



Mémoire présenté devant le jury de l'EURIA en vue de l'obtention du  
**Diplôme d'Actuaire EURIA**  
et de l'admission à l'Institut des Actuares

le 19 Septembre 2024

Par : Yann PESTEL

Titre : Proposition d'une méthode de meilleure estimation des flux futurs en assurance IARD

Confidentialité : Non

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

**Membre présent du jury de l'Institut  
des Actuares :**

Corinne FUHR-COATEVAL

Signature :

**Entreprise :**

Allianz France

Signature :

Yi RONG

Signature :

Sonia GUELOU

Signature :

**Membres présents du jury de l'EURIA : Directeur de mémoire en entreprise :**

Rainer BUCKDAHNS

Signature :

Sébastien FARKAS

Signature :

***Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actuariels  
(après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)***

Signature du responsable entreprise :

Signature du candidat :



## Résumé

Le calcul des provisions techniques d'Allianz IARD est au cœur des activités du service de la direction Actuariat. Les provisions pour sinistres à payer (PSAP) estiment les engagements futurs de l'assureur au titre des sinistres survenus, ou du point de vue de l'assuré, les contreparties futures des primes qu'il a versées au titre des périodes de couvertures passées. Les PSAP peuvent ainsi se décomposer comme la somme de flux futurs estimés.

Ce mémoire a pour objectif de contribuer à l'estimation des flux futurs et se décompose en quatre parties :

D'abord, la méthode de Chain Ladder est définie et les mesures de performance considérées.

Ensuite, sous un premier prisme de minimisation des écarts par rapport à l'expérience, des hypothèses optimales d'application de la méthode Chain Ladder aux triangles de règlements sont proposées.

Puis, sous un second prisme de prédiction des ultimes, les limites de ces projections sont mises en avant. L'utilisation de triangles de charges peut alors s'avérer complémentaire mais il devient, dès lors, nécessaire de ventiler les provisions en flux futurs.

Pour terminer, la problématique soulevée par l'utilisation de solutions alternatives aux projections de triangles de règlements est précisée et des méthodes permettant de concilier les objectifs de minimisation des écarts par rapport à l'expérience et de prédiction des ultimes sont présentées.

**Mots clefs:** Provisionnement, Flux futurs, Chain-Ladder

## Abstract

The calculation of technical reserves at Allianz IARD is at the core of the activities of the Actuarial Department. The provisions for claims to be paid (PSAP) estimate the insurer's future liabilities for claims that have occurred, or from the insured's perspective, the future counterparties of the premiums paid for past coverage periods. Thus, the PSAP can be decomposed into the sum of estimated future cash flows.

This thesis aims to contribute to the estimation of future cash flows and is divided into four parts :

First, the Chain Ladder method is defined, and the performance measures considered are outlined.

Next, from a first perspective of minimizing deviations from experience, optimal assumptions for applying the Chain Ladder method to claims development triangles are proposed.

Then, from a second perspective of predicting ultimates, the limitations of these projections are highlighted. The use of incurred claims triangles can thus be complementary, but it becomes necessary to allocate the provisions into future cash flows.

Finally, the issue raised by the use of alternative solutions to projections from claims development triangles is specified, and methods to reconcile the objectives of minimizing deviations from experience and predicting ultimates are presented.

**Keywords:** Reserving, Futur cash flows, Chain-Ladder

# Note de synthèse

## Contexte

Les bilans comptables d'un organisme d'assurance ont la particularité d'inclure au passif les provisions techniques. Dans le cadre de l'assurance de biens et de responsabilités, les provisions pour sinistres à payer évaluent principalement les coûts à venir des sinistres survenus.

Dans la norme définie par l'Autorité de Normes Comptables (ANC), ces provisions ne sont généralement pas actualisées. En revanche, sous la norme européenne Solvabilité 2, tout comme la norme International Financial Reporting Standards 17, ces provisions sont actualisées. Sous ces normes et pour un même volume de provisions non actualisées, la répartition des flux futurs impacte alors la valorisation actualisée.

Ce mémoire a pour objectifs de contribuer d'une part à la sélection d'une meilleure estimation pour les flux futurs, puis d'autre part à la sélection d'une meilleure estimation pour les provisions non actualisées. Ces objectifs pouvant être complémentaires, une approche de consolidation est enfin proposée.

## Cadre de l'étude

La granularité d'agrégation des triangles correspond au croisement des groupes de risques homogènes et des tranches de coûts, cette synthèse illustrant les résultats pour un des périmètres. Les analyses de ce mémoire reposent sur l'utilisation de la méthode Chain Ladder et visent à définir des choix optimaux parmi les possibilités suivantes :

- le triangle utilisé : règlements ou charges,
- la profondeur des coefficients individuels retenus,
- la stabilité du développement de la sinistralité,
- l'exclusion des extrémums au sein des coefficients individuels.

## Estimation des flux futurs

Dans un premier temps et en se concentrant sur l'utilisation des triangles de règlements, une méthode de sélection optimale d'hypothèses est proposée, sur la base d'indicateurs complémentaires quantifiant des performances d'anticipation des flux futurs :

- un indicateur de prédiction,
- un indicateur de variabilité,
- un indicateur de prudence.

Le graphique ci-dessous illustre les règlements observés en bleu, et les règlements anticipés pour une profondeur de 20 (respectivement 7) en orange (respectivement en gris). Les indicateurs introduits permettent de quantifier de manière complémentaire les analyses graphiques et de les généraliser.

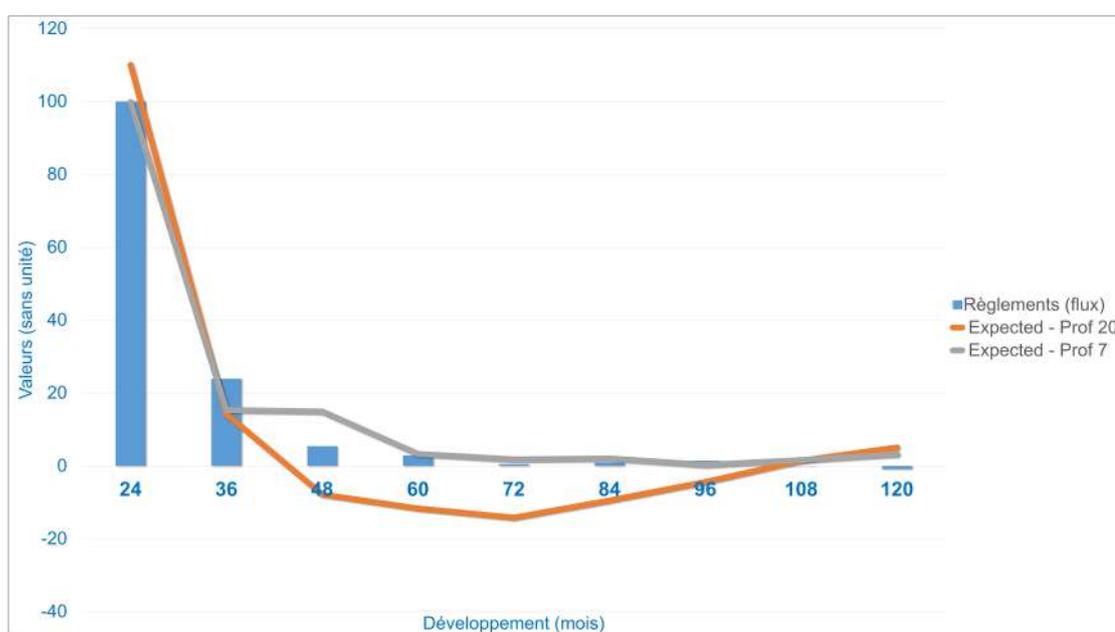


FIGURE 1 – Comparaison des flux attendus avec les flux observés

## Estimation des ultimes

Dans un second temps et en considérant à la fois les triangles de règlements et de charges, le prisme de la prédiction des ultimes est privilégié. Le graphique ci-dessous montre l'évolution au fil des développements des données suivantes :

- les charges décomposées entre les règlements, représentés en bleu, et les provisions Dossier/Dossier(D/D), représentées en orange,
- les ultimes Chain Ladder issus des charges en gris.
- les ultimes Chain Ladder issus des règlements en jaune.

Sur cet exemple, des boni récurrents sur les charges sont observés. Les charges n'apparaissent donc pas comme candidates naturelles à une meilleure estimation. À l'inverse, la méthode Chain Ladder sur règlements semble particulièrement pertinente. Afin de rationaliser cette prise de décision, des indicateurs complémentaires sont proposés :

- un indicateur de seuil à 1 million,
- un indicateur de seuil à 5%,
- les Boni-Mali cumulés,
- le ratio de prédiction,
- les Boni-Mali absolus,
- le ratio de variabilité.

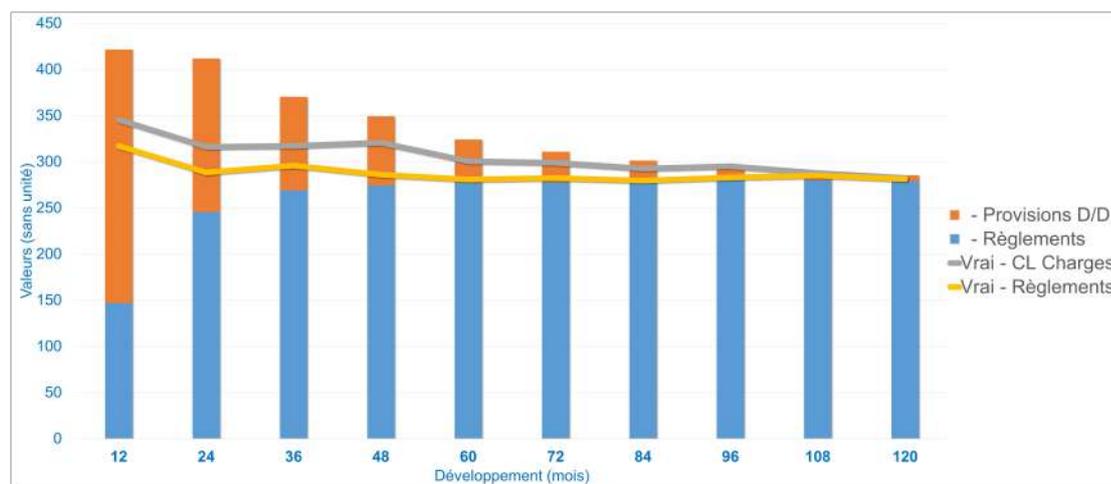


FIGURE 2 – Évaluation des ultimes en fonction du développement

Chaque indicateur permet de prendre une décision sur la méthode à sélectionner pour un développement. Le tableau suivant peut ainsi être construit et illustre le panel possible des méthodes optimales en fonction des critères privilégiés :

<b>Indicateur</b>	<b>12M</b>	<b>60M</b>
Seuil 1M	CL Charges	CL Charges
Seuil 5%	CL Charges	CL Règlements
Boni-Mali cumulés	CL Règlements	Charges
Ratio de prédiction	CL Charges	CL Règlements
Boni-Mali absolus	Charges	Charges
Ratio de variabilité	CL Charges	CL Règlements

FIGURE 3 – Tableau de choix de méthode en fonction de l'indicateur et développement

Selon si le prisme d'analyse se concentre sur les flux futurs ou sur l'ultime, la méthode optimale varie généralement, aboutissant sur deux évaluations des provisions techniques différentes.

Des méthodes alternatives au Chain-Ladder de règlements, comme le Chain-Ladder de charges, peuvent donc être privilégiées pour déterminer les réserves.

## Cadencement des provisions et actualisation

L'imbrication de ces deux prismes reste toutefois possible en retenant d'une part le rythme de liquidation des provisions issu du premier prisme des flux et d'autre part l'évaluation des provisions techniques issue du second prisme de l'ultime. Cependant, cette imbrication directe génère alors une prédiction du flux de l'année à venir différente de la prédiction optimale issue du prisme des flux.

Le premier graphique à gauche de la figure ci-dessous représente les flux de règlements issus du premier prisme des flux, le flux de l'année à venir étant représenté en rouge. Le second graphique juste à droite représente quant à lui les flux obtenus par la combinaison directe des deux prismes. Le flux est, dans cet exemple, presque doublé, comparé à l'estimation initiale du premier prisme. Or, ce décalage impacte à la fois la pertinence de l'exercice de projection budgétaire du bilan mais également la pertinence de l'actualisation.

Afin de contribuer à la cohérence de ces deux objectifs, une méthode d'ajustement sous contrainte d'une loi statistique de liquidation est proposée, permettant progressivement, pour un taux d'effort allant de 0 à 1, d'obtenir à la fois une évaluation non actualisée des provisions conforme au second prisme de l'ultime et une évaluation du flux à venir conforme au premier prisme des flux. À partir du troisième graphique, de gauche à droite, les flux de l'année à venir tendent vers le flux estimé dans le graphique initial.

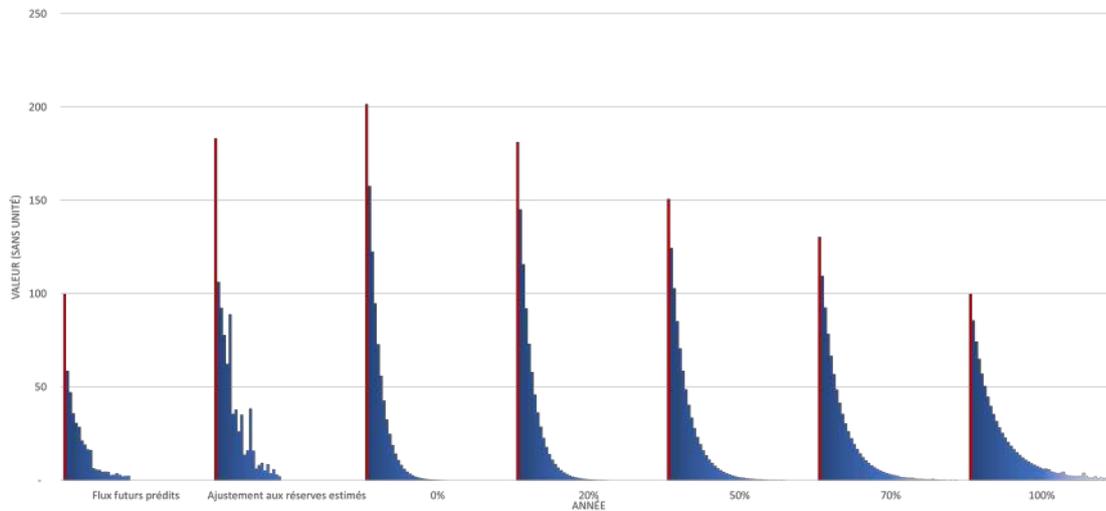


FIGURE 4 – Graphiques de différentes possibilités de projection des flux futurs en appliquant la loi de Weibull

Plusieurs lois statistiques sont considérées et les indicateurs introduits sont les suivants :

- le gain d’actualisation,
- la marge de prudence,
- la durée.

	Vision règlements	Vision charges	Taux d’effort cible 100%			
			Weibull	Burr	Bêta prime généralisée	Hyper-exponentielle
Réserves	426	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	797	616	787	700
Gain d’actualisation	11%	12%	10%	30%	11%	21%
Prudence	0	399	419	238	409	322
Duration	5	5	4	18	5	11

FIGURE 5 – Tableau récapitulatif de la projection des flux futurs avec une optimisation de différentes lois

En conclusion, ce mémoire propose ainsi une approche de conciliation entre les sélections de méthodes optimales obtenues sous deux angles distincts : les flux puis l’ultime. Ce travail contribue ainsi modestement à la sécurisation du bilan financier d’un organisme d’assurance et de sa projection budgétaire dans l’horizon du plan de l’organisation.



# Executive Summary

## Context

The balance sheets of an insurance entity have the particularity of including technical provisions in the liabilities. In the context of property and casualty insurance, the provisions for claims to be paid primarily assess the future costs of claims that have occurred.

Under the standards defined by the French Accounting Standards Authority (ANC), these provisions are generally not discounted. However, under the European Solvency II regulation, as well as the International Financial Reporting Standards 17, these provisions are discounted. Under these regulations, and for the same volume of non-discounted provisions, the distribution of future cash flows then impacts the discounted valuation.

This thesis aims, on the one hand, to contribute to selecting a better estimate for non-discounted provisions, and on the other hand, to selecting a better estimate for future cash flows. These objectives being complementary, a consolidation approach is finally proposed.

## Study Framework

The granularity of the triangle aggregation corresponds to the intersection of homogeneous risk groups and cost ranges, this summary illustrates the results for one of the perimeters. The analyses in this thesis rely on the use of the Chain Ladder method and aim to define optimal choices among the following possibilities :

- the triangle used : payments or incurred claims,
- the depth of the retained individual factors,
- the stability of claims development,
- the exclusion of extremes values within the individual factors.

## Estimation of Future Cash Flows

In the first instance, focusing on the use of payment triangles, an optimal hypothesis selection method is proposed, based on complementary indicators quantifying performance in predicting future cash flows :

- a prediction indicator,
- a variability indicator,
- a prudence indicator.

The graph below illustrates the observed payments in blue, and the anticipated payments for a depth of 7 (respectively 20) in grey (respectively orange). The introduced indicators allow to quantify the graphical analyses in a complementary way and to generalize them.

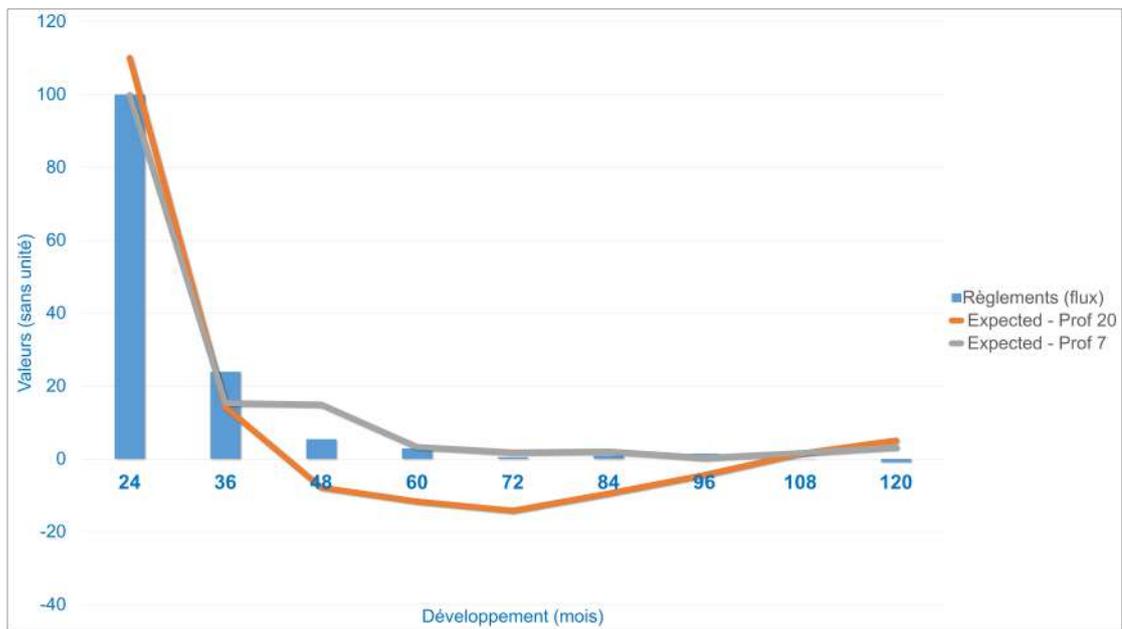


FIGURE 6 – Comparison of expected and observed cash flows

## Estimation of Ultimates

In the second instance, considering both payment and incurred loss triangles, the focus is on the prediction of ultimates. The graph below shows the evolution over developments of the following data :

- the incurred claims, broken down between payments, represented in blue, and case reserves (C/C), represented in orange,
- the Chain Ladder ultimates derived from incurred claims in grey,
- the Chain Ladder ultimates derived from payments in yellow.

In this example, recurring surpluses on incurred claims are observed. Therefore, incurred claims do not appear as natural candidates for better estimation. Conversely, the Chain Ladder method on payments seems particularly relevant. To rationalize this decision-making process, additional indicators are proposed.

- a threshold indicator at 1 million,
- a threshold indicator at 5%,
- cumulative gains and losses,
- the prediction ratio,
- absolute gains and losses,
- the variability ratio.

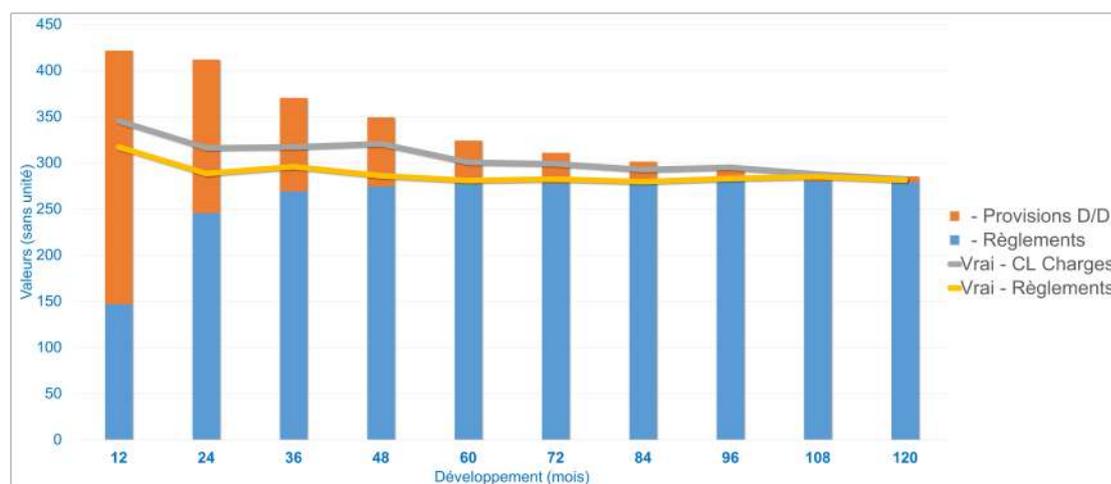


FIGURE 7 – Evaluation of ultimates according to development

Each indicator allows for decision-making on the method to select for a given development. The following table can thus be constructed, illustrating the possible range of optimal methods depending on the favored criteria :

<b>Indicateur</b>	<b>12M</b>	<b>60M</b>
Seuil 1M	CL Charges	CL Charges
Seuil 5%	CL Charges	CL Règlements
Boni-Mali cumulés	CL Règlements	Charges
Ratio de prédiction	CL Charges	CL Règlements
Boni-Mali absolus	Charges	Charges
Ratio de variabilité	CL Charges	CL Règlements

FIGURE 8 – Table of method selection based on indicator and development

Depending on whether the analysis focuses on future cash flows or the ultimate, the optimal method generally varies, leading to two different evaluations of technical provisions.

Alternative methods to the payment-based Chain Ladder, such as the incurred loss-based Chain Ladder, may thus be preferred for determining reserves.

## Provision Scheduling and Discounting

However, the combination of these two approaches remains possible by considering, on the one hand, the liquidation schedule of provisions derived from the first future cash flow approach and, on the other hand, evaluation of technical provisions derived from the second ultimate approach. However, this direct combination generates a prediction of the following year's cash flow different from the optimal prediction obtained from the future cash flow approach.

The first graph on the left of the figure below represents the payment cash flows derived from the first future cash flow approach, with the next year's cash flow shown in red. The second graph on the right shows the cash flows obtained by directly combining the two approaches. In this example, the cash flow is nearly doubled compared to the initial estimate from the first approach. This discrepancy impacts both the relevance of the balance sheet's budget projection and the accuracy of the discounting.

To contribute to the coherence of these two objectives, an adjustment method is proposed under the constraint of a statistical liquidation law, allowing for a gradual transition, for an effort rate ranging from 0 to 1, to achieve both a non-discounted provision evaluation consistent with the second ultimate approach and a next-year cash flow estimate consistent with the first future cash flow approach. From the third graph, from left to right, the following year's cash flows converge toward the estimated cash flow in the initial graph.

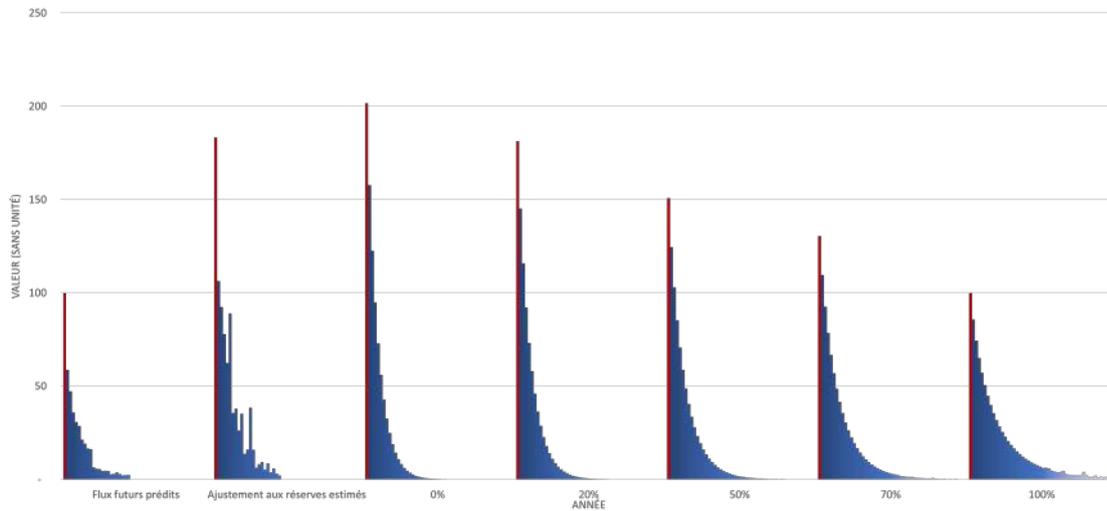


FIGURE 9 – Graphs of different possible future cash flow projections applying the Weibull law

Several statistical laws are considered, and the introduced indicators are as follows :

- the discount gain,
- the prudence margin,
- the duration.

	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible 100%			
			Weibull	Burr	Bêta prime généralisée	Hyper-exponentielle
Réserves	426	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	797	616	787	700
Gain d'actualisation	11%	12%	10%	30%	11%	21%
Prudence	0	399	419	238	409	322
Duration	5	5	4	18	5	11

FIGURE 10 – Summary table of future cash flow projections with optimization of different laws

In conclusion, this thesis offers an approach to reconcile the optimal method selections obtained from two distinct perspectives : future cash flows and the ultimate. This work thus modestly contributes to the financial stability of an insurance entity's balance sheet and its budget projection within the organization's planning horizon.



# Remerciements

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à Sébastien FARKAS, mon tuteur en entreprise, pour son encadrement exceptionnel et son investissement constant. Merci, pour ta passion et tes précieux conseils.

Je remercie également Qiushi LI SAGORIN, directrice de l'acturiat IARD, Mohamed ZAIMI, ainsi que l'ensemble des collaborateurs de la direction actuariat d'Allianz IARD pour leur accueil chaleureux au sein du service de provisionnement.

Je souhaite également remercier Jean-François SUTTER, P&C and H&P Chief Actuary, pour m'avoir offert l'opportunité de travailler au sein de ses équipes, une première expérience précieuse et enrichissante.

Un grand merci à toute l'équipe pédagogique de l'EURIA pour la qualité de leur enseignement et leur suivi rigoureux. Je remercie particulièrement Franck VERMET, directeur de l'EURIA, ainsi que Brice FRANKE, mon tuteur académique.

Enfin, je ne peux oublier de remercier ma famille, dont l'accompagnement et le soutien m'ont été essentiels tout au long de mes études.



# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>ii</b>
<b>Note de synthèse</b>	<b>iii</b>
<b>Executive Summary</b>	<b>ix</b>
<b>Remerciements</b>	<b>xv</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Introduction et contexte</b>	<b>3</b>
1.1 Présentation générale . . . . .	5
1.1.1 Présentation de l'assurance IARD . . . . .	5
1.1.2 Présentation du rôle d'un service de provisionnement . . . . .	6
1.1.3 Présentation des différentes provisions . . . . .	6
1.2 Présentation des données . . . . .	7
1.2.1 Introduction sur les données . . . . .	7
1.2.2 Présentation du groupe de risques homogènes . . . . .	8
1.2.3 Présentation de la tranche de sinistralité . . . . .	9
1.3 Présentation des triangles . . . . .	10
1.3.1 Présentation de la vie d'un sinistre . . . . .	10
1.3.2 Introduction à la vision triangulaire . . . . .	10
1.4 Présentation de la méthode de Chain-Ladder . . . . .	12
1.4.1 Présentation du modèle . . . . .	12
1.4.2 Avantages et limites du modèle . . . . .	13
1.5 Présentation d'indicateurs de performances . . . . .	15
1.5.1 Présentation de l'Actual versus Expected . . . . .	15
1.5.2 Présentation du Boni Mali . . . . .	16
1.5.3 Présentation des cadences . . . . .	18
1.6 Introduction des hypothèses . . . . .	19
1.6.1 Présentation des hypothèses . . . . .	19
1.6.2 Impact des hypothèses sur les réserves . . . . .	21

<b>2</b>	<b>Réduction des écarts par rapport à l'expérience</b>	<b>29</b>
2.1	Présentation de la méthodologie adoptée . . . . .	31
2.1.1	Écart par rapport à l'expérience . . . . .	31
2.1.2	Méthode . . . . .	34
2.2	Présentation des indicateurs spécifiques à la partie . . . . .	35
2.2.1	Indicateur de précision . . . . .	35
2.2.2	Indicateur sur la variabilité de la méthode . . . . .	36
2.2.3	Indicateur de prudence . . . . .	36
2.3	Résultats pour un périmètre . . . . .	38
2.3.1	Analyse des différents résultats des indicateurs . . . . .	38
2.3.2	Choix d'une méthode de provisionnement pour un périmètre . . . . .	39
2.3.3	Généralisation . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Objectif de prédiction de l'ultime</b>	<b>41</b>
3.1	Présentation de la méthodologie adoptée . . . . .	43
3.1.1	Évolution de l'évaluation des ultimes . . . . .	43
3.1.2	Méthode . . . . .	46
3.2	Présentation des indicateurs spécifiques à la partie . . . . .	47
3.2.1	Préambule sur la méthode d'agrégation . . . . .	47
3.2.2	Indicateur de seuil à 1 million d'euros et 5 % . . . . .	49
3.2.3	Indicateur de qualité de prédiction . . . . .	52
3.2.4	Indicateur de variabilité de l'ultime . . . . .	55
3.3	Résultats pour un périmètre . . . . .	58
3.3.1	Analyse des différents résultats des indicateurs . . . . .	59
3.3.2	Choix d'une combinaison d'hypothèses pour un périmètre . . . . .	63
3.4	Généralisation des résultats . . . . .	66
3.4.1	Présentation des résultats généralisés . . . . .	66
3.4.2	Introduction de limites et comparaisons . . . . .	68
3.4.3	Comparaison aux résultats précédents . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Ajustement de cadence</b>	<b>71</b>
4.1	Présentation de la méthodologie adoptée . . . . .	72
4.1.1	Méthodologie de l'optimisation . . . . .	72
4.1.2	Critère de pénalisation et taux d'effort . . . . .	74
4.1.3	Choix des lois statistiques . . . . .	74
4.2	Présentation des indicateurs spécifiques à la partie . . . . .	76
4.2.1	Duration . . . . .	76
4.2.2	Gain d'actualisation . . . . .	76
4.2.3	Prudence . . . . .	77
4.3	Interprétation des résultats . . . . .	77
4.3.1	Premières observations . . . . .	77
4.3.2	Résultats pour un flux contraint . . . . .	79
4.3.3	Résultats pour trois flux contraints . . . . .	85

<b>5</b>	<b>Application et résultats sur une branche</b>	<b>91</b>
5.1	Sélection de combinaisons d'hypothèses . . . . .	92
5.1.1	Minimisation des écarts à l'expérience . . . . .	92
5.1.2	Minimisation de la prédiction de l'ultime . . . . .	93
5.1.3	Résultats des sélections . . . . .	94
5.2	Application de la conciliation . . . . .	95
5.2.1	Mise en place de l'approche de conciliation . . . . .	96
5.2.2	Choix et analyse de la méthode . . . . .	97
5.3	Analyses des résultats de la méthode proposée . . . . .	98
	<b>Conclusion</b>	<b>101</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>106</b>



# Introduction

La coordination du calcul des provisions techniques est une mission cruciale qui est confiée à la fonction clé Actuariat. L'actuaire doit alors faire une estimation des provisions pour sinistres à payer (PSAP).

La PSAP représente l'estimation des engagements futurs de l'assureur au titre de sinistres déjà survenus. Ces engagements futurs peuvent donc être traduits par des flux futurs entre l'assureur et les assurés.

L'objectif de ce mémoire est donc d'explorer des méthodes qui contribuent à l'estimation des flux futurs.

Avant de commencer la modélisation, une présentation générale du contexte est faite et les données triangulaires utilisées sont introduites. La méthode de Chain-Ladder est ensuite présentée avec des indicateurs couramment utilisés ainsi que des hypothèses qui lui sont appliquées au cours de ce mémoire.

Une fois le contexte posé, une première recherche d'une meilleure combinaison d'hypothèses est effectuée afin de minimiser l'écart à l'expérience. Pour ce faire, les résultats de multiples applications de la méthode de Chain-Ladder aux triangles de règlements sont utilisés. Des indicateurs spécifiques sont introduits pour les analyser.

Une deuxième recherche de combinaisons d'hypothèses est ensuite débutée. Cette deuxième recherche privilégie la qualité de prédiction des ultimes. Des indicateurs spécifiques à l'atteinte de l'objectif sont créés afin de faciliter l'utilisation de la base de données. Cette deuxième recherche révèle que l'utilisation de triangles de charges peut s'avérer judicieuse pour estimer la charge ultime.

Enfin, une méthode visant à concilier les deux visions est introduite et de premiers résultats d'indicateurs discutant de l'actualisation des flux comme requis par les normes [IFRS, 2023] et [ACPR, 2017] sont présentés.



## Chapitre 1

# Introduction à la méthode Chain-Ladder et ses indicateurs

Le contexte général dans lequel se déroule ce mémoire est introduit dans ce chapitre, en commençant d'abord par une présentation générale de l'environnement assurantiel. Ensuite, dans un premier temps, le modèle de Chain-Ladder est introduit et, dans un second temps, des indicateurs de la méthode couramment utilisés sont définis. Les données sont ensuite présentées avec la segmentation utilisée. Enfin, les hypothèses appliquées au modèle de Chain-Ladder sont établies et leurs effets illustrés.

---

**Sommaire**

<b>1.1</b>	<b>Présentation générale</b>	<b>5</b>
1.1.1	Présentation de l'assurance IARD	5
1.1.1.1	Types de couvertures en assurance IARD	5
1.1.1.2	Importance de l'assurance IARD	5
1.1.2	Présentation du rôle d'un service de provisionnement	6
1.1.3	Présentation des différentes provisions	6
<b>1.2</b>	<b>Présentation des données</b>	<b>7</b>
1.2.1	Introduction sur les données	7
1.2.2	Présentation du groupe de risques homogènes	8
1.2.3	Présentation de la tranche de sinistralité	9
<b>1.3</b>	<b>Présentation des triangles</b>	<b>10</b>
1.3.1	Présentation de la vie d'un sinistre	10
1.3.2	Introduction à la vision triangulaire	10
<b>1.4</b>	<b>Présentation de la méthode de Chain-Ladder</b>	<b>12</b>
1.4.1	Présentation du modèle	12
1.4.2	Avantages et limites du modèle	13
<b>1.5</b>	<b>Présentation d'indicateurs de performances</b>	<b>15</b>
1.5.1	Présentation de l'Actual versus Expected	15
1.5.2	Présentation du Boni Mali	16
1.5.2.1	Définition du Boni Mali	16
1.5.2.2	Lien entre Actual versus Expected et Boni Mali	18
1.5.3	Présentation des cadences	18
<b>1.6</b>	<b>Introduction des hypothèses</b>	<b>19</b>
1.6.1	Présentation des hypothèses	19
1.6.1.1	La profondeur	19
1.6.1.2	L'exclusion des extrêmes	20
1.6.1.3	La stabilité	21
1.6.2	Impact des hypothèses sur les réserves	21
1.6.2.1	La profondeur	22
1.6.2.2	L'exclusion des extrêmes	24
1.6.2.3	La stabilité	26

---

## 1.1 Présentation générale

Cette partie présente le contexte général de ce mémoire et cherche à introduire les principales notions qui sont abordées dans les chapitres suivants.

Dans un premier temps, l'assurance IARD est introduite avec notamment un angle comptable. Dans un second temps, les données utilisées dans ce mémoire sont décrites. La méthode de Chain-Ladder est ensuite présentée, puis différents indicateurs utilisés couramment sont définis. Enfin, les hypothèses appliquées à ce modèle sont définies et leurs impacts étudiés.

### 1.1.1 Présentation de l'assurance IARD

L'assurance IARD, qui signifie Incendie, Accidents et Risques Divers, est un secteur de l'assurance qui couvre les dommages matériels et corporels. Ces assurances sont essentielles pour protéger les particuliers et les entreprises contre les pertes financières dues à des événements imprévus, tels que des incendies, des accidents de voiture, des catastrophes naturelles, et d'autres incidents similaires.

#### 1.1.1.1 Types de couvertures en assurance IARD

Les principaux types de couvertures dans l'assurance IARD sont définis et réglementés par le Code des assurances français, incluant notamment :

- **Assurance automobile** : elle couvre les dommages matériels et corporels liés aux accidents de voiture, incluant les responsabilités civiles des conducteurs.
- **Assurance habitation** : elle protège contre les dommages causés à la propriété d'une personne, tels que les incendies, les vols ou les dégâts des eaux.
- **Assurance responsabilité civile** : cette couverture protège les individus et les entreprises contre les réclamations pour dommages corporels ou matériels causés à des tiers.
- **Assurance des entreprises** : elle offre une couverture pour divers risques commerciaux, y compris la perte de biens, l'interruption d'activité et les réclamations en responsabilité civile.

#### 1.1.1.2 Importance de l'assurance IARD

L'assurance IARD joue un rôle crucial dans la gestion des risques en fournissant une sécurité financière et en aidant à rétablir une situation normale après un sinistre. En transférant le risque aux assureurs, les individus et les entreprises peuvent se prémunir contre les pertes potentielles qui pourraient avoir un impact significatif sur leurs finances.

Elle peut même se trouver obligatoire, par exemple pour l'assurance de responsabilité civile automobile. Selon le Code des assurances : « *Toute personne physique ou morale autre que l'État, dont la responsabilité civile peut être engagée en raison de dommages résultant d'atteintes à des personnes ou à des biens dans le cadre de l'utilisation d'un véhicule terrestre à moteur, doit être couverte par une assurance.* » (Article L211-1).

En résumé, l'assurance IARD est un pilier fondamental du secteur de l'assurance, offrant une protection indispensable contre une variété de risques auxquels les particuliers et les entreprises peuvent être confrontés quotidiennement. Les réglementations du Code des assurances garantissent que les contrats d'assurance répondent aux normes légales et offrent une protection adéquate aux assurés.

### 1.1.2 Présentation du rôle d'un service de provisionnement

L'inversion du cycle de production de l'assurance implique la création d'un service de provisionnement. En effet, l'assureur reçoit d'abord les primes et doit ensuite estimer la contrepartie de ses engagements quand il fait ses comptes. Ce travail est donc réalisé par les actuaires du service de provisionnement qui estiment, lors de chaque clôture, avec différentes méthodes selon la branche de l'assurance, la somme qui devra être réglée par l'assureur dans le futur au titre de ses engagements passés.

Cette somme, qui est ensuite comptabilisée sous forme de provisions, intègre le passif du bilan de l'assureur et impacte directement le résultat de l'assureur. Toutes choses par ailleurs égales, plus les provisions techniques estimées par le service de provisionnement augmentent, plus le résultat de l'assureur diminue et inversement par effet de compensation.

C'est pourquoi la valeur de ces provisions a, en plus de son importance prudentielle, une importance financière. La valeur de ces provisions ne peut être surestimée sous peine de sous estimer le résultat et donc, incidemment, la base imposable. Cependant, l'assureur ne peut pas non plus se retrouver dans une situation de sous-provisionnement, ce qui mettrait en cause sa solvabilité. Le service de provisionnement est donc dans l'obligation de trouver un provisionnement juste.

### 1.1.3 Présentation des différentes provisions

Ce provisionnement se fait en différentes catégories. A l'ouverture du sinistre, une évaluation de la charge de sinistre, appelée Dossier/Dossier par le guide de provisionnement non-vie de l'institut des actuaires est faite. Au sein d'Allianz, c'est le service d'indemnisation qui s'occupe de faire cette estimation. La différence entre les règlements et la charge de sinistres Dossier/Dossier est, ici, qualifiée de provisions Dossier/Dossier.

Le guide de provisionnement de l'institut des Actuaires indique ensuite qu'une correction est alors ajoutée à ces provisions Dossier/Dossier, les IBNR (Incurred But Not Reported) qui se décomposent en deux sous-provisions :

- Les IBNyR (Incurred But Not yet Reported) qui se réfèrent aux sinistres survenus mais pas encore déclarés (manifestation/déclaration tardive) ;
- Les IBNeR (Incurred But Not enough Reported) qui représentent l'erreur qui peut être associée à un manque d'information sur le sinistre, ce qui résulte en des divergences entre le montant estimé et la réalité.

La somme des provisions D/D et des IBNR constitue les provisions pour sinistres à payer (PSAP) définis dans le code des assurances comme « Valeur estimative des dépenses en principal et en frais, tant internes qu'externes, nécessaires au règlement de tous les sinistres survenus et non payés, y compris les capitaux constitutifs des rentes non encore mises à la charge de l'entreprise ».

La charge ultime peut donc être écrite de différentes manières :

$$\begin{aligned} \text{Charge ultime} &= \text{Charge} + \text{IBNR} \\ \text{Charge ultime} &= \text{Règlements cumulés} + \text{Provisions D/D} + \text{IBNR} \\ \text{Charge ultime} &= \text{Règlements cumulés} + \text{PSAP} \end{aligned}$$

Ainsi le service de provisionnement a au moins deux possibilités pour déterminer son volume de provisions pour sinistres à payer :

- estimer les IBNR à partir de la charge D/D fournie par le service de l'indemnisation ;
- calculer l'intégralité des PSAP en utilisant les données des règlements observés.

D'autres provisions existent, telles que les provisions pour primes non acquises (PPNA), qui sont spécifiques aux primes, et les provisions pour sinistres non encore manifestés (PSNEM), qui sont spécifiques à la construction. Ces provisions sont également calculées par l'équipe de provisionnement. Cependant leurs estimations ne rentrent pas dans le cadre des travaux menés dans ce mémoire.

## 1.2 Présentation des données

Les données utilisées dans les chapitres suivants sont maintenant introduites avec leur adaptation et la manière dont elles sont agrégées.

### 1.2.1 Introduction sur les données

Afin de ne pas divulguer d'informations sensibles et conformément à la volonté de l'entreprise, le réseau de distribution auquel les données sont rattachées est gardé confidentiel. De plus, la plupart des résultats publiés dans ce mémoire, sont normalisés afin de toutefois conserver la pertinence des descriptions et des analyses.

La base de données est une base de données longitudinale avec 17 variables. La plupart de ces variables sont des variables permettant l'agrégation des données sur différentes mailles et les variables restantes sont les variables indiquant le type de données, la survénance, la période de développement et enfin la variable de valeur.

Les survénances prises en compte dans la base sont les survénances 2000 à 2023. La survénance 2000 a cependant la particularité d'agréger, à cette survénance, les survénances antérieures. La période d'observation des données est mensuelle, c'est pourquoi il est possible d'observer le développement mensuel de la sinistralité. Cependant seules les valeurs associées à un pas annuel, débutant à décembre 2023 sont présentées dans le cadre de ce mémoire.

Différentes variables de segmentation sont présentes dans la base de données, celles qui sont utilisées ici sont les suivantes :

- les catégories ministérielles ;
- les garanties/périmètres ;
- les tranches de sinistralité.

En croisant les catégories ministérielles avec les garanties, un groupe de risques homogènes est obtenu. Il est, dans la suite de ces travaux, croisé avec une tranche de sinistralité, ce croisement est appelé périmètre.

### 1.2.2 Présentation du groupe de risques homogènes

Les catégories ministérielles sont définies à l'article 344-2 du code des assurances [assur, 2024] et l'Autorité des Normes Comptables [ANC, 2015] commande à l'article 143-7 du règlement n° 2015-11 : « L'entreprise calcule, contrat par contrat, ou par des méthodes statistiques, séparément pour chacune des catégories définies à l'article A.344-2 du code des assurances ou à l'article A.114-1 du code de la mutualité ou à l'article A.931-11-10 du code de la sécurité sociale, le montant total des charges des sinistres rattachés à l'exercice écoulé et à l'exercice précédent, et des frais d'administration autres que ceux immédiatement engagés et frais d'acquisition imputables à l'exercice écoulé et à l'exercice précédent ».

Les catégories ministérielles qui peuvent être retrouvées dans la base de données sont uniquement des catégories ministérielles concernant le périmètre de l'assurance IARD, ce qui concerne les catégories ministérielles numérotées entre 20 et 36. Chaque catégorie ministérielle n'est pas présente dans les données car certains risques ne sont pas modélisés. Les données associées à cette catégorie peuvent être ajoutées à une catégorie ministérielle différente. Ainsi, les catégories ministérielles modélisées, avec cette écart d'agrégation, sont au nombre de 10.

Cependant, la catégorie ministérielle 22, correspondant à la responsabilité civile automobile, est un cas particulier. Elle est projetée en fonction de la garantie concernée.

Cette garantie peut être, soit la garantie matérielle, soit la garantie corporelle.

Ainsi, onze groupes de risques homogènes différents sont utilisés pour faire la modélisation et servir le calcul des provisions qui produisent la liste suivante :

- automobile dommages,
- automobile responsabilité civile corporelle,
- automobile responsabilité civile matérielle,
- catastrophes naturelles,
- construction responsabilité civile,
- dommages aux biens des particuliers,
- dommages aux biens des professionnels,
- dommages construction,
- dommages corporels contrats individuels,
- responsabilité civile générale,
- transport.

### 1.2.3 Présentation de la tranche de sinistralité

En plus d'être segmentés par catégorie ministérielle, les sinistres peuvent être segmentés en fonction de leur valeur, c'est-à-dire une segmentation en fonction de leur tranche de sinistralité. Les tranches de sinistralité sont :

- La tranche des attritionnels, qui agrège des sinistres dont la valeur est en-dessous d'un certain seuil. Ces sinistres sont nombreux et donc plus prévisibles.
- La tranche des sinistres graves, qui agrège les sinistres dont la valeur est supérieure au seuil des attritionnels, mais en dessous d'un deuxième seuil. Ces sinistres sont moins nombreux et donc l'agrégation est plus volatile.
- Enfin, la tranche des sinistres très graves, qui agrège les sinistres dont la valeur est supérieure aux seuils précédents, ces sinistres sont très rares et sont souvent traités au cas par cas grâce à des estimations spécifiques, plutôt qu'avec des méthodes agrégées.

## 1.3 Présentation des triangles

Dans le service de provisionnement IARD, l'agrégation des sinistres se fait dans un format triangulaire. Dans un premier temps, la vie d'un sinistre est présentée afin de justifier l'utilisation d'une vision triangulaire, introduite dans un second temps.

### 1.3.1 Présentation de la vie d'un sinistre

La notion de vie d'un sinistre est une brique essentielle du provisionnement IARD car c'est une notion qui est propre à l'assurance. Dans un premier temps, il faut qu'il y ait un sinistre couvert au préalable par un contrat. Dans le cas présent, l'exemple d'un incendie lié à une assurance multirisque habitation est utilisé. Il est alors constaté, d'abord par l'assuré, qui fait une déclaration qui aboutit à une première estimation forfaitaire. Le cas échéant, un expert se déplace pour ajuster les déclarations fournies par l'assuré. Une estimation est alors transmise par la direction de l'indemnisation qui représente la charge globale pouvant se décomposer entre les règlements observés et les provisions au dossier estimées.

Le sinistre est alors enregistré, en fin d'année, en faisant la séparation entre les règlements et les charges. Le sinistre est ouvert au début de l'année suivante en y associant tous les règlements liés et les provisions au dossier sont recalculées. A la fin de l'année, le processus d'enregistrement et d'ouverture est recommencé. Ce processus est réitéré jusqu'à ce que le sinistre soit considéré clos.

Ce processus est nécessaire et spécifique au domaine de l'assurance car les versements exacts ne sont pas connus à la survenance du sinistre. Dans l'exemple d'incendie choisi plus haut, des travaux peuvent être nécessaires. Il peut alors en résulter une estimation inexacte de la main d'œuvre, causée par une mauvaise appréciation de la charge de travail et/ou une évaluation des dommages qui se révèle lacunaire. C'est pourquoi le sinistre est ouvert et estimé à intervalles réguliers par le gestionnaire jusqu'au point où l'indemnisation considère que les charges liées au sinistre ont été intégralement réglées. C'est à ce moment que le sinistre est considéré clos.

Les sinistres clos peuvent cependant, exceptionnellement, être rouverts.

### 1.3.2 Introduction à la vision triangulaire

La vision triangulaire est une vision qui permet la visualisation du développement d'une branche de sinistre au cours du temps. Dans cette partie,  $C_{i,j}^k$  représente la charge totale d'un sinistre  $k$  de la survenance  $i$  au développement  $j$ .

La survenance représente une période de temps prédéfinie. Cette période peut correspondre à un mois, un trimestre ou une année. Dans cette étude, elle correspond à une année.

Le développement correspond à une différence de temps entre l'observation et le début de la survenance. Ici, le développement est défini en mois. Ainsi pour le sinistre  $k$  survenu en 2014, on peut obtenir le tableau ci-dessous :

Survenance/Développement	12	24	...	108	120
2014	$C_{2014,12}^k$	$C_{2014,24}^k$	...	$C_{2014,108}^k$	$C_{2014,120}^k$

Ce tableau ne contient qu'une ligne car ce sinistre est associé à la survenance 2014. La vision triangulaire s'obtient en considérant les sinistres de plusieurs survenances. Dans un premier temps, une maille représentant un groupe de risques homogènes, une catégorie ministérielle par exemple, est sélectionnée. Ensuite, une fois les sinistres concernés par cette maille isolés, l'agrégation se fait par année de survenance. Ainsi,  $C_{i,j}$  est définie telle que :

Soit  $i, j \in \mathbb{N}^2$  et  $A$  l'ensemble des sinistres de la maille survenus en  $i$ ,  $C_{i,j} = \sum_{k \in A} C_{i,j}^k$

La tableau suivant la sinistralité de la survenance 2014 devient alors :

Survenance/Développement	12	24	...	108	120
2014	$C_{2014,12}$	$C_{2014,24}$	...	$C_{2014,108}$	$C_{2014,120}$

Ainsi, après la prise en compte des survenances suivantes on obtient un tableau de la forme suivante :

Survenance/Développement	12	24	...	108	120
2014	$C_{2014,12}$	$C_{2014,24}$	...	$C_{2014,108}$	$C_{2014,120}$
2015	$C_{2015,12}$	$C_{2015,24}$	...	$C_{2015,108}$	
⋮	⋮	⋮	⋮		
2022	$C_{2022,12}$	$C_{2022,24}$			
2023	$C_{2023,12}$				

Les données ainsi observées sont représentées sous la forme d'un triangle. En effet, les données utilisées s'arrêtant en 2023, il est possible de remarquer que  $\forall C_{i,j}, i + j/12 \leq 2024$ . Chaque diagonale correspond ainsi aux données observées à chaque clôture.

La partie supérieure du triangle correspond donc aux observations passées. La partie inférieure, laissée vide dans le tableau ci-dessus, représente des observations pas encore observées, c'est-à-dire, des observations futures.

L'estimation des observations futures permet de déterminer de la charge ultime, et d'en déduire les réserves par différence avec l'observé.

Cette visualisation triangulaire des données est couramment utilisée au sein du service de provisionnement. Le travail de l'actuaire est de compléter la partie inférieure du triangle ou, en d'autres mots, de faire l'estimation de ces observations futures.

## 1.4 Présentation de la méthode de Chain-Ladder

D'après une étude de l'Actuarial Studies in Non-Life Insurance [IAA, 2016] qui fait partie de l'association actuarielle internationale, la méthode de Chain-Ladder est la méthode de provisionnement déterministe la plus utilisée dans le cadre du provisionnement non-vie en 2016. Cette méthode se base sur les triangles vus précédemment et propose une prédiction de la partie inférieure du triangle.

Dans cette partie, le modèle est introduit et ses avantages et limites discutés.

### 1.4.1 Présentation du modèle

La méthode de Chain-Ladder est une méthode qui repose sur une hypothèse de proportionnalité d'évolution de la sinistralité par développement qui est représentée par des coefficients de passage  $f_j$ .

La méthode de Chain-Ladder estime ces coefficients de passage à l'aide des valeurs  $C_{i,j}$  définies par [Mack, 1993] comme le montant réglé ou à venir (le montant à venir correspond aux charges) de l'année de survenance  $i$  accumulé jusqu'au développement  $j$ . Dans le cadre de la présentation du modèle de Chain Ladder, les développements sont notés en années en posant la première année de développement comme le développement 1.

Survenance/Développement	1	2	...	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-1}$	
⋮	⋮	⋮	⋮		
n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$			
n	$C_{n,1}$				

La formule utilisée pour estimer les  $f_j$  est :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j+1} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{n-j+1} C_{i,j}} \quad 1 \leq j \leq n-1$$

Ainsi, avec ces coefficients de passage, il est possible de compléter la partie inférieure du triangle (en vert) en appliquant de manière itérative les coefficients de passage. A partir du triangle complété, l'ultime est facilement identifiable comme la dernière colonne du triangle (en rouge) et correspond ainsi aux valeurs  $\hat{C}_{i,n}$  où  $\hat{C}_{i,n} = C_{i,n-i+1} \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k$ .

Survenance/Développement	1	2	...	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-1}$	$\hat{C}_{2,n}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$	...	$\hat{C}_{n-1,n-1}$	$\hat{C}_{n-1,n}$
n	$C_{n,1}$	$\hat{C}_{n,2}$	...	$\hat{C}_{n,n-1}$	$\hat{C}_{n,n}$

Par ailleurs, il est possible de déduire les provisions par différence entre l'ultime et l'observé. Si le triangle utilisé est un triangle de règlements, la différence représente les provisions pour sinistres à payer (PSAP) et si le triangle utilisé est un triangle de charges ce sont les IBNR.

Enfin, en appliquant le modèle de Chain-Ladder à un triangle de règlements cumulés, on obtient directement une estimation des flux futurs alors qu'avec les charges on n'obtient pas la décomposition des provisions en flux futurs. En effet, une fois le triangle complété, il est possible d'obtenir un triangle de flux en calculant la différence entre chaque colonne. On notera les flux  $c_{i,j}$  :

En 1993, Thomas Mack effectue des travaux sur la méthode et pose deux hypothèses fortes :

1. Les montants cumulés des sinistres  $C_{i,j}$  d'années de survenance différentes sont indépendants
2. Soit  $i = 1, \dots, n$  et  $j = 1, \dots, n - 1$ ,  $\exists f_1, \dots, f_n > 0$  tel que

$$\mathbb{E}(C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}) = \mathbb{E}(C_{i,j+1} | C_{i,j}) = f_j C_{i,j}$$

A l'aide de ces hypothèses Mack apporte une base stochastique à la méthode de Chain-Ladder en montrant que l'estimateur  $f_j$  est sans biais et non corrélé.

### 1.4.2 Avantages et limites du modèle

Ce modèle a les principaux avantages d'être simple d'utilisation et de justification et surtout d'être le plus utilisé sur le marché.

Cependant le modèle montre différentes limites. Une première limite porte sur la quantité de données. En effet, pour que le modèle soit robuste, il faut avoir un historique assez important, ce qui est difficile pour tous les nouveaux acteurs du marché.

De plus, il est nécessaire de conserver un risque similaire entre les survenances. De ce fait, l'évolution du portefeuille a un impact important sur les performances du modèle. De même, les changements dans les traitements des sinistres peuvent affecter les performances du modèle.

Enfin, le modèle est sensible aux chocs importants et exceptionnels comme la pandémie du Covid-19. En effet, ces chocs ont un fort impact sur les prédictions des survenances ultérieures alors qu'ils ne sont pas censés se reproduire. Leur impact peut donc venir fausser les résultats fournis par le modèle.

Enfin, il est important de noter que l'inflation peut également avoir un impact néfaste sur les performances de la méthode de Chain-Ladder car elle peut contribuer à l'invalidation de l'hypothèse de l'indépendance des montants entre les différentes survenances.

Le guide de provisionnement maintient cependant que le modèle reste adapté pour les groupes de risques homogènes à haute fréquence et faible sévérité. Il s'agit des groupes de risques homogènes pour lesquels il n'y a pas de problèmes de manque de données ni de développements exceptionnels pouvant avoir une répercussion sur la pertinence du modèle.

## 1.5 Présentation d'indicateurs de performances

Différents indicateurs utilisés dans un service de provisionnement sont décrits à travers ce chapitre. Dans un premier temps, l'Actual versus Expected est expliqué puis le Boni-Mali est introduit et enfin les cadences sont présentées.

### 1.5.1 Présentation de l'Actual versus Expected

L'Actual versus Expected (AvE) représente, dans le cadre de cette étude, la différence entre l'observé et la valeur qui était attendue en appliquant le modèle de Chain Ladder à l'année calendaire précédente. Il est calculé selon le procédé suivant.

D'abord le triangle sur lequel l'AvE est calculé est sélectionné, puis l'observé est isolé (vert) :

Survenance/Développement	1	2	...	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-1}$	
⋮	⋮	⋮	⋮		
n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$			
n	$C_{n,1}$				

En appliquant la méthode de Chain-Ladder au triangle noir, de nouvelles valeurs pour la diagonale sont estimées, ce qui donne le tableau ci-dessous.  $\hat{C}_{i,j}^{-1}$  est l'estimation de  $C_{i,j}$  faite l'année précédente (avec les données noires).

Survenance/Développement	1	2	...	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n-1}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$\hat{C}_{2,n-1}^{-1}$	
⋮	⋮	⋮	⋮		
n-1	$C_{n-1,1}$	$\hat{C}_{n-1,2}^{-1}$			

Il est important de noter que la méthode de Chain-Ladder ne permet pas de prédire l'intégralité de la diagonale verte. La valeur associée à  $C_{n,1}$  n'est pas prédite car elle correspond au premier développement de la survenance.

Lorsque le développement maximal est atteint, la valeur est considérée comme à l'ultime et n'est pas censée évoluer d'après le modèle de Chain-Ladder. Ainsi tous les coefficients de passage  $f_{n+m}$  où  $m \in \mathbb{N}$  sont définis comme égaux à 1. C'est pourquoi dans l'exemple ci-dessus  $\hat{C}_{1,n}^{-1} = C_{1,n-1}$ .

L'Actual versus Expected est défini sous une forme vectorielle telle que :

$$AvE_i = \hat{C}_{i,n-i+1}^{-1} - C_{i,n-i+1} \quad i \in \{1, \dots, n-1\}$$

L'Actual versus Expected permet de visualiser les écarts par rapport à l'expérience sur une année et mesure la qualité de prédiction du modèle à un an.

L'Actual versus Expected permet donc d'obtenir des informations précieuses sur la qualité de la prédiction des flux futurs, cela peut par ailleurs servir à obtenir un niveau de prudence sur la liquidité que doit avoir l'assureur pour l'année à venir.

En divisant terme à terme le vecteur d'Actual versus Expected avec le vecteur des observés  $O$  tel que  $O_i = C_{i,j}$ ,  $i + j = n + 1$ ,  $0 < i, j \leq n$ , un vecteur d'Actual versus Expected en pourcentage est obtenu.

Avoir un vecteur d'Actual versus Expected en pourcentage permet la comparaison des performances d'un modèle entre différentes catégories ministérielles. Ce permet également d'avoir un regard qui n'est pas influencé par les ordres de grandeurs des triangles observés.

Le ratio fait ici est un choix arbitraire. Il est également possible de faire la division terme à terme avec le vecteur des réserves. Cependant, le vecteur des observés a l'avantage d'être indépendant du modèle choisi et de ne pas trop perdre de vue la corrélation entre l'Actual versus Expected.

Enfin, L'Actual versus Expected est un indicateur de précision.

## 1.5.2 Présentation du Boni Mali

Le Boni Mali, un indicateur très courant en assurance non-vie, est d'abord défini dans le cadre de cette étude. Ensuite, un lien avec l'Actual versus Expected est présenté.

### 1.5.2.1 Définition du Boni Mali

Le Boni/Mali est couramment utilisé en assurance non vie car il apporte des informations sur la qualité de l'ultime enregistré par l'équipe de provisionnement et donc incidemment sur le niveau des réserves de l'assureur.

Il peut être défini comme la différence entre la charge ultime enregistrée l'année précédente et la charge ultime de l'année en cours. En d'autres mots, c'est la différence entre l'ultime d'une année à une autre. Dans le cadre de ce mémoire, l'ultime enregistré est remplacé par l'ultime qui aurait été obtenu en appliquant la même méthode aux données de l'année précédente. Le calcul se décompose de la manière suivante.

D'abord, les ultimes de l'année en cours sont calculés (en rouge) :

Survenance/Développement	1	2	...	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$C_{2,n-1}$	$\hat{C}_{2,n}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$	...	$\hat{C}_{n-1,n-1}$	$\hat{C}_{n-1,n}$
n	$C_{n,1}$	$\hat{C}_{n,2}$	...	$\hat{C}_{n,n-1}$	$\hat{C}_{n,n}$

Ensuite, en retirant les données de l'année en cours, c'est-à-dire en retirant la dernière diagonale des observés, les ultimes à la vision de l'année précédente sont calculés en appliquant la même méthode :

Survenance/Développement	1	2	...	n-1	n
1	$C_{1,1}$	$C_{1,2}$	...	$\hat{C}_{1,n-1}^{-1}$	$C_{1,n}^{-1}$
2	$C_{2,1}$	$C_{2,2}$	...	$\hat{C}_{2,n-1}^{-1}$	$\hat{C}_{2,n}^{-1}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n-1	$C_{n-1,1}$	$\hat{C}_{n-1,2}^{-1}$	...	$\hat{C}_{n-1,n-1}^{-1}$	$\hat{C}_{n-1,n}^{-1}$

En considérant les coefficients de passage à 1 au delà du développement maximal on peut écrire  $\hat{C}_{i,n-1}^{-1} = \hat{C}_{i,n}^{-1}$ .

Ainsi le Boni Mali est défini comme un vecteur tel que :

$$BM_i = \hat{C}_{i,n}^{-1} - \hat{C}_{i,n} \quad i \in \{1, \dots, n-1\}$$

Une valeur de Boni Mali négative est qualifiée de Mali. Cette valeur implique que  $\hat{C}_{i,n}^{-1} \leq C_{i,n}$ , c'est-à-dire que l'ultime de l'année précédente soit supérieur à celui estimé pendant l'année en cours. En posant  $O$ , le vecteur des observés,  $\hat{R}$ , le vecteur des réserves de l'année courante et  $\hat{R}^{-1}$ , le vecteur des réserves de l'année passée, l'équation suivante est obtenue :

$$\hat{C}_{i,n}^{-1} \leq \hat{C}_{i,n} \implies \hat{C}_{i,n}^{-1} - O_i \leq \hat{C}_{i,n} - O_i \implies \hat{R}_i^{-1} \leq \hat{R}_i$$

Une valeur négative du Boni Mali est considérée comme un Mali car ce n'est pas favorable à l'entreprise. Elle doit allouer plus de fonds que prévu à ses réserves ce qui correspond, comptablement, à un débit et donc incidemment à une baisse du résultat.

A l'inverse, un Boni Mali positif est qualifié de Boni car, en réutilisant le raisonnement précédent, cela correspond à un impact positif sur le résultat de l'assurance.

Le Boni Mali est ainsi un indicateur de stabilité.

Enfin, comme dans le cas de l'AvE, il peut être passé sous forme de ratio en procédant à une division par l'observé ou par l'ultime associé au triangle. Ceci permet d'avoir des informations plus facilement comparables entre les différentes branches ou même différents portefeuilles.

### 1.5.2.2 Lien entre Actual versus Expected et Boni Mali

Le Boni Mali peut se décomposer en trois éléments, l'Actual versus Expected, la projection à facteurs de passage identiques et l'impact de la mise à jour de ces facteurs de passage.

Soit  $i \in \{1, \dots, n-1\}$  :

$$\begin{aligned}
 BM_i &= \hat{C}_{i,n}^{-1} - \hat{C}_{i,n} \\
 BM_i &= \hat{C}_{i,n-i}^{-1} \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k^{-1} - C_{i,n-i} \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k \\
 BM_i &= (\hat{C}_{i,n-i}^{-1} - C_{i,n-i}) \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k^{-1} + C_{i,n-i} \left( \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k^{-1} - \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k \right) \\
 BM_i &= AvE_i + AvE_i \left( \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k^{-1} - 1 \right) + C_{i,n-i} \left( \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k^{-1} - \prod_{k=n-i+1}^{n-1} \hat{f}_k \right) \\
 BM_i &= AvE_i + Projection f_i^{-1} + MaJ f_i
 \end{aligned}$$

Cette décomposition permet d'observer que les Boni-Mali peuvent être expliqués par l'AvE mais ce n'est pas l'unique facteur et les facteurs de passage jouent aussi un rôle dans la valeur du Boni Mali.

### 1.5.3 Présentation des cadences

La cadence est un indicateur qui peut être utile, non pas pour témoigner de la qualité du modèle, mais plutôt pour fournir des informations sur les triangles et les branches qu'ils représentent.

La cadence, ou cadence de liquidation, peut représenter la vitesse à laquelle les sinistres sont réglés ou la vitesse de liquidation des provisions. Elle peut se présenter sous la forme d'un vecteur dans lequel chaque valeur est associée à un développement.

Le modèle de Chain Ladder permet de déduire une cadence de règlements. En effet, en utilisant les coefficients de passage issus de l'application du modèle, il est possible de déduire une cadence en utilisant la formule suivante :

$$\begin{cases} cadence_j = (\prod_{k=j}^{n-1} f_k)^{-1}, j \in \llbracket 1; n-1 \rrbracket \\ cadence_n = 1 \end{cases}$$

Il est possible de justifier que  $cadence_n = 1$  en rappelant que  $\forall k > n-1, f_k = 1$  ce qui semble cohérent avec le principe de poser comme ultime, la valeur associée au développement maximum du triangle. Lorsque l'ultime est atteint, il est supposé que les sinistres ont tous été réglés dans leur intégralité donc la cadence est à 1.

## 1.6 Introduction des hypothèses

Au sein du service de provisionnement, des hypothèses ou paramètres peuvent être appliqués au modèle de Chain-Ladder. Cette partie a pour objectif de les introduire et de montrer l'impact qu'ils peuvent avoir sur les réserves enregistrées par l'assureur.

### 1.6.1 Présentation des hypothèses

Les différentes hypothèses utilisées par le service de provisionnement sont :

- la profondeur,
- l'exclusion des extrémums,
- la stabilité.

Ces hypothèses consistent en un filtre sur les ratios individuels utilisés  $f_{i,j} = \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}$ . Ainsi, en posant  $\mathcal{A}_j$  l'ensemble des survenances dont le ratio  $f_{i,j}$  est sélectionné, la formule pour calculer les coefficients de passage devient :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} C_{i,j+1}}{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} C_{i,j}} \quad 1 \leq j \leq n-1$$

Cette équation peut également s'écrire :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} f_{i,j} C_{i,j}}{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} C_{i,j}} \quad 1 \leq j \leq n-1$$

Ce qui peut se traduire comme une moyenne pondérée des ratios par les montants, ce qui justifie un tri sur les coefficients  $f_{i,j}$ .

Les hypothèses qui sont présentées dans cette partie sont assez généralistes et peuvent être adaptées par l'actuaire selon les groupes de risques homogènes étudiés.

L'actuaire peut également faire des exclusions de ratios selon sa propre expertise en faisant, par exemple, le jugement que le ratio est faussé par des éléments dont il a connaissance. Cette méthode d'exclusion de ratio n'est cependant pas approfondie dans ce mémoire.

#### 1.6.1.1 La profondeur

L'hypothèse de la profondeur permet de choisir combien de diagonales sélectionner lors de l'application du modèle de Chain-Ladder. Elle doit donc être représentée par un entier naturel inférieur à  $n$ .

Survenance/Développement	1 → 2	2 → 3	3 → 4	4 → 5	5 → 6
1	2,56	1,08	1,08	1,01	1,01
2	2,46	1,27	1,06	1,03	
3	2,96	1,21	1,07		
4	2,95	1,20			
5	3,50				

Ainsi en sélectionnant une profondeur à 3, seules les ratios verts sont sélectionnés pour l'application de la méthode de Chain-Ladder.

Cette hypothèse permet de faire une exclusion des années comptables (représentées par les diagonales) jugées trop anciennes pour différentes raisons, comme des portefeuilles, plus en lignes avec la réalité, ou des changements dans la gestion du sinistre.

### 1.6.1.2 L'exclusion des extrémums

L'exclusion des extrémums est une hypothèse qui consiste en l'exclusion du coefficient minimum et du coefficient maximum pour chaque développement. Elle a pour objectif de réduire l'impact des coefficients extrêmes.

En effet, la méthode de Chain-Ladder intègre dans l'historique, des données qui peuvent être associées à une crise ou à des événements rares qui ne sont pas supposés se répéter. Exclure des coefficients extrêmes peut permettre d'exclure automatiquement les ratios trop affectés par ces événements.

Ainsi, en faisant l'application de l'exclusion des extrémums à l'exemple ci-dessus, cela donne le tableau ci-dessous où les ratios conservés sont les ratios verts :

Survenance/Développement	1 → 2	2 → 3	3 → 4	4 → 5	5 → 6
1	2,56	1,08	1,08	1,01	1,01
2	2,46	1,27	1,06	1,03	
3	2,96	1,21	1,07		
4	2,95	1,20			
5	3,50				

L'exclusion des extrémums sur un développement s'applique dans ce mémoire à condition qu'au moins trois ratios éligibles soient associés à ce développement. C'est pourquoi aucune exclusion n'est faite pour les quatrième et cinquième développements. La notion d'éligible implique également une condition sur la valeur de la profondeur pour appliquer les exclusions. En effet, s'il fallait considérer une profondeur strictement inférieure à 3, il ne serait alors pas possible d'appliquer l'hypothèse de l'exclusion des extrémums.

### 1.6.1.3 La stabilité

La stabilité consiste en la désignation d'un développement maximum de stabilité par l'actuaire.

Le développement maximum de stabilité est le développement à partir duquel la sinistralité est supposée avoir convergé vers l'ultime. Autrement dit, tous les sinistres sont clos. Ainsi, cette hypothèse peut se traduire comme :

$$\text{Soit } s \in \llbracket 1, n \rrbracket, \text{ la stabilité, } \forall k \geq s, f_k = 1$$

Cette formule permet de remarquer que l'application d'une stabilité de  $n$  revient à ne pas l'appliquer, c'est-à-dire à laisser l'hypothèse de développement maximum supposée dans la méthode de Chain-Ladder.

La stabilité peut également se traduire par le passage à un de tous les coefficients concernés ce qui produit le tableau suivant si la stabilité est fixée à 4 :

Survenance/Développement	1 → 2	2 → 3	3 → 4	4 → 5	5 → 6
1	2,56	1,08	1,08	1	1
2	2,46	1,27	1,06	1	
3	2,96	1,21	1,07		
4	2,95	1,20			
5	3,50				

En appliquant la formule  $\hat{f}_j = \frac{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} f_{i,j} C_{i,j}}{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} C_{i,j}}$  pour  $j$  supérieur ou égal à la stabilité, il est possible de retrouver :  $\hat{f}_j = \frac{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} 1 * C_{i,j}}{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} C_{i,j}} = \frac{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} C_{i,j}}{\sum_{i \in \mathcal{A}_j} C_{i,j}} = 1$

### 1.6.2 Impact des hypothèses sur les réserves

Les différentes hypothèses peuvent avoir des effets sur l'ultime mais également sur le flux attendu l'année suivante. L'objectif de cette partie est d'introduire une mesure de l'impact que peuvent avoir ces hypothèses sur les réserves de l'assureur.

Pour montrer cet effet, la méthode de Chain-Ladder est appliquée à deux périmètres avec les hypothèses qui sont appliquées habituellement dans le service de provisionnement, puis elle est appliquée en ne faisant varier qu'une hypothèse à la fois.

Les périmètres choisis sont :

- les règlements associés à la catégorie ministérielle des dommages aux biens des professionnels et appartenant à la tranche de sinistralité des attritionnels ;
- les règlements associés à la catégorie ministérielle des dommages aux biens des particuliers et appartenant à la tranche de sinistralité des attritionnels.

Le seul facteur qui varie entre ces deux périmètres est la catégorie ministérielle, ainsi elle servira de critère de différenciation des périmètres.

Ensuite, les différences entre les ultimes obtenus après chaque application de la méthode et les valeurs observées sont calculées. Ainsi, les réserves de l'assureur, au sens de chaque application de la méthode de Chain-Ladder, sont obtenues et peuvent donc être comparées entre elles.

Enfin, pour cette étude d'impact, toutes les valeurs ont été ramenées sur une base cent. L'origine est fixée sur la valeur des réserves du périmètre associée aux dommages aux biens des professionnels et estimée par la méthode de Chain-Ladder sous les hypothèses de base.

Les hypothèses de base sont définies, ici, à partir d'une combinaison d'hypothèses utilisées dans le service de provisionnement non-vie. Elles correspondent à :

- profondeur de 5 ;
- exclusion des extrémums ;
- pas d'application de développement de stabilité.

#### **1.6.2.1 La profondeur**

Pour modéliser l'impact de la profondeur :

- aucun développement de stabilité n'est appliqué ;
- l'exclusion des extrémums est appliquée.

Le modèle de Chain-Ladder a donc été appliqué sur deux périmètres pour différentes valeurs de la profondeur, ce qui permet de construire le graphique suivant :

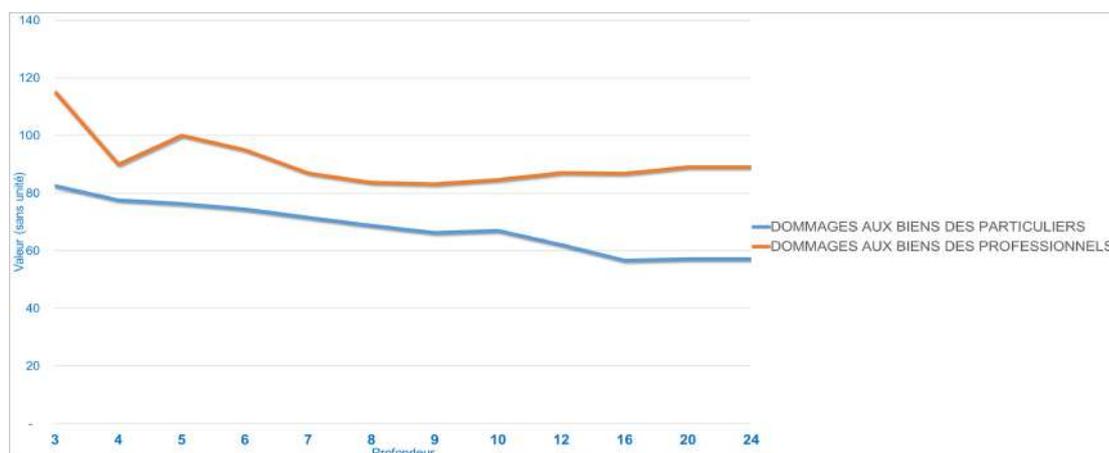


FIGURE 1.1 – Graphique de la valeur des réserves en fonction de la profondeur sans exclusion des extrémums et d'application d'un développement de stabilité

Ce graphique représente la valeur (relative) des réserves des deux périmètres étudiés en fonction de la profondeur.

Dans un premier temps, ce graphique permet d'observer que le choix de la profondeur peut largement faire varier les réserves. En effet, en observant la courbe associée aux dommages aux biens des professionnels, il est possible de remarquer que le niveau des réserves varie entre 83 et 115. Des variations d'un ordre de grandeur similaire peuvent être observées pour les réserves associées aux dommages aux biens des particuliers (entre 57 et 83).

Le choix de la profondeur peut donc avoir un impact de l'ordre de 30% sur le niveau des réserves, ce qui est conséquent. De ce fait, cette hypothèse peut avoir des répercussions directes peuvent ainsi être constatées au niveau du bilan de l'assureur et donc incidemment de son résultat.

Dans un deuxième temps, il est également possible de remarquer une tendance. En effet, il apparaît que plus la profondeur est importante, plus le niveau des réserves diminue.

Ce phénomène pourrait, par exemple, être causé en partie par l'inflation. Celle-ci s'est révélée plus importante ces dernières années, pouvant ainsi causer une augmentation des coefficients de passage des dernières diagonales du triangle par rapport aux coefficients passés.

Ce phénomène ne suffirait cependant pas à expliquer l'intégralité des écarts observés. De plus, dans le cas des dommages aux biens des professionnels, des variations importantes entre les profondeurs trois, quatre et cinq ne pourraient pas être causées uniquement par l'inflation.

Cette observation permet également de noter que la volatilité des réserves semble plus importante lorsque la profondeur est faible. Cette variation de la volatilité peut être due notamment au manque d'observations utilisées dans l'application du modèle de Chain-Ladder.

En effet, lorsque la profondeur est à 3 et que l'exclusion des extrémums est appliquée comme dans cet exemple, seul un ratio est utilisé pour déterminer les coefficients de passage  $f_k$  (à l'exception de l'avant-dernier développement), ce qui est statistiquement très bancal.

Enfin, il est important de rappeler que les résultats du graphique dépendent fortement des hypothèses de départ et notamment de l'hypothèse d'exclusion des extrémums.

### 1.6.2.2 L'exclusion des extrémums

Pour modéliser l'impact de l'hypothèse d'exclusion des ratios minimums et maximums :

- aucun développement de stabilité n'est appliqué ;
- une profondeur de 5 est appliquée.

Le modèle de Chain-Ladder a donc été appliqué sur deux périmètres avec pour chacun des périmètres une modélisation en appliquant l'hypothèse d'exclusion et une sans appliquer l'hypothèse. Ainsi le graphique ci-dessous peut être construit :

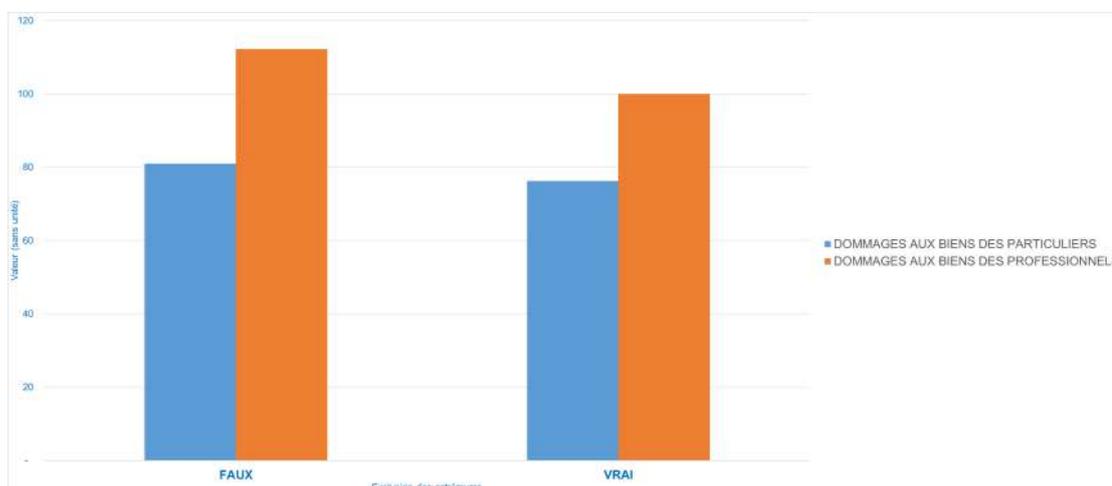


FIGURE 1.2 – Graphique de la valeur des réserves en fonction de l'application de l'exclusion des extrémums avec une profondeur de 5 sans application de développement de stabilité

Ce graphique représente la valeur des réserves des deux périmètres étudiés en fonction de l'exclusion des extrémums lors de l'application de la méthode de Chain-Ladder.

Il permet d'observer que l'exclusion peut également avoir un impact non négligeable sur le niveau des réserves. Notamment dans le graphique, la variation dans le cas des dommages aux biens des professionnels est de 12. Il est cependant difficile de déduire des éléments sur la tendance que peut avoir l'impact de l'hypothèse sur les réserves.

En effet, en faisant passer la profondeur de 5 à 24, le graphique suivant apparaît :

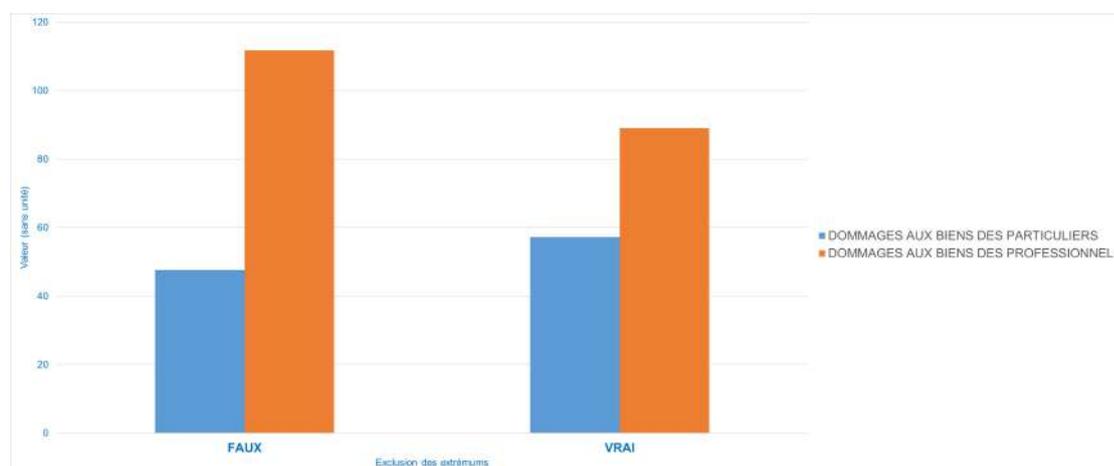


FIGURE 1.3 – Graphique de la valeur des réserves en fonction de l'application de l'exclusion des extrémums avec une profondeur de 24 sans application de développement de stabilité

Les informations fournies par ce graphique viennent renforcer la conclusion sur l'existence d'un impact important de l'exclusion des ratios extrêmes. En effet, pour chacun des périmètres, l'impact de l'hypothèse est plus important à cette profondeur.

Par ailleurs, il est important de noter que le sens de variation, pour l'histogramme associé aux dommages aux biens des particuliers, s'est inversé. Il est ainsi difficile d'essayer de noter une tendance sur les effets de l'impact qu'a l'hypothèse, il est seulement possible d'observer son existence et de noter qu'il est sûrement lié à la profondeur.

Donc, il est possible de conjecturer que la sensibilité des hypothèses dépend aussi du périmètre auquel elles sont appliquées, notion qui peut être retrouvée dans le guide de provisionnement pour l'assurance non vie de l'institut des actuaires.

### 1.6.2.3 La stabilité

Pour modéliser l'impact de l'hypothèse de déclaration d'un développement de stabilité :

- Une profondeur de 5 est appliquée ;
- L'exclusion des extrémums est appliquée.

Le modèle de Chain-Ladder a donc été appliqué encore une fois sur les deux périmètres, mais cette fois-ci en faisant varier la valeur du développement de stabilité. Le graphique ci-dessous est obtenu à partir des résultats de ces modélisations :

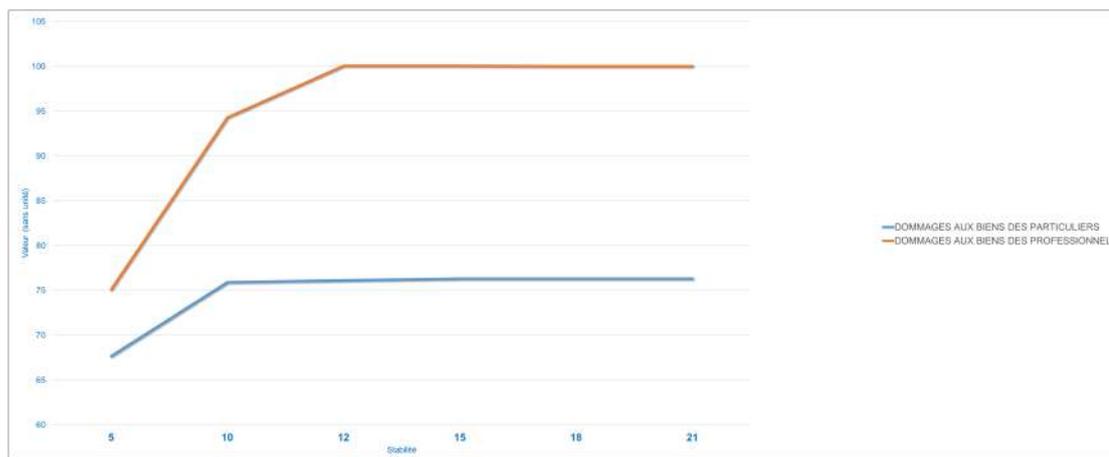


FIGURE 1.4 – Graphique de la valeur des réserves en fonction de la stabilité

Ce graphique représente la valeur des réserves de deux périmètres en fonction de la stabilité appliquée lors de l'application de la méthode de Chain-Ladder.

La stabilité a un impact important sur les réserves. Dans le cas du périmètre représentant les dommages aux biens des professionnels, l'écart entre les valeurs minimum et maximum est de 25%.

Dans un second temps, le graphique montre que les réserves augmentent avec la stabilité. Ce phénomène est causé par l'utilisation des triangles de règlements. En effet, avoir une stabilité plus faible implique de déclarer atteindre l'ultime plus tôt. Or, historiquement, il était possible que l'assureur continue de régler des sinistres après le développement de stabilité. Donc, des coefficients de passage supérieurs ont été supprimés, ce qui implique une réduction de l'estimation de l'ultime lorsque la stabilité diminue.

Si les triangles utilisés avaient été des triangles de charges, il n'y aurait pas nécessairement eu une corrélation positive entre la stabilité et le montant des réserves. À l'exception des tardifs, les charges visent à anticiper l'ultime.

Enfin, ce graphique permet aussi d'observer des différences de comportement entre les périmètres. En effet, les sinistres liés aux dommages aux biens des professionnels semblent être réglés plus tard que ceux liés aux dommages aux biens des particuliers. Cette différence se remarque dans l'évolution de l'impact de l'augmentation de la stabilité. Ainsi, pour les particuliers, l'historique semble indiquer qu'il n'y a plus d'évolution après 10 ans, tandis que dans le cas des sinistres des professionnels c'est après 12 ans.



## Chapitre 2

# Objectif de réduction des écarts par rapport à l'expérience

Maintenant que le contexte est présenté, ce chapitre introduit un processus permettant la sélection d'hypothèses optimales d'application de la méthode Chain-Ladder aux triangles de règlements.

L'optimisation de sélection se fait sous le prisme de la minimisation des écarts par rapport à l'expérience.

Dans un premier temps, la méthodologie adoptée pour quantifier les écarts par rapport à l'expérience est présentée. Dans un second temps, les différents indicateurs sur la qualité de la prédiction sont détaillés. Ensuite, après une interprétation des résultats sur un périmètre restreint, des hypothèses sont proposées. Enfin, ces hypothèses sont comparées aux hypothèses standards sous le prisme de la réduction des écarts par rapport à l'expérience.

## Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Présentation de la méthodologie adoptée</b>	<b>31</b>
2.1.1	Écart par rapport à l'expérience	31
2.1.1.1	Calcul des écarts à l'expérience	31
2.1.1.2	Interprétation des résultats	32
2.1.2	Méthode	34
<b>2.2</b>	<b>Présentation des indicateurs spécifiques à la partie</b>	<b>35</b>
2.2.1	Indicateur de précision	35
2.2.2	Indicateur sur la variabilité de la méthode	36
2.2.3	Indicateur de prudence	36
<b>2.3</b>	<b>Résultats pour un périmètre</b>	<b>38</b>
2.3.1	Analyse des différents résultats des indicateurs	38
2.3.1.1	Indicateur de précision	38
2.3.1.2	Indicateur de variabilité	38
2.3.1.3	Indicateur de prudence	39
2.3.2	Choix d'une méthode de provisionnement pour un périmètre	39
2.3.3	Généralisation	40

---

## 2.1 Présentation de la méthodologie adoptée

Le concept d'écarts par rapport à l'expérience est d'abord expliqué. Dans un second temps, la méthode utilisée pour les quantifier est décrite.

### 2.1.1 Écart par rapport à l'expérience

Les écarts par rapport à l'expérience sont définis comme la différence entre un flux prédit et le flux constaté.

Une valeur négative correspond à une sous-estimation du flux, ce qui présente un risque pour la gestion des liquidations et de la solvabilité de l'assureur. À l'inverse, un écart positif est associé à une surestimation du flux.

Enfin, l'écart par rapport à l'expérience peut se définir comme une généralisation de l'Actual versus Expected, ce dernier étant défini en amont comme la différence entre les flux de deux années consécutives.

Les écarts par rapport à l'expérience, tels que définis dans ce mémoire, ne requièrent pas la notion d'années consécutives. Ainsi, un écart par rapport à l'expérience peut également être la différence entre un flux prédit cinq ans plus tôt et le flux constaté aujourd'hui.

#### 2.1.1.1 Calcul des écarts à l'expérience

Pour utiliser l'expérience contenue dans les triangles, une méthode de backtesting est utilisée. Elle a pour objectif de réutiliser un triangle aux visions de ses clôtures passées pour avoir plus d'informations sur les impacts de l'application de la méthode à la combinaison groupe de risques homogènes et tranche de sinistralité.

Ainsi, chaque application d'hypothèses de la méthode sur notre triangle d'observés est appliquée à ce même triangle après lui avoir retiré sa dernière diagonale soient aux observations faites au cours de la dernière année. Ce processus est ensuite répété quinze fois de manière itérative, c'est-à-dire que quinze backtests sont appliqués au triangle. Ainsi, un certain nombre d'observations des résultats de l'application de la méthode est obtenu.

La réalisation de ces différents backtesting sur les différents triangles, pour chaque combinaison d'hypothèses, se base sur un ensemble de scripts Python conçus pendant la réalisation de ce mémoire.

Ce code prend en entrées :

- une base de données observées dans un format longitudinal,
- une liste de périmètres,
- un ensemble d'hypothèses,
- un nombre de backtest

Il applique ensuite la méthode de Chain-Ladder à chaque triangle, avec chacune des combinaisons d'hypothèses et le nombre de backtest choisi.

Une base contenant les triangles complétés est finalement obtenue, ainsi que différents résultats issus des backtests tels que l'Actual versus l'Expected.

Il est cependant important de noter que chaque backtest successif réduit le nombre d'observations sur lesquelles la méthode de Chain-Ladder est appliquée. De plus des problèmes causés par des changements dans le portefeuille utilisé peuvent avoir un impact sur les résultats des backtest plus anciens.

### 2.1.1.2 Interprétation des résultats

Le graphique ci-dessous représente les flux observés et les flux attendus pour une survenance et un périmètre fixé. L'exemple se base sur la survenance 2014 et le panel d'hypothèses suivant :

- la profondeur peut prendre les valeurs 7 ou 20 ;
- l'exclusion des extrémums n'a pas été appliquée ;
- l'hypothèse de stabilité est au maximum.

Enfin, le premier flux est défini à 100 et toutes les valeurs ont été normalisées en fonction de cette base.

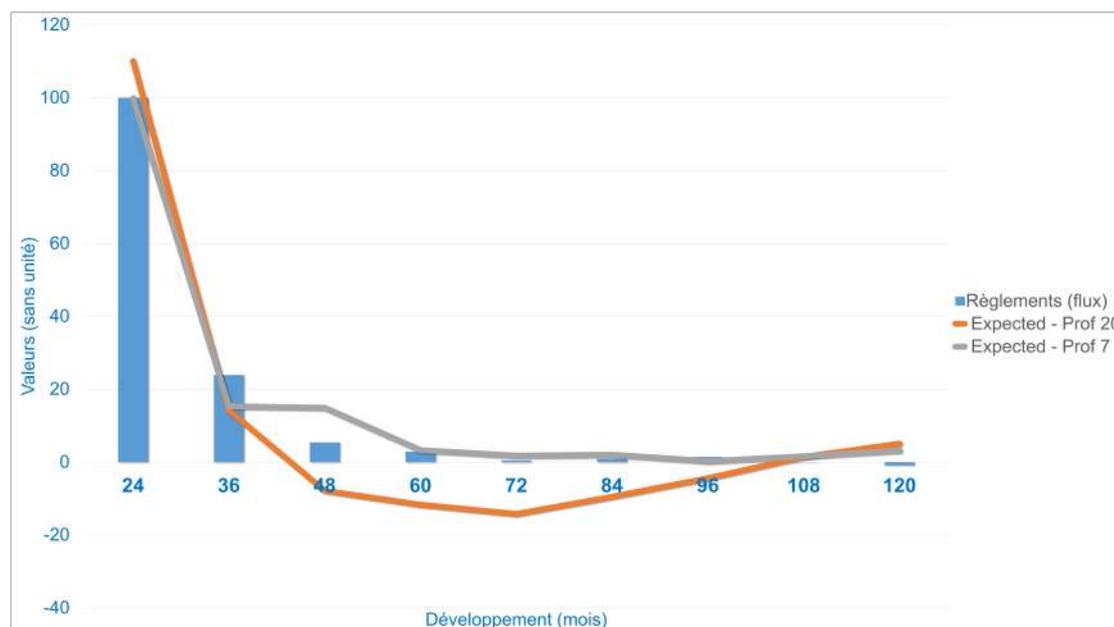


FIGURE 2.1 – Comparaison des flux attendus avec les flux observés

Sur ce graphique, la partie histogramme représente les flux observés entre 2015 et 2023 au titre de la survenance 2014. Ainsi, la somme de ces flux sur les développements constitue les règlements associés à la survenance 2014, la courbe grise (respectivement orange) correspond au flux qui aurait été anticipé si le modèle de Chain Ladder avait été appliqué avec une profondeur de 7 (respectivement 20), sans exclure de ratio et sans appliquer de développements de stabilité.

Pour le développement 24 :

- La valeur de l’histogramme bleu est de 100, cela correspond aux flux constatés en 2015 au titre de la survenance 2014.
- La valeur de la courbe orange est de 110, cela correspond au flux de 2015 qui aurait été prédit fin 2014 en appliquant le modèle de Chain-Ladder avec une profondeur de 7.
- La valeur de la courbe grise est de 100, cela correspond au flux de 2015 qui aurait été prédit fin 2014 en appliquant le modèle de Chain-Ladder avec une profondeur de 20.

Dans un premier temps, ce graphique permet d’apprécier la précision de la méthode. Plus une courbe d’Expected épouse l’histogramme, meilleure est la précision de l’estimation. Ainsi, en reprenant le graphe ci-dessus, la courbe grise semble prédire bien plus précisément les flux observés que la courbe orange.

Par ailleurs, ce graphique permet également de récupérer de l'information sur la convergence de l'erreur d'estimation. En effet, à partir du soixantième mois de développement, la méthode associée à la profondeur 7 ne fait quasiment plus d'erreurs de prédiction, alors qu'il faut attendre la huitième année de développement pour obtenir une précision similaire avec la méthode associée à la profondeur 20.

Il est, par ailleurs, important de remarquer que cet écart de prédiction est la représentation graphique de l'Actual versus Expected.

Ainsi, les observations graphiques faites ici sont restreintes au périmètre observé pour la survenance étudiée. L'objectif de ce chapitre est donc de réussir à généraliser ces résultats.

### 2.1.2 Méthode

Dans le cadre de l'exemple du graphique précédent, la courbe grise semble meilleure en tout point, donc la profondeur 7 serait à privilégier pour la prédiction du prochain flux par rapport à la profondeur 20.

Cependant, cette observation est difficile à généraliser à l'ensemble des survenances, et comme de nombreuses hypothèses sont testées, la prise de décision n'est pas toujours aussi facile.

Différents indicateurs vont donc être construits afin de pouvoir obtenir des informations sur la qualité de prédiction de prochains flux par la méthode de Chain-Ladder, lorsque les hypothèses de profondeur, stabilité et exclusions des extrémums varient.

Ces indicateurs vont permettre de quantifier l'information et ainsi faciliter la prise de décision. Les résultats de ces indicateurs sont ensuite analysés afin de proposer une combinaison d'hypothèses qui satisfasse au mieux les exigences fixées. C'est-à-dire une combinaison d'hypothèses qui favorise la minimisation des écarts par rapport à l'expérience.

Le processus est expliqué en détail pour un périmètre puis les résultats globaux sont présentés.

## 2.2 Présentation des indicateurs spécifiques à la partie

Cette partie introduit les différents indicateurs d'aide à la décision du choix de la combinaison d'hypothèses résultant dans la minimisation de l'écart de prédiction.

Les indicateurs sont construits en faisant une agrégation des résultats obtenus sur les survenances. Cependant pour ne pas fausser les résultats, les survenances avant 2008 sont retirées de l'agrégat car elles sont jugées trop anciennes.

Les indicateurs construits sont :

- un indicateur de qualité de prédiction ;
- un indicateur de variabilité de prédiction ;
- un indicateur de prudence.

### 2.2.1 Indicateur de précision

L'indicateur de qualité de prédiction repose sur l'Actual versus Expected.

L'Actual versus Expected est modélisé sur le graphique précédent à chaque développement. C'est la différence entre l'Expected et le flux observé. Ainsi pour le développement 24, il est possible d'observer un Actual versus Expected de 0 dans le cas de la courbe associée à la profondeur 7.

Pour construire cet indicateur, les Actual versus Expected calculés par le code Python sont agrégés sous forme de triangles du même format qu'un triangle des ratios. Ainsi chaque case  $(i, j)$  du triangle correspond à l'Actual versus Expected constaté au développement  $j$  au titre de la survenance  $i$ .

Ces triangles d'Actual versus Expected sont constitués d'autant de diagonales qu'il y a de backtests. Dans le cadre de cette étude, le nombre de backtests choisi en entrée du code Python est de 15. Chaque triangle subit donc quinze backtests pour chaque combinaison d'hypothèses testées et donc, incidemment, chaque triangle d'Actual versus Expected a 15 diagonales.

Ainsi, sur un de ces triangles, il suffit d'exclure les premières lignes correspondant aux années jusqu'à 2007 incluse, puis faire la moyenne sur les colonnes du triangle. Ainsi pour chaque développement, un Actual versus Expected moyen associé à la combinaison d'hypothèses et au périmètre étudié est déterminé. Ce qui donne le tableau suivant pour deux hypothèses :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse			24	36	48	60	72	84	96	108	120
		Profondeur	Stabilité	Exclusion des extrêmes									
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	FAUX	-52	-169	-241	-192	-67	11	57	2	-13
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	VRAI	-75	-95	-135	-12	2	20	2	16	-40

FIGURE 2.2 – Tableau des résultats de l'indicateur de prédiction pour deux hypothèses sur chaque développement (en mois)

### 2.2.2 Indicateur sur la variabilité de la méthode

Cet indicateur a pour objectif d'évaluer si la méthode est stable, en d'autres mots, il cherche à permettre l'identification des méthodes qui produisent des sous-estimations ou des surestimations significatives des flux futurs.

Cet indicateur vient en complémentarité avec l'indicateur précédent, car il permet de repérer les combinaisons d'hypothèses qui permettent la compensation entre les survenances.

Il est construit de la même manière que l'indicateur précédent, en rajoutant une étape : le passage à la valeur absolue de tous les Actual versus Expected calculés par le code Python. Ainsi après, les étapes de construction de l'indicateur précédent sont répétées :

- le passage au format triangulaire,
- l'exclusion des survenances anciennes,
- et le passage à la moyenne.

Un tableau sous le même format que le tableau précédent est obtenu :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse			24	36	48	60	72	84	96	108	120
		Profondeur	Stabilité	Exclusion des extrêmes									
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	FAUX	522	243	376	257	157	49	94	28	98
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	VRAI	525	216	210	91	92	43	41	21	85

FIGURE 2.3 – Tableau des résultats de l'indicateur de prédiction pour deux hypothèses sur chaque développement (en mois)

Chaque valeur représente donc l'écart de prédiction moyen observé

### 2.2.3 Indicateur de prudence

L'objectif de ce dernier indicateur est de mettre en évidence les méthodes qui ont tendance à avoir un Actual versus Expected négatif, c'est-à-dire les méthodes qui tendent à sous-estimer les flux futurs, ce qui peut se révéler problématique pour l'assureur pour des raisons de liquidité.

L'indicateur de prudence est donc construit en utilisant encore une fois les triangles d'Actual versus Expected. Cette fois-ci, toutes les valeurs positives sont passées à 0. Le processus après cette étape est le même que pour les deux indicateurs précédents.

Le tableau suivant représentant la sous-estimation moyenne du flux est obtenu :

GRH « TRANCHE	Survenance	Hypothèse			24	36	48	60	72	84	96	108	120
		Profondeur	Stabilité	Exclusion des extrêmes									
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	FAUX	287	206	308	224	112	30	18	15	56
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	VRAI	300	156	173	51	45	31	20	18	62

FIGURE 2.4 – Tableau des résultats de l'indicateur de prédiction pour deux hypothèses sur chaque développement (en mois)

Ces valeurs indiquent donc la perte moyenne par clôture pour chaque développement, soit, schématiquement, la marge de prudence qui doit être associée à la méthode.

## 2.3 Résultats pour un périmètre

Maintenant, les différents résultats des indicateurs vont être étudiés pour un périmètre afin de déterminer une meilleure combinaison d'hypothèses

### 2.3.1 Analyse des différents résultats des indicateurs

#### 2.3.1.1 Indicateur de précision

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse			24	36	48	60	72	84	96	108	120
		Profondeur	Stabilité	Exclusion des extrémums									
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	FAUX	-52	-169	-241	-192	-67	-11	57	-2	-13
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	VRAI	-75	-95	-135	-12	2	-20	2	-16	-40

FIGURE 2.5 – Tableau des résultats de l'indicateur de prédiction pour deux hypothèses sur chaque développement (en mois)

Le tableau ci-dessus affiche l'Actual versus Expected moyen obtenu pour chaque développement. Afin de minimiser les écarts par rapport à l'expérience, il faut donc privilégier la valeur la plus proche de 0 possible. Ainsi, l'exclusion des ratios minimum et maximum est plus performante pour le premier développement. Elle cesse nettement de l'être pour les développements suivants jusqu'au développement 108. Par ailleurs, la combinaison avec l'exclusion des extrémums semble tendre plus rapidement vers les flux futurs.

#### 2.3.1.2 Indicateur de variabilité

Le tableau ci-dessous affiche l'écart (en valeur absolue) moyen constaté pour chaque survenance :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse			24	36	48	60	72	84	96	108	120
		Profondeur	Stabilité	Exclusion des extrémums									
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	FAUX	522	243	376	257	157	49	94	28	98
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	VRAI	525	216	210	91	92	43	41	21	85

FIGURE 2.6 – Tableau des résultats de l'indicateur de variabilité pour deux hypothèses sur chaque développement (en mois)

Sous le prisme de minimisation de l'erreur de prédiction, ces écarts sont également à minimiser. Il y a donc une recherche de l'hypothèse vérifiant ce critère. Dans le tableau ci-dessus, c'est la combinaison d'hypothèses avec les extrémums qui semblent plus performantes pour quasiment tous les développements.

### 2.3.1.3 Indicateur de prudence

Enfin, le dernier indicateur étudié est l'indicateur de prudence :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse			24	36	48	60	72	84	96	108	120
		Profondeur	Stabilité	Exclusion des extrêmes									
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	FAUX	287	206	308	224	112	30	18	15	56
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	5	max	VRAI	300	156	173	51	45	31	20	18	62

FIGURE 2.7 – Tableau des résultats de l'indicateur de prudence pour deux hypothèses sur chaque développement (en mois)

Cette fois-ci, cet indicateur est à maximiser car il faut qu'il atteigne 0. Pour cet indicateur, les deux méthodes sont équivalentes sur les développements 24, 84, 96, 108 et 120. Sur les développements restants, la prise en compte de l'exclusion extrêmes permet de limiter la sous estimation des flux futurs.

### 2.3.2 Choix d'une méthode de provisionnement pour un périmètre

Ces trois indicateurs sont homogènes car ils sont construits de la même façon. Ainsi, pour choisir la méthode de provisionnement, ce sont les indicateurs minimisants :

$$|\text{indicateur de prédiction}| + \text{indicateur de variabilité} - \text{indicateur de prudence}$$

Le tableau suivant est ainsi obtenu :

	24	36	48	60	72	84	96	108	120
<b>Témoin</b>	900	467	518	154	139	94	63	55	187
<b>Exclusion des extrêmes</b>	FAUX	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX	VRAI
<b>Profondeur</b>	24	4	3	8	10	3	4	6	10
<b>Stabilité</b>	max	max	max	max	max	max	max	max	max
<b>Optimisée</b>	793	444	431	121	132	72	63	42	143
<b>Prédiction</b>	- 53	- 90	- 108	- 1	- 8	- 3	- 7	- 3	- 1
<b>Variabilité</b>	476	205	179	80	80	45	35	25	94
<b>Prudence</b>	- 264	- 148	- 144	- 40	- 44	- 24	- 21	- 14	- 48

FIGURE 2.8 – Tableau des résultats des meilleures combinaisons d'hypothèses pour chaque développement (en mois)

Le première ligne représente la valeur témoin, c'est-à-dire, en utilisant des hypothèses de base qui sont :

- profondeur de 5 ;
- stabilité au max ;
- exclusions des ratios minimum et maximum.

Les combinaisons d'hypothèses varient à chaque développement ce qui invite à appliquer la méthode de Chain-Ladder en faisant varier les hypothèses en fonction de l'ancienneté de la survenance.

### 2.3.3 Généralisation

Cette méthode est déterminée pour un seul périmètre, cependant, elle peut être généralisée à l'intégralité des périmètres étudiés. Chaque survenance de chaque périmètre serait alors associée à la combinaison d'hypothèses qui lui sied le mieux.

Cette application de Chain-Ladder vise à minimiser les écarts par rapport à l'expérience, il était donc logique de ne s'intéresser qu'à des triangles de règlements. Cependant, pour accomplir d'autres objectifs, d'autres types de données peuvent se révéler plus efficaces, de même, des méthodes différentes peuvent se révéler plus performantes.

## Chapitre 3

# Objectif de prédiction de l'ultime

La réduction des écarts par rapport à l'expérience est privilégiée lors de la sélection d'hypothèses du chapitre précédent. Sous le prisme de la prédiction des ultimes, ces résultats sont mis en relief au cours de ce chapitre.

Dans un premier temps, la méthodologie adoptée pour privilégier la prédiction des ultimes est détaillée. Dans un second temps, les différents indicateurs sur la qualité de la prédiction sont présentés avec leurs objectifs et leurs portées. Ensuite, après une interprétation des résultats, des hypothèses sont proposées en utilisant les indicateurs précédents. Ces hypothèses sont alors comparées, d'une part, aux hypothèses standards utilisées dans le processus de clôture actuel et d'autre part, aux hypothèses retenues lors du chapitre précédent en gardant toujours le prisme de la prédiction des ultimes.

---

**Sommaire**

<b>3.1</b>	<b>Présentation de la méthodologie adoptée</b>	<b>43</b>
3.1.1	Évolution de l'évaluation des ultimes	43
3.1.1.1	Méthode de backtesting	43
3.1.1.2	Interprétation des résultats	44
3.1.2	Méthode	46
<b>3.2</b>	<b>Présentation des indicateurs spécifiques à la partie</b>	<b>47</b>
3.2.1	Préambule sur la méthode d'agrégation	47
3.2.2	Indicateur de seuil à 1 million d'euros et 5 %	49
3.2.2.1	Construction en fixant la survenance	49
3.2.2.2	Construction en agrégeant les survenances	51
3.2.3	Indicateur de qualité de prédiction	52
3.2.3.1	Boni-mali relatif	52
3.2.3.2	Création d'un ratio de prédiction	54
3.2.4	Indicateur de variabilité de l'ultime	55
3.2.4.1	Boni-Mali absolu	56
3.2.4.2	Passage au ratio	57
<b>3.3</b>	<b>Résultats pour un périmètre</b>	<b>58</b>
3.3.1	Analyse des différents résultats des indicateurs	59
3.3.1.1	Indicateurs de seuil	59
3.3.1.2	Indicateur de qualité de prédiction	60
3.3.1.3	Indicateurs de variabilité	62
3.3.2	Choix d'une combinaison d'hypothèses pour un périmètre	63
3.3.2.1	Précision et vitesse de convergence	63
3.3.2.2	Prudence et stabilité	64
<b>3.4</b>	<b>Généralisation des résultats</b>	<b>66</b>
3.4.1	Présentation des résultats généralisés	66
3.4.1.1	Généralisation des périmètres	66
3.4.1.2	Généralisation des hypothèses	67
3.4.2	Introduction de limites et comparaisons	68
3.4.2.1	Limites	68
3.4.3	Comparaison aux résultats précédents	69

---

## 3.1 Présentation de la méthodologie adoptée

Dans un premier temps, le principe de l'évolution de l'évaluation des ultimes est présenté et, dans un deuxième temps, la méthode adoptée au cours de ce chapitre est discutée.

### 3.1.1 Évolution de l'évaluation des ultimes

L'évolution de l'évaluation des ultimes pour une survenance est observable en calculant l'ultime qui aurait été observé à chaque survenance en utilisant le même modèle. Pour obtenir ces résultats, il est donc devenu utile d'appliquer une méthode de backtesting.

#### 3.1.1.1 Méthode de backtesting

La méthode de backtesting repose sur le principe d'appliquer le modèle avec les hypothèses actuelles mais avec une vision passée. Pour obtenir cette vision sur les triangles utilisés dans le service de provisionnement, il suffit d'enlever un certain nombre de diagonales inférieures.

Cette méthode est, ici, appliquée 15 fois de manière successive en retirant à chaque itération une diagonale de plus. Il est ainsi possible d'examiner les résultats à la vision des 15 dernières clôtures afin de pouvoir les comparer.

Un outil Python a été créé et utilisé pour appliquer cette méthode. Cet outil calcule, pour une liste de triangles et d'hypothèses, les ultimes issus du modèle de Chain-Ladder associé. Ensuite, il réitère l'opération 15 fois en retirant à chaque passage une diagonale supplémentaire. Il a, en sortie, une base de données qui contient, entre autres, les ultimes calculés pour chaque triangle et chaque hypothèse ainsi que les Boni-Mali associés.

La base de données permet de mettre les ultimes calculés sous forme d'un objet qui est qualifié, dans le cadre de ce mémoire, de triangles d'ultimes. Un triangle d'ultimes a le même format qu'un triangle classique de règlements. Cependant, plutôt que d'associer à chaque case le règlement d'une survenance observée à un développement, chaque case équivaut au montant ultime de la survenance calculée à ce développement. En appliquant un modèle de Chain-Ladder à iso-hypothèse, ce format permet d'observer, pour une unique survenance, l'évolution de l'évaluation de l'ultime en fonction du développement. Par ailleurs, il permet également de suivre l'évolution de l'évaluation de l'ultime en fonction de la survenance pour un unique développement.

Cette mise en forme est également possible pour les Boni-Mali. Chaque case du triangle de Boni-Mali correspond alors au Boni-Mali qui aurait pu être observé au développement associé pour la survenance examinée. Ainsi, le format du triangle de Boni-Mali correspond à celui du triangle des ratios utilisé dans la méthode de Chain-Ladder.

### 3.1.1.2 Interprétation des résultats

Le graphique ci-dessous représente l'évolution de l'évaluation de l'ultime pour une survenance et un périmètre fixés. La survenance 2014 est choisie, et le périmètre est la combinaison entre un des groupes de risques homogènes et la tranche de sinistralité des attritionnels. Enfin, les hypothèses de profondeur, d'exclusion des extrémums et de stabilité sont fixées dans le graphique. La profondeur est définie à 5, l'exclusion des extrémums est appliquée et l'hypothèse de stabilité est fixée au maximum, c'est-à-dire qu'il est considéré que le développement ne converge pas.

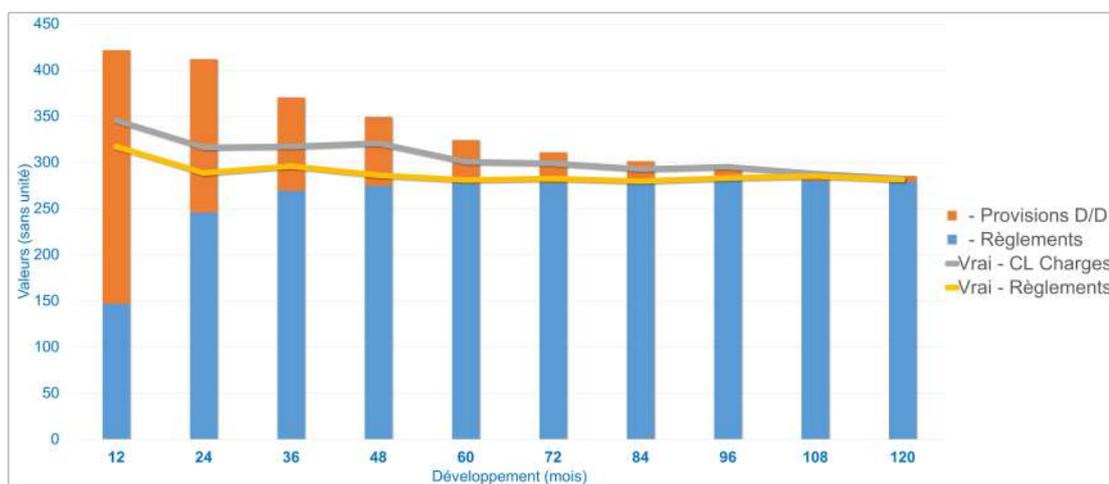


FIGURE 3.1 – Évaluation des ultimes en fonction du développement

Sur ce graphique, la partie histogramme représente le cumul des règlements observés (en bleus) et des provisions aux dossiers (en orange). A chaque développement, leur somme forme, par construction, la charge calculée par la direction de l'indemnisation. Chaque courbe correspond à l'évaluation de l'ultime en fonction du développement pour une application de la méthode de Chain-Ladder avec une combinaison d'hypothèses.

Pour le premier développement, la valeur de la courbe grise correspond au produit du facteur cumulé issu du Chain-Ladder (sur les charges) avec les charges observées à ce développement. Ces charges correspondent à la somme des barres bleues et oranges. La valeur de la courbe grise est obtenue en faisant le produit du facteur cumulé du Chain-Ladder de règlements avec les règlements observés à ce développement qui correspondent à la barre bleue de la partie histogramme.

Les résultats de l'application de Chain-Ladder à un triangle de charges ou un triangle de règlements sont ainsi homogènes avec les ultimes dossiers estimés par la direction de l'indemnisation.

Dans un premier temps, la vitesse de convergence de la méthode peut être analysée, ou, en d'autres mots, l'allure de la courbe donne l'information sur l'instant où il est possible de considérer la convergence de la méthode. Le graphique paraît indiquer une meilleure convergence pour la méthode des règlements. Cette méthode semble en effet converger dès la deuxième année, ce qui contraste largement avec la méthode utilisant le triangle de charges. Cette dernière paraît converger bien plus tard, entre son cinquième et septième développement, en fonction de l'épsilon de convergence qui est appliqué.

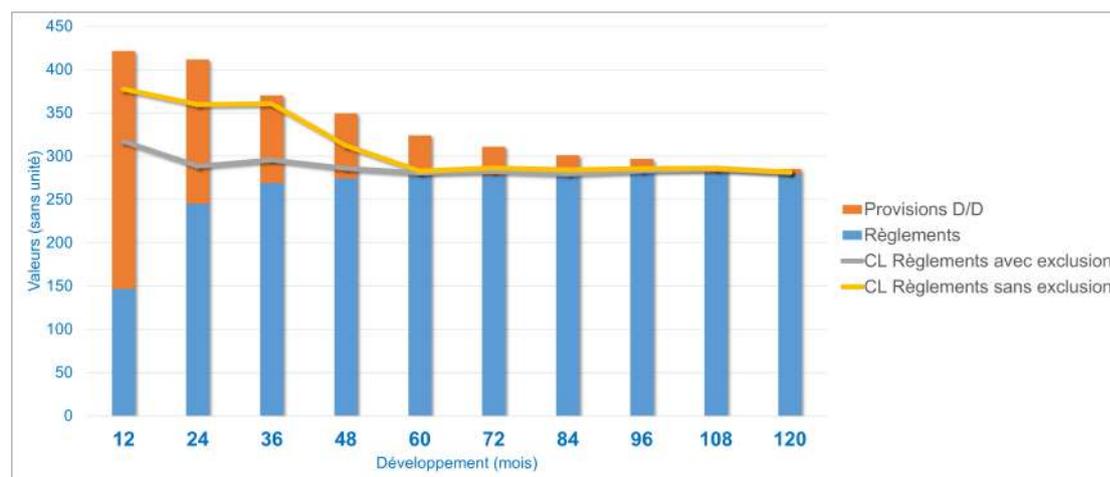


FIGURE 3.2 – Évaluation des ultimes en fonction du développement

La volatilité de la prédiction peut, de plus, être observée grâce à ce suivi de l'évolution de l'évaluation de l'ultime. En effet, le graphique ci-dessus indique que, pour ce périmètre, avec ces deux applications du modèle de Chain-Ladder, la conservation des ratios minimum et maximum semble rendre la prédiction d'ultimes plus volatile d'un développement à l'autre. Cet effet peut faire partie de l'explication des différences dans les vitesses de convergence. Cependant, la volatilité de prédiction reste un phénomène à éviter car elle entraîne des Boni-Mali.

Ces analyses ne sont qu'introductives et ne sont valables que pour la survenance 2014 avec les hypothèses fixées présentées. Des moyens de généraliser ces résultats, au moins jusqu'à la maille du périmètre, sont présentés dans la suite de cette étude.

### 3.1.2 Méthode

La prédiction des ultimes est privilégiée en utilisant la méthode suivante. À partir des données obtenues par l'application d'une méthode de backtesting en utilisant l'outil Python, un certain nombre d'indicateurs sont construits afin d'aider à l'analyse des résultats du code Python.

Une hypothèse faite lors de la construction de ces indicateurs est la supposition que la charge ultime est égale à la dernière observation de l'ultime dossier, soit la valeur dans la dernière diagonale d'un triangle de charges sans backtest. Sur le graphique ci-dessus, il est possible d'observer la convergence des provisions au dossier vers 0. Règlements et charges observées deviennent équivalents lorsque la survenance est pleinement développée, ce qui justifie en partie cette hypothèse.

Cependant, cette hypothèse requiert l'utilisation de survenances déjà suffisamment développées pour que l'ultime défini soit au plus proche de l'ultime réel. Ainsi, en déterminant quelles survenances sont suffisamment développées, il est possible de comparer les résultats qui peuvent être obtenus à iso-hypothèses, à la vision des développements passés.

Différents indicateurs sont donc construits en utilisant le Boni-Mali ainsi que des comparaisons à l'ultime dossier observé au dernier trimestre de 2023. Les résultats fournis par ces indicateurs sont ensuite analysés et différentes conclusions peuvent être tirées. Ceci, afin de prendre une décision sur la sélection des hypothèses qui permettent de déterminer, en fonction de l'ancienneté de la survenance, le modèle qui fait la prédiction la plus proche des exigences fixées. Cette étude est menée de manière graduelle, d'abord en fixant le périmètre, puis, en généralisant à l'ensemble des périmètres.

## 3.2 Présentation des indicateurs spécifiques à la partie

Cette partie décrit les différents indicateurs construits, dans l'objectif d'aider à choisir les combinaisons d'hypothèses qu'il faut utiliser afin de réaliser la meilleure prédiction de l'ultime en fonction de l'ancienneté de la survenance observée. Les indicateurs sont construits en s'appuyant sur les Boni-Mali et l'ultime dossier défini précédemment comme la dernière charge observée en 2023. Ils sont basés sur des données segmentées. Ainsi, chaque indicateur aura au moins une valeur associée à chaque périmètre et représentera une agrégation des résultats obtenus sur différentes survenances.

### 3.2.1 Préambule sur la méthode d'agrégation

Avant de définir chacun des indicateurs séparément, la méthode d'agrégation commune à l'ensemble des indicateurs utilisant le pseudo-ultime est introduite.

L'agrégation des indicateurs sur les années de survenance commence d'abord par un tri sur les survenances jugées trop récentes ou trop anciennes.

En effet pour des survenances trop récentes, il est possible qu'il reste encore de la volatilité et donc, au vu de la méthode, cela pourrait causer un biais dans les calculs en diminuant artificiellement la moyenne. Les survenances postérieures à 2021 ne sont donc pas prises en compte lors de l'agrégation.

Dans le cas des survenances trop anciennes, le filtre est nécessaire pour les survenances antérieures à 2008 car il manque les premiers développements de ces survenances dans la base de données. Les ultimes, à la vision des premiers développements, ne sont pas évalués pour les années antérieures à 2008, les conserver peut conduire à une surestimation du seuil d'entrée en stabilité. Ce phénomène conduit à un gonflement artificiel de l'indicateur en augmentant la moyenne du développement d'entrée dans l'intervalle autour du dernier ultime dossier observé. De plus, ces survenances sont anciennes et peuvent être associées à des portefeuilles dont les profils ont largement évolué au cours du temps, ce qui conduit à des résultats différant excessivement de la réalité présente. Leur exclusion des survenances à agréger se justifie donc d'autant plus.

Un critère sur le ratio de reste à payer ( $RaP\%$ ) est également appliqué. Ce critère vise à faire une sélection des années qui sont suffisamment développées afin de minimiser l'impact du choix de l'ultime dossier comme ultime final. Ce critère est modélisé par un ratio de reste à payer calculé en faisant le quotient des provisions au dossier par la charge observée.

$$RaP_{\%} = \frac{ProvisionsD/D}{Charges} = 1 - \frac{Reglements}{Charges} \quad (3.1)$$

	Règlements	Provisions D/D	RAP_%
2000	3 963	-	0%
2001	208	-	0%
2002	388	-	0%
2003	362	-	0%
2004	344	-	0%
2005	310	-	0%
2006	398	0	0%
2007	378	-	0%
2008	312	-	0%
2009	553	5	1%
2010	412	0	0%
2011	440	0	0%
2012	364	7	2%
2013	414	11	3%
2014	314	7	2%
2015	380	8	2%
2016	435	10	2%
2017	513	11	2%
2018	441	38	8%
2019	409	67	14%
2020	446	126	22%
2021	473	221	32%
2022	516	337	40%
2023	263	458	64%

FIGURE 3.3 – Tableau des ratio de reste à payer

Le choix pris dans la construction de cet indicateur est de prendre toutes les surveillances dont le dernier ratio observé est inférieur à 10%.

Cette décision s'est faite après une première analyse des données pendant laquelle il s'est avéré que les ratios de reste à développer sont très rarement nuls dans le cas des survenances plus récentes, ce qui est un résultat attendu. C'est pourquoi le seuil de 10% est choisi, afin de faire un compromis entre le nombre de survenances pouvant être pris en compte dans l'indicateur et l'impact de l'hypothèse sur le résultat. Fixer un seuil permet, de plus, l'observation de davantage de données des survenances plus récentes. Celles-ci se rapprochent naturellement plus du portefeuille actuel et augmentent donc la correspondance des résultats avec les résultats attendus à partir du portefeuille présent.

Les ratios sélectionnés dans le cas du tableau ci-dessus sont donc les ratios des survenances 2008 à 2018. Le cas d'exemple utilisé se base sur les données des attritionnels. Il y a ainsi moins d'exclusions liées à des sinistres graves qui peuvent rester provisionnés plus longtemps.

Enfin, l'agrégation des résultats se fait par une moyenne. L'indicateur final est donc le développement moyen à partir duquel la méthode rentre dans un intervalle autour de l'ultime pseudo-observé sans en sortir.

### **3.2.2 Indicateur de seuil à 1 million d'euros et 5 %**

#### **3.2.2.1 Construction en fixant la survenance**

Ce premier indicateur se base sur les ultimes dossiers et se construit en plusieurs étapes. Dans un premier temps, la survenance est fixée afin d'observer l'évolution de l'ultime en fonction du développement.

Ensuite, pour chaque hypothèse, l'instant où l'ultime prédit rentre dans un intervalle prédéfini de l'ultime dossier et n'en ressort plus est déterminé.

Pour chaque survenance, à périmètre fixé, un développement est obtenu pour chacune des combinaisons d'hypothèses. Le développement associé à ces hypothèses est considéré comme le développement pour lequel le modèle de Chain-Ladder utilisant ces hypothèses a convergé dans un intervalle de confiance où le seuil de confiance peut prendre la valeur absolue de 1 million d'euros ou alors la valeur relative équivalente à 5% du dernier ultime dossier. Ces valeurs sont arbitraires mais elles répondent à des objectifs fixés par la fonction clé Actuariat.

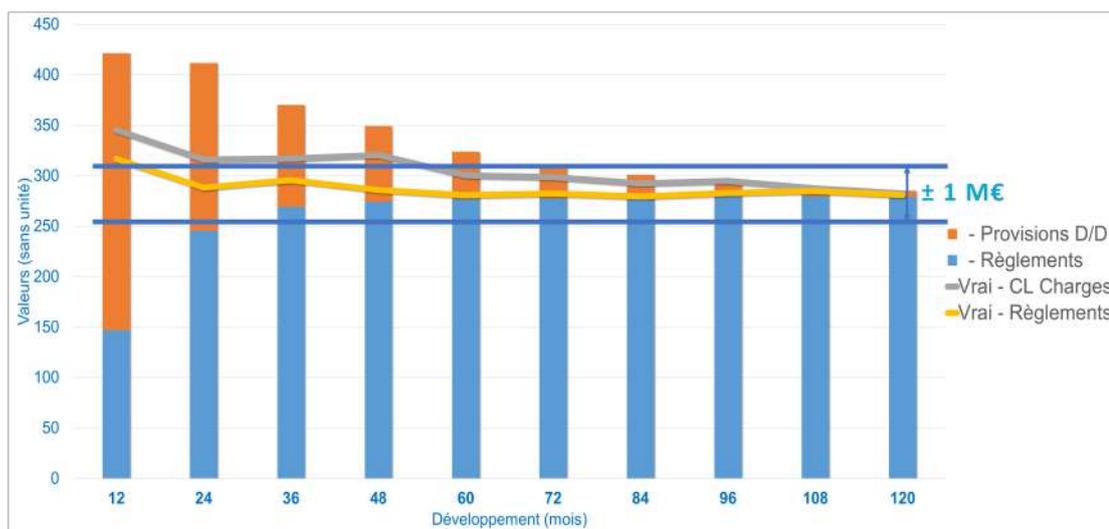


FIGURE 3.4 – Graphique représentant l'intervalle de confiance pour l'évolution de l'ultime

Cette figure reprend le graphique présenté en amont, mais avec en plus l'incorporation de l'intervalle de confiance. Ainsi, on remarque que la courbe jaune représentant la méthode des règlements converge plus rapidement dans l'intervalle que la courbe grise qui représente les charges. En effet, là où la méthode de règlement a convergé dès son deuxième développement, la méthode de charge ne converge qu'à partir du cinquième développement. Enfin, la méthode utilisant l'ultime dossier ne converge qu'au bout du sixième développement.

La sélection du seuil a un impact important dans la valeur de l'indicateur et la moindre variation peut avoir un effet important. En effet, la méthode des charges est à la limite du seuil dès le deuxième développement. Elle aurait pu donc rentrer dans l'intervalle, si le seuil était un peu plus haut, et baisser ainsi significativement la valeur du développement de confiance, au point de le rendre égal à celui issu de la méthode de règlements.

C'est pourquoi, une agrégation des résultats obtenus sur les survenances est nécessaire, afin de mitiger l'impact de l'effet de seuil. L'agrégation utilisant le critère du reste à payer présenté plus haut est ainsi appliquée pour obtenir un résultat agrégé sur les survenances. Cette agrégation est montrée dans le tableau ci-dessous.

GRH x TRANCHE	Survenance	Charges	CL Charges	CL Règlements
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2008	63	63	12
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2009	21	51	48
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2010	36	39	9
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2011	45	27	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2012	60	39	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2013	39	6	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2014	51	6	12
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2015	48	39	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2016	42	9	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2017	33	39	24
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2018	30	36	9
<b>DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS</b>	<b>Agrégée</b>	<b>43</b>	<b>32</b>	<b>13</b>

FIGURE 3.5 – Tableau des développements seuil par survenance et par méthode

### 3.2.2.2 Construction en agréant les survenances

Les valeurs des survenances forment la moyenne qui se trouve dans la dernière ligne du tableau. L'indicateur obtenu est alors sous la forme d'une valeur calculée pour chaque périmètre. Cependant, pour aider au choix de méthode par ancienneté, il peut être traduit sous la forme d'un vecteur de booléen sur les développements qui indique l'instant où la méthode rentre dans le seuil. Ce vecteur prend alors la forme du tableau ci-dessous, qui représente la même information que celle qui se trouve dans la dernière ligne du tableau précédent.

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	Charges	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Charges	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Règlements	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

FIGURE 3.6 – Tableau de l'indicateur de seuil agrégé pour chaque développement

Cet indicateur fournit d'abord une information sur la vitesse de convergence de la méthode. Il propose, dans un même temps, un instant où il est possible de déclarer utiliser la méthode de Chain-Ladder avec un certain niveau de confiance dans le résultat. Ceci peut être utile lorsque la méthode de Chain-Ladder n'est pas la seule méthode utilisée pour procéder à la modélisation de l'ultime. Il a par ailleurs l'avantage d'être très direct à comprendre et à interpréter.

Cependant, cet indicateur montre ses limites, particulièrement lorsqu'il est nécessaire d'obtenir de l'information sur les développements précédant le développement seuil choisi. L'effet de seuil, notamment, est représentatif de cette limite. L'agrégation avait déjà pour objectif de limiter son impact et, de plus, l'intégration d'un deuxième seuil est faite, entre autres, afin d'aider à la réduction de cet impact.

Une deuxième limite de cet indicateur se trouve dans l'étendue des informations qu'il apporte sur la qualité de la convergence à partir du seuil. En effet, la méthode peut rester volatile, dans une certaine mesure, après l'entrée dans le seuil. Pour reprendre l'exemple précédent, il est possible que l'ultime, convergeant plus tôt, oscille entre les deux bordures du seuil tandis que celui qui se trouve à la borne supérieure du seuil reste totalement stable. Dans ce cas de figure, il est justifiable de préférer choisir un ultime stable plutôt qu'un ultime avec de fortes oscillations entre les bornes de l'intervalle de confiance.

En ayant remarqué ces limites, différents indicateurs sont créés afin de venir apporter de la complémentarité sur l'information fournie par cet indicateur de seuil.

### 3.2.3 Indicateur de qualité de prédiction

Le manque d'informations fournies sur les premiers développements par l'indicateur précédent impulse la création d'un indicateur donnant de l'information sur la qualité de la prédiction faite après chaque développement. La qualité de la prédiction est importante pour l'équipe de provisionnement. Elle indique, d'une part, la confiance accordable au modèle de Chain-Ladder mais, d'autre part, elle apporte des renseignements nécessaires à la fonction clé Actuariat qui a un besoin de renseignements sur la qualité des réserves comptabilisées.

Pour répondre à ces exigences et venir en complémentarité de l'indicateur précédent, un indicateur est d'abord construit en utilisant les Boni-Mali relatifs. Il aidera un décideur à observer la qualité de prédiction de son ultime à un développement fixé. Dans un second temps, un second indicateur est construit en se basant sur le pseudo-ultime.

#### 3.2.3.1 Boni-mali relatif

Le Boni-Mali est un indicateur classique de la méthode de Chain-Ladder qui donne l'écart de prédiction de l'ultime entre deux années. Le triangle de Boni-Mali qui est fourni par le code permet d'observer, pour une survenance fixée, l'évolution de cet écart de prédiction. En cumulant ce triangle en partant du dernier développement, il est ainsi possible d'avoir, pour chaque case, l'écart de prédiction entre la valeur de l'ultime prédit à un développement et la dernière prédiction de l'ultime faite en décembre 2023 pour une méthode de Chain-Ladder avec les mêmes hypothèses. Cette méthode diffère légèrement de l'indicateur précédent. Elle n'utilise pas le pseudo-ultime. En effet, l'écart de prédiction se fait par rapport à l'ultime propre à la méthode et non pas avec un ultime différent qui est injecté.

L'agrégation de l'indicateur se passe du critère sur le reste à payer. Cependant, le filtre sur les années antérieures à 2008 et postérieures à 2021 est conservé pour les mêmes raisons que celles présentées dans le préambule sur l'agrégation. De plus, cette agrégation se fait également en utilisant une moyenne empirique. Un vecteur sur les développements est donc obtenu pour chaque combinaison d'hypothèses.

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Charges	90	-116	35	-16	-147	43	0	29	-25
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Règlements	-34	-144	-156	-28	94	116	37	-19	-42
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	Charges	-43	630	477	399	29	130	65	67	-35

FIGURE 3.7 – Tableau des Boni-Mali relatifs agrégés pour chaque développement

Ainsi ce tableau montre les Boni-Mali relatifs agrégés constatés à chaque développement. Il faut ainsi comprendre que les erreurs sont dues à la différence entre les ultimes du développement observé et les ultimes précédents.

Pour venir apporter de l'information supplémentaire sur le Boni-Mali, la décomposition du Boni-Mali est utilisée. La décomposition du Boni-Mali est faite en trois parties :

- l'Actual versus l'Expected ;
- la projection de l'Actual versus l'Expected en utilisant les coefficients de développement de l'année précédente ;
- l'impact de la mise à jour des ratios développements sur l'observé.

Ainsi, chaque case des vecteurs obtenus peut se décomposer en trois cases représentant cette décomposition. Un exemple est ainsi représenté dans le tableau ci-dessous :

GRH x TRANCHE	Données	Survenance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	BM	<b>Agrégée</b>	CL Charges	90	-116	35	-16	-147	43	0	29	-25
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	BM	<b>Agrégée</b>	CL Règlements	-34	-144	-156	-28	94	116	37	-19	-42
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	AvE	<b>Agrégée</b>	CL Charges	237	-149	11	17	-160	-20	-27	37	-30
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	AvE	<b>Agrégée</b>	CL Règlements	24	-95	-135	-12	2	-20	2	-16	-40
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Maj dfm	<b>Agrégée</b>	CL Charges	-31	6	16	-37	-2	62	27	-8	5
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Maj dfm	<b>Agrégée</b>	CL Règlements	-57	-36	-12	-14	98	136	34	-3	-2
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Projection	<b>Agrégée</b>	CL Charges	-115	28	8	3	16	1	1	-0	-0
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Projection	<b>Agrégée</b>	CL Règlements	-0	-13	-9	-2	-6	-0	1	-0	-0

FIGURE 3.8 – Tableau de la décomposition du Boni-Mali relatif à chaque développement

Il est important de noter que la décomposition du Boni-Mali n'est pas applicable dans le cas de l'étude de l'ultime fourni par la direction de l'indemnisation. En effet, il ne s'agit pas d'un ultime obtenu après l'application de la méthode de Chain-Ladder dans le cadre de cette étude, la décomposition sélectionnée n'est donc pas valide.

Cet indicateur fournit de l'information sur la qualité du développement. Cependant, il montre des limites dans la comparaison entre les combinaisons d'hypothèses, car l'ultime utilisé diffère d'une méthode à l'autre. Par ailleurs, la comparaison entre les périmètres peut être plus difficile à cause des différences de tailles de portefeuilles.

### 3.2.3.2 Création d'un ratio de prédiction

Un deuxième indicateur de prédiction est donc construit sous la forme d'un ratio, afin de donner un point de vue plus normalisé.

Cet indicateur repose amplement sur les ultimes dossiers en utilisant l'hypothèse que la valeur de l'ultime dossier en décembre 2023, c'est-à-dire le pseudo-ultime observé, est la valeur d'ultime utilisée pour le calcul et la comptabilisation des provisions techniques d'Allianz IARD. Autrement dit, la valeur cible devant être prédite par les modèles, avec et sans backtest, est la charge calculée aujourd'hui par la direction de l'indemnisation.

La contrainte sur le niveau de développement de la survenance est autant valable pour cet indicateur que pour le précédent. Ainsi, pour éviter de fausser les résultats de l'indicateur, il faut éviter de prendre une survenance où les provisions dossiers représentent encore une partie importante de l'ultime dossier. Cette hypothèse permet, par ailleurs, d'éviter que la méthode utilisant les triangles de règlements se trouve lésée dans sa prédiction de l'ultime avec moins d'informations que la méthode utilisant les triangles de charges.

Pour calculer cet indicateur pour une combinaison d'hypothèses, il faut d'abord extraire la valeur de l'ultime qui aurait été calculée à un développement donné pour chaque survenance, en gardant cette même combinaison d'hypothèses. Ces valeurs sont obtenues à l'aide de l'outil Python présenté précédemment. En appliquant la méthode de Chain-Ladder à de multiples backtests successifs, il est possible de retrouver, pour un nombre de survenances égal au nombre de backtests effectués, la valeur de l'ultime telle qu'elle aurait été calculée au développement observé.

Ensuite, pour chaque survenance, le ratio est calculé entre cet ultime prédit à un développement et l'ultime dossier évalué fin 2023. À partir de ce ratio, il est déjà possible de faire une première observation de la qualité de la prédiction. L'objectif est que la prédiction à chaque développement soit au plus proche du dernier ultime dossier observé. Ainsi plus le ratio est proche de 1, plus l'application du modèle de Chain-Ladder avec cette combinaison d'hypothèses est juste.

Il est déjà possible d'extraire de l'information sur la prudence de la prédiction. Si le ratio est inférieur à 1, la prédiction sous-estime l'ultime pour la survenance, ce qui n'est pas prudent. À l'inverse, si le ratio est supérieur à 1, la prédiction est trop prudente ce qui résulte en une surestimation des réserves.

Ainsi, ce ratio apporte de l'information sur une double contrainte. Il est important qu'il soit au plus proche de 1. Cependant pour la fonction clé Actuariat, il est également important que la méthode reste prudente. Ainsi, il est important de trouver des compromis entre ces exigences. Il faut notamment éviter de prendre trop de prudence car, dans ce cas de figure, c'est l'État qui applique une contrainte. En effet, une augmentation de la prudence implique une augmentation des provisions techniques, ce qui mène à une augmentation des réserves. Ceci a pour effet de faire baisser le résultat de l'assureur avec pour conséquence de faire baisser son imposition.

Pour l'agrégation entre les survenances, en répétant la méthodologie choisie lors de la création de l'indicateur de seuil présenté en préambule, un filtre sur les survenances est appliqué pour ne conserver que les survenances les plus développées. Ainsi, comme pour l'indicateur de seuil, les survenances qui sont conservées sont les survenances entre 2008 et 2021 qui ont un ratio de provisions dossier sur charges observé inférieur à 10% en décembre 2023. Ainsi le tableau ci-dessous est obtenu :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Charges	1,01	0,99	1,00	0,97	0,96	1,00	1,00	1,00	0,99	1,00
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Règlements	0,98	1,00	1,00	1,01	1,01	1,01	0,99	0,98	0,98	0,99
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	Charges	1,34	1,31	1,19	1,10	1,03	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00

FIGURE 3.9 – Tableau des ratios de prédiction

### 3.2.4 Indicateur de variabilité de l'ultime

Les indicateurs sur la variabilité de l'ultime ont pour objectif de donner de l'information sur la volatilité de la prédiction de l'ultime. Pour modéliser cette volatilité, les Boni-Mali sont utilisés, dans un premier temps, en leur appliquant une transformation. Par la suite, un indicateur faisant un passage au ratio est mis au point afin de compléter les informations du premier indicateur.

### 3.2.4.1 Boni-Mali absolu

Cet indicateur est construit à partir des Boni-Mali calculés pour chaque clôture faite dans les 15 dernières années. Le Boni-Mali est calculé en faisant la différence entre l'ultime à l'année précédente et l'ultime calculé à la clôture observée. Un Boni-Mali positif correspond ainsi à un boni, c'est-à-dire une diminution du volume d'ultimes, ce qui résulte en un gain sur les règlements cumulés du point de vue de l'assureur. A l'inverse, si le Boni-Mali est négatif, cela signifie qu'il y a eu une sous-estimation du montant de l'ultime à l'année antérieure. Dans ce cas, l'assureur se retrouve à devoir mettre plus de réserves que ce qu'il avait anticipé, ce qui correspond à un mali.

La construction de cet indicateur s'est faite en ignorant le signe de Boni-Mali et donc, implicitement, en procédant à un passage à la valeur absolue. Ce passage à la valeur absolue permet l'observation des erreurs de prédiction sans autoriser de compensation. Ainsi, lors de l'agrégation des résultats sur les survénances par une moyenne, un écart moyen de prédiction est associé à chaque développement. Cet écart représente donc, par construction, la variabilité de la prédiction ou, en d'autres mots, quelle est la correction à appliquer par rapport à ce qui était prévu l'année précédente.

Après agrégation sur un périmètre, on obtient donc un tableau sur les développements pour lequel chaque ligne correspond à une combinaison d'hypothèses différentes. La figure ci-dessous correspond à un extrait de ce tableau avec seulement trois applications du modèle de Chain-Ladder différentes.

GRH x TRANCHE	Survénance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Charges	871	945	1 222	1 151	746	397	243	234	160
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Règlements	1 325	767	934	600	585	401	208	98	194
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	Charges	787	630	585	423	352	133	77	94	70

FIGURE 3.10 – Tableau des Boni-Mali absolus agrégés pour chaque développement

L'indicateur permet une comparaison simple de compréhension entre les différentes méthodes et permet de modéliser correctement la variabilité des résultats. Cependant, il montre des limites, d'une part, dans le cadre de la comparaison entre différents périmètres, en raison de la différence d'ordre de grandeur. D'autre part, il ne fournit pas une note interprétable sur la qualité du modèle.

### 3.2.4.2 Passage au ratio

L'objectif de cet indicateur est aussi de fournir de l'information sur la variabilité de l'ultime sélectionné. Ici, cependant, l'indicateur a pour tâche de rendre une valeur plus objective en ne dépendant pas de la taille du portefeuille. Ceci permet ainsi de juger une méthode sans avoir à procéder par comparaison à d'autres méthodes ou à devoir aller retrouver le volume des données du modèle. L'objectif est double, car procéder au calcul d'un ratio peut aider à stabiliser la moyenne dans le cas où des sinistres très importants apparaissent pour une survenance, ce qui augmente significativement son poids dans le calcul de la moyenne.

Le calcul de cet indicateur se base sur les triangles d'ultimes et les triangles de Boni-Mali qui sont obtenus en sortie du code Python. Le taux de variabilité est défini comme la division terme à terme entre les valeurs de ces deux triangles.

$$variabilite_{i,j} = \frac{Boni - mali_{i,j}}{Ultimes_{i,j}}$$

$i$  représente la survenance et  $j$  représente le développement.

Les survenances et les développements sont ceux utilisés dans la construction du triangle de Boni-Mali et implicitement dans celle du triangle d'ultimes. Cependant un filtre est tout de même appliqué sur les survenances pour ne conserver que les survenances entre 2008 et 2021.

Ainsi, pour chaque terme du triangle de Boni-Mali, un taux de variabilité de la prédiction lui est associé. Un triangle de taux de variabilité est ainsi formé. A partir de ce triangle, il est possible de faire des observations en agrégeant les survenances pour pouvoir étudier la stabilité de la méthode de Chain-Ladder pour chaque développement. Pour la partie agrégation, un passage de ce triangle à la valeur absolue permet de supprimer l'effet de compensation qu'il peut y avoir entre les valeurs et donc ainsi fournir, au décideur, de l'information sur la volatilité de l'ultime. Le tableau suivant est ainsi obtenu :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Charges	7%	7%	10%	11%	7%	3%	2%	2%	1%
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Règlements	10%	6%	7%	4%	4%	3%	2%	1%	2%
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	Charges	9%	9%	9%	9%	6%	2%	1%	2%	1%

FIGURE 3.11 – Tableau des ratio de variabilité pour chaque développement

### 3.3 Résultats pour un périmètre

L'interprétation des différents indicateurs et leurs résultats se font d'abord sur un périmètre avec parfois un nombre réduit d'hypothèses pour une unique ancienneté. Ensuite, en prenant cette fois en compte toutes les hypothèses systématiquement, le choix d'une combinaison d'hypothèses est justifié pour chacune des anciennetés en prenant en compte l'intégralité des hypothèses testées. Cette sélection d'hypothèses est ensuite confrontée à la combinaison d'hypothèses utilisée actuellement pendant la clôture et à celle retenue dans le chapitre 2 en utilisant le prisme de la réduction des écarts par rapport à l'expérience.

Les hypothèses testées sur le modèle de Chain-Ladder sont les suivantes :

- la profondeur ;
- la stabilité ;
- l'exclusion du minimum et maximum ;
- le triangle.

Pour le triangle utilisé il y a un choix entre les triangles de règlements et de charges. Les triangles de règlements représentent la vision des flux observés en comptabilité tandis que les triangles de charges représentent la somme entre ces règlements et les provisions au dossier calculées par la direction de l'indemnisation, ce qui est homogène à un ultime. C'est pourquoi, la dernière charge observée est, ici, qualifiée d'ultime dossier ou d'ultime pseudo-observé.

La méthode de Chain-Ladder est appliquée aux triangles de règlements mais également aux triangles de charges. En effet, au sein du service de provisionnement, une nouvelle projection à l'ultime, utilisant la méthode de Chain-Ladder, est faite sur celle fournie par la direction de l'indemnisation. Cette dernière utilise, en effet, des modèles différents avec des méthodes ligne à ligne, pour réaliser l'estimation de la charge ultime au dossier. La vision de la direction de l'indemnisation est, par ailleurs, conservée pour être comparée aux différents résultats obtenus à partir de l'application de la méthode de Chain-Ladder. Ainsi, il y aura le choix entre trois méthodes pour sélectionner l'ultime :

- Chain-Ladder sur les règlements ;
- Chain-Ladder sur les charges ;
- l'utilisation de l'ultime dossier.

L'utilisation de l'ultime dossier ne concerne donc qu'une unique combinaison d'hypothèses car ce n'est pas un ultime fourni par l'application de la méthode de Chain-Ladder.

### 3.3.1 Analyse des différents résultats des indicateurs

#### 3.3.1.1 Indicateurs de seuil

L'indicateur de seuil fournit, pour chacun des seuils, le tableau ci-dessous :

GRH x TRANCHE	Survenance	Charges	CL Charges	CL Règlements
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2008	63	63	12
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2009	21	51	48
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2010	36	39	9
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2011	45	27	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2012	60	39	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2013	39	6	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2014	51	6	12
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2015	48	39	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2016	42	9	6
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2017	33	39	24
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2018	30	36	9
<b>DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS</b>	<b>Agrégée</b>	<b>43</b>	<b>32</b>	<b>13</b>

FIGURE 3.12 – Tableau des développements seuil par survenance et par méthode

Ce tableau représente les seuils de stabilité à 1 million, calculés pour les différentes survenances sélectionnées du périmètre dommages aux biens des professionnels attritionnels, ainsi que leurs moyennes. Les hypothèses autres que le choix du triangle sont, pour l'instant, fixées. La comparaison se fait uniquement entre les différents choix d'ultimes. Ce tableau ne rend compte que pour les hypothèses fixées.

La méthode utilisant les triangles des règlements est la meilleure sous le prisme de l'indicateur de seuil à 1 million d'euros. En effet, en observant la ligne associée à l'agrégation, l'application de la méthode Chain-Ladder de règlements conduit à une convergence après 13 mois en moyenne. La méthode utilisant le modèle de Chain-Ladder avec un triangle de charges est seconde, suivie de la méthode qui utilise uniquement un triangle de charges sans y appliquer de modèle.

De plus, ce tableau indique que la méthode converge juste après la fin de la première année, ce qui est excellent. Ces bons résultats s'expliquent notamment par l'utilisation de la tranche des sinistres attritionnels qui est plus facilement prévisible, de par sa nature. Il est cependant à noter que la survenance 2009 vient dégrader la moyenne de cette méthode en ayant un développement de convergence de 48.

Ces résultats peuvent être mis en relief avec le tableau ci-dessous qui représente cette fois-ci les seuils de stabilité à 5%, calculés pour les différentes survenances sélectionnées du périmètre dommages aux biens des professionnels attritionnels, ainsi que leurs moyennes.

GRH x TRANCHE	Survenance	Charges	CL Charges	CL Règlements
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2008	72	63	63
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2009	69	51	51
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2010	63	69	39
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2011	60	66	54
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2012	99	99	63
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2013	51	108	111
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2014	96	78	33
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2015	66	39	51
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2016	48	66	66
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2017	42	84	42
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	2018	60	51	69
<b>DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS</b>	<b>Agrégée</b>	<b>66</b>	<b>70</b>	<b>58</b>

FIGURE 3.13 – Tableau des développements seuil à 5% par survenance et par méthode

Ce deuxième tableau montre une nette dégradation de la qualité de convergence lorsque le seuil est fixé à 5%, qui est donc un seuil plus sévère dans le cas de ce périmètre.

La meilleure méthode reste toujours la méthode appliquant le modèle de Chain-Ladder à un triangle de règlements. Cependant pour ce seuil, l'écart entre chacune des méthodes est beaucoup plus faible.

Par ailleurs, la valeur agrégée la plus faible est de 58. Ainsi, au niveau de confiance 5% aucune de ces méthodes n'est digne de confiance avant presque cinq années de développement.

### 3.3.1.2 Indicateur de qualité de prédiction

L'indicateur de prédiction utilisant le Boni-Mali relatif fournit le tableau suivant :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Charges	90	-116	35	-16	-147	43	0	29	-25
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Règlements	-34	-144	-156	-28	94	116	37	-19	-42
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	Charges	-43	630	477	399	29	130	65	67	-35

FIGURE 3.14 – Tableau des Boni-Mali relatifs agrégés pour chaque développement

Ainsi ce tableau affiche les Boni-Mali relatifs agrégés constatés à chaque développement avec sa décomposition.

Il est possible de remarquer que, tout au long du développement du périmètre, les charges semblent surestimer l'ultime alors que lorsque le modèle de Chain-Ladder est utilisé, l'effet inverse peut être constaté. De plus, l'application de la méthode de Chain-Ladder au triangle de charges semble être moins performante que son application au triangle de règlements.

Sous le prisme du Boni-Mali relatif, la méthode à privilégier utilise le modèle de Chain-Ladder sur un triangle de charges, à l'exception du premier développement, pour lequel l'indicateur semble privilégier l'une des deux autres méthodes.

GRH x TRANCHE	Données	Survenance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	BM	Agrégée	CL Charges	90	-116	35	-16	-147	43	0	29	-25
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	BM	Agrégée	CL Règlements	-34	-144	-156	-28	94	116	37	-19	-42
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	AvE	Agrégée	CL Charges	237	-149	11	17	-160	-20	-27	37	-30
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	AvE	Agrégée	CL Règlements	24	-95	-135	-12	2	-20	2	-16	-40
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Maj dfm	Agrégée	CL Charges	-31	6	16	-37	-2	62	27	-8	5
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Maj dfm	Agrégée	CL Règlements	-57	-36	-12	-14	98	136	34	-3	-2
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Projection	Agrégée	CL Charges	-115	28	8	3	16	1	1	0	0
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Projection	Agrégée	CL Règlements	-0	-13	-9	-2	-6	-0	1	0	0

FIGURE 3.15 – Tableau de la décomposition du Boni-Mali relatif à chaque développement

Le tableau ci-dessus présente la décomposition du Boni-Mali dans le cas de la méthode de Chain-Ladder. Ainsi, dans les premiers développements, le Boni-Mali observé est principalement causé par l'Actual versus Expected. Ce phénomène peut s'expliquer par la quantité plus importante de règlements pendant les premiers développements. Cette tendance s'inverse dans la suite du développement, où c'est l'effet de mise à jour des coefficients de passage (dfm) qui devient la principale cause des Boni-Mali.

L'indicateur de ratio de prédiction introduit maintenant les résultats suivants :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Charges	1,01	0,99	1,00	0,97	0,96	1,00	1,00	1,00	0,99	1,00
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Règlements	0,98	1,00	1,00	1,01	1,01	1,01	0,99	0,98	0,98	0,99
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	Charges	1,34	1,31	1,19	1,10	1,03	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00

FIGURE 3.16 – Tableau des ratios de prédiction

Cette indicateur montre que dans, les premiers développements, les méthodes utilisant Chain-Ladder sont à privilégier. En croisant les deux indicateurs de prédiction, la méthode appliquant Chain-Ladder au triangle de charges semble bien plus performante sous ce prisme dans les premiers développements. Donc, sous le prisme de la qualité de prédiction, c'est la méthode à privilégier au moins pour les premiers développements.

La méthode utilisant les charges sans application du modèle de Chain-Ladder semble surestimer largement l'ultime dans les premiers développements. En effet, la valeur du ratio de prédiction est de 1.34, ce qui est bien supérieur à 1. Cette observation est confirmée par les Boni-mali relatifs liés aux charges qui se révèlent être principalement des Boni.

Pour les développements suivants, les méthodes semblent équivalentes, ce qui est en accord avec les résultats des indicateurs de seuils.

### 3.3.1.3 Indicateurs de variabilité

Enfin, les derniers indicateurs vus ici sont des indicateurs de variabilité.

Dans un premier temps, l'indicateur utilisant les Boni-Mali absolus permet d'obtenir le tableau suivant :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Charges	871	945	1 222	1 151	746	397	243	234	160
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Règlements	1 325	767	934	600	585	401	208	98	194
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	Charges	787	630	585	423	352	133	77	94	70

FIGURE 3.17 – Tableau des Boni-Mali absolus agrégés pour chaque développement

Ce tableau montre que la meilleure méthode, d'après l'indicateur des Boni-Mali absolus, est la méthode n'utilisant pas Chain-Ladder en tout point du développement.

La méthode des charges semble, par ailleurs, converger de manière linéaire vers 0 au cours de son développement. Par opposition, la méthode utilisant un Chain-Ladder sur un triangle de charges oscille dans ses premiers développements avant d'observer une tendance convergente.

Pour questionner ces résultats, le tableau suivant est obtenu en utilisant le ratio de variabilité :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Charges	7%	7%	10%	11%	7%	3%	2%	2%	1%
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Règlements	10%	6%	7%	4%	4%	3%	2%	1%	2%
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	Charges	9%	9%	9%	9%	6%	2%	1%	2%	1%

FIGURE 3.18 – Tableau des ratio de variabilité pour chaque développement

L'indicateur confirme la tendance oscillante du Chain-Ladder de charges, particulièrement en comparaison aux deux autres méthodes testées.

Par ailleurs, l'indicateur révèle que comparé à son ultime, la méthode utilisant le Chain-Ladder de règlements varie moins que la méthode utilisant uniquement les charges enregistrées par l'indemnisation.

Donc, sous le prisme de cet indicateur, la méthode à privilégier serait un Chain-Ladder de règlements.

Pour conclure sur ces résultats, différents indicateurs vont privilégier différentes méthodes et ainsi aucune méthode examinée n'est la meilleure en tout point.

### 3.3.2 Choix d'une combinaison d'hypothèses pour un périmètre

Les différents indicateurs ne permettent pas de distinguer une méthode clairement meilleure que les autres. C'est pourquoi, il faut poser des critères de décision afin de choisir la méthode.

En restant dans le même périmètre, dans un premier temps, les critères de précision et de vitesse de convergence sont mis en avant, puis, dans un second temps, un regard prudent est privilégié.

#### 3.3.2.1 Précision et vitesse de convergence

La précision est l'objectif évident de la prédiction d'ultime, en effet, plus on est proche, mieux c'est.

Incidemment, il vient que, plus on est proche rapidement, mieux c'est. C'est pourquoi les premiers critères de décision examinés sont la précision et la vitesse de convergence. La convergence est d'abord préférée et lorsque l'indicateur est équivalent, ce sont les indicateurs de qualité de prédiction qui vont servir à faire le choix :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	Charges	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Charges	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Règlements	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1

FIGURE 3.19 – Tableau de l'indicateur de seuil agrégé pour chaque développement

L'indicateur du seuil à 1 million permet de choisir la méthode appliquant Chain-Ladder aux règlements pour les développements 24, 36.

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Charges	1,01	0,99	1,00	0,97	0,96	1,00	1,00	1,00	0,99	1,00
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	CL Règlements	0,98	1,00	1,00	1,01	1,01	1,01	0,99	0,98	0,98	0,99
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	Agrégée	Charges	1,34	1,31	1,19	1,10	1,03	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00

FIGURE 3.20 – Tableau des ratios de prédiction

Le ratio de prédiction privilégie un Chain-Ladder de charges pour le développement 12.

Pour les développements 48 et 60, la méthode de Chain-Ladder sur les règlements semble plus performante.

Pour les derniers développements, la méthode à privilégier serait à nouveau celle du Chain-Ladder de charges.

Ainsi la méthode à choisir ici serait définie par le tableau ci-dessous :

GRH x TRANCHE	Développement	Choix
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	12	CL Charges
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	24	CL Règlements
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	36	CL Règlements
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	48	CL Règlements
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	60	CL Règlements
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	72	CL Charges
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	84	CL Charges
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	96	CL Charges
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	108	CL Charges
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	120	CL Charges

FIGURE 3.21 – Tableau du choix de méthode à privilégier pour chaque développement

### 3.3.2.2 Prudence et stabilité

La méthode précédente est une méthode avec l'objectif d'être au plus vite au plus proche de l'ultime. Cependant, d'autres critères peuvent intervenir comme la prudence et la volonté de garder un résultat stable.

De ce fait, l'intérêt est plutôt porté à ce que la valeur du ratio de prédiction soit supérieure à 1 et que les Boni-Mali absolus soient les plus faibles possible. Il est également possible de s'intéresser au signe des Boni-Mali relatifs, car la constatation d'un mali implique la sous-estimation de l'ultime.

En reprenant le tableau récapitulant les ratios, la méthode à privilégier serait plutôt celle des charges. Les méthodes utilisant Chain-Ladder sont très proches de 1 et donc n'ont pas de marge de prudence. Cette observation est confirmée par les malis qui peuvent être observés dans le cas de l'application du modèle de Chain-Ladder. Les charges créent en majorité des bonis comme rappelé dans le tableau ci-dessous :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Charges	90	- 116	35	- 16	- 147	43	0	29	- 25
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Règlements	- 34	- 144	- 156	- 28	94	116	37	- 19	- 42
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	Charges	- 43	630	477	399	29	130	65	67	- 35

FIGURE 3.22 – Tableau des Boni-Mali relatifs agrégés pour chaque développement

Ce choix est justifié par les Boni-Mali absolus rappelés dans le tableau suivant :

GRH x TRANCHE	Survenance	Hypothèse	24	36	48	60	72	84	96	108	120
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Charges	871	945	1 222	1 151	746	397	243	234	160
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	CL Règlements	1 325	767	934	600	585	401	208	98	194
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS ATTRITIONNELS	<b>Agrégée</b>	Charges	787	630	585	423	352	133	77	94	70

FIGURE 3.23 – Tableau des Boni-Mali absolus agrégés pour chaque développement

La méthode des charges semble être celle qui crée le moins de variabilité de l'ultime tout au long du développement. De plus, c'est la méthode qui semble avoir la tendance la plus prévisible.

Donc, au vu de ces critères, une méthode différente de la précédente est choisie. En effet, la méthode utilisant directement les charges fournies par la direction de l'indemnisation est meilleure sur l'intégralité du développement et c'est donc elle qui est choisie si la prudence et la stabilité sont privilégiées.

### 3.4 Généralisation des résultats

Les résultats précédents ont été déterminés sur un périmètre restreint avec également une restriction sur les hypothèses observées.

Cette partie présente, dans un premier temps, les travaux de généralisation, puis, dans un second temps, introduit la comparaison avec les résultats du chapitre 2 et des limites de la méthode.

#### 3.4.1 Présentation des résultats généralisés

La généralisation des résultats commence par l'observation des résultats sur l'intégralité des périmètres, en gardant la restriction sur les hypothèses. Dans un second temps, les résultats obtenus par l'intégralité des hypothèses sont présentés.

##### 3.4.1.1 Généralisation des périmètres

Montrons d'abord des tableaux récapitulatifs des résultats de l'indicateur de seuil à 1 million sur les périmètres étudiés à l'exception de la branche automobile :

GRH	Total	Attritionnels	Graves
CATASTROPHES NATURELLES	15	6	24
CONSTRUCTION RESPONSABILITE CIVILE	8	7	156
DOMMAGES AUX BIENS DES PARTICULIERS	22	8	12
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS	58	13	38
DOMMAGES CONSTRUCTION	39	10	63
DOMMAGES CORPORELS CONTRATS INDIVIDUELS	11	6	23
RESPONSABILITE CIVILE GENERALE	15	8	13
TRANSPORT	6	6	9

FIGURE 3.24 – Tableau des méthodes permettant d'obtenir le développement de stabilité minimum pour chaque périmètre

Ce premier tableau répertorie le développement de stabilité minimum pour les trois méthodes présentées plus haut. Il est lié au tableau ci-dessous qui associe au périmètre la méthode utilisée pour obtenir le seuil de stabilité minimum.

GRH	Total	Attritionnels	Graves
CATASTROPHES NATURELLES	Charges	Charges	Charges
CONSTRUCTION RESPONSABILITE CIVILE	CL Règlements	CL Règlements	Charges
DOMMAGES AUX BIENS DES PARTICULIERS	CL Règlements	CL Règlements	Charges
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS	CL Règlements	CL Règlements	CL Règlements
DOMMAGES CONSTRUCTION	Charges	CL Règlements	Charges
DOMMAGES CORPORELS CONTRATS INDIVIDUELS	CL Charges	Charges	Charges
RESPONSABILITE CIVILE GENERALE	CL Règlements	CL Règlements	Charges
TRANSPORT	Charges	Charges	Charges

FIGURE 3.25 – Tableau des développements de stabilité minimum pour chaque périmètre

Dans un premier temps, en observant la colonne liée aux sinistres attritionnels du premier tableau, il est possible de conclure que le modèle de Chain-Ladder est plutôt efficace pour ce type de sinistres. En effet, pour la grande majorité des groupes de risques homogènes, la convergence se fait dans la première année.

C'est un résultat attendu car, comme les sinistres graves sont retirés, des chocs moins prévisibles sont absents de l'historique, ce qui favorise Chain-Ladder.

Par ailleurs, ce premier tableau fournit également de l'information sur la longueur des groupes de risques homogènes. C'est-à-dire le temps que ces sinistres mettent à être réglés. En effet, le groupe de risques homogènes des sinistres "Dommages construction" contient des sinistres plus longs qui mettent plus de temps à se stabiliser que des sinistres associés aux "dommages aux biens des particuliers".

Par opposition, la convergence des sinistres graves est plus tardive. En effet, étant moins fréquents, la méthode de Chain-Ladder est moins performante pour les prédire.

Le deuxième tableau confirme cette observation. En effet, la colonne des sinistres graves révèle que la méthode qui converge le plus vite n'utilise pas le modèle de Chain-Ladder.

Enfin, dans le tableau répertoriant les méthodes, il est possible de remarquer que, rien que pour un unique indicateur avec un nombre d'hypothèses restreint, des méthodes différentes de l'application d'un Chain Ladder aux triangles de règlements peuvent être privilégiées.

### 3.4.1.2 Généralisation des hypothèses

Maintenant, toutes les combinaisons d'hypothèses sont observées, ainsi il est possible d'observer le tableau suivant :

GRH	Ultimes	Profondeur	Stabilité	Exclusion des extrêmes	Développement de stabilité	Développement de stabilité témoin
CATASTROPHES NATURELLES	Charges	-	-	-	15	18
CONSTRUCTION RESPONSABILITE CIVILE	CL Règlements	5	5	Vrai	6	8
DOMMAGES AUX BIENS DES PARTICULIERS	CL Règlements	9	21	Faux	18	22
DOMMAGES AUX BIENS DES PROFESSIONNELS	CL Règlements	6	5	Faux	44	58
DOMMAGES CONSTRUCTION	CL Charges	6	12	Vrai	31	53
DOMMAGES CORPORELS CONTRATS INDIVIDUELS	CL Charges	5	5	Vrai	9	14
RESPONSABILITE CIVILE GENERALE	CL Règlements	4	15	Faux	14	15
TRANSPORT	Charges	-	-	-	6	6

FIGURE 3.26 – Tableau des combinaisons d'hypothèses permettant d'obtenir le développement de stabilité minimum pour chaque périmètre

Ce tableau ne concerne que l'indicateur de seuil à 1 million et représente pour chaque groupe de risques homogènes le développement de stabilité minimum. Il y a également, pour comparaison, les développements de stabilité témoins. Ces valeurs proviennent des résultats présentés dans la partie précédente lorsqu'il y avait la restriction sur les hypothèses observées.

Il est important de préciser que le développement de stabilité minimum peut être associé à plusieurs combinaisons d'hypothèses. Le tableau ne fait la correspondance qu'avec un unique jeu d'hypothèses pour plus de lisibilité.

Dans un premier temps, les ultimes privilégiés par l'indicateur varient entre les groupes de risques, ce qui concorde avec les premiers résultats sur les hypothèses réduites.

De plus, dans la plupart des cas, le développement de stabilité minimum identifié diffère du développement témoin, ce qui justifie cette optimisation dans la recherche.

Cette recherche est d'autant plus justifiée que les combinaisons d'hypothèses varient. En effet, cela montre qu'appliquer les mêmes hypothèses, peu importe le groupe de risques homogènes, nuit à la qualité de ce modèle.

En suivant le processus de choix de méthodes présenté précédemment pour un périmètre, en appliquant ces généralisations à tous les indicateurs présentés, il est possible de créer une prédiction adaptée à chaque groupe de risques homogènes pour chaque étape de leur développement.

### 3.4.2 Introduction de limites et comparaisons

Cette partie introduit différentes limites ou problématiques que peut apporter cette méthode et amène à une mise en relief avec les flux prédits.

#### 3.4.2.1 Limites

Dans un premier temps, une limite importante de cette construction est la perte de la simplicité qui fait la force du modèle de Chain-Ladder.

L'application du résultat obtenu nécessite autant d'applications du modèle de Chain-Ladder qu'il y a de survenances dans le triangle. De plus, ces applications peuvent se faire sur des données de charges ou règlements, ce qui complique l'obtention des ultimes.

Pour la partie construction, il faut tester et appliquer un grand nombre de fois le modèle de Chain-Ladder pour modéliser les résultats de chacune des combinaisons d'hypothèses et également les résultats de leurs backtests.

Ces applications peuvent nécessiter une puissance de calcul conséquente, surtout en comparaison avec l'application d'un unique Chain-Ladder.

Ainsi, les ultimes obtenus par cette méthode peuvent également être plus difficilement justifiables comparés à l'application simple du modèle de Chain-Ladder. En effet, il faut justifier la sélection des hypothèses de Chain-Ladder pour chacun des développements et par ailleurs être capable de justifier la sélection d'un jeu d'hypothèses parmi un panel de possibilités.

Ainsi, cette méthode peut paraître plus "boîte noire" que le modèle de Chain-Ladder.

Utiliser une méthode se basant uniquement sur une interprétation automatique des résultats obtenus d'indicateurs rajoute de l'objectivité dans le calcul de l'ultime, mais impacte la part d'interprétation et de choix que peut avoir l'actuaire.

### 3.4.3 Comparaison aux résultats précédents

Lors du chapitre 2, la minimisation des écarts par rapport à l'expérience est privilégiée lors du choix d'hypothèses optimales, l'objectif étant de prédire au mieux les flux futurs. Ainsi, seuls des triangles de règlements ont été utilisés.

Dans ce chapitre, le prisme est porté sur la prédiction d'ultimes, et lors de cette étude, il a pu être observé que les méthodes utilisant les charges peuvent se révéler plus précises que des méthodes utilisant les règlements pour prédire l'ultime.

En combinant les résultats des deux chapitres, des divergences peuvent donc apparaître au niveau des ultimes et des flux enregistrés. Si l'ultime obtenu en appliquant la méthode choisie dans le chapitre 2 diffère de celui déterminé dans le chapitre 3 alors la somme des flux futurs enregistrés diffère de l'ultime enregistré.

Il faut donc trouver une méthode pour essayer de raccorder les flux enregistrés dans le chapitre 2 avec l'ultime déterminé dans le chapitre 3.



# Chapitre 4

## Ajustement de cadence

Dans le chapitre 2, des hypothèses minimisant les écarts à l'expérience sont proposées. Elles sont cependant questionnées dans le chapitre suivant lorsque des triangles de charges sont utilisés pour favoriser la prédiction de l'ultime.

Ainsi l'objectif de ce chapitre est de concilier les résultats obtenus dans les deux chapitres précédents en introduisant des cadences de liquidation.

Dans un premier temps, la méthodologie choisie est présentée. Dans un second temps, les indicateurs spécifiques à la partie sont introduits. Enfin, les résultats obtenus sont interprétés.

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Présentation de la méthodologie adoptée</b>	<b>72</b>
4.1.1	Méthodologie de l'optimisation	72
4.1.2	Critère de pénalisation et taux d'effort	74
4.1.3	Choix des lois statistiques	74
<b>4.2</b>	<b>Présentation des indicateurs spécifiques à la partie</b>	<b>76</b>
4.2.1	Duration	76
4.2.2	Gain d'actualisation	76
4.2.3	Prudence	77
<b>4.3</b>	<b>Interprétation des résultats</b>	<b>77</b>
4.3.1	Premières observations	77
4.3.2	Résultats pour un flux contraint	79
4.3.2.1	Résultats pour la loi de Weibull	79
4.3.2.2	Résultats pour les différentes lois	81
4.3.3	Résultats pour trois flux contraints	85

---

## 4.1 Présentation de la méthodologie adoptée

Cette partie présente la construction de la cadence utilisée pour réconcilier les écarts. Dans un premier temps, la méthodologie est présentée, puis la fonction de pénalisation est introduite. Enfin les lois statistiques utilisées sont énoncées.

### 4.1.1 Méthodologie de l'optimisation

Ici, l'objectif est d'accorder les flux futurs et les réserves obtenues par des méthodes différentes. Il s'agit donc de trouver une méthode pour concilier des flux futurs dont la somme diffère des réserves estimées.

Dans un premier temps, à partir des coefficients de passage ( $f_k$ ) du modèle utilisé pour estimer les flux futurs, une cadence est déterminée en utilisant la définition présentée dans le chapitre 1 :

$$\begin{cases} cadence_j = (\prod_{k=j}^{n-1} f_k)^{-1}, j \in \llbracket 1; n-1 \rrbracket \\ cadence_n = 1 \end{cases}$$

Cette cadence sert de base pour appliquer un ajustement de loi statistique. En effet, une cadence peut être supposée être une fonction :  $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow [0, 1]$  croissante et convergente vers 1. Il est donc possible d'ajuster la fonction de répartition d'une loi statistique.

Cependant, avant de faire cet ajustement, il faut s'assurer que la cadence respecte bien les règles de convergence, de croissance et d'appartenance à l'intervalle. Par construction, la convergence est assurée :  $cadence_n = 1$ .

Les données utilisées sont des règlements nets de recours, il est donc possible de retrouver des flux négatifs. La présence de flux négatifs implique que la cadence peut être décroissante en certains points. Il est également possible qu'elle soit supérieure à 1.

La cadence extraite des flux futurs est donc retraitée afin de respecter ces deux contraintes. La cadence retraitée est construite de la manière suivante :

$$\begin{cases} cadence_{bis_j} = 1 & \forall j \ cadence_j > 1 \\ cadence_{bis_{j+1}} = cadence_j & \forall j \ cadence_j + 1 < cadence_{bis_j} \\ cadence_{bis_j} = cadence_j & \text{Sinon} \end{cases}$$

L'optimisation se fait dans l'objectif de trouver les paramètres de la loi qui permettent le meilleur ajustement de cette dernière à la cadence d'entrée. Cet ajustement se fait sur la cadence décumulée. La loi est donc ajustée sous sa forme discrète, en minimisant la fonction de log-vraisemblance.

Cet ajustement fournit une nouvelle cadence décumulée. Ce vecteur permet ainsi l'obtention de nouveaux flux futurs.

Il est possible de déterminer des flux futurs en faisant l'opération :

$$flux_i = cadence_{uncum_j} * reserve$$

Cependant, la méthode choisie ici, cherche à calculer les flux futurs pour chaque survenance en respectant la valeur de l'ultime prédite.

Si la formule ci-dessus est appliquée telle quelle pour chacune des survenances, il est peu probable que les réserves recherchées soient retrouvées. En effet, retrouver le bon volume de réserves pour une survenance nécessite que l'observé soit exactement au niveau du développement prévu par la cadence, c'est-à-dire :

$$cadence_j = \frac{observe_{n-j+1}}{ultime_{n-j+1}}$$

Cependant, cette contrainte n'est pas réaliste car la cadence utilisée est exogène au modèle ayant calculé les ultimes. Une mise à l'échelle de la cadence décumulée est donc créée sous la forme d'un vecteur sur les survenances. En appliquant la formule suivante :

$$scale_i = \frac{1 - \frac{observe_i}{ultime_i}}{1 - cadence_i}$$

Cette formule peut se comprendre comme un facteur multiplicatif entre ce qui doit encore être liquidé et ce que la nouvelle cadence est supposée liquider.

Ainsi, en utilisant ce facteur d'échelle, on arrive à la formule suivante en posant  $i$  la survenance et  $c$  le nombre d'années avant la constatation du flux :

$$flux_{opti_{i,c}} = scale_i * cadence_{uncum_{n-i+c+1}} * reserve_i$$

Les nouvelles cadences n'ont pas de restriction de longueur, par conséquent, certains flux peuvent arriver après un long laps de temps. Une restriction sur le nombre d'années avant la clôture de la survenance est donc imposée. Cette restriction est établie, arbitrairement, à 50 ans après le début de la survenance. Tous les flux censés arriver après la cinquantième année sont ajoutés aux flux de la cinquantième année, afin de clore la survenance, en respectant la contrainte sur le montant des réserves.

De nouveaux flux sont donc obtenus, cependant, il faut maintenant s'intéresser à l'objectif de la conciliation de ces nouveaux flux avec les flux estimés.

En effet, ces nouveaux flux permettent, par construction, de liquider les réserves. Ils ne sont cependant pas forcément au niveau des flux estimés. Il faut donc ajouter une contrainte sur ces flux.

### 4.1.2 Critère de pénalisation et taux d'effort

Cette contrainte sur la valeur des flux futurs est appliquée sur un nombre de flux prédéterminé. Pour commencer, l'approche utilisée est décrite en appliquant la contrainte uniquement sur le premier flux futur.

Pour modéliser cette contrainte, un taux d'effort est créé, ce taux est défini comme :

$$\text{taux d'effort} = \frac{\text{flux non contraint} - \text{flux opti}}{\text{flux non contraint} - \text{flux prédit}}$$

Pour obtenir le flux non contraint, une première optimisation est appliquée, sans contrainte, sur la valeur du flux obtenue avec la cadence optimisée.

Ce taux sous entend également que le flux non contraint est différent du flux prédit. Ceci est, en effet, implicite : s'il y a égalité, il n'y a pas besoin de rajouter de contrainte sur les flux car elle est déjà respectée.

Ainsi, ce taux d'effort est à 1 lorsque le flux opti est égal au flux prédit et à 0 lorsque le flux opti est égal au flux non contraint.

Ce taux d'effort permet ainsi de contrôler le processus d'optimisation en gérant le niveau de la contrainte.

La fonction à minimiser s'écrit donc :

$$|\sum_i \log(\mathcal{L}(x_i, \theta))| + \lambda * |\text{taux d'effort} - \text{taux d'effort cible}|$$

Avec  $\mathcal{L}$  la fonction de vraisemblance de la loi étudiée et  $\lambda$  un critère de pénalisation.

### 4.1.3 Choix des lois statistiques

Différentes lois statistiques ont donc été ajustées en faisant varier le taux d'effort :

- la loi de Weibull ;
- la loi de Burr ;
- la loi Bêta-Prime généralisée ;
- la loi hyper-exponentielle ;

La loi de Weibull est une loi qui est parfois utilisée dans le service de provisionnement, notamment pour créer des queues de distribution. Une queue de distribution permet d'allonger le développement au delà de ce que permet la méthode de Chain-Ladder, qui est limitée par la taille de son historique. Il semble ainsi naturel de commencer par cette loi.

C'est une fonction à 2 paramètres  $k$  et  $\lambda$ , définie par la fonction de distribution :

$$f(x; k, \lambda) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-(x/\lambda)^k} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Une autre loi, pouvant être utilisée pour les mêmes raisons, est la loi de Burr. C'est également une loi à 2 paramètres  $c$  et  $k$  définie par :

$$f(x; c, k) = \begin{cases} ck \frac{x^{c-1}}{(1+x^c)^{k+1}} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les deux lois suivantes sont sélectionnées avec l'objectif d'augmenter le nombre de paramètres de lois pouvant être utilisés pour l'optimisation.

D'abord, la loi Bêta Prime généralisée est choisie car c'est une loi à quatre paramètres. Deux paramètres proviennent de la loi Bêta Prime  $\alpha$  et  $\beta$  et deux nouveaux paramètres  $p$  et  $q$  sont ajoutés pour faire la généralisation. Cette loi est alors définie par la densité de probabilité :

$$f(x; \alpha, \beta, p, q) = \begin{cases} \frac{p \left(\frac{x}{q}\right)^{\alpha p - 1} \left(1 + \left(\frac{x}{q}\right)^p\right)^{-\alpha - \beta}}{q B(\alpha, \beta)} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $B$  est la fonction bêta.

Enfin la dernière loi testée est la loi hyper-exponentielle, cette loi mélange de multiples lois exponentielles et dépend de trois paramètres :

- $n \in \mathbb{N}$  le nombre de lois exponentielles indépendantes ;
- $\lambda \in ]0; \infty[^n$  le vecteur des paramètres,  $\lambda_i$ , associés aux lois exponentielles ;
- $p \in ]0; 1]^n$  le vecteur des pondérations,  $p_i$ , associées aux lois exponentielles, les  $p_i$  vérifient  $\sum_{i=1}^n p_i = 1$ .

Cette loi est ainsi définie par la fonction de densité suivante :

$$f(x; n, \lambda, p) = \begin{cases} \sum_{i=1}^n p_i \lambda_i e^{-\lambda_i x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Cette loi permet donc une optimisation sur chacun des  $p_i$ , chacun des  $\lambda_i$  et sur  $n$ . Cependant, pour des raisons de temps de calcul, l'optimisation de cette loi ne s'est faite que sur le vecteur  $\lambda$  en posant  $n = 20$  et  $p_i = 1/n \forall i$ .

## 4.2 Présentation des indicateurs spécifiques à la partie

Cette optimisation fournit différents résultats et de nombreux vecteurs de flux. Dans l'objectif de faciliter l'interprétation de ces résultats, cette partie définit différents indicateurs utilisés pour analyser ces résultats.

Dans un premier temps, la duration est présentée, puis le calcul du gain d'actualisation est expliqué. Enfin, une valeur de prudence utilisée est définie.

### 4.2.1 Duration

La duration est définie ici comme la durée de vie moyenne des réserves calculées. Elle est exprimée en années et se calcule à partir des flux financiers avec la formule suivante :

$$Duration = \sum_c \frac{(c - \frac{1}{2})flux_c}{reserve}$$

La duration donne de l'information sur le niveau de liquidité des provisions de l'assureur. Plus la duration est longue, plus le niveau de liquidité des provisions est bas.

Chaque vecteur de flux futurs est donc associé à une duration et, il est important de s'intéresser à l'impact du changement de cadence sur la duration.

### 4.2.2 Gain d'actualisation

Avant de discuter du gain d'actualisation, il faut introduire la notion d'actualisation des flux futurs.

En effet, les flux futurs peuvent être actualisés afin de représenter la valeur actuelle du flux. L'actualisation des flux est une partie centrale du travail d'une équipe de provisionnement. En effet, les normes IFRS 17 et Solvabilité 2 nécessitent de travailler avec des flux actualisés.

L'actualisation se fait en utilisant la courbe sans risque de l'European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA), elle permet l'obtention d'un vecteur de flux actualisé.

La somme de ce vecteur de flux actualisé constitue les réserves actualisées. Le gain d'actualisation est obtenu à partir des réserves et des réserves actualisées avec la formule suivante :

$$\text{Gain d'actualisation} = \frac{\text{Réserves} - \text{Réserves actualisées}}{\text{Réserves}}$$

ou de manière équivalente,

$$\text{Gain d'actualisation} = \frac{\text{Somme des flux} - \text{Somme des flux actualisés}}{\text{Somme des flux}}$$

Le gain d'actualisation pourra servir à quantifier l'impact du changement de cadence sur l'actualisation des flux.

### 4.2.3 Prudence

Si les flux prédits sont supposés parfaitement précis, alors la différence entre les réserves de l'assureur et la somme de ces flux peut être vue comme une marge de prudence pour l'assureur. Ainsi pour quantifier cette marge de prudence, l'indicateur suivant est défini :

$$\text{Prudence} = \text{Réserves actualisées} - \text{Somme des flux prédits actualisés}$$

Cet indicateur permet également de mettre en relief l'impact de la cadence sur la marge de prudence de l'assureur.

## 4.3 Interprétation des résultats

Pour l'interprétation des résultats :

- Les flux futurs sont issus de l'application d'une méthode Chain-Ladder à des règlements.
- Les réserves sont obtenues par différence entre les ultimes (issus d'une méthode de Chain-Ladder appliquée à un triangle de charges) et les règlements observés.

Dans un premier temps, de premières observations sur les différences de résultats entre les deux méthodes sont montrées. Dans un deuxième temps, les résultats de l'optimisation avec la contrainte sur un seul flux sont étudiés. Enfin, les résultats sont examinés, lorsque la contrainte est étendue à trois flux.

### 4.3.1 Premières observations

Les valeurs utilisées dans ce chapitre sont normalisées en base 100 en utilisant la valeur du premier flux prédit et la pertinence de la description. Les analyses ne sont pas affectées par cette modification.

	<b>Vision règlements</b>	<b>Vision charges</b>
Réserves	426	884
Réserves actualisées	378	777
Gain d'actualisation	11%	12%
Prudence	0	399
Duration	5	5
Flux 2024 prédit	100	183
Flux 2025 prédit	59	106
Flux 2026 prédit	47	93

FIGURE 4.1 – Tableau des résultats à partir de l’application des méthodes des chapitres 2 et 3

Ce tableau recense dans la première colonne, les résultats obtenus avec les flux futurs prédits par la méthode du chapitre 2. Dans la deuxième colonne, les résultats obtenus en appliquant la cadence de cette méthode aux réserves déterminées selon la technique exposée au du chapitre 3.

Dans un premier temps, il est important d’observer que les réserves estimées sont quasiment deux fois plus importantes que celles déduites des flux futurs prédits. Les flux prédits par les deux méthodes diffèrent donc largement.

Il est cependant important de remarquer que les gains d’actualisation et les durations sont similaires. Il n’y a pas égalité, puisque l’ajustement de la cadence aux réserves estimées crée une cadence légèrement différente, notamment à cause de la mise à l’échelle pour chacune des survenances.

Ces différences dans la cadence peuvent ainsi être constatées, dans le graphique ci-dessous. Il représente les flux futurs prédits et les flux futurs adaptés au niveau des réserves :

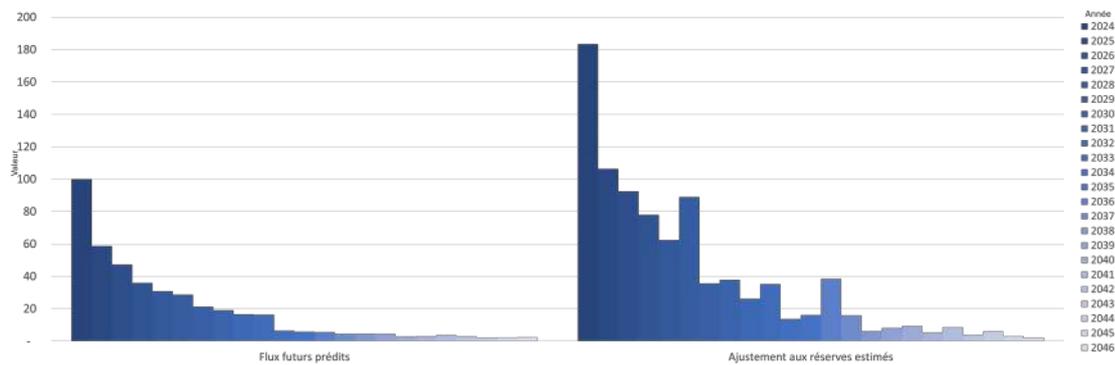


FIGURE 4.2 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps et leur adaptation au niveau des réserves

### 4.3.2 Résultats pour un flux contraint

#### 4.3.2.1 Résultats pour la loi de Weibull

L'optimisation sous contrainte est appliquée pour les taux d'effort cibles de 0 à 1 avec un incrément de 0,1. Ainsi, en utilisant la loi de Weibull, les graphiques ci-dessous peuvent être construits :

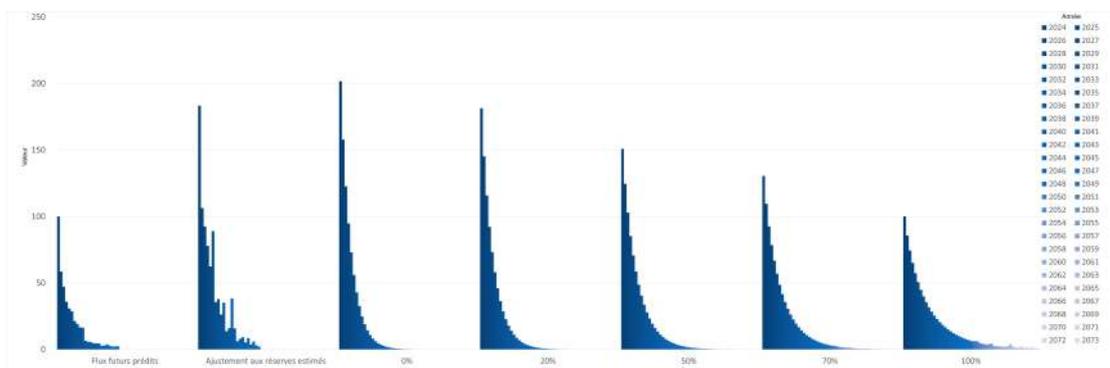


FIGURE 4.3 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps avec un ajustement sur une loi de Weibull en fonction du taux d'effort sur un an

Ce graphique permet d'observer l'impact du taux d'effort cible sur la répartition des flux futurs. Lorsque le taux d'effort est à 0, la répartition des flux futurs tend vers celle des flux futurs prédits. À noter cependant que leurs montants sont significativement plus importants.

Plus le taux d'effort augmente, plus le premier flux futur optimisé se rapproche du premier flux futur prédit.

Graphiquement, il est également possible de noter que la distribution des flux futurs optimisés semble s'aplatir avec la croissance du taux d'effort. Leur cadence s'éloigne ainsi de la cadence qui a servi de point de départ à l'optimisation.

Ces remarques sont confirmées par l'observation des indicateurs associés à ce graphique :

	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	426	884	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	802	792	773	755	713
Gain d'actualisation	11%	12%	9%	10%	13%	15%	19%
Prudence	0	399	424	414	395	376	334
Duration	5	5	4	4	5	7	9
Flux 2024 prédit	100	183	202	181	151	131	100
Flux 2025 prédit	59	106	158	145	125	110	86
Flux 2026 prédit	47	93	123	116	103	93	74

FIGURE 4.4 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur un an avec l'ajustement d'une loi Weibull

Dans un premier temps, les réserves confirment le fonctionnement de la méthode d'optimisation dans le sens où, les réserves, après l'optimisation, sont égales aux réserves de la vision charges.

Dans un second temps, les observations graphiques sont confirmées par la convergence vers 100 du flux prédit quand le taux d'effort tend vers 100%.

Par ailleurs, l'aplatissement de la cadence, au fur et à mesure que le taux d'effort cible augmente, est également corroboré par l'allongement de la duration.

La marge de prudence diminue également avec l'augmentation de l'effort cible, avec une perte de 16% lorsque le taux d'effort est à 1. Incidemment, le gain d'actualisation augmente de 7 points.

### 4.3.2.2 Résultats pour les différentes lois

Pour mettre en relief les résultats obtenus avec l'application de la loi de Weibull, les résultats associés aux autres lois sont maintenant présentés.

#### Burr

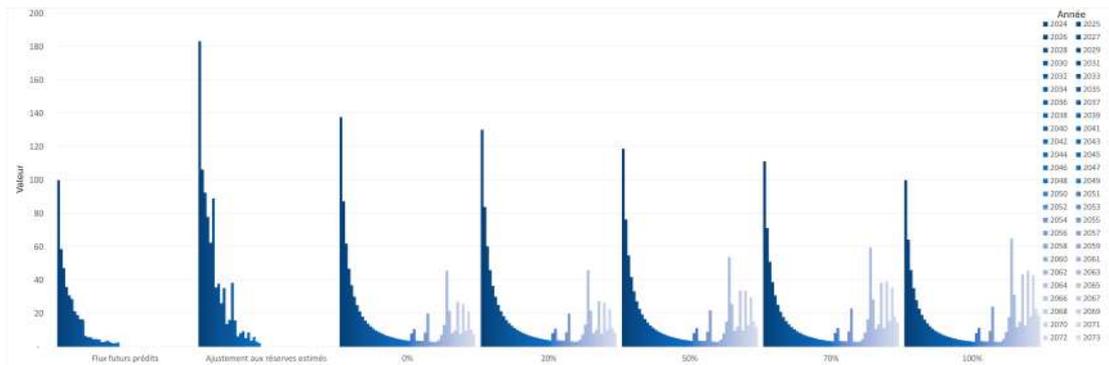


FIGURE 4.5 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps avec un ajustement sur une loi de Burr en fonction du taux d'effort sur un an

	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	426	884	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	627	621	593	572	546
Gain d'actualisation	11%	12%	29%	30%	33%	35%	38%
Prudence	0	399	249	243	214	194	168
Duration	5	5	17	17	19	21	23
Flux 2024 prédit	100	183	138	130	119	111	100
Flux 2025 prédit	59	106	87	84	76	71	64
Flux 2026 prédit	47	93	62	60	55	51	46

FIGURE 4.6 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur un an avec l'ajustement d'une loi Burr

La loi de Burr semble pouvoir ajuster les premiers flux plus facilement que la loi de Weibull.

Cependant l'ajustement de cette loi pose un problème au niveau de la duration. En effet, même au taux d'effort 0%, la duration est de 17 et la duration grimpe jusqu'à 23 lorsque le taux d'effort est à 1. Ceci équivaut à quasiment 5 fois celle estimée par la vision des règlements. Par ailleurs, en reprenant le sens de la duration, cela voudrait dire qu'un sinistre met en moyenne 23 ans à être clos, ce qui est trop long pour de l'assurance IARD.

Ce problème de duration est également visible dans le graphique. En effet, après 50 années calendaires, les différentes survénances sont clôturées. Par conséquent, tous les flux restants sont rajoutés lors de cette clôture. Ainsi, cette modélisation impliquerait que 50 ans après la survénance, il y ait des règlements équivalents à 60.

Enfin, ce problème de développement trop long affecte aussi le gain d'actualisation. Ce dernier triple, et donc, dans le même temps, la marge de prudence baisse de 58%.

Ainsi, la loi de Burr ne semble pas particulièrement adaptée à l'optimisation des cadences dans le cadre du périmètre observé.

### Bêta Prime généralisée

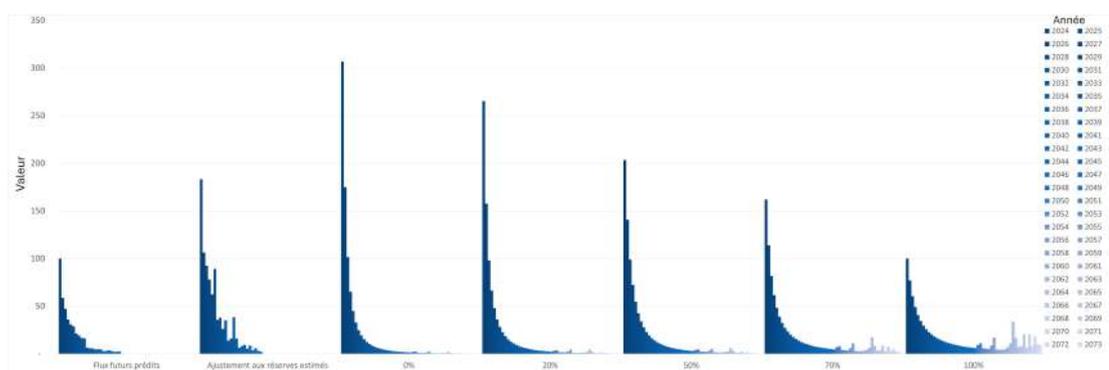


FIGURE 4.7 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps avec un ajustement sur une loi Bêta Prime généralisée en fonction du taux d'effort sur un an

	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	426	884	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	803	783	763	710	627
Gain d'actualisation	11%	12%	9%	11%	14%	20%	29%
Prudence	0	399	425	405	385	332	249
Duration	5	5	4	5	6	10	16
Flux 2024 prédit	100	183	307	265	203	162	100
Flux 2025 prédit	59	106	175	158	141	114	77
Flux 2026 prédit	47	93	102	98	99	82	61

FIGURE 4.8 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur un an avec l'ajustement d'une loi Bêta Prime généralisée

La loi bêta prime généralisée, à l'instar de la loi Weibull, semble bien performer sous le prisme des indicateurs présentés.

Cependant, lorsque le taux d'effort augmente, ses performances se dégradent rapidement.

Cette tendance est due au comportement de l'optimisation sans taux d'effort. En effet, la valeur du premier flux optimisé sans taux d'effort est de 307. Pour comparer, cette valeur pour la loi de Weibull est de 202. La contrainte du taux d'effort est donc beaucoup plus importante lorsque la loi Bêta Prime généralisée est utilisée.

### Hyper-exponentielle

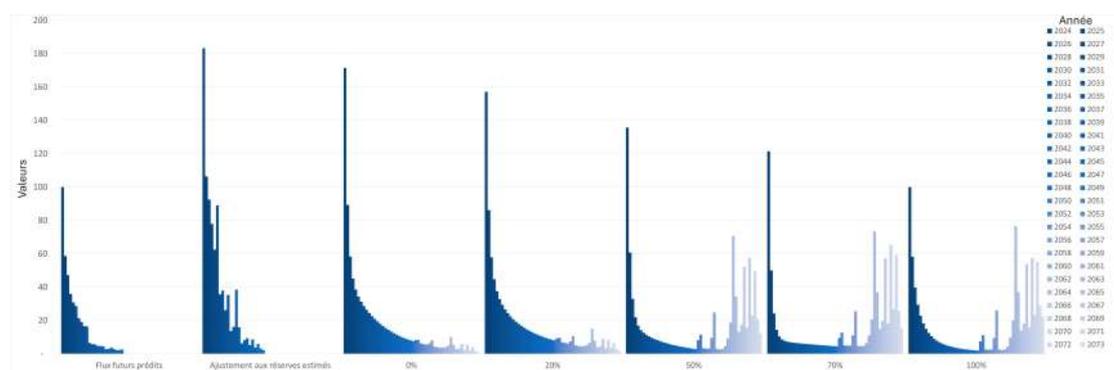


FIGURE 4.9 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps avec un ajustement sur une loi hyper-exponentielle en fonction du taux d'effort sur un an

	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	426	884	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	698	679	530	491	512
Gain d'actualisation	11%	12%	21%	23%	40%	44%	42%
Prudence	0	399	319	301	152	113	134
Duration	5	5	11	12	25	28	26
Flux 2024 prédit	100	183	171	157	136	121	100
Flux 2025 prédit	59	106	89	86	61	50	58
Flux 2026 prédit	47	93	58	58	33	24	40

FIGURE 4.10 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur un an avec l'ajustement d'une loi Hyper-exponentielle

Graphiquement, cette loi semble faire un compromis entre les lois de Weibull et de Burr pour les taux d'effort faibles. Cependant, elle présente les mêmes problèmes que la loi de Burr pour les taux d'effort plus élevés.

Le tableau des indicateurs confirme ces observations à travers la duration qui varie plus fortement avec les changements du taux d'effort. Des observations similaires peuvent être apportées pour le gain d'actualisation et la prudence.

Dans le cadre de cette optimisation avec la contrainte sur le premier flux, la loi de Weibull semble être la loi qui renvoie les meilleurs résultats parmi les lois testées.

L'ensemble des lois testées n'est cependant pas exhaustif et d'autres lois pourraient se révéler plus pertinentes. Par ailleurs, ces résultats peuvent également être influencés par le groupe de risques homogènes utilisé. Donc la loi de Weibull ne peut être considérée comme plus performante qu'au sein du cadre de ce chapitre.

Si la loi utilisée est déterminée comme étant la loi de Weibull, alors il est important de remarquer l'une de ses principales limites. L'optimisation, avec la loi de Weibull, ne prédit pas très bien les flux de 2025 et 2026. Ainsi, il est possible de se questionner sur la méthode la plus performante, lorsque la contrainte concerne plus d'un flux.

### 4.3.3 Résultats pour trois flux contraints

#### Adaptation du taux d'effort

Une nouvelle optimisation est testée en appliquant le taux d'effort aux flux 2024, 2025 et 2026. Le taux d'effort est défini comme :

$$\text{taux d'effort} = \frac{\sum_{i=1}^3 \text{flux non contraint}_i - \sum_{i=1}^3 \text{flux opt}_i}{\sum_{i=1}^3 \text{flux non contraint}_i - \sum_{i=1}^3 \text{flux predict}_i}$$

Le reste de l'optimisation n'a pas de changement dans son fonctionnement.

Il peut être remarqué, que pour sa construction, ce taux d'effort autorise la compensation sur les trois flux optimisés. Ainsi, même avec un taux d'effort à 100%, le premier flux peut être légèrement différent du flux prédit, tant que les autres flux compensent cette différence.

Comme pour l'optimisation avec la contrainte sur un seul flux, une optimisation est calculée pour chaque combinaison entre les quatre lois et les onze taux d'effort ciblés.

Les résultats de ces optimisations sont, ensuite, mis sous forme de graphes et de tableaux et analysés pour chacune des lois.

#### Weibull

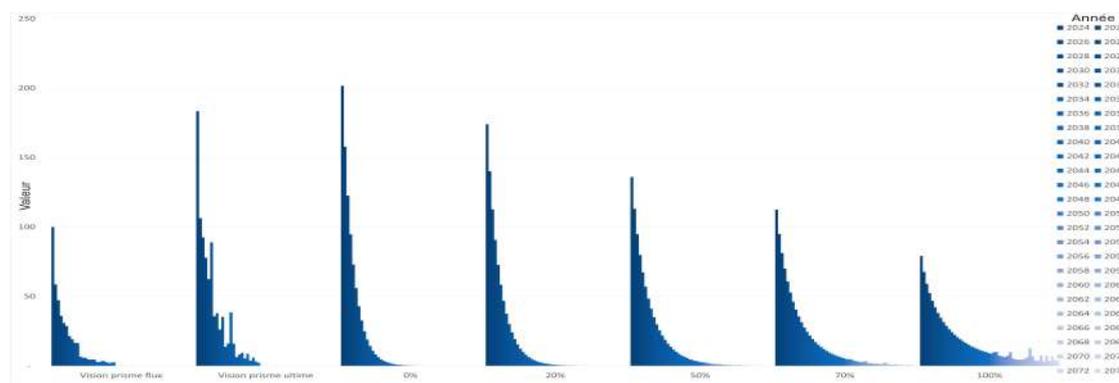


FIGURE 4.11 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps avec un ajustement sur une loi de Weibull en fonction du taux d'effort sur trois ans

	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	426	884	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	802	788	759	729	661
Gain d'actualisation	11%	12%	9%	11%	14%	17%	25%
Prudence	0	399	424	410	381	351	283
Duration	5	5	4	5	6	8	13
Flux 2024 prédit	100	183	202	174	136	113	79
Flux 2025 prédit	59	106	158	140	113	95	68
Flux 2026 prédit	47	93	123	113	95	81	59

FIGURE 4.12 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur trois ans avec l'ajustement d'une loi de Weibull

Dans un premier temps, il est important de remarquer que l'impact de l'application de la contrainte pour trois plutôt qu'un flux est plus marqué.

Ainsi, dans le cas de la loi de Weibull, les indicateurs se dégradent nettement plus vite lorsque le taux d'effort cible augmente.

Par exemple, la duration est de 13 pour le taux d'effort cible 100%, c'est une dégradation de 50% de l'indicateur comparée à sa valeur lorsque la contrainte n'était que sur le premier flux.

Dans un second temps, il peut être intéressant de noter que l'optimisation avec le taux d'effort à 1 a résulté en la compensation de l'erreur entre les flux des trois années.

## Burr

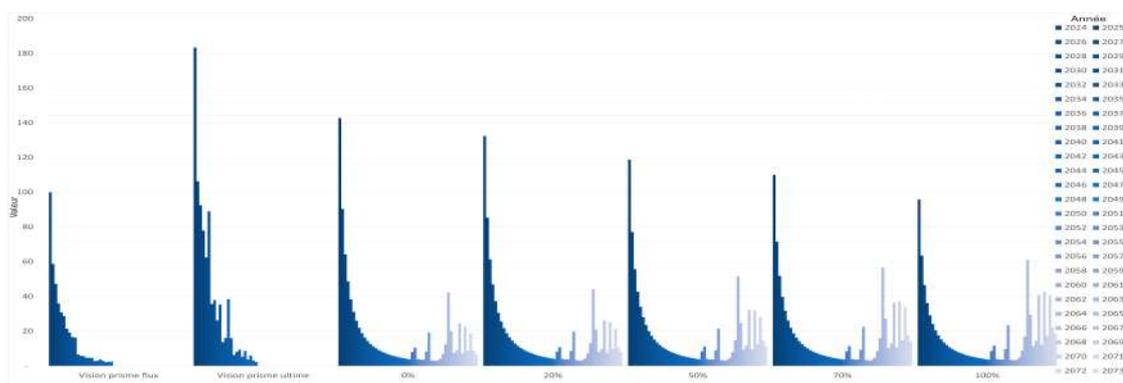


FIGURE 4.13 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps avec un ajustement sur une loi de Burr en fonction du taux d'effort sur trois ans

	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	426	884	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	639	626	598	578	552
Gain d'actualisation	11%	12%	28%	29%	32%	35%	38%
Prudence	0	399	261	248	220	199	174
Duration	5	5	16	17	19	21	23
Flux 2024 prédit	100	183	143	132	119	110	96
Flux 2025 prédit	59	106	90	85	77	72	64
Flux 2026 prédit	47	93	64	61	56	52	47

FIGURE 4.14 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur trois ans avec l'ajustement d'une loi de Burr

L'ajustement de la loi de Burr n'est pas très affecté par ce changement de contraintes. En effet, ses trois premiers flux optimisés sous la loi avec un taux d'effort à 100% étaient déjà équivalents aux flux prédits.

### Bêta Prime généralisée

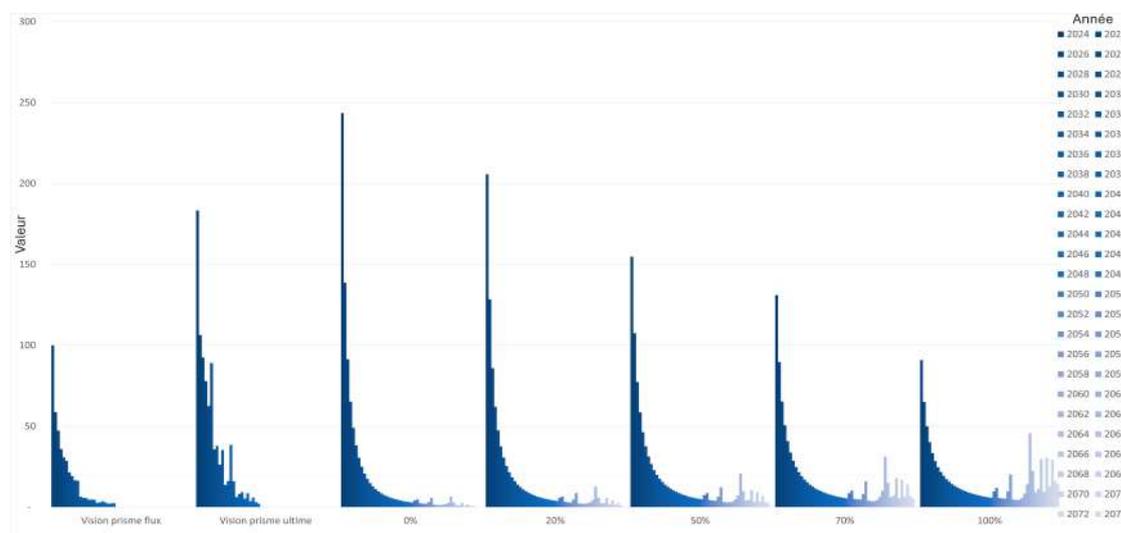


FIGURE 4.15 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps avec un ajustement sur une loi Bêta Prime généralisée en fonction du taux d'effort sur trois ans

	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	426	884	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	767	738	696	652	583
Gain d'actualisation	11%	12%	13%	16%	21%	26%	34%
Prudence	0	399	388	360	318	274	205
Duration	5	5	6	8	11	15	20
Flux 2024 prédit	100	183	244	206	155	131	91
Flux 2025 prédit	59	106	139	128	108	90	65
Flux 2026 prédit	47	93	91	86	77	65	50

FIGURE 4.16 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur trois ans avec l'ajustement d'une loi Bêta Prime généralisée

Comme pour la loi de Weibull, l'ajustement en ajoutant des contraintes dégrade les indicateurs des flux optimisés. Cependant cette dégradation est moindre car la loi semble être en mesure de converger plus vite. Ainsi, elle serait davantage en capacité de s'adapter aux valeurs.

### Hyper-exponentielle

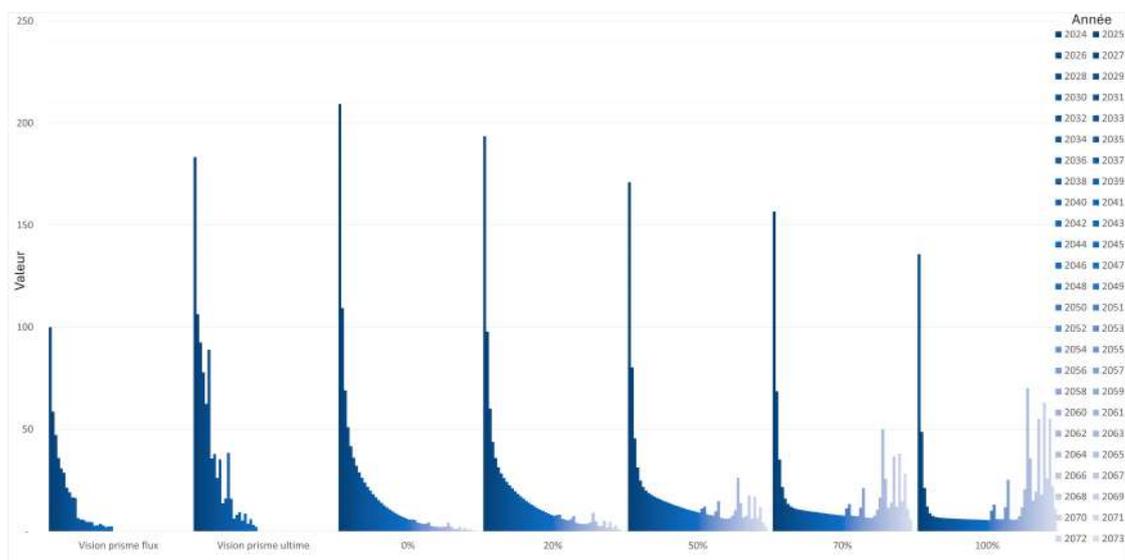


FIGURE 4.17 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps avec un ajustement sur une loi hyper-exponentielle en fonction du taux d'effort sur trois ans

	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	426	884	884	884	884	884	884
Réserves actualisées	378	777	737	707	639	571	498
Gain d'actualisation	11%	12%	17%	20%	28%	35%	44%
Prudence	0	399	359	329	261	193	120
Duration	5	5	8	10	15	21	27
Flux 2024 prédit	100	183	209	194	171	157	136
Flux 2025 prédit	59	106	109	98	80	69	49
Flux 2026 prédit	47	93	69	60	46	35	21

FIGURE 4.18 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur trois ans avec l'ajustement d'une loi hyper-exponentielle

Enfin, l'ajustement de la loi hyper-exponentielle n'a pas trop souffert de l'ajout de contraintes. Il est cependant important de noter que les indicateurs ne sont pas à un aussi bon niveau, que ceux des autres lois ajustées.

Par ailleurs, les valeurs des trois flux optimisés sous le taux d'effort de 100% sont assez éloignées des valeurs des flux prédits. Cela témoigne des limites de la construction de ce taux d'effort.

### Conclusions générales

Ainsi, ces optimisations sous les deux possibilités de contraintes montrent que, si l'objectif est de favoriser la conservation de la durée et de la marge de prudence, alors la loi qui sert le mieux ce dessein est la loi de Weibull.

Cependant, lors de la mise sous la contrainte à trois flux, il a pu être remarqué que l'ajustement de la loi de Weibull profite de l'effet de compensation qui est accepté.

En regardant les flux optimisés avec d'autres lois, la loi Bêta Prime généralisée se distingue en minimisant les écarts pour chaque flux. De plus, le niveau des indicateurs associés à cette loi est plutôt favorable.

Donc, la loi Bêta Prime généralisée peut être une option valable dans ce cas précis. Pour approfondir, l'optimisation pourrait se faire en appliquant une pénalisation par flux.



## Chapitre 5

# Application et résultats sur une branche

Ce chapitre a pour objectif d'appliquer la méthode présentée au cours de ce mémoire pour un périmètre et de faire une analyse des résultats obtenus.

Dans un premier temps, les résultats de l'application des chapitres deux et trois sont présentés et explicités. Dans un second temps, ils sont conciliés à l'aide de l'approche de la troisième partie qui est elle-même analysée. Enfin, les résultats de cette application sont analysés et leurs limites mises en avant.

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Sélection de combinaisons d'hypothèses</b>	<b>92</b>
5.1.1	Minimisation des écarts à l'expérience	92
5.1.2	Minimisation de la prédiction de l'ultime	93
5.1.3	Résultats des sélections	94
<b>5.2</b>	<b>Application de la conciliation</b>	<b>95</b>
5.2.1	Mise en place de l'approche de conciliation	96
5.2.2	Choix et analyse de la méthode	97
<b>5.3</b>	<b>Analyses des résultats de la méthode proposée</b>	<b>98</b>

---

## 5.1 Sélection de combinaisons d'hypothèses

Cette partie illustre la sélection des hypothèses sous les différents prismes explicités dans les chapitres précédents. D'abord la sélection des hypothèses en suivant la méthode du chapitre 2 est présentée, ensuite les hypothèses favorisant la prédiction de l'ultime sont introduites.

### 5.1.1 Minimisation des écarts à l'expérience

Dans le chapitre 2, la figure suivante a été obtenue :

	12	24	36	48	60	72	84	96	108
<b>Exclusion des extrêmes</b>	FAUX	VRAI	VRAI	VRAI	VRAI	FAUX	VRAI	FAUX	VRAI
<b>Profondeur</b>	24	4	3	8	10	3	4	6	10
<b>Stabilité</b>	max	max	max	max	max	max	max	max	max
<b>Optimisée</b>	793	444	431	121	132	72	63	42	143
<b>Prédiction</b>	- 53	- 90	- 108	- 1	- 8	- 3	- 7	- 3	- 1
<b>Variabilité</b>	476	205	179	80	80	45	35	25	94
<b>Prudence</b>	- 264	- 148	- 144	- 40	- 44	- 24	- 21	- 14	- 48

FIGURE 5.1 – Tableau des résultats des meilleures combinaisons d'hypothèses sous le prisme de la réduction des écarts à l'expérience pour chaque développement (en mois)

Cette figure rend compte de la combinaison d'hypothèses à privilégier pour chacun des développements de ce périmètre. D'abord, il est à remarquer que les combinaisons d'hypothèses varient de développement en développement. Il faudra ainsi associer, à chaque développement, son coefficient de passage issu de l'application de la méthode de Chain-Ladder, avec la combinaison d'hypothèses issue de la méthode.

Ensuite, il est important de s'intéresser à la tendance décroissante de l'indicateur optimisé. En effet, cette décroissance est due au fait que la prédiction est plus précise lorsque les développements augmentent. Ceci est en accord avec la notion que les sinistres évoluent principalement pendant les premiers développements et fluctuent moins lorsque leurs développements sont plus avancés. En particulier l'indicateur de prédiction tend très rapidement vers 0, sa valeur cible. Cependant, du mouvement reste possible, comme le montrent les deux autres indicateurs. Ceci peut expliquer pourquoi l'hypothèse de stabilité n'est pas appliquée.

### 5.1.2 Minimisation de la prédiction de l'ultime

Dans le chapitre 3, différentes méthodes de sélection de combinaisons d'hypothèses sont introduites. Ici, celle décrite dans la partie 3.3.2.1, qui favorise la précision et la vitesse de convergence, est choisie.

L'application de cette méthode au même périmètre que dans la section précédente, résulte dans la sélection de combinaisons d'hypothèses, contenues dans le tableau ci-dessous :

Développement	Ultimes	Profondeur	Stabilité	Exclusion des extrémums
12	CL Charges	4	15	VRAI
24	CL Charges	12	5	VRAI
36	CL Règlements	4	15	FAUX
48	CL Règlements	4	15	FAUX
60	CL Règlements	5	15	VRAI
72	CL Charges	9	999	FAUX
84	CL Charges	10	10	VRAI
96	CL Règlements	4	15	FAUX
108	CL Charges	9	10	VRAI

FIGURE 5.2 – Tableau des résultats des meilleures combinaisons d'hypothèses sous le prisme de la prédiction de l'ultime pour chaque développement (en mois)

Dans un premier temps, à l'instar de la section précédente, il est possible d'observer que les combinaisons d'hypothèses sélectionnées varient en fonction du développement. Ainsi, il faudra également appliquer des modèles de Chain-Ladder avec des combinaisons d'hypothèses qui varieront avec l'ancienneté.

Ensuite il est à observer que des Chain Ladder de charges sont sélectionnés et que les combinaisons d'hypothèses diffèrent des combinaisons présentes dans le tableau 5.1.

Il est d'ailleurs notable que les méthodes varient beaucoup au cours du développement. Cela montre une des limites de la méthode telle qu'elle est appliquée dans cet exemple. En effet, ces deux tableaux témoignent d'une certaine instabilité dans l'utilisation des hypothèses. Ceci peut être en lien avec le manque d'informations et de justifications exogènes au modèle qui peuvent expliquer l'utilisation ou l'exclusion de certaines hypothèses. Par exemple, une évolution récente du portefeuille pourrait causer des changements d'hypothèses au cours du développement. Cette limite peut cependant être facilement anticipée en effectuant en amont une présélection sur les combinaisons d'hypothèses qui doivent être testées et sur les survenances qui sont concernées.

### 5.1.3 Résultats des sélections

Pour observer les résultats de ces différentes méthodes, il faut calculer les flux futurs issus de l'application de la méthode de Chain-Ladder avec les combinaisons d'hypothèses de la partie 5.1.1 et les réserves obtenues par l'utilisation des combinaisons d'hypothèses de la partie 5.1.2.

Pour obtenir les flux futurs, il faut d'abord retrouver les facteurs de passage associés à chaque développement. Ensuite, le triangle peut être complété avec ces nouveaux facteurs de passage. Enfin, les flux futurs peuvent être déduits du triangle complété. Ainsi, le tableau suivant des flux futurs est obtenu :

<b>Année calendaire</b>	<b>Flux Prédits (Valeurs indicatives)</b>
2024	725
2025	715
2026	463
2027	151
2028	57
2029	47
2030	54
2031	38
2032	14
2033	5
<b>Total</b>	<b>2269</b>

FIGURE 5.3 – Tableau des flux futurs prédits

Pour obtenir le niveau des réserves, chaque développement a d'abord été associé à une survenance. Cette association peut se faire en prenant les couples survenance/développement composant la dernière diagonale du triangle. Ensuite, il faut aller chercher, pour chaque survenance, l'ultime projeté en 2023 par la méthode de Chain-Ladder, en utilisant la combinaison d'hypothèses sélectionnée pour le développement associé. Enfin, par différence avec les règlements observés, le niveau des réserves peut être déterminé. Ainsi, le niveau des réserves par survenance est retranscrit dans le tableau suivant :

Développement	Survenance	Réserves (Valeurs indicatives)
12	2023	2370
24	2022	1267
36	2021	436
48	2020	222
60	2019	110
72	2018	92
84	2017	7
96	2016	56
108	2015	55
120	2014	32
132	2013	47
144	2012	23
156	2011	-38
168	2010	3
180	2009	30
<b>Total</b>		<b>4711</b>

FIGURE 5.4 – Tableau des réserves par année de survenance

Ainsi, le niveau des réserves entre les deux méthodes diffère. Par ailleurs, en appliquant la cadence déduite des facteurs de passage de la première méthode au montant des réserves associé à la deuxième méthode, la valeur (indicative) du flux attendu en 2024 est de 1021, ce qui est bien plus élevé que le flux prédit. C'est pourquoi, une méthode de conciliation est mise en place pour associer les différents résultats.

## 5.2 Application de la conciliation

Cette partie consiste en l'application de la méthode de conciliation présentée dans le chapitre 4 sur les résultats obtenus dans la partie précédente.

La méthode de conciliation est d'abord appliquée puis, un choix de projection de flux futur est justifié et analysé.

### 5.2.1 Mise en place de l'approche de conciliation

L'application de la méthode de conciliation permet d'obtenir différents tableaux de résultats présentés ci-dessous sous le même format que ceux de la section 4.3.2 :

#### Loi de Weibull

Loi de Weibull	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	2269	4711	4711	4711	4711	4711	4711
Réserves actualisées	2146	4414	4532	4499	4421	4327	3958
Gain d'actualisation	5%	6%	4%	5%	6%	8%	16%
Écart	0	2268	2385	2353	2275	2181	1812
Duration	2	2	1	2	2	3	7
Flux 2024 prédit	725	1021	2492	2139	1609	1255	725
Flux 2025 prédit	715	1155	1265	1248	1099	924	571
Flux 2026 prédit	463	1559	574	673	728	679	465

FIGURE 5.5 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur un an avec l'ajustement d'une loi de Weibull

#### Loi de Burr

Loi de Burr	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	2269	4711	4711	4711	4711	4711	4711
Réserves actualisées	2146	4414	3615	3259	2814	2499	2047
Gain d'actualisation	5%	6%	23%	31%	40%	47%	57%
Écart	0	2268	1469	1113	668	353	-99
Duration	2	2	15	20	27	32	38
Flux 2024 prédit	725	1021	2232	1930	1478	1177	725
Flux 2025 prédit	715	1155	585	474	359	271	151
Flux 2026 prédit	463	1559	222	171	128	94	49

FIGURE 5.6 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur un an avec l'ajustement d'une loi de Burr

### Loi Bêta Prime généralisée

Loi Bêta Prime Généralisée	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	2269	4711	4711	4711	4711	4711	4711
Réserves actualisées	2146	4414	4524	4438	4405	3930	3210
Gain d'actualisation	5%	6%	4%	6%	6%	17%	32%
Écart	0	2268	2378	2292	2259	1783	1064
Duration	2	2	1	2	3	9	19
Flux 2024 prédit	725	1021	3206	2703	1962	1466	725
Flux 2025 prédit	715	1155	715	792	1035	687	443
Flux 2026 prédit	463	1559	293	370	569	411	307

FIGURE 5.7 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur un an avec l'ajustement d'une loi Bêta Prime généralisée

### Loi Hyper-exponentielle

Loi Hyper-exponentielle	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible				
			0%	20%	50%	70%	100%
Réserves	2269	4711	4711	4711	4711	4711	4711
Réserves actualisées	2146	4414	4260	4006	4062	3392	2605
Gain d'actualisation	5%	6%	10%	15%	14%	28%	45%
Écart	0	2268	2114	1860	1916	1246	458
Duration	2	2	4	8	7	17	29
Flux 2024 prédit	725	1021	2133	1851	1429	1146	783
Flux 2025 prédit	715	1155	888	835	741	549	327
Flux 2026 prédit	463	1559	410	425	463	328	179

FIGURE 5.8 – Tableau des résultats issus de l'application du taux d'effort sur un an avec l'ajustement d'une loi hyper-exponentielle

#### 5.2.2 Choix et analyse de la méthode

En comparant ces différents tableaux, la loi de Weibull semble être la loi qui s'ajuste le mieux lorsque le taux d'effort augmente. En effet, lorsque le taux d'effort est à 100%, la durée associée à l'optimisation sur les autres lois explose, notamment dans le cas de la loi de Burr où la durée atteint 38.

L'analyse se porte donc plus finement sur la loi de Weibull et, en particulier, sur les résultats associés à l'application des taux d'effort entre 70% et 100%. Ainsi, le tableau ci-dessous est analysé :

Loi de Weibull	Vision règlements	Vision charges	Taux d'effort cible			
			70%	80%	90%	100%
Réserves	2269	4711	4711	4711	4711	4711
Réserves actualisées	2146	4414	4327	4252	4139	3958
Gain d'actualisation	5%	6%	8%	10%	12%	16%
Écart	0	2268	2181	2106	1993	1812
Duration	2	2	3	4	5	7
Flux 2024 prédit	725	1021	1255	1079	902	725
Flux 2025 prédit	715	1155	924	817	699	571
Flux 2026 prédit	463	1559	679	626	554	465

FIGURE 5.9 – Tableau des résultats issus de l'application des taux d'effort sur un an entre 70 et 100 % avec l'ajustement d'une loi de Weibull

Ce tableau précise le passage de 70% à 100% de la figure 5.2.1. Il propose une analyse plus fine et permet d'aider à la prise de décision. En utilisant le critère de précision du prochain flux, le choix se porterait nécessairement sur le taux d'effort à 100%. Cependant, ce choix impliquerait une durée trois fois supérieure à l'estimation obtenue en utilisant les données sur les règlements des sinistres. C'est pourquoi, les taux d'efforts de 80% ou 90% semblent être un bon compromis entre la prédiction du prochain flux et la cohérence de la durée sur le périmètre. Le taux d'effort de 90% peut être privilégié car il semble bien prédire les prochains flux, sans pour autant trop sacrifier la cohérence de la durée.

Ainsi, en appliquant la méthode proposée à l'exemple d'un périmètre, il est possible de retrouver, d'une part une estimation des réserves, et d'autre part une estimation du prochain flux. La méthode de conciliation proposée permet donc d'obtenir une cadence de liquidation qui permet de concilier ces résultats.

### 5.3 Analyses des résultats de la méthode proposée

Ces différentes méthodologies proposent ainsi une approche différente de l'utilisation du modèle de Chain-Ladder, dont les forces et limites sont discutées ici.

Par exemple, dans le cas de la prédiction de l'ultime, l'application de la méthode de sélection des hypothèses par développement permet d'améliorer significativement les performances du modèle par rapport à un modèle de Chain-Ladder standard sous le regard des indicateurs construits. Sous le prisme de l'indicateur de seuil, le seuil optimum déterminé est de 24 mois, ce qui implique que la survenance 2022 a déjà atteint le développement seuil. En revanche, le seuil de la méthode témoin est de 44 mois. De même pour l'indicateur de prédiction à 12 mois, l'erreur est de 6% pour la méthode standard alors qu'elle est de seulement 0.01 % pour la bonne combinaison d'hypothèses.

Cependant, la sélection des hypothèses s'est faite avec ces indicateurs et il est donc obligatoire, par construction, que la méthode performe mieux sous leur prisme. Par ailleurs, la construction des indicateurs présente différentes limites qui peuvent biaiser les résultats de performance attendus. En effet, lors de la construction des indicateurs, les survenances où il existe des sinistres qui restent ouverts longtemps et qui sont ainsi difficiles à liquider sont exclues par le critère sur le ratio de reste à payer. Ainsi, faire des prédictions plus performantes sur un certain profil de survenances peut créer un biais de la méthode.

Par ailleurs, la méthode proposée ne prend pas en compte les changements dans le portefeuille ou dans la gestion des sinistres. Ainsi, au cours de la construction des indicateurs ou dans l'application de la méthode de Chain-Ladder à des visions plus anciennes, des informations qui ne sont plus ancrées dans la réalité peuvent être utilisées, ce qui peut venir fausser le modèle proposé. Cette observation est également vraie dans le cadre de la création du modèle de prédiction du prochain flux, construit d'une manière similaire.

Dans le même temps, dans le cadre de la conciliation, la généralisation de la prédiction du prochain flux à la prédiction de tous les flux futurs souffre également de ce problème. Cela est montré par l'écart important entre l'estimation des réserves et la somme des flux futurs dont les valeurs diffèrent largement.

Enfin, la conciliation présente également des limites. Dans l'application, pour l'ensemble des lois testées, l'ajustement sans taux d'effort n'est pas précis. Cet effet se remarque à travers des durations trop importantes ou un premier flux trop élevé. Cela indiquerait que la projection des flux futurs ne semble pas suivre les allures de ces différentes lois. Cet effet peut être observé dans les graphiques ci-dessous :

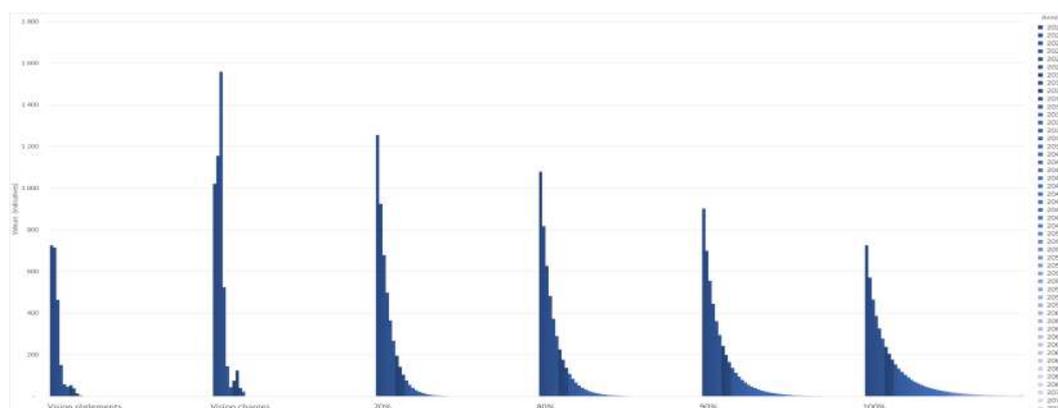


FIGURE 5.10 – Graphiques représentant la répartition des flux futurs dans le temps avec un ajustement sur une loi de Weibull en fonction des taux d'effort sur un an entre 70 et 100 %

Les lois testées ne semblent ainsi pas s'adapter à l'écoulement des réserves pour cette branche. Il conviendrait donc de tester des lois différentes, notamment des lois à queues légères, car la branche observée écoule rapidement les réserves et a, incidemment, une duration plutôt faible.

# Conclusion

En conclusion, ce mémoire propose une méthode différente pour l'estimation des flux futurs en reposant sur un approfondissement de la méthode de Chain-Ladder via une approche de backtesting dans l'objectif de contribuer modestement à la sécurisation du bilan financier et la projection budgétaire de l'assurance.

Ainsi, nos travaux montrent qu'une application d'une méthode de Chain-Ladder dépendant du vieillissement de la survenance pourrait être privilégiée pour la prédiction du prochain flux futur. Par ailleurs, sous le prisme de la prédiction d'ultimes, l'approche présentée se démarque en proposant des méthodes différentes. Ces travaux permettent d'obtenir, d'une part, des flux futurs et d'autre part, des réserves tout en montrant qu'une conciliation naïve de ces résultats ne fonctionne pas. Enfin, le dernier chapitre montre également que, pour concilier ces résultats, il faut tenir compte d'autres facteurs tels que la duration et donc, que cette conciliation peut parfois nécessiter des compromis, comme par exemple, la valeur du prochain flux.

Néanmoins, les méthodes proposées souffrent de différentes faiblesses et limites :

- Les méthodes proposées reposent sur des combinaisons d'applications du modèle de Chain-Ladder en faisant varier les hypothèses. Ainsi, ces méthodes sont plus complexes et plus difficilement explicables que l'application simple du modèle de Chain-Ladder.
- La méthode de Chain-Ladder est utilisée sans aucune validation de ses hypothèses. Par exemple, les hypothèses de Chain-Ladder ne s'accordent pas avec une tendance inflationniste. De plus, d'autres modèles n'ont pas été testés afin de mettre en relief les différents résultats obtenus.
- L'utilisation du ratio de reste à payer comme critère d'exclusion favorise les méthodes qui font de bonnes prédictions quand les sinistres associés à une survenance sont liquidés rapidement.

- Le temps de calcul nécessaire pour le test des différentes hypothèses avec l'application des différents backtests est bien plus long que pour une application simple du modèle de Chain-Ladder. Ceci peut poser problème lors de son application dans des périodes où le temps est limité à l'instar des périodes de clôtures en provisionnement.
- Aucune recherche d'indicateurs permettant d'évaluer et de valider la duration n'a été faite. Les résultats du dernier chapitre sont donc difficilement évaluables sous le prisme de la conservation de la duration.
- La liste des lois utilisées pour l'optimisation des cadences n'est pas exhaustive.

Ainsi, différents axes de ce mémoire peuvent être développés afin d'avoir une vision plus fine des réserves ou, une confiance plus forte dans les flux proposés, et donc améliorer la conclusion de ces travaux.

Dans un premier temps, il serait intéressant de tester les hypothèses de Chain-Ladder sur les données et, par exemple, d'appliquer un traitement de l'inflation sur les triangles, afin d'aider à la validation de l'utilisation du modèle de Chain-Ladder.

Pour s'intéresser à l'application du modèle de Chain-Ladder, il pourrait d'ailleurs être également intéressant de tester différents modèles couramment utilisés en provisionnement IARD tels que le Loss ratio ou Bornhuetter-Fergusson.[IA, 2023]

Dans un second temps, apporter davantage d'informations, telles que les triangles des nombres de sinistres clôturés et de sinistres ouverts, ainsi que, les triangles de règlements et de charges associés, permettrait de confirmer le taux de développement des triangles. De plus, cela faciliterait l'implémentation de méthodes utilisant les coûts moyens. Ces données contribueraient également à fiabiliser la duration associée à chaque périmètre, renforçant ainsi les résultats du chapitre 4.

Pour renforcer les résultats du chapitre 4, il serait également possible d'appliquer une contrainte sur chaque flux indépendamment et d'ajouter un poids à chacun des flux. Ainsi, l'ajustement donnerait une cadence plus précise, même si la contrainte en serait d'autant plus forte.

Pour contrebalancer cette contrainte, il serait également possible d'implémenter une deuxième contrainte sur une duration fiabilisée. L'objectif reviendrait donc à trouver un compromis entre prochain flux et duration en conservant le niveau des réserves.

Enfin, il pourrait également être utile de tester d'autres lois pour l'optimisation et par ailleurs d'essayer d'adapter les lois ajustées aux périmètres étudiés.

Pour conclure, l'intégration de ces travaux peut aider la fonction clé Actuariat à prendre position sur le niveau des réserves et vise à faciliter les discussions transverses sur les projections budgétaires. Enfin, ils explorent l'impact de la conciliation de ces deux éléments en intégrant la notion de l'actualisation propre aux normes Solvabilité 2 et IFRS17.



# Bibliographie

- [ANC, 2015] ANC (2015). Autorité des normes comptables. *article 143-7, règl. n° 2015-11*  
*https://cclrf.banque-france.fr/contenu-de-tableau/reglement-ndeg-2015-11-du-26-novembre-2015-relatif-aux-comptes-annuels-des-entreprises-dassurance.*
- [assur, 2024] ASSUR, C. (2024). Chapitre iv : Catégories d'assurance et états à produire. *Code des assurances*  
*https://www.legifrance.gouv.fr.*
- [Bornhuetter et Ferguson, 1972] BORNHUETTER, R. L. et FERGUSON, R. E. (1972). The actuary and ibnr. *In Proceedings of the casualty actuarial society*, volume 59.
- [Botta et al., 1987] BOTTA, R. F., HARRIS, C. M. et MARCHAL, W. G. (1987). Characterizations of generalized hyperexponential distribution functions. *Communications in Statistics. Stochastic Models 3 (1) : 115–48.*  
*doi :10.1080/15326348708807049.*
- [Chen, 2023] CHEN, C. (2023). Analyse comparative de modèles de provisionnement en assurance construction. *Institut des Actuaires.*
- [Hallinan, 1993] HALLINAN, A. J. (1993). A review of the weibull distribution. *Journal of Quality Technology, 25(2), 85–93.*  
*https://doi.org/10.1080/00224065.1993.11979431.*
- [Harris et al., 2020] HARRIS, C. R., MILLMAN, K. J., van der WALT, S. J., GOMMERS, R., VIRTANEN, P., COURNAPEAU, D., WIESER, E., TAYLOR, J., BERG, S., SMITH, N. J., KERN, R., PICUS, M., HOYER, S., van KERKWIJK, M. H., BRETT, M., HALDANE, A., del RÍO, J. F., WIEBE, M., PETERSON, P., GÉRARD-MARCHANT, P., SHEPPARD, K., REDDY, T., WECKESSER, W., ABBASI, H., GOHLKE, C. et OLIPHANT, T. E. (2020). Array programming with NumPy. *Nature, 585(7825):357–362.*
- [IA, 2023] IA (2023). Guide de provisionnement des sinistres en assurance non-vie. *Institut des Actuaires,*  
*https://www.institutdesactuaires.com/docs/2023094112\_guide-des-bonnes-pratiques-de-provisionnement-des-sinistres-230223.pdf.*
- [IAA, 2016] IAA (2016). Reserving practices n 1. *International Actuarial Association, Actuarial Studies In Non-life insurance (ASTIN).*
- [Mack, 1993] MACK, T. (1993). *Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates, ASTIN Bulletin.*

- [Moghaddam *et al.*, 2020] MOGHADDAM, M. D., MILLS, J. et SEROTA, R. A. (2020). Generalized beta prime distribution : Stochastic model of economic exchange and properties of inequality indices. *Physica A* 559, 125047 (2020)  
<https://doi.org/10.48550/arXiv.1906.04822>.
- [pandas development team, 2020] pandas development TEAM, T. (2020). pandas-dev/pandas : Pandas.
- [Skoubani, 2022] SKOUBANI, M.-A. (2022). Assurance construction : Provisionnement dommages-ouvrage exploitant les typologies des sinistres et les risques assurés. *Institut des Actuaire*.
- [Tadikamalla, 1980] TADIKAMALLA, P. R. (1980). A look at the burr and related distributions. *International Statistical Review / Revue Internationale de Statistique*, vol. 48, no. 3, 1980, pp. 337–44. JSTOR, <https://doi.org/10.2307/1402945>.
- [ACPR, 2017] ACPR (2017). Solvabilité 2. *Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution*,  
<https://acpr.banque-france.fr/international/assurances/reglementation-europeenne/solvabilite-ii>.
- [IFRS, 2023] IFRS (2023). IFRS 17 insurance contracts. *International Financial Reporting Standards*,  
<https://www.ifrs.org/issued-standards/list-of-standards/ifrs-17-insurance-contracts>.
- [Van Rossum et Drake Jr, 1995] VAN ROSSUM, G. et DRAKE JR, F. L. (1995). *Python reference manual*. Centrum voor Wiskunde en Informatica Amsterdam.