 0,44 | 4,35 |
| BofA ML 1-5 A | 0,24% | 2,75% | -1,28 | 9,77 |
| BofA ML 1-5 BBB | 0,73% | 3,30% | 0,89 | 3,79 |
| BofA ML 5-10 AAA | -0,15% | 2,18% | -0,15 | 1,33 |
| BofA ML 5-10 AA | -0,19% | 2,92% | -0,48 | 3,36 |
| BofA ML 5-10 A | -0,42% | 5,55% | -1,86 | 8,80 |
| BofA ML 5-10 BBB | 0,69% | 6,48% | 0,84 | 6,64 |
| BofA ML 10+ AAA | 0,04% | 3,79% | 0,41 | 0,77 |
| BofA ML 10+ AA | -0,62% | 4,55% | -0,15 | 1,64 |
| BofA ML 10+ A | 0,27% | 4,78% | 0,49 | 1,39 |
| BofA ML 10+ BBB | 0,80% | 7,89% | 0,69 | 2,42 |

Tableau 2.9 - Statistiques observées sur les rendements annuels glissants des indices ML Euro corporates

Les coefficients d'asymétrie (*skewness*) négatifs indiquent que les distributions sont étalées vers la gauche, ce qui suggère la présence d'une queue de distribution importante pour les rendements négatifs, et vice versa pour les rendements positifs. On peut observer une queue de distribution lourde sur les rendements négatifs, particulièrement marqués pour les indices BofA ML 1-5 A et BofA ML 5-10 A. Des explications détaillées seront fournies ultérieurement. Il est important de noter que le coefficient d'asymétrie d'une distribution normale est nul.

Par ailleurs, les valeurs des coefficients d'aplatissement (*kurtosis*) varient considérablement. À titre de rappel, le coefficient d'aplatissement d'une distribution normale est égal à 3. Les résultats des tests de normalité de Kolmogorov-Smirnov¹⁴ montrent des p-valeurs nettement significatives. Cela renforce l'idée que l'hypothèse de normalité des rendements à un an pour les indices mentionnés ci-dessus peut être rejetée.

¹⁴ Un rappel de la méthode est disponible en Annexe A.1.2

2.4.2.2 Indice Euro Souverain

L'indice de référence est l'indice Bank of America Merrill Lynch Euro Government (BofA ML Euro Souverain). Cet indice mesure la performance des obligations souveraines émises par les pays membres de la zone euro, que ce soit sur le marché des *Eurobonds* ou sur leur marché domestique. Les pays inclus doivent être membres de la zone euro, avoir une notation de leur dette souveraine à long terme en devise étrangère de qualité investment grade (basée sur une moyenne des notes attribuées par *Moody's*, *S&P* et *Fitch*), et disposer d'une source facilement accessible et transparente de prix pour leurs titres.

De plus, les obligations doivent avoir une maturité résiduelle d'au moins un an avant la maturité finale, un taux de coupon fixe et un montant d'émission minimum d'1 milliard d'euros.

Plusieurs indices sont dérivés de cet indice global, découpé par tranches de maturités 1-5 ans, 5-10 ans et > 10 ans :

- BofA ML 1-5 Souverain, BofA ML 5-10 Souverain et BofA ML 10+ Souverain

| Indices | Moyenne | Écart-type | Skewness | Kurtosis |
|------------------------|---------|------------|----------|----------|
| BofA ML 1-5 Souverain | 2,36% | 3,09% | -0,29 | 0,68 |
| BofA ML 5-10 Souverain | 3,65% | 5,73% | -1,06 | 2,13 |
| BofA ML 10+ Souverain | 4,46% | 10,46% | -1,26 | 3,34 |

Tableau 2.10 - Statistiques observées sur les rendements annuels glissants des indices ML Euro Souverains

Le test de Kolmogorov-Smirnov réalisé sur les sous-indices révèle également que les données ne suivent pas une distribution normale.

2.4.3 Calcul des Value-at-Risk sur les indices corporates

Dans cette section, nous aborderons la recalibration des coefficients a_i et b_i en cherchant à reproduire la matrice des facteurs de chocs du tableau 2.7. Étant donné que les coefficients a_i et b_i sont calibrés pour générer un choc cohérent avec une VaR à 99,5%, le calibrage effectué par l'EIOPA est robuste. Notre objectif sera de suivre la même approche. Pour ce faire, nous intégrerons les grandes crises qui ont impacté le contexte socio-économique européen au cours de la dernière décennie dans nos données et tenterons de les quantifier. Dans ce mémoire, nous adapterons et actualiserons jusqu'à l'année 2023 la méthode choisie par l'EIOPA pour la calibration des coefficients $Stress_i$ en janvier 2010.

La méthode utilisée pour reproduire les coefficients a_i et b_i suit les lignes directrices énoncées par l'EIOPA dans le document CP 70. Cependant, en raison du manque d'informations détaillées dans le document de référence, des simplifications ont été nécessaires et seront explicitées.

L'objectif est de comprendre en détail la méthode adoptée par l'EIOPA. Ensuite, nous détaillerons comment cette méthode peut être appliquée pour recalibrer la matrice des facteurs de risque $Stress_i$ pour l'année 2023. Pour rappel :

$$Stress_i = a_i + b_i \times (dur_i - borne\ inférieure\ de\ l'intervalle\ de\ duration\ considéré)$$

Avec pour tout $0 < i \leq 5$, $a_i = 0$.

Dans un premier temps, nous présenterons les calculs de la VaR historique ainsi que ceux obtenus à partir du développement de Cornish Fisher en utilisant les indices Merrill Lynch. Ces résultats seront comparés à ceux obtenus par l'EIOPA. Ensuite, nous examinerons comment l'EIOPA a ajusté les données pour atténuer l'impact de la crise sur les émetteurs financiers. Enfin, nous expliquerons en détail la transition des valeurs de la VaR vers les facteurs de chocs.

2.4.3.1 La VaR empirique sur les données historique

Les VaR ont été calculées sur la période allant du 1er janvier 1999 au 31 juillet 2023. Pour chaque année, les performances annuelles des indices corporates ont été obtenues en utilisant les valeurs quotidiennes des indices sur une période glissante d'un an. Ces performances annuelles ont ensuite été ajustées en soustrayant les performances annuelles des indices composés d'emprunts d'État de même maturité, afin d'isoler la composante spread de ces indices.

Les variations annuelles ainsi obtenues ont été triées par ordre croissant, puis les probabilités cumulées d'occurrence de ces variations ont été calculées. La performance relative à la probabilité cumulée équivalente à 0,5% a été retenue comme mesure de la VaR historique.

Il est important de noter que, conformément aux directives du CP 70, le calibrage du choc de spread a été effectué en prenant en compte la composition des portefeuilles obligataires des assureurs, notamment le poids des investissements hors zone euro. Dans cette optique, les VaR des émetteurs européens et américains ont été combinées pour refléter les positions sur des émetteurs non européens, avec une pondération de 75% pour les émetteurs européens et 25% pour les émetteurs américains. Cependant, cette approche ne sera pas retenue dans le cadre de ce mémoire, Solvabilité II étant une directive européenne, mais aussi compte tenu du portefeuille qui sera analysé dans la partie III qui est composé quasiment exclusivement d'obligations européennes.

En conséquence, seuls les indices européens seront utilisés pour notre étude, afin de maintenir la pertinence et la cohérence des résultats par rapport au contexte spécifique que nous examinons.

Les VaR historiques calculées sur les sous-indices Merrill Lynch corporates découpés selon leurs notations et leurs tranches de maturités sont les suivantes :

| Maturité / Rating | AAA | AA | A | BBB |
|-------------------|-------|--------|--------|--------|
| 1-5 ans | 3,10% | 4,10% | 12,41% | 9,04% |
| 5-10 ans | 6,62% | 10,48% | 25,62% | 22,65% |
| > 10 ans | 8,61% | 15,45% | 11,96% | 23,25% |

Tableau 2.11 - VaR historiques des indices Merrill Lynch Euro Corporates (1999 à 2023)

Les résultats obtenus dans cette étude sont cohérents avec les attentes, où les VaR des spreads sont clairement différenciées en fonction de la maturité et de la notation. Cependant, on observe pour les émetteurs noté A, des valeurs de VaR significativement plus élevées. Des explications seront fournies dans la suite de ce mémoire.

À titre de comparaison, voici les résultats extraits du CP 70 de l'EIOPA :

| Maturité / Rating | AAA | AA | A | BBB |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|
| 1-3 ans | 2,50% | 3,10% | 11,00% | 5,70% |
| 3-5 ans | 4,90% | 6,50% | 14,70% | 12,70% |
| 5-7 ans | 8,00% | 9,60% | 21,30% | 18,50% |
| 7-10 ans | 7,90% | 13,00% | 27,10% | 25,20% |
| > 10 ans | 10,00% | 18,10% | 14,30% | NA |

Tableau 2.12 - VaR empiriques EIOPA des indices Euro Corporates (1999 à 2009)
(Source : CP 70)

Les VaR historiques issues du CP 70 sont calculées avec une granularité plus fine que celles utilisées dans cette étude, par manque de disponibilités des indices Merrill Lynch plus détaillés. Afin de réaliser une comparaison adéquate, il est nécessaire d'ajuster les données de l'EIOPA pour les aligner sur les mêmes catégories de maturités que celles examinées dans ce mémoire. La méthode choisie consiste à calculer la moyenne des VaR sur deux catégories adjacentes afin de les ramener aux classes de maturité de cette étude. Bien que cela implique certaines hypothèses

simplificatrices concernant les propriétés de la VaR, cette approche facilite la comparaison entre les VaR.

En effet, selon à ARTZNER et al. (1999), une mesure de risque ρ est qualifiée de cohérente si elle satisfait quatre hypothèses fondamentales : la monotonie, l'invariance, l'homogénéité et la sous-additivité. La VaR (Value at Risk) satisfait les trois premières propriétés, mais la dernière stipule que :

- La mesure de risque ρ est sous-additive si la valeur associée à cette mesure pour deux portefeuilles n'est pas supérieure à la somme des valeurs associées à chacun des portefeuilles.

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y), \forall \text{ les risques } X \text{ et } Y.$$

Cette quatrième propriété concerne la diversification des risques. En effet, lorsque deux risques sont agrégés, la mesure totale du risque devrait soit diminuer, soit rester constante. Or, la VaR ne satisfait pas toujours cette hypothèse (sauf dans le cas gaussien).

En faisant la moyenne des VaR, nous opérons l'hypothèse que la VaR est une mesure de risque cohérente et qu'elle respecte l'hypothèse de sous-additivité, bien que ce ne soit pas toujours le cas. Néanmoins, cette approche facilite la comparaison entre les VaR, nous permettant ainsi de présenter les données sous forme de tableau commun :

| Maturité / Rating | AAA | AA | A | BBB |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|
| 1-5 ans | 3,70% | 4,80% | 12,85% | 9,20% |
| 5-10 ans | 7,95% | 11,30% | 24,20% | 21,85% |
| > 10 ans | 10,00% | 18,10% | 14,30% | NA |

Tableau 2.13 - VaR empiriques EIOPA (maturités retraitées) des indices Euro Corporates (1999 à 2009)

Pour évaluer la cohérence entre la méthodologie utilisée dans ce mémoire et celle employée par l'EIOPA, une deuxième étude des VaR historiques a été menée sur les indices Merrill Lynch corporates retraités. Cette étude couvre la période du 1er janvier 1999 au 1er janvier 2010, correspondant ainsi à la même période que celle utilisée par l'agence européenne dans le CP70. Les résultats de cette étude sont présentés dans le tableau ci-dessous :

| Maturité / Rating | AAA | AA | A | BBB |
|-------------------|-------|--------|--------|--------|
| 1-5 ans | 3,49% | 4,71% | 13,09% | 9,46% |
| 5-10 ans | 7,29% | 11,28% | 24,21% | 21,93% |
| > 10 ans | 8,99% | 17,25% | 13,27% | 25,06% |

Tableau 2.14 - VaR historiques des indices Merrill Lynch Euro Corporates (1999 à 2009)

En comparant les deux méthodologies, on constate que les VaR obtenues à des dates similaires sont pratiquement équivalentes, ce qui renforce la fiabilité de la méthodologie employée dans ce mémoire. Cependant, il est important de noter une légère tendance à la surestimation d'environ 1 point pour la tranche de maturité supérieure à 10 ans.

Une comparaison complète des VaR historiques est présentée dans le graphique ci-dessous :

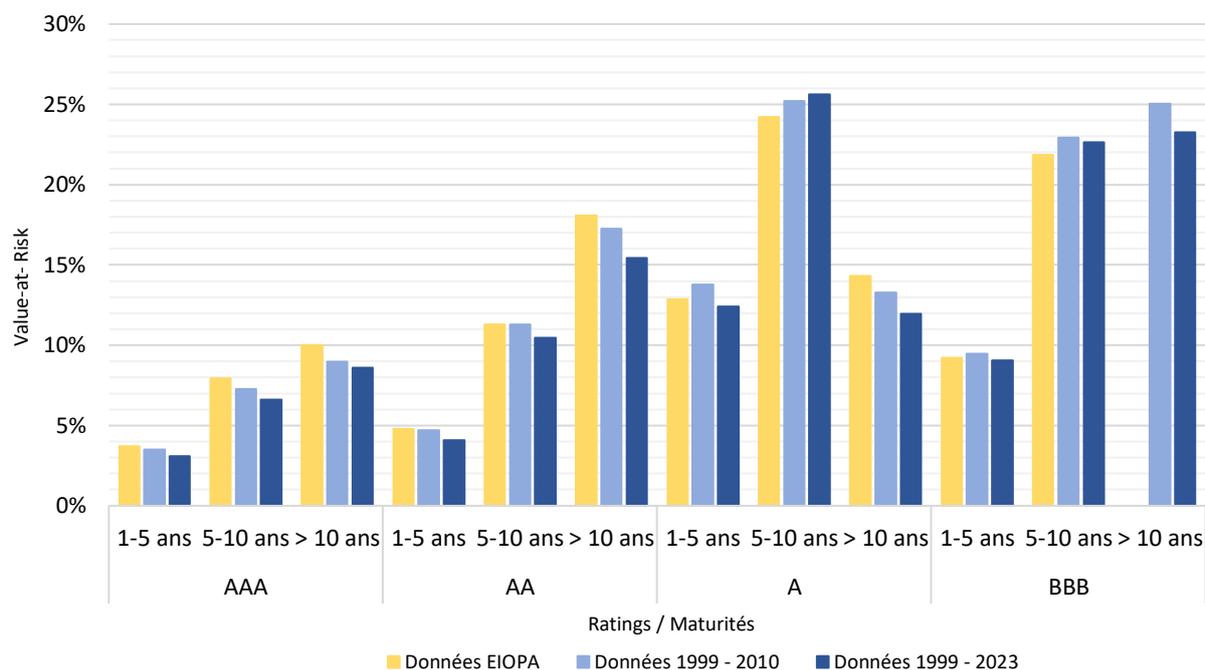


Figure 2.17 - Comparaison des VaR historiques des indices Euro Corporates

Graphiquement, une tendance nette à la baisse des VaR historiques dérivées des indices Merrill Lynch jusqu'en 2023 par rapport à celles fournies par l'EIOPA est observée. Cette tendance est remarquée pour toutes les notations et tranches de maturité, à l'exception de quelques cas particuliers qui seront examinés. Il serait donc intéressant de vérifier si cette tendance se maintient en examinant les VaR selon la méthode Cornish-Fisher.

2.4.3.2 La VaR paramétrique selon le développement de Cornish-Fisher

Comme mentionné dans le CP 70, la méthode la plus simple pour calculer une VaR paramétrique consiste à utiliser la formule suivante, qui repose sur les deux premiers moments d'une distribution :

$$\text{VaR}(T, \alpha) = \mu_T + \sigma_T * k_{1-\alpha}$$

Cependant, cette approche n'est valable que lorsque la distribution des données a des queues décroissantes rapides (absence de queues épaisses) et est symétrique par rapport à la moyenne. Malheureusement, les spreads de crédit ne satisfont aucune de ces deux conditions : ils présentent des queues épaisses (comme démontré par l'analyse des coefficients d'aplatissement) et des événements négatifs significatifs (comme démontré par l'analyse des coefficients d'asymétrie).

Afin de surmonter ces limitations, tel qu'expliqué dans le CP 70, une méthode de calcul de la VaR à 99,5 % qui prend en compte les moments d'ordre 3 et 4 de distributions non normales est proposé en utilisant le développement de Cornish-Fisher. Cette approche permet de mieux tenir compte des caractéristiques spécifiques des spreads de crédit.

Les VaR Cornish Fisher ont été calculées en utilisant l'équation du développement de Cornish Fisher, comme présenté dans la partie 2.1.4.1 les résultats sont les suivants :

| Maturité / Rating | AAA | AA | A | BBB |
|-------------------|-------|--------|--------|--------|
| 1-5 ans | 3,01% | 4,78% | 9,79% | 8,33% |
| 5-10 ans | 6,22% | 12,45% | 20,06% | 19,55% |
| > 10 ans | 9,04% | 15,82% | 11,77% | 19,97% |

Tableau 2.15 - VaR Cornish Fisher des indices Merrill Lynch Euro Corporates (1999 à 2023)

En appliquant la même méthode de calibrage utilisée pour obtenir le tableau 2.13 pour ajuster les données de l'EIOPA aux mêmes catégories de maturités étudiées, les résultats modifiés issus du CP 70 de l'EIOPA sont obtenus. Ces résultats ajustés sont présentés dans le tableau ci-dessous :

| Maturité / Rating | AAA | AA | A | BBB |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|
| 1-5 ans | 3,20% | 4,45% | 10,70% | 9,90% |
| 5-10 ans | 7,05% | 11,15% | 22,45% | 22,90% |
| > 10 ans | 11,50% | 19,10% | 14,30% | 27,50% |

Tableau 2.16 - VaR Cornish Fisher EIOPA (maturités retraitées) des indices Euro Corporates (1999 à 2009)

Avec ces résultats ajustés, il devient plus simple de procéder à une comparaison avec les VaR de Cornish-Fisher obtenues dans cette étude :

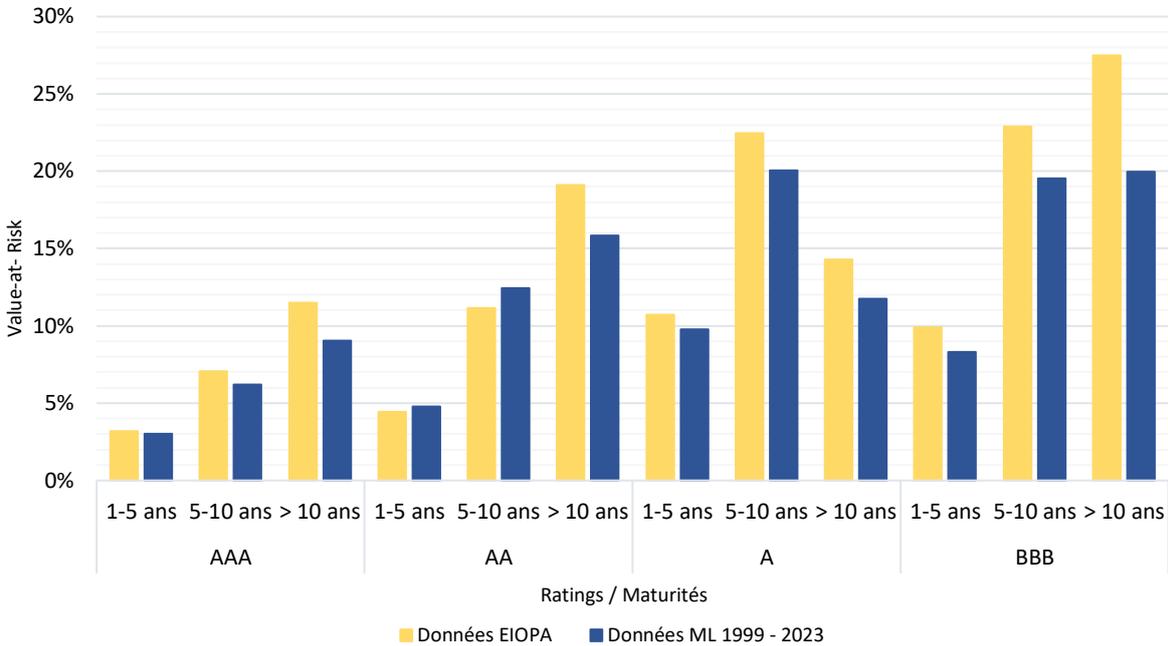


Figure 2.18 - Comparaison des VaR Cornish Fisher des indices Euro Corporates

Graphiquement, la tendance à la baisse des VaR constatée précédemment se confirme lorsqu'on utilise la méthode de Cornish Fisher. Mis à part sur les émetteurs notés AA pour les maturités inférieur à 10 ans.

2.4.4 Lissage des données

2.4.4.1 Analyse sur les émetteurs notés A

Les VaR très importantes observées pour les émetteurs notés A s'expliquent par le poids significatif des émetteurs financiers dans les indices, en particulier la position de séniorité des titres constituant ces indices. En effet, les sous-indices de notation A et BBB sont fortement composés de titres subordonnés.

Pour rappel un titre est caractérisé de « subordonnée » si son remboursement dépend du remboursement préalable des autres créanciers. En cas d'insolvabilité, les créanciers subordonnés ne sont pas prioritaires dans l'ordre de remboursement, ils sont les derniers à être payés. La dette subordonnée s'oppose donc à la dette senior, qui est une dette privilégiée. Les dettes subordonnées sont principalement des obligations.

| | SENIOR | LOWER TIER 2 | UPPER TIER 2 | TIER 1 |
|--|----------|--------------|--------------|-----------|
| Caractère perpétuel | NON | NON | OUI | OUI |
| Possibilité de suspendre le versement des intérêts | NON | OUI | OUI | OUI |
| Réduction du capital | NON | NON | NON | OUI |
| Subordination en cas de liquidation | 1er rang | 2ème rang | 2ème rang | 3ème rang |

Tableau 2.17 - Caractéristiques générales des titres senior et subordonnés bancaire

Ces titres majoritairement de rang Tier 1¹⁵, qui se trouvent en dernière position de subordination dans la structure de capital bancaire en cas de liquidation, présentent des rendements attractifs, mais également des risques très élevés.

En plus de leur durée indéterminée, ces titres ont un coupon facultatif et non cumulatif en cas de non-paiement.

Pour illustrer, si l'on analyse les indices de maturité 5-10 ans avec des notations AAA, AA, A et BBB, on constate que le poids des émetteurs bancaires est respectivement de 93 %, 57 %, 35 % et 10 %. À l'intérieur de ces émetteurs, en isolant les titres subordonnés par rapport aux titres seniors, on observe une prédominance des titres subordonnés dans les indices de notation A et BBB (67 % et 74 % respectivement contre 10% et 22% pour les émetteurs AAA et AA).

Effectivement, la forte décote des titres subordonnés lors de la crise financière, notamment suite à la faillite de Lehman Brothers, a eu un impact significatif sur la composition des indices. Cette influence s'est vue renforcée par des crises ultérieures telles que la crise liée à la COVID-19, ainsi que par la rapide remontée des taux d'intérêt, et par conséquent, sur les performances de ces indices sur la période étudiée. Cette influence mécanique se reflète dans les résultats des VaR historiques et des VaR Cornish Fisher.

¹⁵ Actions de préférence ou titres super subordonnés à durée indéterminée

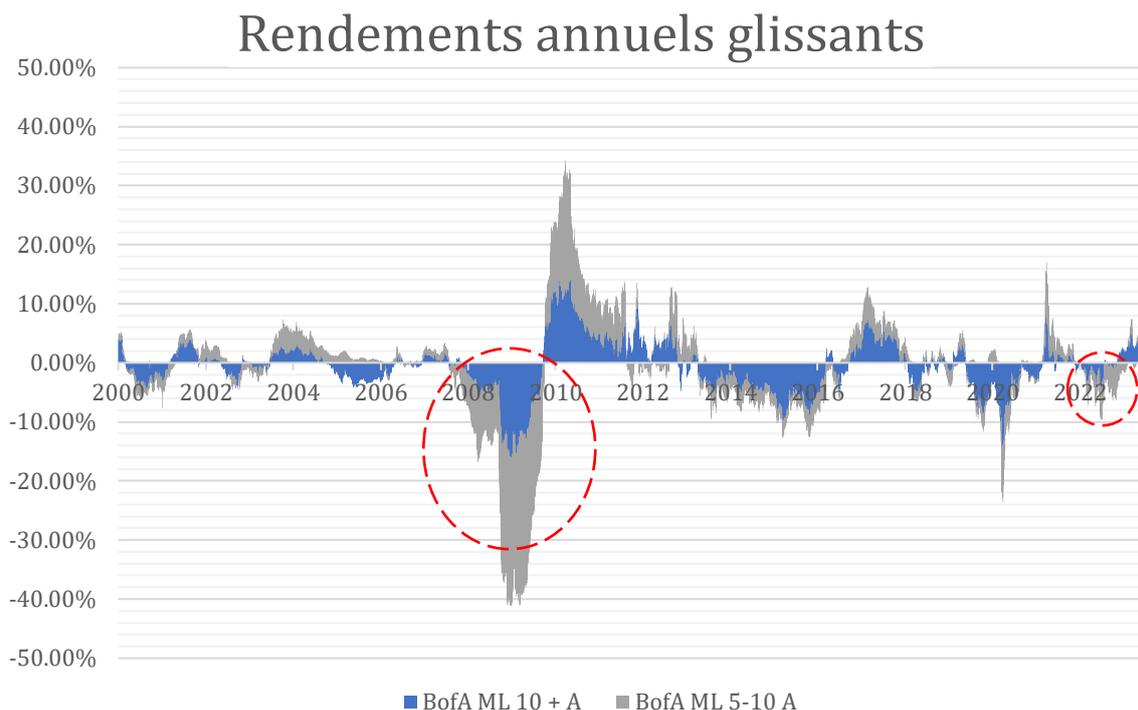


Figure 2.19 - Rendements annuels glissants des indices ML corporates pour les émetteurs A découpés en fonction des maturités

Il est également pertinent de noter que la VaR de l'indice des titres notés A de maturité supérieure à 10 ans (11,70 %) est considérablement inférieure à celle de l'indice des titres notés A de maturités comprises entre 5 et 10 ans (20,06 %), malgré les maturités plus longues du premier indice. Cette différence s'explique en grande partie par le poids plus important des titres subordonnés chez les émetteurs de maturités comprises entre 5 et 10 ans, ce qui a conduit à des performances plus volatiles sur les rendements annuels glissants et donc à des VaR plus élevées pour cette catégorie notamment en période de crise, comme on peut le voir sur la figure 2.12.

En somme, ces explications montrent comment la composition des indices, la séniorité des titres et les événements historiques tels que la crise financière, ont contribué à façonner les performances et les mesures de risque des indices étudiés. Compte tenu de ces VaR très fortes sur les émetteurs A, l'EIOPA a décidé d'apporter une correction à ces données initiales.

2.4.4.2 Retraitement sur les émetteurs A

L'EIOPA a choisi une approche visant à atténuer l'effet de la crise financière sur les émetteurs financiers en ajustant les données, ce qui a conduit à une certaine uniformité dans les facteurs de chocs de la matrice finale. Pour appliquer une méthode similaire aux indices Merrill Lynch, deux options ont été envisagées :

- **Retraitement des titres subordonnés (Tier 1)**

Cette option impliquerait de recalibrer les indices financiers en excluant les titres subordonnés. Cependant, cette tâche est complexe étant donné les réajustements fréquents des indices sur une période de 10 ans.

- **Période d'observation plus courte**

Une solution alternative consisterait à calculer les VaR sur une période plus courte, excluant ainsi les périodes de crise. Cependant, le choix de la période d'observation est subjectif et a un impact significatif sur les résultats, d'autant plus qu'une partie des rendements négatifs liés aux différentes crises est suivie de forts rendements positifs qu'il faudrait également retraiter pour ne pas biaiser l'information. Par exemple, si l'on choisit d'exclure la période d'observation allant du 15 septembre 2008 (date de la faillite de Lehman Brothers) au 15 septembre 2009, les VaR des indices financiers connaissent une très forte diminution.

La solution choisie pour ce mémoire est de retenir les variations des ajustements utilisées par l'EIOPA pour son lissage. Les ajustements proposés par l'EIOPA pour lisser les données sont présentés dans le tableau ci-dessous.

| Rating | Maturité | VaR Cornish Fisher | | Variation |
|--------|----------|--------------------|-----------|-----------|
| | | Initiales | Corrigées | |
| A | 1-5 ans | 10,88% | 9,15% | -16,87% |
| A | 5-10 ans | 21,38% | 19,00% | -11,35% |
| A | > 10 ans | 14,30% | 24,00% | 67,83% |

Tableau 2.18 - VaR Cornish Fisher EIOPA des sous-indices Corporates notés A avant et après lissage
(Source : CP 70)

Ces ajustements visent à obtenir des données plus modérées pour les émetteurs notés A, ainsi qu'une progression des données en fonction de la maturité des titres.

Les VaR initiales de l'EIOPA présentées ci-dessus ne correspondent pas à celles du tableau 2.16. En effet, les VaR finalement calculées par l'EIOPA sont basées sur une répartition du portefeuille avec 25% d'émetteurs américains et 75 % d'émetteurs européens, une approche que nous n'avons pas adoptée, le portefeuille de ce mémoire sera composé à 100 % d'émetteurs européens.

L'EIOPA n'a pas précisé la manière dont ils ont corrigé les VaR. En utilisant les données fournies par l'EIOPA, nous avons évalué les variations de VaR entre les données avant et après la correction. Étant donné la segmentation des indices utilisée par l'EIOPA, nous avons retenu la variation moyenne de deux indices. Par exemple, la moyenne des variations pour les maturités de 1 à 3 ans et de 3 à 5 ans a été appliquée à la VaR pour les maturités de 1 à 5 ans des émetteurs de notation A. Nous avons ensuite appliqué cette variation à nos propres observations.

Une réduction de 16,87 % a été appliquée à la VaR des titres de maturités comprises entre 1 et 5 ans, et une réduction de 11,35 % a été appliquée à la VaR des titres de maturités comprises entre 5 et 10 ans. En revanche, une augmentation de 67,83 % a été appliquée aux titres de maturités supérieures à 10 ans. Ainsi, nous obtenons une matrice complète des VaR corrigée pour les émetteurs de notation A, comme illustré ci-dessous :

| Maturité / Rating | AAA | AA | A | BBB |
|-------------------|-------|--------|--------|--------|
| 1-5 ans | 3,01% | 4,78% | 8,14% | 8,33% |
| 5-10 ans | 6,22% | 12,45% | 17,78% | 19,55% |
| > 10 ans | 9,04% | 15,82% | 19,75% | 19,97% |

Tableau 2.19 - VaR Cornish Fisher des indices Merrill Lynch Euro Corporates après lissage (1999 à 2023)

En corrigeant les données pour exclure les effets de la crise financière, nous parvenons à obtenir des chocs plus homogènes et qui reflètent mieux les impacts en fonction de la maturité et de la durée des obligations. Cependant, il est important de souligner que même après cette correction, les VaR des émetteurs notés A demeurent très proches des VaR des émetteurs notés BBB.

2.4.5 Recalibrage de la matrice des facteurs de chocs à partir des VaR

À partir des VaR lissées présentées dans le tableau 2.1.9, nous pouvons créer une matrice de facteurs de chocs conformément à la méthode proposée par l'EIOPA dans la formule standard pour le calcul du SCR de spread. Après avoir exposé la transformation des VaR fournies par l'EIOPA en la matrice finale des facteurs de chocs selon la formule standard, nous présenterons une matrice recalibrée des facteurs de chocs en utilisant les données issues de nos calculs sur les indices Merrill Lynch.

2.4.5.1 Passage des VaR aux facteurs de choc

La matrice de VaR final de l'EIOPA après les différents ajustements est la suivante :

| Maturité / Rating | AAA | AA | A | BBB |
|-------------------|--------|--------|--------|--------|
| 0-3 ans | 3,40% | 4,50% | 6,80% | 7,70% |
| 3-5 ans | 5,40% | 7,10% | 11,50% | 14,60% |
| 5-7 ans | 7,90% | 10,30% | 16,50% | 20,10% |
| 7-10 ans | 8,50% | 13,50% | 21,50% | 25,90% |
| > 10 ans | 11,50% | 19,10% | 24,00% | 27,50% |

Tableau 2.20 - Calibrage final des VaR Cornish Fisher EIOPA
(Source : CP 70)

Cette matrice de VaR a permis à l'EIOPA de proposer une matrice finale des chocs $Stress_i$ dans le Règlement Délégué (UE) 2015/35, comme présentée dans le tableau 2.7. Il est important de noter qu'à cette étape, l'EIOPA transforme les VaR calculées pour des indices segmentés par maturité en des chocs définis en fonction de la durée (ou sensibilité) des titres. De plus, les tranches de maturités ne correspondent pas directement aux tranches de durée présentées dans le tableau ci-dessus.

L'EIOPA a dû apporter des ajustements pour passer de la matrice des VaR à la matrice des facteurs de chocs, cependant, aucune explication détaillée n'est fournie à ce sujet.

Pour rappel, la formule de calcul du facteur de choc $Stress_i$ est la suivante :

$$Stress_i = a_i + b_i \times (dur_i - borne\ inférieure\ de\ l'intervalle\ de\ durée\ considéré)$$

Les calculs proposés ont été calibrés de manière à se rapprocher autant que possible des données de l'EIOPA.

Voici les formules utilisées pour calculer les facteurs de chocs stressés (a_i et b_i) en fonction de la durée des obligations :

- Pour les durations jusqu'à 5 ans, les b_i sont obtenus en divisant la $VaR_{1-5 \text{ ans}}$ par 5, soit pour les émetteurs AAA, 3,01 % divisé par 5, ce qui donne 0,60 %.

$$b_i = \frac{VaR_{1-5 \text{ ans}}}{5}, \forall i \in [0; 5]$$

- Pour les durations comprises entre 6 et 10 ans, le a_i est la $VaR_{1-5 \text{ ans}}$, soit 3,01 %, et les b_i sont obtenus en divisant le delta des VaR par 5, soit $b_i = (VaR_{5-10 \text{ ans}} - VaR_{1-5 \text{ ans}}) / 5 = (6,22 \% - 3,01 \%) / 5$, ce qui donne 0,64 %.

$$a_i = VaR_{1-5 \text{ ans}}, \forall i \in [6; 10],$$

$$b_i = \frac{(VaR_{5-10 \text{ ans}} - VaR_{1-5 \text{ ans}})}{5}, \forall i \in [6; 10]$$

- Pour les durations comprises entre 11 et 15 ans, le a_i est la $VaR_{5-10 \text{ ans}}$, soit 6,22%, et les b_i sont obtenus en divisant le delta des VaR par 5, soit $b_i = (VaR_{>10 \text{ ans}} - VaR_{5-10 \text{ ans}}) / 5$, ce qui donne $b_i = (9,04\% - 6,22\%) / 5$, soit 0,56%.

$$a_i = VaR_{5-10 \text{ ans}}, \forall i \in [11; 15],$$

$$b_i = \frac{(VaR_{>10 \text{ ans}} - VaR_{5-10 \text{ ans}})}{5}, \forall i \in [11; 15]$$

- Pour les durations comprises entre 16 et 20 ans, le a_i est la $VaR_{>10 \text{ ans}}$, soit 9,04%, et les b_i sont les mêmes que ceux calculés pour la tranche de durée précédente soit 0,56 %.

$$a_i = VaR_{>10 \text{ ans}}, \forall i \in [16; 20],$$

$$b_i = \frac{(VaR_{>10 \text{ ans}} - VaR_{5-10 \text{ ans}})}{5}, \forall i \in [16; 20]$$

Ainsi, le facteur de choc $Stress_i$ pour une obligation de sensibilité 20 :

$$Stress_{20} = a_{20} + b_{20} * (20 - 15) = 11,86 \%$$

- Enfin, pour les durations supérieures à 20 ans, le facteur de choc a_i est déterminé par celui d'une obligation ayant une sensibilité de 20 ans, soit 11,86 %. Les facteurs b_i sont les mêmes que ceux calculés pour la tranche de duration précédente soit 0,56 %.

$$a_i = Stress_{20},$$

$$b_i = \frac{(VaR_{>10\text{ ans}} - VaR_{5-10\text{ ans}})}{5}, \forall i > 20$$

2.4.5.2 Calibrage final des facteurs de choc

En appliquant les formules détaillées ci-dessus aux VaR Cornish-Fisher, nous effectuons la transition de la matrice de VaR telle que présentée dans le tableau précédent :

| Maturité / Rating | AAA | AA | A | BBB |
|-------------------|-------|--------|--------|--------|
| 1-5 ans | 3,01% | 4,78% | 8,14% | 8,33% |
| 5-10 ans | 6,22% | 12,45% | 17,78% | 19,55% |
| > 10 ans | 9,04% | 15,82% | 19,75% | 19,97% |

Tableau 2.21 - VaR Cornish Fisher des indices Merrill Lynch Euro Corporates après lissage (1999 à 2023)

Dans l'optique d'utiliser cette méthode à des fins de pilotage, il est préférable d'avoir des facteurs de chocs homogènes. Par conséquent, afin de rendre les résultats plus intuitifs et comparables avec les facteurs de chocs de la formule standard, des arrondis ont été appliqués ainsi qu'un lissage pour la VaR des titres de maturités supérieur à 10 ans pour les émetteurs BBB. Cela aboutit à la matrice des facteurs de chocs suivante :

| Échelon de crédit | | 0 | | 1 | | 2 | | 3 | |
|---|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Duration (dur _i) | Stress _i | a _i | b _i | a _i | b _i | a _i | b _i | a _i | b _i |
| Jusqu'à 5 ans | b _i * dur _i | NA | 0,60% | NA | 1,00% | NA | 1,60% | NA | 1,70% |
| Supérieure à 5 et inférieure ou égale à 10 ans | a _i + b _i * (dur _i - 5) | 3,00% | 0,70% | 5,00% | 1,50% | 8,00% | 1,90% | 8,50% | 2,10% |
| Supérieure à 10 et inférieure ou égale à 15 ans | a _i + b _i * (dur _i - 10) | 6,50% | 0,50% | 12,50% | 0,70% | 17,50% | 0,50% | 19,00% | 0,50% |
| Supérieure à 15 et inférieure ou égale à 20 ans | a _i + b _i * (dur _i - 15) | 9,00% | 0,50% | 16,00% | 0,70% | 20,00% | 0,50% | 21,50% | 0,50% |
| Plus de 20 ans | a _i + b _i * (dur _i - 20) | 11,50% | 0,50% | 19,50% | 0,70% | 22,50% | 0,50% | 24,00% | 0,50% |

Tableau 2.22 - Recalibrage de la matrice des facteurs de choc pour la formule standard

Un récapitulatif des facteurs de chocs par durée modifiée et notation des titres obligataires est présenté dans le tableau ci-dessous. Les équivalents des facteurs de chocs fournis par l'EIOPA pour la formule standard sont disponibles en Annexe 3.2.

| Duration (dur_i) | $Stress_i$ | Échelon de crédit | | | |
|----------------------|----------------------------|-------------------|--------|--------|--------|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 1 | $b_i * dur_i$ | 0,60% | 1,00% | 1,60% | 1,70% |
| 2 | $b_i * dur_i$ | 1,20% | 2,00% | 3,20% | 3,40% |
| 3 | $b_i * dur_i$ | 1,80% | 3,00% | 4,80% | 5,10% |
| 4 | $b_i * dur_i$ | 2,40% | 4,00% | 6,40% | 6,80% |
| 5 | $b_i * dur_i$ | 3,00% | 5,00% | 8,00% | 8,50% |
| 6 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 3,70% | 6,50% | 9,90% | 10,60% |
| 7 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 4,40% | 8,00% | 11,80% | 12,70% |
| 8 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 5,10% | 9,50% | 13,70% | 14,80% |
| 9 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 5,80% | 11,00% | 15,60% | 16,90% |
| 10 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 6,50% | 12,50% | 17,50% | 19,00% |
| 11 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 7,00% | 13,20% | 18,00% | 19,50% |
| 12 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 7,50% | 13,90% | 18,50% | 20,00% |
| 13 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 8,00% | 14,60% | 19,00% | 20,50% |
| 14 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 8,50% | 15,30% | 19,50% | 21,00% |
| 15 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 9,00% | 16,00% | 20,00% | 21,50% |
| 16 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 9,50% | 16,70% | 20,50% | 22,00% |
| 17 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 10,00% | 17,40% | 21,00% | 22,50% |
| 18 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 10,50% | 18,10% | 21,50% | 23,00% |
| 19 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 11,00% | 18,80% | 22,00% | 23,50% |
| 20 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 11,50% | 19,50% | 22,50% | 24,00% |
| 21 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 12,00% | 20,20% | 23,00% | 24,50% |
| 22 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 12,50% | 20,90% | 23,50% | 25,00% |
| 23 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 13,00% | 21,60% | 24,00% | 25,50% |
| 24 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 13,50% | 22,30% | 24,50% | 26,00% |
| 25 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 14,00% | 23,00% | 25,00% | 26,50% |

Tableau 2.23 - Détail des facteurs de chocs pour le calibrage du risque de spread des obligations selon leur durée

Conclusion

En utilisant les indices Merrill Lynch sur la période allant du 1 janvier 1999 au 31 juillet 2023, nous observons des différences significatives par rapport à la matrice finale de l'EIOPA. Ces divergences résultent des hypothèses que nous avons adoptées, qui diffèrent de celles de l'EIOPA, ainsi que des grands bouleversements socio-économiques en Europe au cours de la dernière décennie, qui ont laissé leur empreinte sur les rendements des spreads.

Il est important de rappeler que l'EIOPA a utilisé des indices classés selon des tranches de maturités différentes de celles des tranches de durée finales. De plus, l'EIOPA a combiné des VaR provenant d'indices européens et américains pour prendre en compte les investissements des assureurs dans des titres non européens.

En examinant la transition des VaR vers la matrice des facteurs de chocs, il semble que la correction effectuée sur les émetteurs notés A, en se basant sur celle proposée dans le CP70, n'ait pas été suffisante pour permettre une distinction nette entre les VaR des émetteurs A et BBB. Les facteurs de chocs obtenus finalement pour ces deux types d'émetteurs sont très proches. Cela suggère une convergence du risque de spread entre ces deux catégories d'émetteurs, avec une augmentation du risque pour l'un et une diminution pour l'autre.

L'objectif n'était pas de reproduire exactement les valeurs de l'EIOPA, mais plutôt de saisir pleinement sa méthodologie pour déterminer les facteurs de chocs $Stress_i$. En recalculant ces facteurs à partir d'indices de référence, nous obtenons une meilleure compréhension du risque effectivement pris en compte dans le calcul du SCR de spread.

La revue de Solvabilité II 2020, qui prendra effet en 2025 pour toutes les compagnies d'assurance européennes, prévoit des modifications des coefficients de corrélation entre les SCR de spread et les SCR de taux lorsque ce dernier résulte d'un choc à la baisse. Ces coefficients de corrélation seront réduits de 50% à 25%. Une étude de l'impact de cette modification sur le portefeuille étudié sera réalisée dans la troisième partie de ce mémoire.

2.5 Les risques non recalibrés

2.5.1 Le risque de taux

Le risque de taux d'intérêt est le risque financier résultant des fluctuations des taux d'intérêt sur les marchés, qui affecte la valeur des actifs et des passifs d'une compagnie d'assurance ou de réassurance. Une hausse des taux réduit la valeur des obligations, tandis qu'une baisse augmente le coût des engagements à taux fixe.

2.5.1.1 Calibrage des facteurs de chocs du Règlement Délégué

Pour calibrer ces facteurs de chocs à appliquer à la courbe des taux initiale, l'EIOPA explique dans son document *Solvency II Calibration Paper* qu'elle a utilisé les ensembles de données suivants :

- Les taux d'intérêt zéro-coupon européens publiés quotidiennement de 1997 à 2009 par la Banque Centrale de la République fédérale d'Allemagne.
- Les taux d'intérêt zéro-coupon britanniques publiés quotidiennement de 1979 à 2009 par la Banque d'Angleterre.
- Les courbes de taux swaps LIBOR EUR/GBP (Bloomberg, historique 1997-2009).

L'EIOPA a réalisé une Analyse en Composantes Principales (ACP) sur chaque ensemble de données, ce qui lui a permis de déterminer quatre composantes principales expliquant plus de 99% de la variance annuelle. L'idée sous-jacente à l'ACP consiste à transformer un ensemble de données initial, qui représente les courbes de taux historiques à différentes échéances, en un nouvel ensemble de variables qui sont orthogonales entre elles, c'est-à-dire non corrélées. Ces nouvelles variables, appelées méta-variables, sont construites de manière à capturer l'ensemble de la variabilité (ou variance) présente dans les données initiales. La quantité de variance expliquée par chacune de ces méta-variables est mesurée par les valeurs propres associées. Ces méta-variables sont ensuite identifiées comme des facteurs de risque indépendants les uns des autres. Il est ensuite possible de calculer des quantiles empiriques sur les composantes afin d'obtenir des chocs non corrélés relatifs à chaque facteur de risque ou bien de modéliser entièrement la distribution des facteurs de risque.

Ci-dessous les variances expliquées calculées pour chacune des composantes.

| PC's | EU GOV | EUR Swap | GBP GOV | GBP Swap |
|---------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 1 | 90.32% | 89.20% | 76.37% | 92.04% |
| 2 | 9.02% | 9.00% | 20.15% | 6.33% |
| 3 | 0.61% | 1.52% | 2.88% | 1.23% |
| 4 | 0.04% | 0.14% | 0.35% | 0.21% |
| Total Variance Explained | 99.99% | 99.86% | 99.76% | 99.81% |

Figure 2.20 - Variance expliquée par composantes

L'EIOPA a choisi de conserver les quatre premières composantes principales. Ces composantes sont identifiées par l'agence comme des facteurs de niveau (première composante), de pente (deuxième composante), de courbure (troisième composante), et la quatrième composante est interprétée comme une rotation ou une torsion de la courbe des taux d'intérêt.

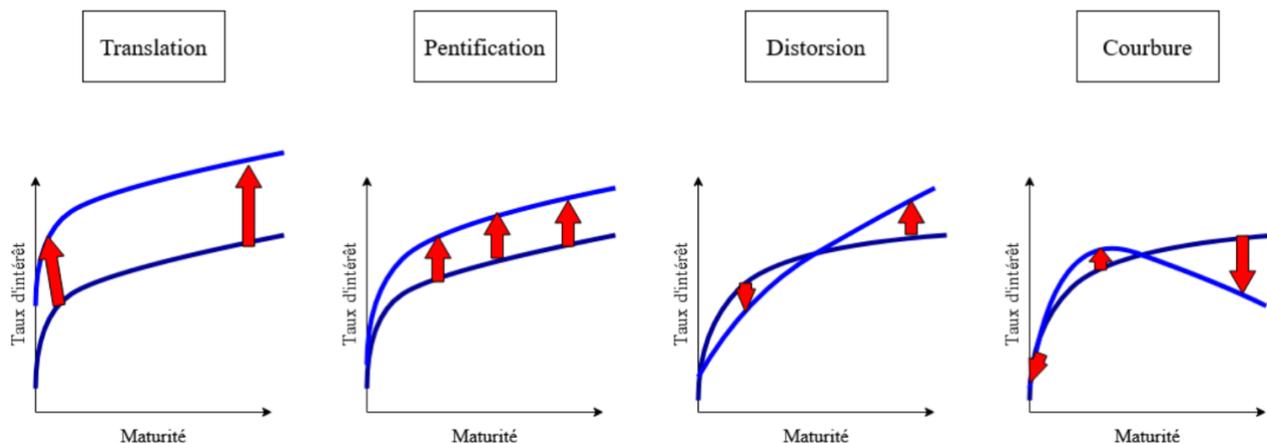


Figure 2.21 - Illustration de changement de la courbe des taux

Ensuite, une régression linéaire des variations des taux d'intérêt par rapport à chacune de ces composantes a été effectuée pour chaque maturité. La description implicite est la suivante :

Pour chaque maturité τ :

$$y_t^\tau = p_\tau^{PC1} x_t^{PC1} + p_\tau^{PC2} x_t^{PC2} + p_\tau^{PC3} x_t^{PC3} + p_\tau^{PC4} x_t^{PC4} + m^\tau$$

Une fois les facteurs retenus, l'EIOPA indique régresser les variations annuelles de taux sur les composantes centrée réduite. L'équation de régression est :

$$\frac{y_{t+1an}^\tau - y_t^\tau}{y_t^\tau} = \alpha_1 x_t^{PC1} + \alpha_2 x_t^{PC2} + \alpha_3 x_t^{PC3} + \alpha_4 x_t^{PC4}$$

Où les facteurs α représentent les coefficients de la régression.

L'agence procède ensuite au calcul de ce qu'elle désigne comme la " bêta sensibilité " sur chaque composante, dont la somme combinée génère le scénario de choc pour la maturité τ . Dans ce contexte, il s'agit de déterminer les quantiles empiriques à 0,5 % et 99,5 % pour chaque composante, en les multipliant par la pente associée à chaque composante. Cette pente représente la sensibilité des variations à la composante respective. La somme de ces quantités nous permet d'obtenir le choc à la baisse et à la hausse pour chaque maturité.

Finalement, les facteurs de stress à 99,5% ont été obtenus et sont présentés dans le tableau 1.3.

2.5.1.2 La révision des chocs de taux

Dans le cadre de la révision de Solvabilité II en 2018, l'EIOPA a été chargée d'évaluer si la méthode de calibrage du sous-module du risque de taux d'intérêt utilisé dans la formule standard, était une représentation adéquate des risques auxquels les assureurs étaient confrontés, en particulier à la lumière de l'environnement de taux d'intérêt bas voire négatifs. Si cette évaluation identifiait des insuffisances, la Commission Européenne avait cependant décidé de reporter la modification de cette thématique à la révision 2020 de Solvabilité II. Par conséquent, la calibration des chocs utilisés pour calculer le SCR lié au risque de taux d'intérêt était une partie intégrante de la révision de 2020 et a été examinée à nouveau par l'EIOPA.

L'EIOPA a formulé des recommandations pour remédier à ces problèmes. Plusieurs études ont conduit l'agence européenne à conclure que le calibrage actuel sous-estimait de manière significative le niveau de risque associé à ce facteur. Voici les principales raisons de cette conclusion :

- Les mouvements réels des taux d'intérêt ont été bien plus significatifs que ceux envisagés par les scénarios de stress prévus dans le règlement délégué.
- L'approche actuelle ne prend pas en compte le stress lié aux taux d'intérêt négatifs, alors que la réalité a démontré que les taux peuvent continuer de baisser dans cette zone.
- Les méthodes de mesure du risque de taux d'intérêt employées par les utilisateurs de modèles internes divergent considérablement de la formule standard actuelle.
- Une évaluation d'impact des propositions suggère que le niveau de risque est substantiel, remettant en question la suffisance des exigences en capital actuelles.
- L'approche proportionnelle/multiplicative, où un changement de taux deux fois plus important entraîne une variation absolue deux fois plus importante, met en évidence les déficiences de la méthode actuelle.

En conséquence, l'EIOPA préconise un réajustement du calibrage du risque de taux d'intérêt pour mieux refléter les risques réels auxquels sont confrontés les assureurs.

2.5.1.3 Les mesures retenues par l'EIOPA

L'EIOPA a développé plusieurs approches pour calibrer les chocs de taux d'intérêt dans le cadre de la révision 2018 de Solvabilité II. Après un examen approfondi, l'EIOPA a décidé de recommander la méthode dite "shifted approach" pour la révision 2020, en raison de plusieurs avantages qu'elle présente. Cette méthode décrite dans les documents CEIOPS. (2010) intitulé *Consultation Paper on the Opinion on the 2020 review of Solvency II* est caractérisée par sa simplicité, sa transparence, et sa capacité à s'adapter à différents environnements, y compris les taux d'intérêt bas, où elle prend en compte les taux négatifs.

Concrètement, la "*shifted approach*" consiste à appliquer deux composantes aux taux d'intérêt pour créer des chocs. Ces composantes sont une composante multiplicative et une composante additive. Les taux d'intérêt soumis à des chocs à la hausse et à la baisse sont calculés à partir des taux sans risque, en utilisant quatre vecteurs calibrés fournis par l'EIOPA.

Pour le scénario de hausse, la courbe choquée à la hausse est définie pour toute maturité m par :

$$r^{up}(m) = r(m) * (1 + s(m)^{up}) + b(m)^{up}$$

Pour le scénario de baisse, la courbe choquée à la baisse est définie pour toute maturité m par :

$$r^{down}(m) = r(m) * (1 - s(m)^{down}) - b(m)^{down}$$

Avec :

- $r(m)$: taux sans risque à la maturité m ;
- $r^{up}(m)$: taux choqué à la hausse à la maturité m ;
- $r^{down}(m)$: taux choqué à la baisse à la maturité m ;
- $s(m)^{up}$ et $b(m)^{up}$: composantes pour le choc à la hausse à la maturité m ;
- $s(m)^{down}$ et $b(m)^{down}$: composantes pour le choc à la baisse à la maturité m .

Les vecteurs $s(m)$ et $b(m)$ sont calibrés en utilisant des données historiques relatives aux taux sans risque sur la période de 1999 à 2018, contrairement aux vecteurs $d(m)$ présentés dans la section 1.2.4, qui sont calibrés sur une période allant de 1999 à 2009. La calibration des chocs de taux est effectuée en même temps que les paramètres permettant d'extrapoler la courbe des taux sans risque, en particulier le dernier point liquide.

Les vecteurs sont calibrés jusqu'à la maturité du dernier point liquide, puis une interpolation est réalisée. Quel que soit le dernier point liquide (LLP) retenu, les vecteurs utilisés pour calculer les taux choqués sont donc identiques jusqu'à une maturité de 20 ans. À partir des valeurs présentées dans le tableau ci-dessous, les vecteurs $s(m)^{up}$ et $s(m)^{down}$ sont interpolés entre 20 ans et 90 ans, tandis que les vecteurs $b(m)^{up}$ et $b(m)^{down}$ sont interpolés entre 20 ans et 60 ans.

| Maturité m | $s(m)^{down}$ | $b(m)^{down}$ | $s(m)^{up}$ | $b(m)^{up}$ |
|------------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| 1 | 58% | 1,16% | 61% | 2,14% |
| 2 | 51% | 0,99% | 53% | 1,86% |
| 3 | 44% | 0,83% | 49% | 1,72% |
| 4 | 40% | 0,74% | 46% | 1,61% |
| 5 | 40% | 0,71% | 45% | 1,58% |
| 6 | 38% | 0,67% | 41% | 1,44% |
| 7 | 37% | 0,63% | 37% | 1,30% |
| 8 | 38% | 0,62% | 34% | 1,19% |
| 9 | 39% | 0,61% | 32% | 1,12% |
| 10 | 40% | 0,61% | 30% | 1,05% |
| 11 | 41% | 0,60% | 30% | 1,05% |
| 12 | 42% | 0,60% | 30% | 1,05% |
| 13 | 43% | 0,59% | 30% | 1,05% |
| 14 | 44% | 0,58% | 29% | 1,02% |
| 15 | 45% | 0,57% | 28% | 0,98% |
| 16 | 47% | 0,56% | 28% | 0,98% |
| 17 | 48% | 0,55% | 27% | 0,95% |
| 18 | 49% | 0,54% | 26% | 0,91% |
| 19 | 49% | 0,52% | 26% | 0,91% |
| 20 | 50% | 0,50% | 25% | 0,88% |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| 60 | ... | 0,00% | ... | 0,00% |
| > 90 | 20% | 0,00% | 20% | 0,00% |

Tableau 2.24 - Chocs pour une extrapolation avec un LLP à 20 ans
(Source : *Consultation paper*)

Les chocs sont ajustés en fonction du dernier point liquide sélectionné pour l'extrapolation de la courbe des taux sans risque. Par conséquent, si le dernier point liquide est fixé à 30 ans, les vecteurs sont calibrés jusqu'à une échéance de 30 ans, puis extrapolés au-delà de cette échéance. De manière similaire, si le dernier point liquide est défini à 50 ans, les vecteurs sont calibrés jusqu'à 50 ans avant d'être extrapolés pour les échéances ultérieures.

Les vecteurs correspondant à ces deux scénarios sont disponibles en annexe 4. Cependant, il convient de noter que, pour les besoins de l'étude de la courbe des taux qui sera présentée dans la section 3, le LLP utilisé pour extrapoler la courbe des taux sans risque est actuellement fixé à 20 ans. Par conséquent, ce sont les chocs présentés dans le tableau 2.24, calculés avec un LLP de 20 ans, qui seront utilisés pour l'analyse d'impact des nouveaux chocs.

Pour les échéances inférieures à un an, la valeur de $s(m)^{up}$ et $b(m)^{up}$ sera égale à 61% et 2,14% respectivement. De même, pour les échéances inférieures à un an, la valeur de $s(m)^{down}$ et $b(m)^{down}$ sera égale à 58% et 1,16% respectivement.

Pour les échéances comprises entre 20 et 90 ans, la valeur de $s(m)^{up}$ et $s(m)^{down}$ sera interpolée linéairement. Pour les échéances de 90 ans et plus, la valeur de $s(m)^{up}$ et $s(m)^{down}$ sera de 20%. De même, pour les échéances comprises entre 20 et 60 ans, la valeur de $b(m)^{up}$ et $b(m)^{down}$ sera interpolée linéairement. Pour les échéances de 60 ans et plus, la valeur de $b(m)^{up}$ et $b(m)^{down}$ sera de 0%

La courbe des taux sans risque au 31/12/2021 choqués avec les chocs du Règlement Délégué et avec les chocs préconisés par l'EIOPA avec un LLP à 20 ans sont présentées dans le graphique ci-dessous.

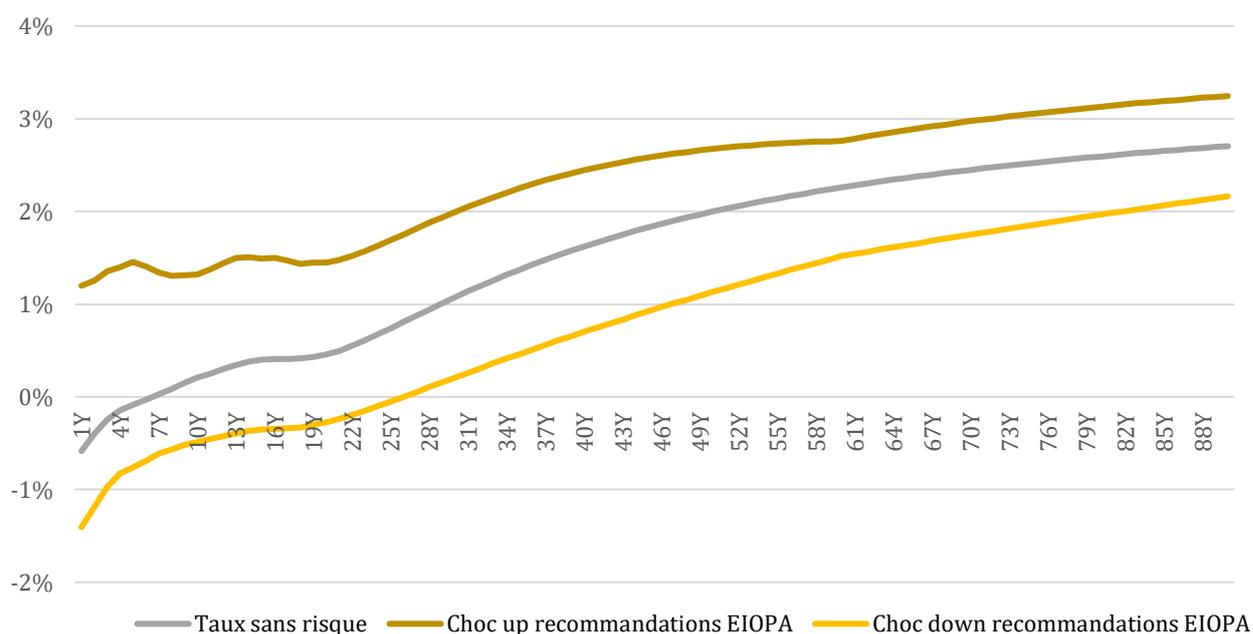


Tableau 2.25 - Courbes des taux choqués avec les chocs préconisés par l'EIOPA au 31/12/2021

Ces modifications sont d'une grande importance, en particulier en ce qui concerne le choc à la baisse appliqué à la partie courte de la courbe des taux. Pour illustrer l'impact de ces changements, prenons l'exemple d'une obligation ayant une maturité de 5 ans. Avec la nouvelle méthodologie proposée, son SCR Taux UP en cas de hausse des taux serait multiplié par 1.8, tandis que son SCR Taux DOWN serait multiplié par 4.9 en valeur absolue.

Il est important de noter que ces résultats sont fournis à titre d'illustration pour des obligations individuelles, mais leur évaluation doit être réalisée en fonction de l'exposition nette de l'assureur à différents points de la courbe des taux, c'est-à-dire en prenant en compte l'ensemble de ses actifs et passifs.

| Maturité | SCR Taux UP | | | SCR Taux DOWN | | |
|----------|-------------|-------------------|-------|---------------|-------------------|-------|
| | Actuel | Proposition EIOPA | Ratio | Actuel | Proposition EIOPA | Ratio |
| 5 | 5.00% | 8.76% | 1.8 | -0.88% | -4.31% | 4.9 |
| 10 | 9.70% | 13.06% | 1.3 | -2.97% | -9.75% | 3.3 |
| 30 | 22.50% | 25.67% | 1.1 | -12.38% | -28.85% | 2.3 |

Tableau 2.26 - Impact du changement de méthodologie sur les SCR Taux UP et DOWN

Conclusion

L'EIOPA recommande l'adoption de ces nouveaux chocs, calibrés sur des données historiques allant jusqu'en 2018, dans le but d'augmenter le montant de capital nécessaire pour faire face au risque de taux. Cette mesure vise à améliorer la gestion des risques au sein du secteur de l'assurance.

Contrairement à ce qui a été fait pour les risques actions immobiliers et spreads où une recalibration des chocs à l'horizon de 2023 a été effectuée, il semble que pour le risque de taux d'intérêt, une telle actualisation n'est pas jugée aussi cruciale. Cette décision se fonde sur le fait que l'Autorité Européenne des Assurances et des Pensions Professionnelles (EIOPA) a déjà procédé à une telle mise à jour dans le cadre de la révision de Solvabilité II. Par conséquent, une analyse comparative entre les chocs actuels et ceux proposés dans le cadre de la révision de Solvabilité II sera exposée dans le contexte du Pilier I de Solvabilité II, tel que détaillé dans la Partie 3 du présent document.

Il est important de noter que la courbe des taux sans risque au 31 décembre 2021 a été privilégiée par rapport à celle du 31 décembre 2022. Cette décision a été prise en raison de la présence de taux d'intérêt négatifs pour les échéances inférieures à 5 ans dans la courbe au 31 décembre 2021, ce qui permet une meilleure comparaison avec les nouveaux facteurs de chocs.

2.5.2 Le risque de change

Le risque de change est le risque de hausse ou de baisse des taux de changes ou de devises.

2.5.2.1 Calibrage employé par l'EIOPA

Initialement, l'EIOPA a calibré un facteur de stress de 25% associé au risque de change pour toutes les devises, à l'exception de celles rattachées à l'Euro, comme la Couronne danoise, le Lev bulgare, le Franc CFA et le Franc comorien, qui ont des chocs réduits.

Cependant, la détermination de ce facteur de stress de 25% a fait l'objet de discussions au sein de l'EIOPA. Dans son document intitulé *Solvency II Calibration Paper*, l'Autorité européenne explique que la troisième étude quantitative (QIS 3) semblait favoriser un facteur de stress de 20% plutôt qu'un facteur de 25%, comme cela avait été proposé dans la deuxième étude quantitative (QIS 2). Il est mentionné que ce facteur de 20% a été établi en se basant sur un portefeuille de devises diversifié.

Pour trancher sur le niveau de choc à adopter, l'EIOPA a poursuivi son analyse en utilisant les taux de change quotidiens de quatorze devises par rapport à l'Euro ou à la Livre sterling sur la période allant de janvier 1971 à juin 2009. Cette période a fourni un échantillon d'environ 10 000 données, ce qui a permis de calculer les rendements annuels des périodes de détention pour ces quatorze devises. L'EIOPA explique ensuite avoir estimé les densités de probabilité ainsi que les quantiles à 0,5% et à 99,5% en utilisant des méthodes non paramétriques sur ces rendements annuels.

Les quantiles à 0,5% et 99,5% obtenus sur les rendements annuels pour chacune des devises contre l'Euro sont les suivants :

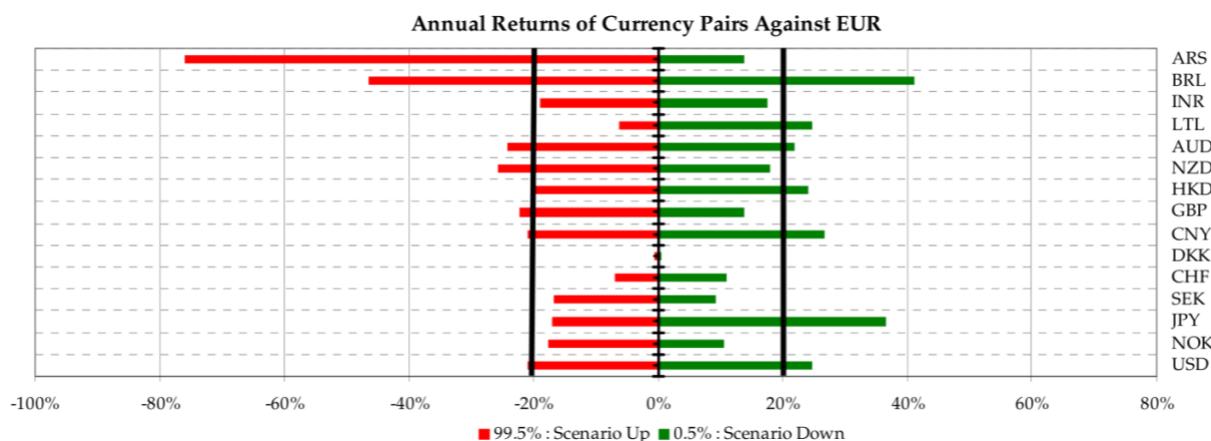


Figure 2.22 - Quantiles à 0,5% et 99,5% sur les rendements annuels des taux de change pour quatorze devises contre l'Euro
(Source : QIS5 - Calibration Paper, 15 Avril 2010)

L'EIOPA démontre que, selon une méthode de calcul non paramétrique, le choc de 20% suggéré dans la troisième étude quantitative est souvent dépassé, particulièrement lors de la crise financière de 2008. Par ailleurs, ce choc de 20% a été établi à l'aide d'une méthode de calcul paramétrique, en supposant que les rendements annuels des taux de change pour chaque devise suivaient une distribution normale. Cependant, l'EIOPA explique qu'après avoir examiné les distributions de ces rendements annuels, il est apparu que ces données ne pouvaient pas être ajustées de manière adéquate à une loi normale.

Par conséquent, en se basant sur ces deux arguments, l'EIOPA souligne que le facteur de stress de 20% ne semblait pas suffisamment représenter un risque d'une occurrence sur 200, même pour un portefeuille de devises diversifié. Ainsi, la proposition de fixer un choc à 20% a été écartée, et une nouvelle paramétrisation a été avancée. Cette dernière consiste à utiliser un portefeuille de devises étrangères représentatif du marché européen et à retenir la pire évolution annuelle pour chaque devise. C'est dans ce contexte qu'un facteur de stress de 25% a finalement été adopté.

2.5.2.2 Évolution du choc de change

Le facteur de stress de 25% retenu pour le risque de spread a été établi en se basant sur les pires évolutions de 14 devises différentes. Cependant, une première analyse des évolutions récentes de ces devises jusqu'en 2023 révèle que les pires évolutions ont eu lieu principalement en 2008 ou même avant. Cela suggère que la valeur de stress de 25% retenue par l'EIOPA pourrait demeurer pertinente en 2023, car les pires scénarios observés ne semblent pas avoir significativement évolué depuis.

De plus, le graphique ci-dessous, issu de l'article (ACPR, 2016b), reflète les résultats d'une étude menée par l'ACPR en se basant sur les données d'activité de 99 % des assureurs mixtes¹⁶ en France. Cette représentation visuelle illustre la répartition du Capital de Solvabilité Requis (SCR) pour chaque sous-module de risque du SCR marché. Elle met en évidence que le risque de change représente en moyenne environ 10% du SCR marché avant diversification pour les assureurs mixtes en France. Cette proportion se positionne comme l'une des plus faibles, soulignant ainsi la deuxième part la plus basse avant diversification. En considérant également que le recalibrage du risque de change aurait un impact limité sur le SCR marché du portefeuille étudié dans la partie III, ainsi que sur les assureurs en France dans leur ensemble, il a été décidé de ne pas inclure le risque de change dans l'étude du recalibrage des chocs dans ce mémoire.

Structure du capital de solvabilité requis (SCR), risque de marché

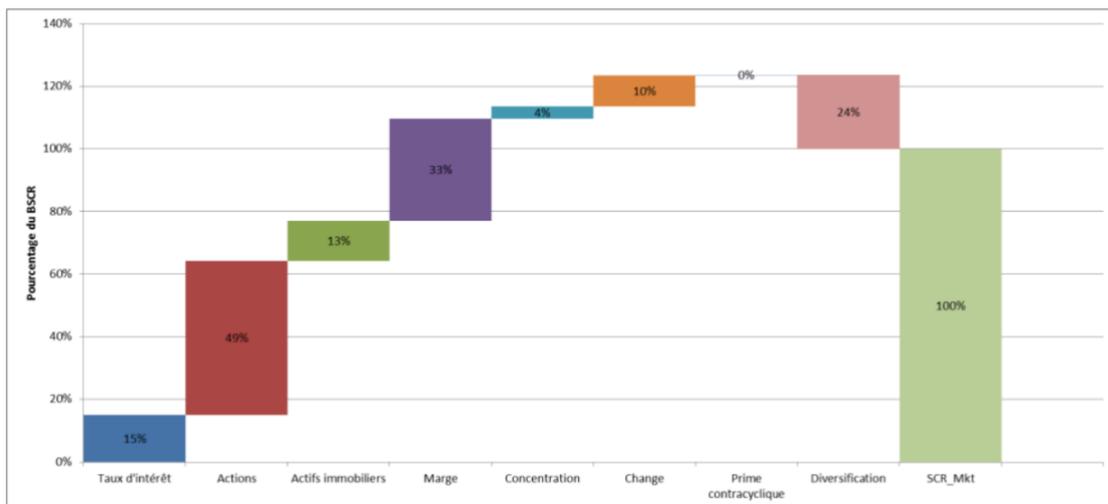


Figure 2.23 - Structure du SCR marché des organismes mixtes français
(Source : ACPR)

¹⁶ Organisme d'assurance qui propose à la fois des produits d'assurance vie et non-vie.

2.5.3 Le risque de concentration

Le risque de concentration des engagements correspond aux risques supplémentaires supportés par l'entreprise d'assurance ou de réassurance du fait :

- Soit du manque de diversification de son portefeuille d'actifs ;
- Soit d'une exposition importante au risque de défaut d'un seul émetteur de valeurs mobilières ou d'un groupe d'émetteurs liés.

2.5.3.1 Calibrage employée par l'EIOPA

L'EIOPA a relevé qu'en temps de crise, les bénéfices de diversification tendent à diminuer voire disparaître tandis que les risques croissent. Il était donc nécessaire d'introduire une mesure efficace du risque de concentration. On s'intéresse alors aux titres relevant des sous-modules action, spread et immobilier pour lesquels on s'intéresse au coût de la concentration à un groupe émetteur en fonction de l'exposition nette et de la qualité de crédit. Cela passe alors par les seuils d'exposition en excès (CT_i) ou « *concentration treshold* » à partir desquels on parle de surexposition et donc de risque de concentration. On y associe des facteurs de risque, dépendant de la moyenne des échelons de qualité de crédit¹⁷ ou « *credit quality step* », qui vont permettre de déterminer le capital requis pour le risque de concentration.

Ce facteur est nul pour certains titres, notamment les obligations émises par la BCE ou en euro par des États membres de l'UE.

Le choix de ce seuil d'exposition en excès est donc important : on s'intéresse plus précisément aux titres souverains ou émis par des entités privées, en devises étrangères et aux titres immobiliers. Tout repose sur l'hypothèse et l'observation suivantes : le portefeuille de départ est représentatif du portefeuille d'investissements moyen d'un assureur de l'Union européenne (soit 80% d'obligations et 15% d'actions) et un portefeuille peu diversifié est soumis à une volatilité beaucoup plus élevée.

Le processus de calibration a donc consisté à comparer la VaR historique d'un portefeuille bien diversifié à celle d'un portefeuille de plus en plus concentré : à chaque étape, on augmente de 1 % une unique exposition de façon à détériorer ce portefeuille initialement bien diversifié et observer l'augmentation de la VaR. En cartographiant celle-ci selon le niveau de concentration, on obtient les seuils d'exposition en excès (CT_i) puis les facteurs de stress (g_i) à l'aide d'une régression linéaire. On rappelle que ces derniers sont d'autant plus élevés que le groupe émetteur a une mauvaise notation.

¹⁷ La table de correspondance complète entre différentes agences de notation et les échelons de crédit propre à Solvabilité II est donnée en Annexe A.3.1

Les seuils relatifs d'exposition en excès ainsi que les facteurs de stress utilisés pour les titres émis par des organismes privés et les titres souverains émettant en devise étrangère sont les suivants :

| Moyenne des échelons de qualité de crédit | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Seuils d'exposition en excès CT_i | 3,0% | 3,0% | 3,0% | 1,5% | 1,5% | 1,5% | 1,5% |
| Facteurs de stress g_i | 12,0% | 12,0% | 21,0% | 27,0% | 73,0% | 73,0% | 73,0% |

Tableau 2.27 - Seuils d'exposition en excès et facteurs de stress utilisés sous Solvabilité II
(Source : Articles 185 et 186 du Règlement Délégué (UE) 2015/35)

Une fois les facteurs de stress obtenus, on déduit le coût individuel de l'exposition à un émetteur et donc le besoin en capital lié au risque de concentration en supposant une absence de corrélation entre les différents émetteurs.

Remarque : En cas d'absence de notation pour un émetteur individuel, un échelon de qualité de crédit de 5 lui est attribué.

2.5.3.2 Un impact faible sur le SCR

L'approche de calibration des facteurs de stress g_i utilisée par l'EIOPA est apparemment robuste et stable dans le temps. Contrairement aux autres risques de marché, cette méthode de calibration ne repose pas sur un indice spécifique, mais plutôt sur la dégradation d'un portefeuille visant à isoler l'effet de concentration. Cette approche semble moins sensible aux variations temporelles, ce qui la rend moins sujette à des recalibrages fréquents.

De plus, il est important de noter que le risque de concentration, à l'instar du risque de change, a un impact très limité sur le SCR marché des assureurs mixtes en France, comme illustré dans la figure 2.15.

En effet, il ne représente en moyenne que 4% de l'ensemble du SCR marché avant diversification pour les assureurs mixtes en France (figure 2.23), ce qui en fait de loin le montant le plus bas parmi tous les risques de marché. De plus, le risque de concentration est unique en ce sens qu'il n'est corrélé à aucun autre risque sous Solvabilité II lors de l'agrégation des risques, ce qui signifie qu'il n'affecte aucun autre risque de marché après diversification.

Pour toutes ces raisons, nous avons décidé de ne pas recalibrer le risque de concentration dans le cadre de ce mémoire.

| CrrMkt | Interest | Equity | Property | Spread | Currency | Concentration |
|---------------|----------|--------|----------|--------|----------|---------------|
| Interest | 100% | | | | | |
| Equity | 50%* | 100% | | | | |
| Property | 50%* | 75% | 100% | | | |
| Spread | 50%* | 75% | 50% | 100% | | |
| Currency | 25% | 25% | 25% | 25% | 100% | |
| Concentration | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 100% |

(*) Dans le cas où le risque de taux est à la baisse 0,5 sinon 0

Tableau 2.28 - Matrice de corrélation du SCR Marché

Chapitre 3

Analyse d'impact sur un organisme de prévoyance

Cette section vise à présenter et à comparer les impacts découlant de la mise en œuvre des chocs de marché recalibrés tels qu'évoqués dans ce mémoire. Cette évaluation sera réalisée dans le cadre du pilier 1 de Solvabilité II en utilisant un organisme de prévoyance pouvant être considéré comme fictif. Elle comprendra une comparaison entre le Capital de Solvabilité Requis (SCR) obtenu en utilisant les chocs définis dans la Formule Standard et ceux explicités dans la partie 2 de ce mémoire. Par la suite, une agrégation des différents modules de marché sera entreprise pour évaluer le SCR marché global.

3.1 Présentation de l'organisme étudié

L'organisme étudié au sein de ce chapitre est une institution de prévoyance agréée pour pratiquer des opérations d'assurance relevant des branches 1, 2 et 20 définies par l'article R. 931-2-1 du Code de la Sécurité sociale :

- Accidents corporels (branche 1)
- Maladie (branche 2)
- Vie et décès (branche 20)

Les données utilisées pour modéliser cette entité sont dérivées de données réelles fournies par le cabinet ACTUELIA. Cependant, ces données ont été anonymisées pour respecter les politiques de confidentialité en vigueur. En conséquence, l'entité modélisée, que nous nommerons Chocia, peut être considérée comme fictive. Chocia est une institution de prévoyance qui offre des garanties en cas de décès, d'invalidité, d'arrêt de travail et de frais de santé, sans avoir recours à la réassurance.

Le tableau ci-dessous synthétise les montants de l'exigence en capital au titre de chacune des composantes du SCR marché pour lesquelles la Chocia est exposée :

| Risques (en k€) | SCR 31/12/2021 | SCR 31/12/2020 |
|-------------------|----------------|----------------|
| Taux | 311 | 771 |
| Action | 7 825 | 6 857 |
| Immobilier | 3 747 | 3 747 |
| Spread | 2 523 | 3 161 |
| Change | 233 | 203 |
| Concentration | 128 | 115 |
| SCR Marché | 12 904 | 10 786 |

Tableau 3.1- SCR marché de Chocia

Après agrégation, le SCR marché s'élève à 12 904 k€ contre 10 786 k€ en 2020. Cette hausse des exigences en capital est essentiellement expliquée par l'augmentation du choc action (1 M€).

Répartition des placements comptables

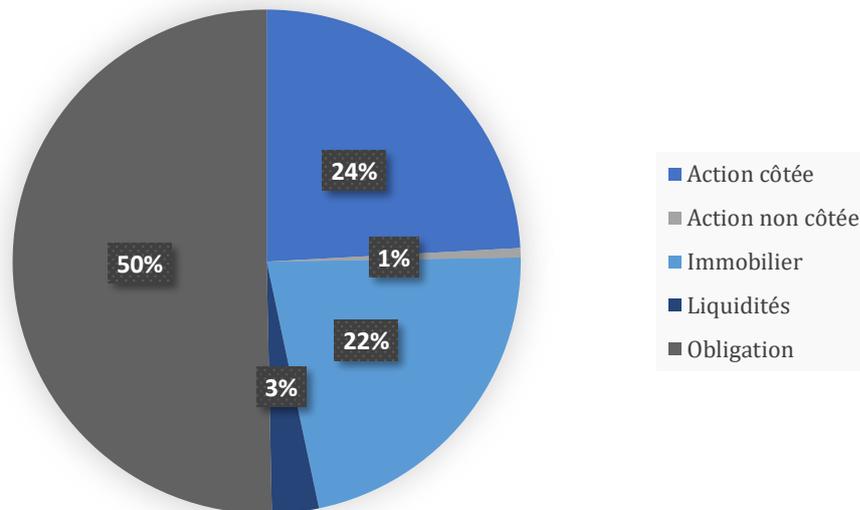


Figure 3.1 - Répartition des placements de Chocia

Au 31/12/2021, le montant des actifs gérés s'élève à 121 M€. L'allocation d'actifs (transparisés) est composée essentiellement de produits obligataires d'actions cotées et d'investissements en immobilier.

| Ratings | VM | Part de VM |
|-----------|--------------|------------|
| AAA | 824 264 € | 2,70% |
| AA | 182 799 € | 0,60% |
| A | 4 631 746 € | 15,15% |
| BBB | 15 824 871 € | 51,75% |
| Not rated | 4 902 173 € | 16,03% |
| Etat | 4 215 527 € | 13,78% |

Tableau 3.2- Répartition du portefeuille d'obligations de Chocia en fonction de la notation

En dehors des obligations d'État, le portefeuille d'obligations de l'entreprise Chocia est principalement composé d'émetteurs notés BBB.

3.2 Impacts quantitatifs des chocs

Dans les sections précédentes, nous avons recalibré les risques de marché dans le but de fournir une vision actualisée de ces risques. Il est maintenant pertinent d'évaluer l'impact attendu sur le capital de solvabilité requis et, par conséquent, sur le ratio de couverture d'une entité d'assurance européenne. Nous avons effectué une comparaison entre le cadre réglementaire européen actuel et les nouveaux chocs recalibrés pour cette analyse.

3.2.1 Action

Pour rappel, le choc action résulte de la volatilité du cours des actions, les pénalités pour les actions de type 1 sont :

| | Formule Standard | Choc 2023 |
|---------------------|------------------|----------------|
| Choc Actions cotées | 39% + Dampener | 37% + Dampener |

L'ajustement symétrique, également appelé "Dampener", a pour but d'éviter les comportements procycliques (ventes forcées d'actions lorsque les marchés sont en bas de cycle). Ce mécanisme permet de diminuer le choc action lorsque les marchés sont en bas de cycle, et à l'inverse de l'augmenter lorsque les marchés sont en haut de cycles.

Pour information, au 31/12/2021, l'ajustement symétrique était de 6,88%. Par conséquent, le choc sur les actions selon la formule standard était de 45,88 %, tandis que le choc recalibré était de 43,88 %. Comme la différence entre ces deux chocs est relativement faible, l'impact sur le capital de solvabilité sera également limité. Le capital de solvabilité requis pour le risque sur les actions se calcule comme suit :

$$SCR_{Action} = Choc_{Action} + VM,$$

Où VM représente la valeur de marché des actions.

| | Formule Standard | Choc 2023 | Ecart |
|------------------------|------------------|-----------|--------|
| SCR_{Action} (en k€) | 7 825 | 7 496 | -4,20% |

Le montant du capital nécessaire pour couvrir le risque sur les actions de l'entreprise Chocia s'élève donc à 7 496 k€ avec le choc sur les actions recalculé en 2023, ce qui représente une réduction de 4,20 % par rapport au choc actuellement utilisé dans la formule standard. Cette réduction est significative et reflète la tendance observée en Europe, où les premiers chocs sur les actions étaient considérés comme excessifs, décourageant ainsi les investissements dans de tels actifs et menaçant la stabilité du marché. C'est pourquoi l'EIOPA a introduit une mesure transitoire : les actions détenues avant le 1er janvier 2016 (date de mise en application de Solvabilité II) sont soumises à un choc moins important.

La réduction modérée de 2% du niveau de choc appliqué aux actions de type 1 est perçue comme une démarche prudentielle, destinée à prévenir les incitations à une prise de risque accrue par les organismes d'assurance dans leur quête de rendements plus élevés. Une telle modération dans les

chocs suggère une balance entre la nécessité de maintenir une solidité financière et la prévention d'une prise de risque excessive.

Cependant, il est important de souligner que les différences méthodologiques entre l'approche adoptée par l'EIOPA et celle utilisée dans ce mémoire pourraient introduire un biais dans nos analyses. En particulier, la décision de se baser sur les rendements annuels glissants plutôt que sur les rendements annuels instantanés pourrait affecter l'interprétation des corrélations entre les rendements. Cette distinction méthodologique est cruciale, car elle peut influencer la perception de la volatilité et des risques associés aux actions de type 1, et donc potentiellement affecter les décisions en matière de gestion des risques et de politique de placement.

3.2.2 Immobilier

Le risque immobilier capte la volatilité du marché immobilier européen, les pénalités pour les biens immobiliers sont :

| | Formule Standard | Choc 2023 |
|-----------------|------------------|-----------|
| Choc Immobilier | 25% | 12% |

Le capital de solvabilité requis pour le risque immobilier calcule comme suit :

$$SCR_{Imm} = Choc_{Imm} + VM,$$

Où VM représente la valeur de marché des actions.

| | Formule Standard | Choc 2023 | Ecart |
|---------------------|------------------|-----------|-------|
| SCR_{Imm} (en k€) | 3 747 | 1 798 | -52% |

Le montant du capital nécessaire pour couvrir le risque lié aux biens immobiliers de l'entreprise Chocia s'élève à 1 798 k€ avec le choc immobilier recalculé en 2023. Il convient de noter que le SCR immobilier a connu la plus forte réduction parmi tous les sous-modules du SCR marché de l'entreprise Chocia, avec une diminution de 52 %. Cette réduction reflète une tendance observée au cours de la dernière décennie, caractérisée par un marché immobilier européen à la baisse. Cette évolution se traduit mathématiquement par un choc plus faible. En conséquence, le rendement du marché immobilier est actuellement relativement faible par rapport à ce qu'il était il y a 10 à 15 ans. Le choix d'un choc immobilier plus modéré que celui prescrit par Solvabilité II pourrait encourager les acteurs du marché à investir davantage dans ces actifs considérés comme plus sûrs.

3.2.3 Spread

Le risque de spread, en ce qui concerne les obligations et les prêts, représente une variation défavorable de la solvabilité de l'émetteur. Le facteur de choc $Stress_i$ associé dépend à la fois de la notation de l'actif et de sa durée. Il convient de noter que la matrice des facteurs de choc a été élaborée en analysant les performances des indices Merrill Lynch Euro Corporate. Les chocs spécifiques sont détaillés dans le tableau 2.22.

Le calcul du SCR lié au risque de spread sur les obligations et les prêts s'effectue de la manière suivante :

$$SCR_{Bonds} = \sum_i VM_i \times Stress_i$$

Avec VM_i la valeur de marché de l'obligation ou du prêt i .

| | Formule Standard | Choc 2023 | Ecart |
|------------------------|------------------|-----------|---------|
| SCR_{Spread} (en k€) | 2 523 | 2 067 | -18,08% |

Le portefeuille de l'entreprise Chocia est principalement composé d'obligations d'entreprise (corporate bonds). La durée moyenne du portefeuille d'obligations est de 6,17 ans, et la notation moyenne du portefeuille est BBB. Par conséquent, les chocs appliqués en formule standard sont plus sévères que ceux calculés en 2023 pour les obligations notées BBB et ayant une durée inférieure à 10 ans. Cela explique la réduction de près de 18 % du capital nécessaire pour couvrir le risque de spread.

Il convient de noter que cette diminution peut sembler significative. Toutefois, il est important de la mettre en perspective. Si le portefeuille avait une composition différente, par exemple avec une notation majoritairement A ou une durée moyenne plus longue, l'effet sur le capital requis pourrait être inverse, c'est-à-dire qu'une augmentation du capital nécessaire serait observée.

3.2.4 Taux

Le risque de taux d'intérêt résulte de l'incertitude liée aux taux d'intérêt sans risque utilisés pour valoriser l'actif et le passif du bilan. Il existe pour tous les actifs et passifs dont la valeur est sensible aux variations de la courbe de taux d'intérêt ou à la volatilité des taux d'intérêt.

Le nouveau calibrage proposé dans le cadre de la revue Solvabilité II 2020 se base sur la combinaison d'un choc additif et d'une variation relative. Le capital de solvabilité requis pour le risque de taux se calcule comme suit :

$$SCR_{Taux} = \max \left(\sum_k SCR_{Up}^k ; \sum_k SCR_{Down}^k \right)$$

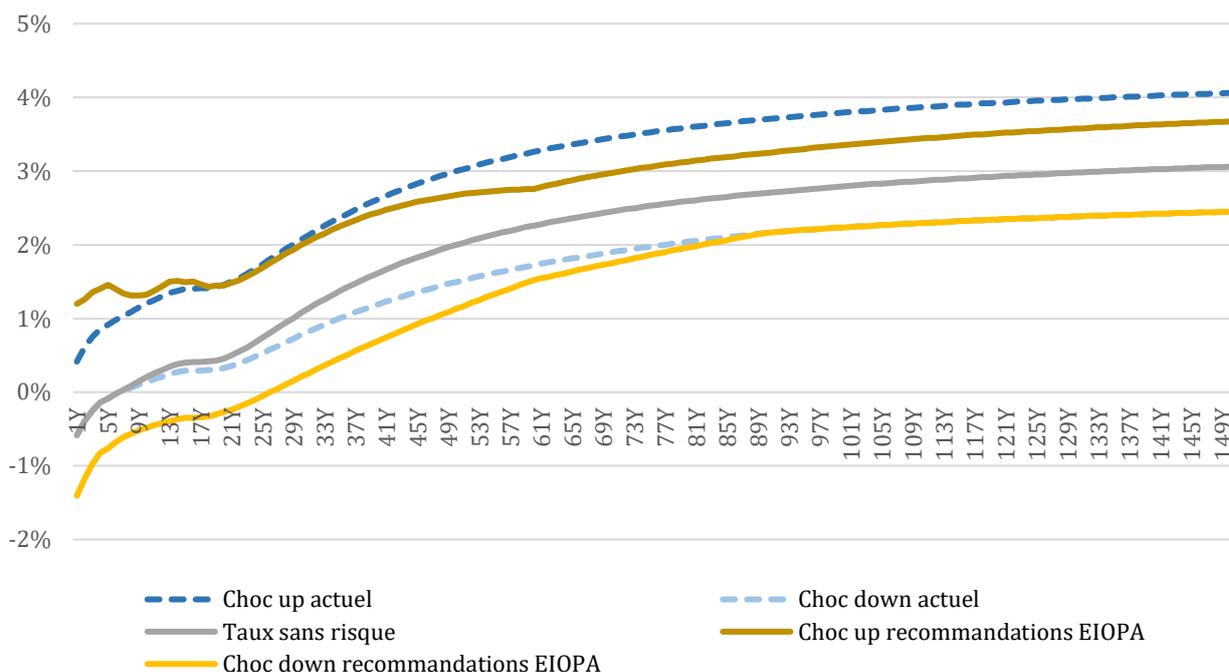


Figure 3.2 - Comparaison des courbes des taux choqués avec les chocs du Règlement Délégué et les chocs préconisés par l'EIOPA au 31/12/2021

Des divergences notables sont observées par rapport aux chocs de taux actuels. En effet, les chocs sont plus prononcés pour toutes les échéances de moins de 20 ans, tant à la hausse qu'à la baisse. Cette augmentation est plus marquée pour les chocs à la baisse, qui demeurent plus intenses jusqu'à la fin de l'interpolation à 90 ans de maturité. Il convient également de noter que les taux d'intérêt négatifs sont pénalisés d'environ 1 % pour les chocs à la baisse, tandis qu'avec les chocs actuels, aucune pénalité n'est appliquée. À l'inverse, la hausse des chocs à la hausse est moins prononcée, avec même des chocs inférieurs aux chocs actuels pour les échéances supérieures à 20 ans. Cela indique que l'incertitude associée aux chocs de taux actuels réside principalement dans leur incapacité à refléter une chute abrupte des taux d'intérêt sur un horizon d'un an, plutôt qu'une hausse soudaine des taux d'intérêt.

Pour évaluer ce risque, le calcul est effectué en utilisant l'approche de la variation de la Valeur Nette d'Actif (Net Asset Value - NAV), ce qui est particulièrement approprié, car elle prend en compte l'importance de ce risque à la fois sur les investissements et sur les flux de trésorerie des passifs (ME/BE).

| | Formule Standard | Choc Revue 2020 | Écart |
|----------------------|------------------|-----------------|---------|
| SCR_{Taux} (en k€) | 311 | 783 | 151,86% |

Les observations précédentes se reflètent dans le calcul du SCR pour le risque de taux de l'entreprise Chocia. Le SCR de taux, calculé avec les nouveaux chocs, est nettement supérieur à celui calculé avec les chocs actuels de la formule standard. Cette augmentation est significative, avec une hausse d'environ 52 points. Des chocs d'une telle ampleur découragent les marchés à investir dans des actifs ou passifs dont la valeur est liée à la courbe des taux ou à la volatilité des taux, tels que les obligations. Pourtant, les entreprises d'assurance et de réassurance investissent

principalement dans ce type d'actif. Cette situation pourrait perturber le marché et entraîner une réduction de l'attrait de ce type d'investissement pour les organismes.

Afin de remédier à cet effet, l'EIOPA a également engagé des discussions dans le cadre de la révision de Solvabilité II 2020 concernant l'ajustement de volatilité ou « *volatility adjustment* ». L'ajustement de volatilité est une mesure anticyclique visant à atténuer la procyclicité de l'exigence en capital, en la réduisant lorsque la situation économique n'est pas favorable. Concrètement, il s'agit d'une prime ajoutée à la courbe des taux sans risque, ce qui permet d'actualiser les provisions de manière plus agressive et d'obtenir un taux de rendement des actifs plus élevé. En conséquence, les exigences en capital diminuent, les fonds propres augmentent, et le ratio de couverture s'améliore. Cependant, l'étude de ces modifications ne rentre pas dans le cadre de ce mémoire.

Il est pertinent de souligner que la composition du portefeuille de l'entreprise Chocia se caractérise majoritairement par des produits financiers dont la maturité est inférieure à 10 ans. Selon les observations de la figure 3.2, il apparaît que les maturités inférieures à 10 ans subissent un impact plus significatif sous l'effet des nouveaux chocs de taux comparativement aux chocs actuels. Cette situation contraste avec celle des maturités supérieures à 10 ans, pour lesquelles on observe une tendance inversée, incluant même une courbe des taux en hausse (« Up ») moins sévère.

Cette différenciation dans l'impact des chocs selon la durée des maturités révèle une dimension critique dans l'évaluation du risque de taux et sa gestion. Un portefeuille structuré différemment, notamment avec une prépondérance de maturités supérieures à 10 ans, présenterait probablement un profil de risque et une sensibilité aux chocs de taux distincts, soulignant l'importance d'une analyse nuancée du portefeuille en fonction de la composition des maturités. Cette analyse met en évidence la complexité inhérente à la gestion des risques de taux et la nécessité d'adopter une approche stratégique et personnalisée pour aligner les politiques de gestion de portefeuille avec les dynamiques de marché et les cadres réglementaires évolutifs.

3.3 Agrégation des sous-modules marché

L'agrégation des risques vise à tenir compte de la structure de dépendance entre les différents risques. Lorsque le portefeuille est suffisamment diversifié, cela permet de réduire le risque global, et par conséquent, le besoin en capital total est généralement inférieur à la somme des besoins en capital individuels pour chaque type de risque. Cela reflète l'idée que la corrélation entre les risques peut réduire le besoin en capital global lorsque les risques sont bien diversifiés.

Le capital de solvabilité requis pour le risque de marché SCR_{mkt} est alors le résultat de l'agrégation des charges de capital des sous-modules de risque Mkt_r via l'application de la matrice de corrélation $Corr^{mkt}$ illustrée dans le tableau 1.1.

On a la formule suivante :

$$SCR_{mkt} = \sqrt{\sum_{r,c=1}^n Corr_{r,c}^{mkt} Mkt_r Mkt_c}$$

En accord avec le Tableau 3.1, étant donné que l'entreprise Chocia se trouve dans un scénario de baisse du risque de taux par rapport à l'exercice précédent, la matrice de corrélation $Corr^{mkt}$ utilisée pour le calcul du SCR marché est la suivante :

| $Corr^{mkt}$ | Taux | Action | Immobilier | Spread | Change | Concentration |
|---|------|--------|------------|--------|--------|---------------|
| Taux | 100% | | | | | |
| Action | 50% | 100% | | | | |
| Immobilier | 50% | 75% | 100% | | | |
| Spread | 50%* | 75% | 50% | 100% | | |
| Change | 25% | 25% | 25% | 25% | 100% | |
| Concentration | 0% | 0% | 0% | 0% | 0% | 100% |
| (*) 25% Dans le cadre de la Revue S2 2020 | | | | | | |

Figure 3.3 - Matrice de corrélation en cas de baisse du risque de taux

L'agrégation des sous-modules de risque nécessaire à l'obtention du SCR marché au 31/12/2021 de l'entreprise Chocia, en utilisant les nouveaux chocs de marché, est présentée ci-dessous :

SCR Marché Chocia au 31/12/2021

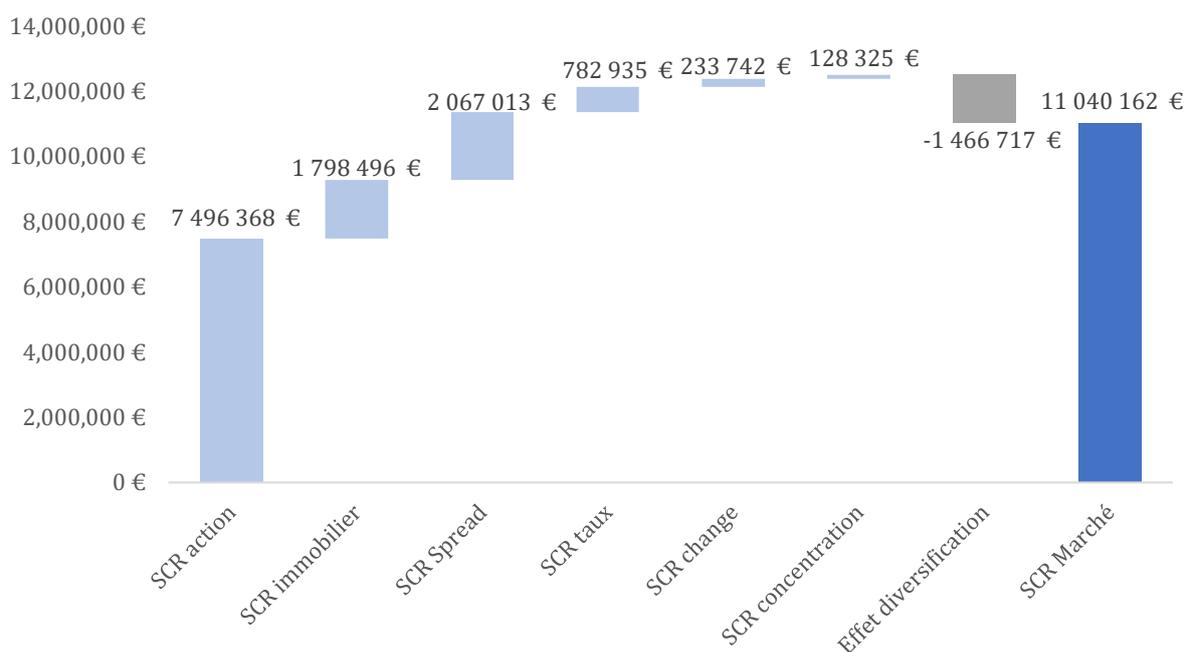


Figure 3.4 – SCR Marché en fonction des chocs recalibrés de Chocia

En utilisant un facteur de corrélation de 25% au lieu de 50% (actuellement utilisé dans la formule standard) entre le risque de taux et le risque de spread, l'effet de diversification s'élève à 1 503 k€, entraînant ainsi une réduction du SCR marché de 37 k€. Cette réduction est relativement modeste, mais elle doit être considérée dans le contexte spécifique de l'entreprise Chocia (SCR relativement faible). Pour d'autres entreprises, le résultat pourrait être différent.

En appliquant les chocs déterminés précédemment dans ce mémoire, l'exigence en capital au titre du SCR marché a pu être calculée et comparée à celle de la Directive Solvabilité II :

| | Chocs 2023 | Solvabilité II |
|------------------------------|-------------------|-------------------|
| SCR Marché | 11 040 162 | 12 904 717 |
| <i>SCR Taux</i> | 782 935 | 310 859 |
| <i>SCR Action</i> | 7 496 368 | 7 824 906 |
| <i>SCR Immobilier</i> | 1 798 496 | 3 746 866 |
| <i>SCR Spread</i> | 2 067 013 | 2 523 082 |
| <i>SCR Change</i> | 233 742 | 233 742 |
| <i>SCR Concentration</i> | 128 325 | 128 325 |
| <i>Effet diversification</i> | (1 466 717) | (1 863 063) |

Tableau 3.3 - Exigences de capital au titre du risque de marché

Le module de taux, avec les chocs de 2023, impose des exigences en capital beaucoup plus élevées que celles prévues par Solvabilité II. Cette disparité s'explique par le fait que, bien que les facteurs de stress soient légèrement moins contraignants pour les maturités supérieures à 20 ans avec les chocs de 2023, le portefeuille de Chocia est principalement composé d'obligations à maturité

inférieure à 10 ans. Par conséquent, les scénarios "Up" et "Down" ont un impact plus sévère, ce qui est en accord avec les exigences de capital plus élevées.

Comme prévu, les chocs pour les risques liés aux actions et à l'immobilier sont moins contraignants que ceux de Solvabilité II, ce qui se traduit mécaniquement par des exigences en capital plus faibles pour ces sous-modules de risque.

En ce qui concerne le risque de spread, la variation de l'exigence en capital dépend de la notation des obligations. Enfin, étant donné que les sous-modules de concentration et de change n'ont pas été modifiés, aucune variation n'est observée dans le SCR marché.

Dans l'ensemble, l'exigence en capital pour le risque de marché, après prise en compte de la diversification, est moins élevée avec les chocs de 2023 par rapport à Solvabilité II, principalement en raison de la forte réduction des SCR pour les risques liés à l'immobilier, aux actions et au spread.

Conclusion générale

La réglementation Solvabilité II, mise en œuvre en 2016, a introduit une nouvelle ère de gestion des risques pour les compagnies d'assurance. Ce mémoire, en se penchant sur le recalibrage des chocs de la formule standard pour les risques de marché, a révélé des insights significatifs.

Les résultats obtenus montrent que les chocs initialement définis pour les actions, l'immobilier, le spread et les taux pourraient nécessiter des ajustements. Pour cela, il a été possible de se baser notamment sur les différentes approches mises en place par l'EIOPA pour le paramétrage de la Directive Solvabilité II. Les principaux résultats obtenus au cours de cette étude peuvent ainsi être résumés dans le tableau suivant :

| Risque de marché | Méthodologie | Résultat obtenu | Résultat retenu |
|------------------------------|---|--|---|
| <i>Action</i> | Utilisation d'une VaR historique sur l'indice MSCI World | 56,51% | Type 1 = 37% + Dampener |
| | Utilisation d'une VaR paramétrique sur l'indice MSCI Europe | 37,12% | |
| | Utilisation d'une VaR paramétrique sur l'indice MSCI World | 30,34% | |
| <i>Immobilier</i> | Utilisation d'une VaR paramétrique sur l'indice IPL Européen | 6,76% | 12% par prudence |
| | Utilisation d'une VaR paramétrique sur l'indice IPL Français | 8,73% | |
| | Utilisation d'une VaR historique sur l'indice HPI britannique | 13,02% | |
| <i>Spread</i> | Réplication de la méthode utilisée par l'EIOPA sur les indices Merrill Lynch euro corporate | Des VaR en fonction de la notation et de la durée (Tableau 2.21) | Matrice des facteurs de choc (Tableau 2.22) |
| <i>Taux</i> | Utilisation des nouveaux chocs de taux prévus dans le cadre de la revue S2 2020 | Tableau 2.24 | Une augmentation significative du SCR taux |
| <i>Effet diversification</i> | Ajustement apporté à la matrice de corrélation dans le cadre de la revue S2 2020 | Une baisse de la corrélation entre le risque de taux et de spread de 50% à 25% (pour le scénario de baisse des taux) | Une légère réduction du SCR marché |

Concernant le risque lié aux actions, le processus de recalibration suggère que le choc financier pourrait être sous-estimé dans le cadre réglementaire actuel, ce qui implique la nécessité d'adopter une approche plus prudente et conservatrice.

Pour ce qui est du risque immobilier, les données récentes indiquent que les chocs pourraient être de nature plus modérée, reflétant ainsi une compréhension plus approfondie et affinée du marché immobilier et de ses dynamiques spécifiques. Cette évolution suggère une meilleure capacité à anticiper et à gérer les fluctuations potentielles dans ce secteur, en alignant plus étroitement les exigences de capital sur les risques réels du marché.

Le processus de recalibration du risque lié aux écarts de crédit (spreads) a révélé la complexité inhérente à la calibration de la matrice des facteurs de choc $Stress_i$. Cette recalibration a mis en lumière une tendance générale à la diminution des chocs sur les spreads de crédit, bien que cette réduction varie significativement en fonction de la notation de l'émetteur. Néanmoins, il convient de noter que l'adoption de différentes hypothèses, telles que l'inclusion ou l'exclusion des émetteurs américains, peut conduire à des interprétations divergentes du risque de spread. Cette variabilité souligne l'importance d'une approche nuancée et rigoureusement contextualisée dans l'évaluation de ce type de risque financier.

Enfin, en ce qui concerne le risque lié aux taux d'intérêt, l'analyse révèle que les exigences en capital découlant des chocs actuels sont nettement inférieures à celles résultant des propositions formulées dans la révision de Solvabilité II. Cette situation suggère que les chocs actuellement en vigueur pourraient ne pas être alignés avec les tendances récentes des taux d'intérêt, notamment dans le contexte des taux d'intérêt négatifs observés au cours des dernières années. Cette disparité soulève des questions pertinentes quant à l'adéquation et à la pertinence des modèles de chocs actuels face aux dynamiques contemporaines du marché.

En conclusion, alors que Solvabilité II a fourni un cadre solide pour la gestion des risques, ce mémoire souligne l'importance d'une réévaluation continue et d'un ajustement des paramètres pour refléter fidèlement les réalités changeantes du marché.

Bibliographie

ACPR. (2016). *Notice sur la désignation des « dirigeants effectifs » et des « responsables de fonctions clés » dans le régime « Solvabilité II ».*

ACPR. (2016b). *Analyse de l'exercice 2015 de préparation à Solvabilité II. Analyse et Synthèses, (22).*

ACPR. (2015). *Analyse de l'exercice 2014 de préparation à Solvabilité II. Analyse et Synthèses, (41).*

CEIOPS. (2009). *Consultation Paper No. 70.*

CEIOPS. (2010). *Solvency II Consultation Paper.*

Commission Européenne. (2015). *Règlement délégué (UE) 2015/35 de la commission du 10 octobre 2014 complétant la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil sur l'accès aux activités de l'assurance et de la réassurance et leur exercice (Solvabilité II).*

EIOPA. (2011). *EIOPA Report on the fifth Quantitative Impact Study (QIS5) for Solvency II.*

EIOPA. (2014a). *Orientations sur l'approche par transparence.*

EIOPA. (2014b). *The underlying assumptions in the standard formula for the Solvency Capital Requirement calculation.*

Simoen, M. et Boutier, G. (2019). *Solvabilité 2 : une révision très attendue. L'Argus de l'assurance n° 7619.*

ACPR. (2021). *Les chiffres du marché français de la banque et de l'assurance 2020.*

ACPR. (2018). *Mesure transitoire sur le choc action.*

INSEE. (2022). *Point de conjoncture du 9 mai 2022.*

L'AGEFI. (2012). *La société IPD rachetée par MSCI.*

OFI Asset Management. (2018). *Méthodologie de calcul du SCR marché.*

MySweetImmo. (2023). *Observatoire Crédit Logement : La hausse des taux des crédits immobiliers s'est accélérée.*

Lecomptoir-cpr. (2018). *Révision de Solvabilité 2 : quelques assouplissements à l'actif, mais un recalibrage conséquent du risque de taux d'intérêt.*

LeJDD. (2023). *Crédit immobilier : jusqu'où monteront les taux d'emprunt ?*

Ecologie.gouv. (2023). *Diagnostic de performance énergétique – DPE*

ARTZNER, P., DELBAEN, F., EBER, J.-M., & HEATH, D. (1999). *Coherent measures of risk. Journal of Financial Economics, 61(3), 383-428*

Chevallier, A. (2021). *Le calibrage des chocs prévus par Solvabilité II à l'épreuve de la crise de la Covid-19. Mémoire d'actuaire, Dauphine.*

- PELLE, A. (2021). *Impact des mesures sur les taux d'intérêt de la revoyure Solvabilité II dans le cadre d'un portefeuille épargne*. Mémoire d'actuaire, Dauphine.
- Fokou, R. (2006). *Mesure du risque de marché d'un portefeuille de type Actions (Value-at-Risk, Value-at-Risk Conditionnelle)*. Mémoire d'actuaire, EURIA.
- Roos, M. (2015). *Utilisation des Undertaking Specific Parameters avec une base de données santé*. Mémoire d'actuaire, Dauphine.
- Thouvenot, L. (2022). *Mise en place d'une norme de solvabilité au Maroc : Paramétrage des chocs et impacts*. Mémoire d'actuaire, ISFA.
- Thieblemont, E. (2022). *Mise en place d'une norme de solvabilité en Tunisie : calibrage de la formule standard et impacts*. Mémoire d'actuaire, DUAS.
- Meguem Siaka, J. *Risque de marché en zone CIMA : Estimation du risque de taux d'intérêt*. Mémoire d'actuaire, Dauphine
- Rakotomalala, R. (2008). *Tests de normalité : Techniques empiriques et tests statistiques*. Support de cours, Université Lumière Lyon 2.
- Le Bellec, V. (2021). *Analyse d'impacts de la révision 2020 de Solvabilité II*. Mémoire d'actuaire. EURIA.

Annexes

Annexe 1 : Notions mathématiques

A.1.1 La méthode du maximum de vraisemblance

L'estimation du paramètre $\theta \in \mathbb{R}^n$ par la méthode du maximum de vraisemblance conduit à chercher une estimation $\hat{\theta}$ du « vrai » coefficient θ via l'équation :

$$\nabla_{\hat{\theta}}(\log \mathcal{L}) = 0$$

Où, \mathcal{L} est la fonction de vraisemblance définie dans le cas continu par :

Soit $\{\mathbb{P}_{\theta}\}$ une famille de lois de probabilité continues sur \mathbb{R} et n un entier. On note f_{θ} la densité de probabilité de la loi \mathbb{P}_{θ} . On appelle vraisemblance associée à la famille $\{\mathbb{P}_{\theta}\}$, la fonction qui a un n -uplet (x_1, x_2, \dots, x_n) d'observations indépendantes à valeur dans \mathbb{R} et une valeur θ du paramètre, associe la quantité :

$$\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta) = \prod_{i=1}^n f_{\theta}(x_i)$$

Il est possible d'interpréter cela comme suit : estimer un paramètre par la méthode du maximum de vraisemblance, c'est proposer comme valeur de ce paramètre celle qui rend maximale la vraisemblance, à savoir la probabilité d'observer les données comme réalisation d'un échantillon de la loi \mathbb{P}_{θ} .

Si l'on suppose que pour toute valeur (x_1, x_2, \dots, x_n) , la fonction qui à θ associe $\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)$ admette un maximum unique, alors la valeur $\hat{\theta}$ pour laquelle ce maximum est atteint dépend de (x_1, x_2, \dots, x_n) :

$$\hat{\theta} = \tau(x_1, x_2, \dots, x_n) = \operatorname{argmax}(\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta))$$

On l'appelle ainsi estimation par maximum de vraisemblance.

A.1.2 Le test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov Smirnov est utilisé pour déterminer si un échantillon suit bien une loi donnée connue par sa fonction de répartition continue.

Soit (X_1, \dots, X_n) un échantillon de variables indépendantes et identiquement distribuées, de même loi X admettant une fonction de répartition F .

Le test mesure l'écart maximum entre la fonction de répartition empirique et la fonction de répartition théorique testée à travers la statistique D_n :

$$D_n = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_{emp}(x) - F_0(x)|$$

Avec :

- F_{emp} la fonction de répartition empirique de X
- F_0 une fonction de répartition d'une loi donnée connue

Les hypothèses du test sont les suivantes :

$$\begin{cases} H_0 : F = F_0 \\ H_1 : F \neq F_0 \end{cases}$$

L'échantillon suit la distribution d'une loi donnée si le test donne une *p-value* supérieure à 0,05.

Annexe 2 : Risque immobilier

A.2.1 Hypothèses de normalité pour l'indice UK House Price Index (HPI)

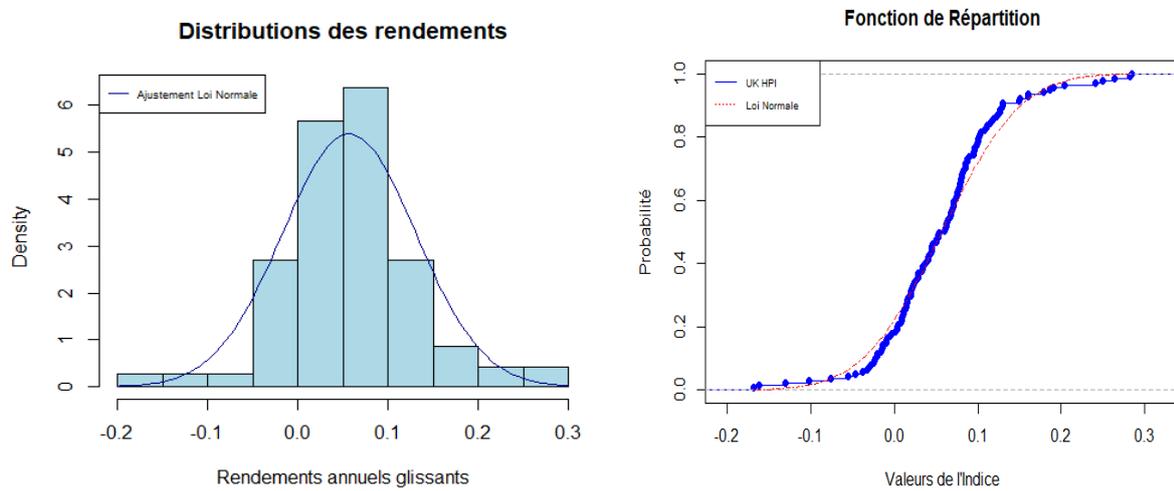


Figure A.0.1 - Ajustement des rendements trimestriels sur un an glissant par une loi normale (HPI)

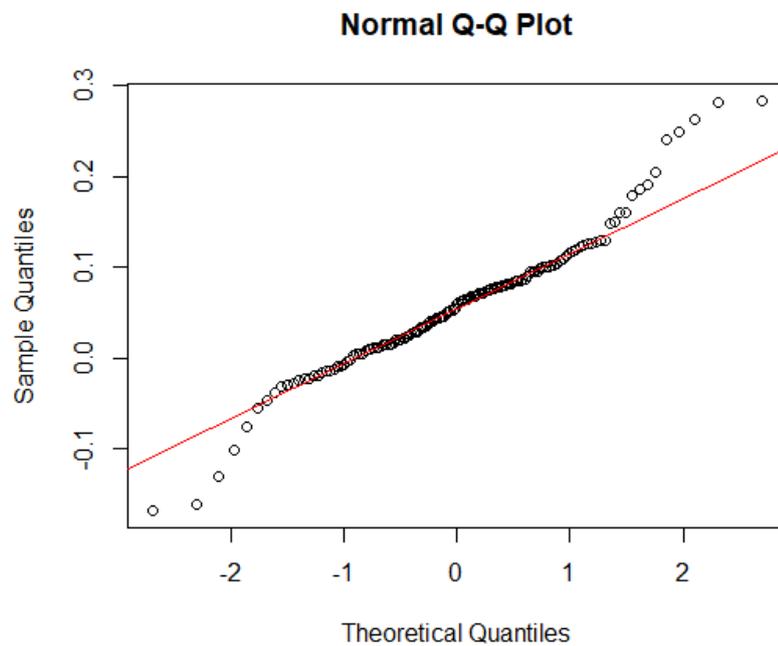


Figure A.0.2 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements trimestriels sur un an glissant (HPI)

A.2.2 Hypothèses de normalité pour l'Indice des Prix au logement Français (IPL)

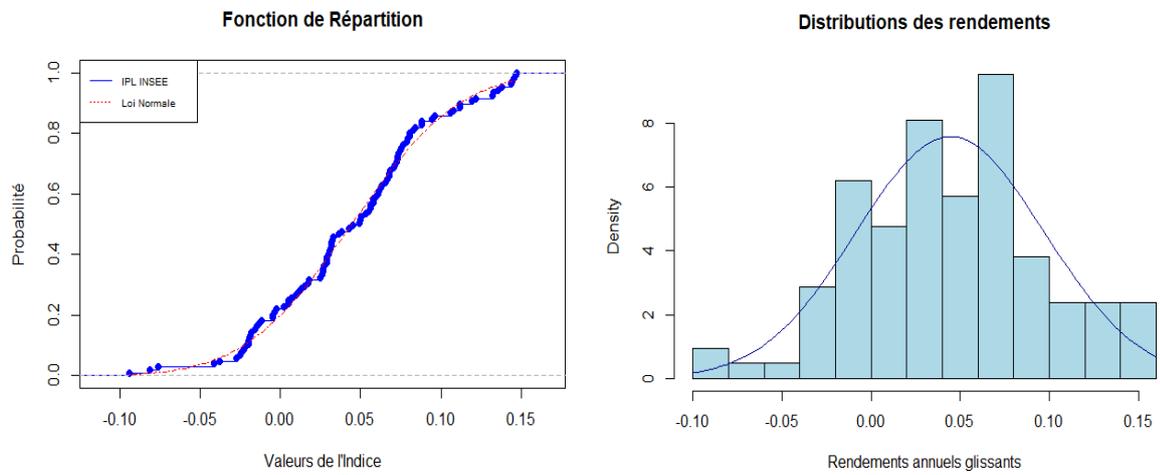


Figure A.0.3 - Ajustement des rendements trimestriels sur un an glissant par une loi normale (IPL français)

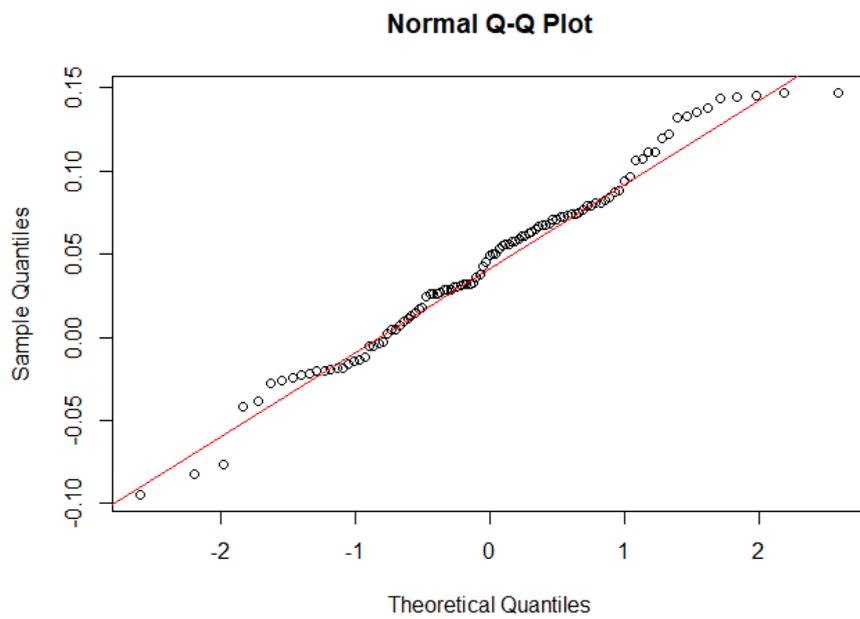


Figure A.0.4 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements trimestriels sur un an glissant (IPL français)

Annexe 3 : Risque de spread

A.3.1 Table de correspondance entre notations et échelons de qualité de crédit Solvabilité II

| Référentiel | Moody's | Standard & Poor's | Fitch Ratings | Solvabilité II |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------|----------------|
| Note | Aaa | AAA | AAA | 0 |
| | Aa1 | AA+ | AA+ | 1 |
| | Aa2 | AA | AA | 1 |
| | Aa3 | AA- | AA- | 1 |
| | A1 | A+ | A+ | 2 |
| | A2 | A | A | 2 |
| | A3 | A- | A- | 2 |
| | Baa1 | BBB+ | BBB+ | 3 |
| | Baa2 | BBB | BBB | 3 |
| | Baa3 | BBB- | BBB- | 3 |
| | Ba1 | BB+ | BB+ | 4 |
| | Ba2 | BB | BB | 4 |
| | Ba3 | BB- | BB- | 4 |
| | B1 | B+ | B+ | 5 |
| | B2 | B | B | 5 |
| | B3 | B- | B- | 5 |
| | Caa1 | CCC+ | CCC | 6 |
| | Caa2 | CCC | | 6 |
| | Caa3 | CCC- | | 6 |
| | Ca | CC | CC | 6 |
| | C | C/Cl/R | C | 6 |
| Non renseigné not rated | Non renseigné not rated | Non renseigné not rated | 6 | |

Tableau A.0.1 - Table de correspondance entre les notations des différentes agences et les échelons de qualité de crédit Solvabilité II

A.3.2 Données EIOPA facteurs de chocs par durée modifiée et notation des titres obligataires pour la formule standard

| Duration (dur_i) | | Échelon de crédit | | | |
|----------------------|----------------------------|-------------------|--------|--------|--------|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 |
| 1 | $b_i * dur_i$ | 0,90% | 1,10% | 1,40% | 2,50% |
| 2 | $b_i * dur_i$ | 1,80% | 2,20% | 2,80% | 5,00% |
| 3 | $b_i * dur_i$ | 2,70% | 3,30% | 4,20% | 7,50% |
| 4 | $b_i * dur_i$ | 3,60% | 4,40% | 5,60% | 10,00% |
| 5 | $b_i * dur_i$ | 4,50% | 5,50% | 7,00% | 12,50% |
| 6 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 5,00% | 6,08% | 7,70% | 14,00% |
| 7 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 5,50% | 6,66% | 8,40% | 15,50% |
| 8 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 6,00% | 7,24% | 9,10% | 17,00% |
| 9 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 6,50% | 7,82% | 9,80% | 18,50% |
| 10 | $a_i + b_i * (dur_i - 5)$ | 7,00% | 8,40% | 10,50% | 20,00% |
| 11 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 7,50% | 8,90% | 11,00% | 21,00% |
| 12 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 8,00% | 9,40% | 11,50% | 22,00% |
| 13 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 8,50% | 9,90% | 12,00% | 23,00% |
| 14 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 9,00% | 10,40% | 12,50% | 24,00% |
| 15 | $a_i + b_i * (dur_i - 10)$ | 9,50% | 10,90% | 13,00% | 25,00% |
| 16 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 10,00% | 11,40% | 13,50% | 26,00% |
| 17 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 10,50% | 11,90% | 14,00% | 27,00% |
| 18 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 11,00% | 12,40% | 14,50% | 28,00% |
| 19 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 11,50% | 12,90% | 15,00% | 29,00% |
| 20 | $a_i + b_i * (dur_i - 15)$ | 12,00% | 13,40% | 15,50% | 30,00% |
| 21 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 12,50% | 13,90% | 16,00% | 30,50% |
| 22 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 13,00% | 14,40% | 16,50% | 31,00% |
| 23 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 13,50% | 14,90% | 17,00% | 31,50% |
| 24 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 14,00% | 15,40% | 17,50% | 32,00% |
| 25 | $a_i + b_i * (dur_i - 20)$ | 14,50% | 15,90% | 18,00% | 32,50% |

Tableau A.0.2 - Matrice EIOPA pour la formule standard

Annexe 4 : VaR paramétrique de l'indice MSCI World

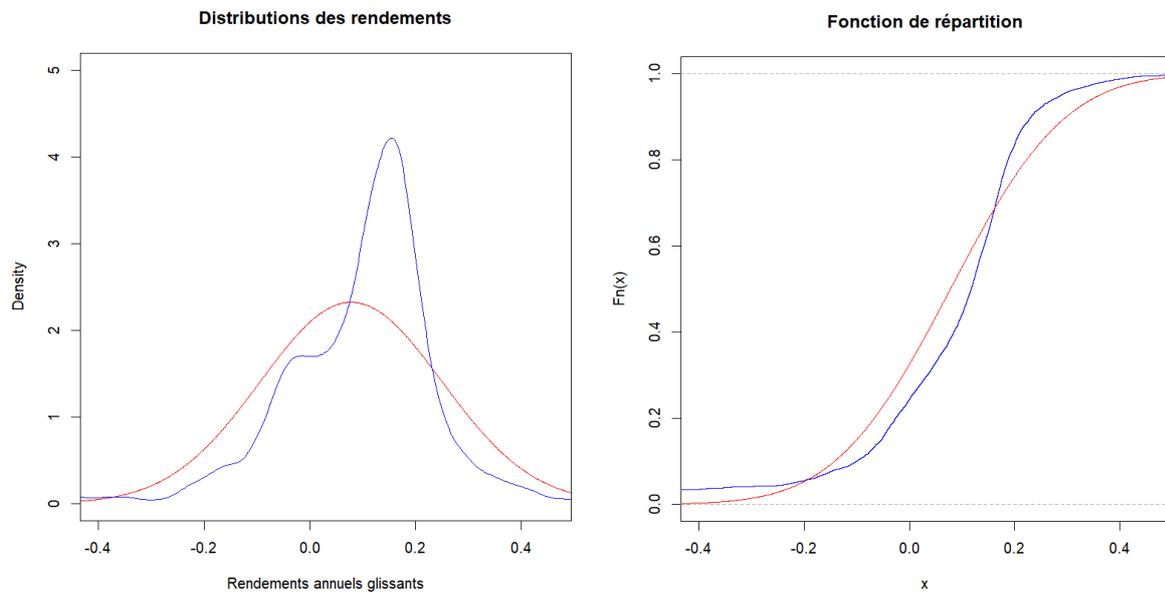


Figure A.0.5 - Ajustement des rendements annuels sur un an glissant par une loi normale

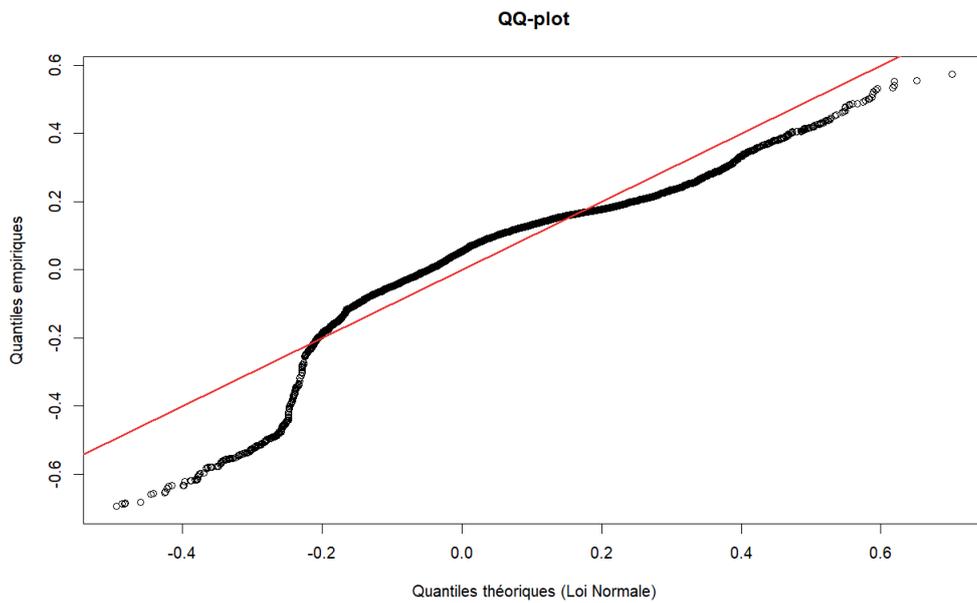


Figure A.0.6 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements annuels glissants de l'indice MSCI world

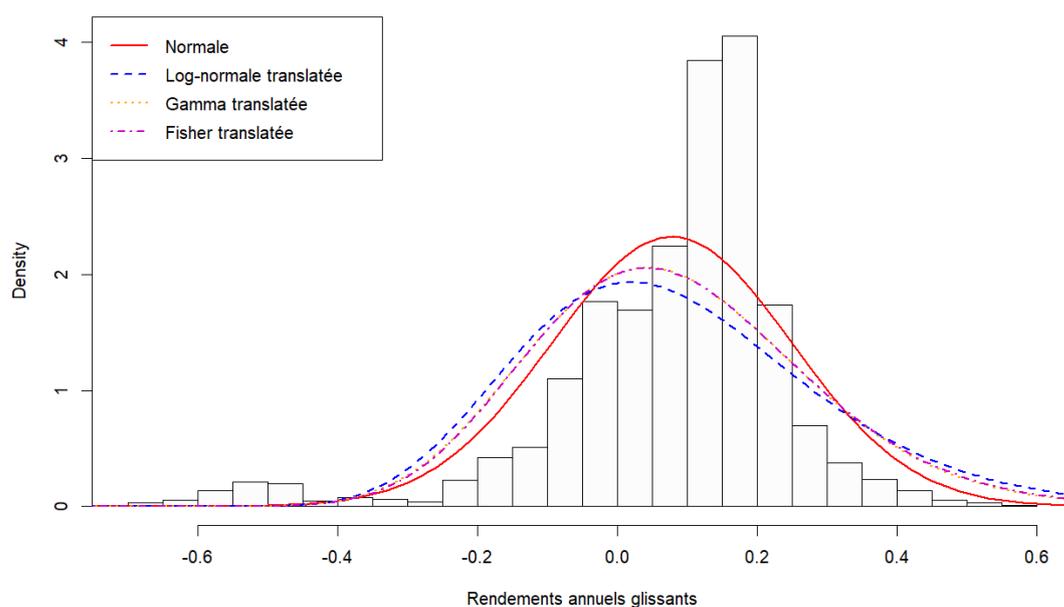


Figure A.0.7 Comparaison des densités à la distribution empirique des rendements annuels glissants de l'indice MSCI World

Annexe 5 : Chocs de taux révision Solvabilité II 2020

| Maturité m | $s(m)^{down}$ | $b(m)^{down}$ | $s(m)^{up}$ | $b(m)^{up}$ |
|--------------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| 21 | 49% | 0,49% | 25% | 0,87% |
| 22 | 50% | 0,49% | 24% | 0,85% |
| 23 | 51% | 0,48% | 24% | 0,82% |
| 24 | 51% | 0,48% | 23% | 0,80% |
| 25 | 52% | 0,47% | 22% | 0,78% |
| 26 | 52% | 0,46% | 22% | 0,76% |
| 27 | 53% | 0,45% | 21% | 0,74% |
| 28 | 53% | 0,44% | 21% | 0,72% |
| 29 | 53% | 0,42% | 20% | 0,70% |
| 30 | 53% | 0,41% | 20% | 0,69% |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| > 90 | 20% | 0,00% | 20% | 0,00% |

Tableau 0.3- Chocs pour une extrapolation avec un LLP à 30 ans

| Maturité m | $s(m)^{down}$ | $b(m)^{down}$ | $s(m)^{up}$ | $b(m)^{up}$ |
|------------|---------------|---------------|-------------|-------------|
| 31 | 53% | 0,40% | 20% | 0,70% |
| 32 | 53% | 0,39% | 20% | 0,71% |
| 33 | 54% | 0,37% | 20% | 0,71% |
| 34 | 54% | 0,36% | 20% | 0,71% |
| 35 | 54% | 0,35% | 20% | 0,71% |
| 36 | 54% | 0,34% | 20% | 0,72% |
| 37 | 55% | 0,33% | 21% | 0,72% |
| 38 | 55% | 0,32% | 21% | 0,72% |
| 39 | 56% | 0,31% | 21% | 0,73% |
| 40 | 57% | 0,30% | 21% | 0,73% |
| 41 | 57% | 0,29% | 21% | 0,74% |
| 42 | 58% | 0,28% | 21% | 0,74% |
| 43 | 59% | 0,27% | 21% | 0,75% |
| 44 | 61% | 0,26% | 21% | 0,75% |
| 45 | 62% | 0,25% | 21% | 0,75% |
| 46 | 62% | 0,23% | 21% | 0,75% |
| 47 | 63% | 0,22% | 21% | 0,75% |
| 48 | 64% | 0,21% | 21% | 0,74% |
| 49 | 64% | 0,19% | 21% | 0,74% |
| 50 | 65% | 0,18% | 21% | 0,73% |
| ... | ... | ... | ... | ... |
| > 90 | 20% | 0,00% | 20% | 0,00% |

Tableau 0.4 - Chocs pour une extrapolation avec un LLP à 50 ans

Table des figures

| | |
|---|-----|
| Figure 1.1 - Les trois piliers de la Directive Solvabilité II..... | 12 |
| Figure 1.2 – Cartographie du SCR de la formule standard (Source : EIOPA)..... | 16 |
| Figure 1.3 - Les risques de marché dans la cartographie des risques | 17 |
| Figure 1.4 - L'approche delta-NAV sur un bilan S2 | 19 |
| Figure 1.5 - Décomposition du SCR des organismes Mixtes (Source : ACPR)..... | 19 |
| Figure 1.6 - Étapes clés de la revoyure 2020 | 30 |
| Figure 2.1 - Présentation graphique de la VaR paramétrique sous l'hypothèse de distribution Normale..... | 34 |
| Figure 2.2 - Distribution des rendements annuels de l'indice MSCI World Developed Index (Source : Solvency II Calibration Paper) | 41 |
| Figure 2.3- Distribution des rendements annuels sur un an glissant de l'indice MSCI World (1973-2023) | 46 |
| Figure 2.4 - VaR empirique sur la distribution des rendements annuels sur un an glissant de l'indice MSCI World..... | 47 |
| Figure 2.5 - Rendements annuels glissants des indices MSCI World et MSCI Europe (2003-2023) | 48 |
| Figure 2.6 - Ajustement des rendements annuels sur un an glissant par une loi normale..... | 49 |
| Figure 2.7 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements annuels glissants de l'indice MSCI Europe..... | 49 |
| Figure 2.8 - Comparaison des densités à la distribution empirique des rendements annuels glissants de l'indice MSCI Europe | 50 |
| Figure 2.9 – VaR et erreurs quadratiques moyennes des ajustements réalisés | 51 |
| Figure 2.10 - Ajustement des rendements trimestriels sur un an glissant par une loi normale ... | 58 |
| Figure 2.11 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements trimestriels sur un an glissant | 58 |
| Figure 2.12 - Value-at-Risk obtenue sur les log-rendements de l'indice IPL..... | 59 |
| Figure 2.13 - Rendements trimestriels sur un an glissant des indices HPI et IPL français depuis 1988 | 61 |
| Figure 2.14 - Zoom sur les rendements trimestriels de l'immobilier en France métropolitaine .. | 62 |
| Figure 2.15- Value-at-Risk empirique pour l'indice UK HPI | 63 |
| Figure 2.16 - Nombre d'émissions obligataires financières et non-financières pour des maturités de 1 et 5 ans (Source : Solvency II Calibration Paper) | 66 |
| Figure 2.17 - Comparaison des VaR historiques des indices Euro Corporates..... | 74 |
| Figure 2.18 - Comparaison des VaR Cornish Fisher des indices Euro Corporates..... | 76 |
| Figure 2.19 - Rendements annuels glissants des indices ML corporates pour les émetteurs A découpés en fonction des maturités | 78 |
| Figure 2.20 - Variance expliquée par composantes | 86 |
| Figure 2.21 - Illustration de changement de la courbe des taux | 87 |
| Figure 2.22 - Quantiles à 0,5% et 99,5% sur les rendements annuels des taux de change pour quatorze devises contre l'Euro (Source : QIS5 - Calibration Paper, 15 Avril 2010)..... | 94 |
| Figure 2.23 - Structure du SCR marché des organismes mixtes français (Source : ACPR)..... | 95 |
| Figure 3.1 - Répartition des placements de Chocia | 100 |
| Figure 3.2 - Comparaison des courbes des taux choqués avec les chocs du Règlement Délégué et les chocs préconisés par l'EIOPA au 31/12/2021 | 104 |
| Figure 3.3 - Matrice de corrélation en cas de baisse du risque de taux..... | 106 |
| Figure 3.4 – SCR Marché en fonction des chocs recalibrés de Chocia..... | 107 |

| | |
|--|-----|
| Figure A.0.1 - Ajustement des rendements trimestriels sur un an glissant par une loi normale (HPI) | 115 |
| Figure A.0.2 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements trimestriels sur un an glissant (HPI) | 115 |
| Figure A.0.3 - Ajustement des rendements trimestriels sur un an glissant par une loi normale (IPL français) | 116 |
| Figure A.0.4 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements trimestriels sur un an glissant (IPL français) | 116 |
| Figure A.0.5 - Ajustement des rendements annuels sur un an glissant par une loi normale..... | 119 |
| Figure A.0.6 - Diagramme Quantile-Quantile des rendements annuels glissants de l'indice MSCI world..... | 119 |
| Figure A.0.7 Comparaison des densités à la distribution empirique des rendements annuels glissants de l'indice MSCI World..... | 120 |