

Mémoire présenté devant l'Université de Paris-Dauphine
pour l'obtention du Certificat d'Actuaire de Paris-Dauphine
et l'admission à l'Institut des Actuaires

le

Par : Daouda GUEYE

Titre : L'inflation : modélisation et impact sur les passifs d'un assureur vie ayant des contrats d'épargne

Confidentialité : Non Oui (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité ci-dessus

*Membres présents du jury de l'Institut
des Actuaires :*

Entreprise :

Nom : Loïc Seitz

Signature :



*Membres présents du Jury du Certificat
d'Actuaire de Paris-Dauphine :*

Directeur de Mémoire en entreprise :

Nom : Othmane Ziyati, Halima Fournier

Signature :



*Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents
actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité)*

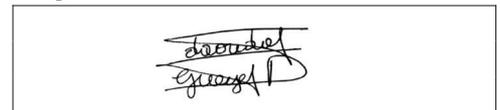
Secrétariat :

Signature du responsable entreprise



Bibliothèque :

Signature du candidat



Résumé

Dans le contexte actuel, la guerre en Ukraine et la reprise économique post Covid-19 entraînent une hausse de la demande en matières premières et en services alors que l'offre est limitée. Il en résulte une hausse de l'indice des prix à la consommation (IPC) communément appelée « inflation » qui atteint des sommets qualifiés d'« historiques » à l'échelle mondiale. En Europe, l'office européen des statistiques (Eurostat) enregistre une inflation de 8,9% en Juillet 2022 en parallèle d'un pic de l'inflation US à 9.1% (plus haut en 40 ans). Pour faire office de comparaison, deux ans plus tôt, l'inflation européenne était de 0,26% tandis qu'aux États-Unis, elle était de 0,99%. C'est ainsi que s'inscrit le cadre de notre étude, s'intéressant d'une part à la modélisation de l'inflation, et d'autre part, à l'évaluation de ses impacts sur les passifs d'épargne.

Dans cette étude, deux modèles sont utilisés pour simuler les trajectoires de l'inflation : le modèle de Vasicek qui offre une expression explicite ainsi qu'une facilité de calibration et le modèle de séries temporelles SARIMAX qui permet une calibration rapide et exacte sur les données historiques tout en étant facile à interpréter. Les impacts de l'inflation sur les passifs d'épargne peuvent être abordés sous deux angles :

- du point de vue de l'assureur au niveau de son bilan ;
- du point de vue des assurés à travers leur comportement.

Ainsi, en nous intéressant, aux valeurs des passifs du bilan Solvabilité 2 d'un assureur vie sous différents scénarios d'inflation, nous pouvons de manière exhaustive analyser les impacts de cet indice. L'assureur étudié disposant de contrats d'épargnes en unités de comptes et en fonds en euros, cette analyse permet de discerner les impacts de la variation de l'indice pour chacun de ces types de contrats.

Le modèle de Vasicek est utilisé pour modéliser l'inflation des frais dans le cadre d'un calcul stochastique du bilan de l'assureur avec 1000 scénarios de durée 60 ans tandis que le modèle SARIMAX permet de générer trois scénarios d'inflation des frais : inflation faible, forte et moyenne. Il est constaté que dans le cadre du scénario d'inflation faible, l'assureur enregistre une hausse de ses profits et une baisse de son Best Estimate par rapport au scénario d'inflation moyenne alors que les variations se font en sens inverse dans le scénario d'inflation forte.

L'impact de l'inflation des frais sur le bilan de l'assureur dépend aussi du type de contrat d'épargne considéré (unités de comptes ou fonds en euros). En effet, dans le cadre des unités de compte l'impact de l'inflation touche uniquement l'assureur à l'instar des fonds en euros.

Par ailleurs, concernant les assurés, le phénomène de rachat peut aussi être impacté par l'inflation. En effet, celle-ci pourrait modifier le comportement des assurés de telle sorte qu'ils soient incités ou non à retirer leurs encours avant échéance de leurs contrats d'épargnes en euros. Cette dernière partie de l'étude propose deux modélisations de l'évolution des rachats dynamiques en fonction du taux d'inflation. La première modélisation est issue d'un modèle régression et s'avère être deux fois moins coûteuse en profits de l'assureur que la deuxième modélisation inspirée des ONC de l'ACPR.

Enfin, la réaction de l'assureur face aux rachats dynamiques liés à l'inflation est traitée par la mise en place d'une mesure de pilotage : l'introduction d'une politique de participation aux bénéfices dépendant de l'inflation. Cette politique prélève une partie des bénéfices de l'assureur pour la reverser sous forme de « bonus inflation » aux assurés afin de les inciter à ne pas racheter leurs contrats d'épargnes en euros.

Mots-clés : Inflation, Assurance, Assurance vie, Rachats, Participation aux bénéfices.

Abstract

In the current economic context, the war in Ukraine and the post-Covid-19 economic recovery are driving up demand for commodities and services while supply is limited. The result is a rise in the consumer price index (CPI) commonly referred to as « inflation » which is reaching historic highs globally.

In Europe, the European statistics office (Eurostat) records inflation at 8.9% in July 2022 alongside a US inflation peak of 9.1% (highest in 40 years). For comparison, two years earlier, European inflation was at 0.26% while in the US it was at 0.99%. As a result, inflation and its consequences occupy an important place in the debates from the point of view of both insurers and policyholders. This is the framework of our study, which focuses on one hand on the modelling of inflation and on the other hand on the evaluation of its impact on savings liabilities.

In this study, inflation is modelled using two methods : the Vasicek model, which offers an explicit expression and ease of calibration and the SARIMAX model, which allows for quick and accurate calibration on historical data while being easy to interpret.

The impacts of inflation on savings liabilities can be approached from two perspectives:

- from the insurer's point of view with his balance sheet ;
- from the point of view of policyholders through their behaviour.

In the insurers' prudential balance sheet, introduced by the Solvency 2 directive, inflation influences both the insurer's profits and its Best Estimate. Thus, by taking an interest in the values of the liabilities of a life insurer's balance sheet under different inflation scenarios, we can exhaustively analyse the impacts of this index. As the insurer studied has unit-linked savings contracts and euro funds, this analysis makes it possible to discern the impacts of the variation of the index for each of these types of contracts.

The Vasicek model is used to model expense inflation in a stochastic calculation of the insurer's balance sheet with 1000 scenarios of 60 years duration while the SARIMAX model is used to generate three expense inflation scenarios: low, high and medium. It is found that in the low inflation scenario, the insurer records an increase in its profits and a decrease in its Best Estimate compared to the medium inflation scenario, whereas the variations are in the opposite direction in the high inflation scenario.

Moreover, as far as policyholders are concerned, the lapse risk is particularly affected by inflation. Indeed, inflation can modify the behaviour of policyholders in such a way that they may or may not be encouraged to withdraw their savings from their euro funds contracts before maturity. This last part of the study combines regression and predictive mathematics in order to propose two models that predict the evolution of dynamic lapse according to the inflation rate.

Finally, the insurer's reaction to the dynamic inflation-related lapse risk is addressed by introducing a steering measure: an inflation-dependent profit-sharing policy.

Keywords : Insurance; Inflation; Economic crisis; Savings; Time series; Vasicek.

Note de Synthèse

Introduction

L'étude de ce mémoire est consacrée à l'impact de l'inflation sur les passifs d'un assureur vie ayant des contrats d'épargne. Elle s'intéresse au phénomène de l'inflation en assurance ; allant de son origine à sa modélisation puis à son impact direct sur un assureur. D'autre part, l'intérêt est aussi porté sur la réaction possible de l'assureur face à une conséquence indirecte de l'inflation : les rachats dynamiques.

Les concepts de base de l'assurance vie

L'assurance vie propose des garanties de vie entière ou temporaires en cas de vie ou en cas de décès. Parmi celles-ci, les contrats d'épargne constituent à eux seuls 82% des primes d'assurance vie en France en 2020 avec 98,7 milliards d'euros. Ils représentent donc les produits phares de l'assurance vie mais font face à un contexte économique qui impacte leurs rendements à la baisse. Non seulement la baisse des taux constatée sur les marchés boursiers à travers la baisse des rendements des OAT 10 ans passant de 2,2% en 2013 à 1,28% en 2021 mais aussi la remontée de l'inflation, ont pour conséquence la baisse de la compétitivité des contrats d'épargne.

Les contrats d'épargne sont divisés en deux catégories : les fonds en euros et les fonds en unités de compte. Ces deux types de produits diffèrent par leurs natures suivant l'entité porteuse du risque. Dans le cas des fonds en euros, c'est l'assureur qui porte le risque en s'étant engagé à maintenir l'encours de ses assurés au-delà d'un certain niveau tout en assurant la réévaluation de celui-ci à un certain taux. D'autre part, concernant les fonds en unités de compte, l'ensemble du risque est porté par l'assuré. Ses encours prennent une valeur dépendant des marchés boursiers suivant le mode gestion (libre ou sous mandat) qui n'est pas garantie sauf cas particulier d'une clause de maintien de l'encours en unités de compte au-delà d'un seuil fixé en début de contrat. Les contrats d'assurance vie bénéficient en France d'avantages fiscaux sur le revenu, sur le capital et sur les successions ce qui justifie l'attrait porté envers ces derniers.

L'inflation : présentation et étude du phénomène

L'inflation est définie par l'INSEE comme la perte de pouvoir d'achat de la monnaie qui se traduit par une hausse générale et durable des prix. Elle impacte donc directement le concept de base de l'épargne qui est d'économiser aujourd'hui pour consommer demain. En effet, si l'inflation est supérieure au taux de réévaluation des contrats, les assurés perdent du pouvoir d'achat en investissant dans leurs contrats. L'inflation est mesurée à l'aide de l'Indice des Prix à la Consommation (IPC) et sa variante à l'échelle européenne l'Indice des Prix à la Consommation Harmonisés (IPCH). L'IPC représente la variation des prix d'un ensemble de produits et de services constituant un « panier » entre deux périodes données.

Le phénomène d'inflation a pris de l'ampleur à partir de l'année 2021 au lendemain de la crise de la Covid-19. En effet, avec la reprise de l'économie, la demande en produits et services excède l'offre ce qui entraîne une hausse des coûts. À cette situation s'ajoute la guerre en Ukraine qui débute le 24 Février 2022 contre la Russie, premier exportateur mondial de gaz naturel et deuxième de matières premières comme le blé en 2021. Le boycott des produits russes ainsi que les difficultés d'approvisionnement causées par le conflit entretiennent la hausse des coûts et donc une inflation qui atteint des sommets historiques. Elle atteint 8,9% en Juillet 2022 en Europe d'après LANG (2022) en parallèle d'un pic aux États-Unis à 9,1% (le plus haut en 40 ans) d'après l' U.S. BUREAU OF LABOR STATISTICS (2022). Pour faire office de comparaison, deux ans plus tôt, l'inflation européenne était de 0,26% tandis qu'aux États-Unis, elle était de 0,99%.

L'émergence de l'inflation pousse les banques centrales à augmenter leurs taux directeurs dans l'optique de contrer le phénomène. Le taux de refinancement de la BCE passe de 0% le 15 Juillet 2022 à 1,25% deux mois plus tard. D'autre part, celui des États-Unis monte progressivement de 0,08% le 15 Mars 2022 à 2,33% le 28 Mai 2022.

Le risque inflation affecte les deux postes du bilan en assurance vie : l'actif et le passif. Cette étude s'intéresse principalement à l'impact de ce risque sur les passifs à travers la modification des frais de l'assureur et du comportement des assurés à travers les rachats. L'inflation des frais est supposée équivalente à l'inflation IPCH en taux de croissance.

Modélisation de l'inflation

Afin de pouvoir projeter le bilan Solvabilité 2 d'un assureur sous différents scénarios d'inflation, un générateur de scénarios économiques est utilisé. Les facteurs de risque simulés sont les suivants : le risque de taux à l'aide du modèle LMM+ calibré sur les prix des caplets, les risques actions et immobiliers à l'aide du modèle de Black and Scholes, le risque de crédit modélisé par un modèle CIR et le risque inflation des frais. En raison de l'impossibilité de modification du GSE, l'inflation est modélisée de manière indépendante au GSE à l'aide d'un code R générant des sorties au format du GSE. Ce sont donc ces contraintes opérationnelles qui nous poussent à prendre l'hypothèse d'indépendance des variables financières modélisées par le GSE vis à vis de l'inflation. L'actif des assureurs variant en fonction des facteurs de risques du GSE est donc indépendant de l'inflation. L'approche risque historique est ainsi privilégiée car les modèles d'inflation ne servent à simuler que la dynamique des frais qui n'est pas répliquable. Deux modèles de simulation de l'inflation sont considérés : un modèle financier, le modèle de Vasicek et un modèle économétrique de séries temporelles.

Le modèle de Vasicek est ici assimilé à un modèle auto-régressif d'ordre 1 (AR(1)). Ainsi, une relation linéaire relie l'inflation transformée $r(t+1)$ en $(t+1)$ à $r(t)$ celle en t . Cette relation permet d'obtenir des expressions explicites des paramètres du modèle de Vasicek en fonction de ceux du modèle de régression construit à partir de cette même relation. Les valeurs mensuelles de l'Indice des Prix à la Consommation Harmonisés (IPCH) de Janvier 2006 à Août 2022 en indice de croissance tirées d'EUROSTAT (2022a) sont transformées pour obtenir le nuage de points sur lequel la régression est effectuée. Les prédictions mensuelles d'inflation IPCH en indice de croissance obtenues par le modèle sont tout d'abord remaniées pour obtenir des valeurs en taux de croissance qui sont ensuite cumulées pour donner des taux de croissance annuels. Ce modèle stochastique nous permet de générer facilement 1000 scénarios d'inflation de 60 ans tous différents à partir d'une seule calibration là où les modèles de séries temporelles n'en génèrent qu'un (aspect déterministe). Le modèle de Vasicek servira donc à effectuer le calcul de l'assureur dans l'étude du lien entre rachats dynamiques et inflation où différentes valeurs d'inflation sont nécessaires.

Les séries temporelles sont ici utilisées à travers les modèles *ARIMA*, *SARIMA* et *SARIMAX*. L'idée est de comparer deux méthodes basées sur celles-ci calibrées sur les données mensuelles de l'IPCH en indice de croissance de Janvier 2008 à Décembre 2017 afin d'effectuer des prédictions sur la période de Janvier 2018 à Décembre 2020. La première méthode consiste à chercher à prédire l'inflation IPCH mensuelle en indice de croissance à l'aide du modèle $SARIMA(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ qui est optimal en terme d'AIC. D'autre part, la seconde méthode consiste en un modèle de régression $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ qui prédit l'inflation IPCH en fonction de l'indice des prix à la production dans l'industrie, le taux de chômage, le taux de rendement au pair des obligations d'état de la zone euro notées AAA et l'indicateur de confiance des consommateurs européens. En se basant sur les critères d'erreurs du RMSE et du MAE sur la période de test, le modèle le plus performant est le modèle de régression comme le montre le tableau 1.

Modèles	Échantillons	RMSE	MAE	AIC
Modèle SARIMA	Apprentissage	0,1947	0,01579	-11,87
	Test	0,61834	0,48821	
MR avec observations	Apprentissage	0,12098	0,09758	-72,66
	Test	0,42343	0,29	
MR sans observations	Apprentissage	0,12098	0,09758	-72,66
	Test	0,50539	0,45147	

TABLE 1 : Comparaison d'erreurs des modèles de prédiction de l'IPCH mensuelle

Impact de l'inflation sur le bilan d'un assureur vie

En se servant des modèles développés dans le GSE, l'intérêt est porté sur l'impact de l'inflation des frais sur le bilan d'un assureur vie européen. L'assureur vie considéré dispose d'un portefeuille d'épargne ayant une provision mathématique de 4,4 milliards d'euros constituée à 81% de fonds en unités de compte et à 19% de fonds en euros. Chaque type d'épargne (unités de compte et euros) est divisé en deux fonds dont les passifs sont répertoriés dans le tableau 2.

Fonds A			Fonds B		
Passif	Valeur (€)	Part (%)	Passif	Valeur (€)	Part (%)
RC	11 500 000	1,85	RC	3 800 000	1,20
PPB	24 300 000	3,91	PPB	30 500 000	9,64
PM	586 000 000	94,24	PM	282 000 000	89,16
Total	621 800 000	100	Total	316 300 000	100
Fonds UC A			Fonds UC B		
Passif	Valeur (€)	Part (%)	Passif	Valeur (€)	Part (%)
PM	2 853 000 000	100	PM	708 000 000	100

TABLE 2 : Passifs de l'assureur sur ses fonds

Dans la table 2, les passifs des fonds en euros sont constitués de la réserve de capitalisation (RC), de la provision pour participation aux bénéfices (PPB) et de la provision mathématique (PM). Pour les fonds en UC, les passifs sont uniquement constitués de la PM. L'actif des fonds en euros est constitué en moyenne de 66,4% d'obligation sans risques, de 0,04% de liquidités, de 13,4% de groupes d'actifs

(actions de type 1 et 2 et immobilier agrégés comme un seul actif) et de 19,8% d'obligations risquées.

Le bilan Solvabilité 2 de l'assureur est calculé en considérant quatre scénarios d'inflation : faible, moyenne, forte et suivant un processus de Vasicek. Les trois premiers scénarios sont générés à l'aide du modèle de régression de séries temporelles calibré sur différentes périodes d'apprentissages. L'inflation vaut en moyenne 1,63% dans le scénario d'inflation moyenne, 0,46% dans le scénario d'inflation faible et 3% dans le scénario d'inflation forte. D'autre part, pour le scénario d'inflation suivant un processus de Vasicek, l'inflation vaut en moyenne 2,67%. Le bilan S2 est obtenu de manière stochastique à l'aide d'un modèle ALM en utilisant 1000 simulations de 60 ans des variables économiques dont l'inflation des frais. Les rachats sont supposés structurels (valeurs calibrées par l'assureur en fonction des produits) et dynamiques en utilisant la loi médiane de la modélisation des rachats dynamiques proposée dans les ONC de l'ACPR (2013). Les valeurs des passifs de l'assureur dans ces différents scénarios sont résumées dans le tableau 3.

Millions €	Fonds A		Fonds B		Fonds UC A		Fonds UC B	
	VAPN	BE	VAPN	BE	VAPN	BE	VAPN	BE
Moyenne	11,87	637,38	3,56	325,9	98,42	2 719,4	11,19	692,9
Faible	12,94	635,92	4,01	325,3	112,77	2 700,1	12,24	708,03
Forte	9,15	641,09	2,43	327,47	63,05	2 767,1	8,6	696,42
Vasicek	9,98	639,94	2,63	327,18	74,67	2 751,45	9,58	695,1

TABLE 3 : Passifs de l'assureur dans les différents scénarios d'inflation des frais

En comparant les valeurs des passifs obtenues dans le scénario d'inflation faible aux valeurs obtenues dans le scénario d'inflation moyenne, il est constaté que l'assureur réalise plus de profits (VAPN plus élevée) car il paye moins de frais et voit donc son BE diminuer. En faisant la comparaison entre les scénarios d'inflation forte et de Vasicek par rapport au scénario d'inflation moyenne, il est observé que l'assureur réalise moins de profits et voit son Best Estimate augmenter sur tous ses fonds à cause de la hausse d'inflation.

Étude du lien entre rachats et inflation

Après avoir analysé l'impact isolé de l'inflation des frais sur le bilan d'un assureur, l'intérêt est porté sur le lien entre les rachats dynamiques et l'inflation dans le cas des fonds en euros. Deux modélisations des rachats dynamiques liés à l'inflation IPCH sont considérées :

- un modèle de régression linéaire où le taux de rachats dynamiques est lié à l'inflation IPCH par la relation affine introduite par l'équation

$$\text{Taux de rachats}(t) = 0,488 \times \text{IPCH}(t) + 0,044. \quad (1)$$

- un modèle basé sur les Orientations Nationales Complémentaires de l'ACPR (2013). En fixant un seuil maximal d'inflation dans le modèle (Max_Inflation), les rachats dynamiques suivent ici la même loi que celle proposée par l'ACPR (2013) dans ses ONC. La seule différence se trouve au niveau de la valeur de chaque paramètre $p \in \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, RC_{min}, RC_{max}\}$, qui est donnée par

$$p = \begin{cases} p_{min} + \frac{i(t)}{\text{Max_Inflation}} \times (p_{max} - p_{min}) & \text{si } 0 \leq i(t) \leq \text{Max_Inflation} \\ p_{min} & \text{si } i(t) < 0 \\ p_{max} & \text{si } \text{Max_Inflation} < i(t) \end{cases}, \quad (2)$$

où $i(t)$ représente l'inflation durant l'année de projection t , p_{min} et p_{max} les valeurs du paramètre respectivement dans le cas de la loi maximale et de la loi minimale. Le paramètre `Max_Inflation` est fixé à 27%. Cette modélisation permet de faire dépendre le taux de rachats dynamiques de l'inflation tout en restant dans le corridor (loi minimale et maximale) fixé par l'ACPR.

Ces deux modèles font évoluer le taux de rachats dynamiques à la hausse lorsque l'inflation augmente et à la baisse lorsque l'inflation diminue conformément à la comparaison des variations du taux de rachats des fonds en euros tiré d'un rapport de l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021) et de l'inflation IPCH entre 2011 et 2020.

Les passifs de l'assureur sont calculés avec chacune de ces modélisations des rachats dynamiques en considérant les 1000 simulations de 60 ans des variables financières et de l'inflation des frais utilisées dans l'étude du modèle de Vasicek. Les résultats sont donc obtenus en faisant la moyenne des passifs dans ces 1000 simulations. Il est constaté que pour chacune des deux modélisations des rachats dynamiques, la valeur actuelle des profits nets de l'assureur baisse et le Best Estimate de l'assureur augmente sur ses fonds en euros par rapport aux résultats obtenus en ne considérant aucun rachats dynamiques.

Cependant, les pertes en profits constatées avec la modélisation inspirée des ONC sont plus grandes qu'avec le modèle de régression. En effet, la valeur actuelle des profits nets de l'assureur baisse en moyenne de 53% avec le modèle des ONC par rapport à la projection de l'activité de l'assureur sans rachats dynamiques tandis que cette baisse n'est que 18% dans le cas du modèle de régression.

Une réaction possible de l'assureur face aux rachats dynamiques liés à l'inflation est étudiée par la mise en place d'une mesure de pilotage concernant la politique de participation aux bénéfices. Afin de contrer la hausse des rachats dynamiques des assurés en cas de forte inflation, un « bonus » de participation aux bénéfices β_t est versé aux assurés ayant des contrats d'épargne en euros en fonction du taux d'inflation IPCH comme l'indique l'équation

$$\beta(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } i(t) < 0\% \\ 1 + \frac{i(t)}{Max_Inflation} \times \theta & \text{si } 0\% \leq i(t) \leq Max_Inflation . \\ 1 + \theta & \text{si } Max_Inflation < i(t) \end{cases} \quad (3)$$

Plus l'inflation est forte, plus le bonus versé est significatif jusqu'à atteindre un palier correspondant à une valeur maximale de l'inflation fixée par l'assureur au-delà de laquelle le bonus versé reste le même. Ainsi, la nouvelle demande en participation aux bénéfices du portefeuille à l'année t est donnée par

$$Demande(t) = \sum_{i=1}^N Swap(t, 10) \times RM_i(t) \times \beta(t), \quad (4)$$

où N représente le nombre de contrats avec participation aux bénéfices du portefeuille et RM_i la réserve mathématique du contrat i .

Cette loi de participation aux bénéfices dépend d'un paramètre θ dont la valeur définit le palier maximal atteint par le bonus d'inflation. Plus sa valeur est grande, plus l'assureur verse une partie de ses profits aux assurés. Dans le cadre de l'année 2022, la valeur optimale de θ pour les assureurs souhaitant offrir à leurs assurés une réévaluation de leurs épargnes à hauteur de la moyenne de l'inflation annuelle entre 2021 et 2022 est donnée par

$$\theta_{2022} = \frac{Inflation(2021/2022)}{Moyenne\ Taux\ OAT\ 10\ ans\ (2022)} - 1, \quad (5)$$

où $Inflation(2021/2022)$ représente la moyenne des taux d'inflation IPCH annuels en 2021 et 2022. On obtient la valeur numérique

$$\theta_{2022} = 3,56. \quad (6)$$

Le graphique 1 résume les résultats de la nouvelle politique de participation appliquée en parallèle des deux lois de rachats dynamiques. Ce graphique montre la valeur actuelle des profits nets de l'assureur sur les 1000 scénarios utilisés en fonction de la modélisation des rachats dynamiques (modèle issu de la régression (1) ou inspiré des ONC (2)) et de la valeur de θ .

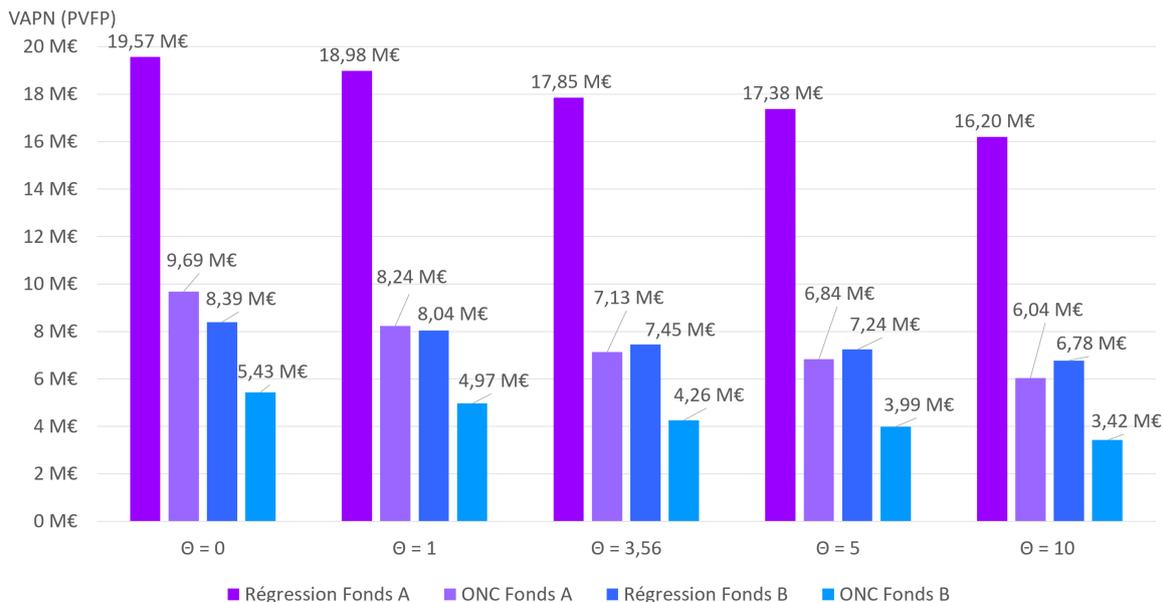


FIGURE 1 : VAPN de l'assureur en millions d'euros en fonction de la modélisation des rachats dynamiques et de la valeur de θ pour les fonds en euros A et B

Le graphique 1 montre qu'au fur et à mesure que la valeur de θ augmente, la VAPN diminue pour les deux fonds quel que soit le modèle de rachats dynamiques utilisé. De plus, ce graphique met en évidence la différence frappante entre la modélisation des rachats dynamiques par le modèle de régression et par le modèle inspiré des ONC qui réduit de plus de la moitié la VAPN de l'assureur. Il est aussi constaté que l'impact des modélisations n'est pas le même proportionnellement à la taille de chaque fonds. En effet, là où le fonds A perd plus de la moitié de sa VAPN en passant du modèle de régression au modèle inspiré des ONC, le fonds B ne connaît pas la même variation.

En définitive cette étude permet de donner un début de réponse concernant le lien entre le contexte inflationniste et le comportement des assurés. Il est néanmoins important de souligner que l'absence de données de l'assureur concernant les rachats dynamiques de son portefeuille limitent les résultats apportés par l'étude. En effet, les lois proposées n'ont pu être ni calibrées, ni vérifiées sur un portefeuille d'assurés. D'autre part, dans cette étude, l'analyse de l'impact de l'inflation a été orientée vers les passifs de l'assureur alors que ce phénomène influe aussi l'actif. Il serait donc pertinent de s'intéresser aux liens entre l'inflation et l'actif des assureurs.

Synthesis note

This study is devoted to the impact of inflation on the liabilities of a life insurer with savings contracts. It analyses the whole phenomenon of inflation with its causes, its modelling, its direct and indirect impact on an insurer. On the other hand, this study also focuses in the possible reaction of the insurer to an indirect consequence of inflation : the dynamic lapses.

Life insurance concepts

Life insurance offers whole life or temporary guarantees in case of life or death. Among these, savings contracts alone accounted for 82% of life insurance premiums in France in 2020, with 98.7 billion euros. They therefore represent the core products of life insurance but are currently facing an economic context that is impacting their returns. Not only the fall in rates observed on the markets through the fall in yields of the 10-year OAT from 2013 to 2021 from 2.2% to 1.28% but also the rise in inflation have resulted in a decline of the competitiveness of savings contracts.

Savings contracts are divided into two categories : euro funds savings and unit-linked savings. These two types of products are of different natures in relation to the entity carrying the risk. In the case of euro funds, it is the insurer who bears the risk by having to maintain the savings' amounts of its policyholders above a certain level while ensuring the revaluation of these funds at a certain rate. On the other hand, with regard to unit-linked funds, the entire risk is carried by the policyholder whose assets, depending on the management method (free or under mandate), take a value based on the markets. These assets' values are not guaranteed, except in the specific case of a clause maintaining them above a threshold set at the beginning of the contract. In France, life insurance contracts benefit from tax advantages on income, capital and inheritance, which justifies the attractiveness of these contracts.

Presentation and study of inflation

Inflation is defined by INSEE as the loss of purchasing power of money which results in a general and lasting rise in prices. It therefore has a direct impact on the basic concept of savings which is to spare today in order to consume tomorrow. Indeed, if inflation is higher than the revaluation rate of savings, policyholders lose purchasing power when investing in their policies. Inflation is measured using the Consumer Price Index (CPI) and its European variant the Harmonised Index of Consumer Prices (HICP). The CPI represents the change in prices of a set of products and services constituting a « basket » between two given periods.

The phenomenon of inflation has gained momentum since 2021 with the covid-19 crisis. Indeed, with the recovery of the economy after this crisis, the demand for products and services exceeded the supply, which led to an increase in costs. Added to this situation is the war in Ukraine, which began on February 24th, 2022 against Russia, a major exporter of gas and raw materials such as wheat. The

boycott of Russian products as well as the supply difficulties caused by the conflict kept costs rising and thus inflation reached historic highs. It reached 8.9% in July 2022 in Europe according to Lang (2022), while in the US it peaked at 9.1% (the highest in 40 years) according to the U.S. Bureau of labor statistics (2022). By way of comparison, two years earlier, European inflation was at 0.26% while in the US it was at 0.99%.

The emergence of inflation has prompted central banks to raise their key interest rates in an attempt to counteract the phenomenon. The ECB's refinancing rate rose from 0% on July 15th, 2022 to 1.25% two months later. On the other hand, the US refinancing rate gradually rises from 0.08% on March 15th, 2022 to 2.33% on May 28th, 2022.

The inflation risk affects both the asset and liability sides of a life insurer's balance sheet. This study is mainly focused on the impact of this risk on the liabilities through the modification of the insurer's fees and the policyholders' behaviour through dynamic lapses. The fee inflation is assumed to be equivalent to HICP inflation in growth rate.

Inflation modelling

In order to calculate the Solvency 2 balance sheet of an insurer under different inflation scenarios, an economic scenario generator developed by KPMG is used. The risk factors simulated are : the interest rate risk using the LMM+ model calibrated on caplet prices, equity and real estate risk using the Black and Scholes model and credit risk modelled by a CIR model. On top of these risk, the fee inflation risk is also modelled. Two approaches are considered : a financial one using the Vasicek model and an econometric one using time series. Due to the inability to modify the ESG, inflation is modeled independently to the ESG using an R code that generates outputs at the ESG format. It is therefore these operational constraints that lead us to assume the independence of the financial variables modeled by the GSE from expense inflation. The assets of the insurers that vary according to the risk factors of the GSE are therefore independent of inflation. The historical risk approach is thus favored because the inflation models are only used in this study to simulate the dynamics of fees, which cannot be replicated. Two inflation simulation models are considered: a financial model, the Vasicek model, and an econometric time series model.

The Vasicek model is here assimilated to a first-order autoregressive model (AR(1)). Thus, a linear relationship links the transformed inflation $r(t+1)$ in period $(t+1)$ to $r(t)$ the one in period t . This relationship makes it possible to obtain explicit expressions for the parameters of the Vasicek model as a function of those of the regression model constructed from this same relationship. The monthly values of the Harmonised Index of Consumer Prices (HICP) from January 2006 to August 2022 in growth index from Eurostat (2022a) are transformed to obtain the scatterplot on which the regression is performed. The monthly HICP inflation predictions in growth index obtained by the model are first reshaped to obtain growth rate values which are then aggregated to give annual growth rates. The annual inflation rates obtained by the model are consistent with the observed prices while showing negative values characteristic of the Vasicek model. This stochastic model allows us to easily generate 1000 inflation scenarios of 60 years all different from a single calibration where time series models generate only one (deterministic aspect). The Vasicek model will therefore be used to perform the insurer's calculation in the study of the link between dynamic redemptions and inflation where different inflation values are required.

Time series are used here through the ARIMA, SARIMA and SARIMAX models. The idea is to compare two methods based on time series calibrated on monthly HICP data in growth index from

january 2008 to december 2017 in order to make predictions for the period from january 2018 to december 2020. The first method is to try to predict monthly HICP inflation in growth index using the $SARIMA(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ model which is optimal in terms of AIC. On the other hand, the second method consists of a $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ regression model that predicts HICP inflation as a function of the producer price index in industry, the unemployment rate, the par rate of return on AAA-rated euro area government bonds and the European consumer confidence indicator. Based on the error criteria of the RMSE and MAE over the test period, the best performing model is the regression model as shown in table 4.

Models	Sample	RMSE	MAE	AIC
SARIMA model	Training	0,1947	01579	-11,87
	Test	0,61834	0,48821	
RM with real values	Apprentissage	0,12098	0,09758	-72,66
	Test	0,42343	0,29	
MR without real values	Training	0,12098	0,09758	-72,66
	Test	0,50539	0,45147	

Table 4: Error comparison of monthly HICP prediction models

Impact of inflation on a life insurer's balance sheet

Using the models developed in the GSE, the impact of expense inflation on the balance sheet of an European life insurer is analyzed. The life insurer considered has a savings portfolio with a mathematical reserve of 4.4 billion euros made up of 81% unit-linked funds and 19% euro funds. Each type of savings (unit-linked and euro) is divided in two funds as shown on table 5.

Fund A			Fund B		
Liabilities	Value (€)	Share (%)	Liabilities	Value (€)	Share (%)
CR	11 500 000	1,85	CR	3 800 000	1,20
PPS	24 300 000	3,91	PPS	30 500 000	9,64
MR	586 000 000	94,24	MR	282 000 000	89,16
Total	621 800 000	100	Total	316 300 000	100

Fund UC A			Fund UC B		
Liabilities	Value (€)	Share (%)	Liabilities	Value (€)	Share (%)
MR	2 853 000 000	100	MR	708 000 000	100

Table 5: Liabilities of the insurer

In table 5, the liabilities of the euro funds are made up of the capitalization reserve (CR), the provision for profit sharing (PPS) and the mathematical reserve (MR). For the unit-linked funds, the liabilities are made up solely of the MR. The assets of the euro funds consist on average of 66.4% risk-free bonds, 0.04% cash, 13.4% asset groups (type 1 and 2 equities and real estate aggregated as one asset) and 19.8% risky bonds.

The Solvency 2 balance sheet of the insurer is calculated by considering four inflation scenarios: low, medium, high and following a Vasicek process. The first three scenarios are generated using the time series regression model calibrated on different learning periods. The average inflation is 1.63%

in the medium inflation scenario, 0.46% in the low inflation scenario and 3% in the high inflation scenario. On the other hand, for the scenario of inflation following a Vasicek process, inflation is on average 2.67%. The S2 balance sheet is obtained stochastically using an ALM model with 1000 60-year simulations of economic variables including fee inflation. Lapses are assumed to be structural (values calibrated by the insurer based on products) and dynamic using the median law of the dynamic lapses modeling proposed in the ONC of the ACPR (2013). The values of the insurer's liabilities under these different scenarios are summarized in the table 6.

Million €	Fund A		Fund B		Fund UC A		Fund UC B	
Scenario	PVFP	BE	PVFP	BE	PVFP	BE	PVFP	BE
Medium	11, 87	637, 38	3, 56	325, 9	98, 42	2 719, 4	11, 19	692, 9
Low	12, 94	635, 92	4, 01	325, 3	112, 77	2 700, 1	12, 24	708, 03
High	9, 15	641, 09	2, 43	327, 47	63, 05	2 767, 1	8, 6	696, 42
Vasicek	9, 98	639, 94	2, 63	327, 18	74, 67	2 751, 45	9, 58	695, 1

Table 6: Insurer's liabilities under different fee inflation scenarios

Comparing the liability values obtained in the low inflation scenario to the values obtained in the medium inflation scenario, it is found that the insurer makes more profit (higher PVFP) because he pays less expenses and therefore sees its BE decrease. Comparing the high inflation and Vasicek scenarios to the medium inflation scenario, it is observed that the insurer makes less profit and sees its Best Estimate increase on all its funds because of the higher inflation.

Link between lapses and inflation

After analyzing the isolated impact of fee inflation on an insurer's balance sheet, the focus is on the link between dynamic lapses and inflation in the case of euro funds. Two models of dynamic lapses linked to HICP inflation are considered :

- a linear regression model where the dynamic lapses rate is linked to HICP inflation by an affine relationship introduced by the equation (7)

$$Lapse\ rate = 0,488 \times HICP(t) + 0,044. \quad (7)$$

- a model based on the ACPR (2013) National Complementary Guidance (ONC). By setting a maximum inflation threshold in the model (Max_Inflation), the dynamic lapses follow the same pattern as the one proposed by the ACPR (Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (2021)) in its ONCs. The only difference is in the value of each parameter $p \in \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, RC_{min}, RC_{max}\}$, which is given by

$$p = \begin{cases} p_{min} + \frac{i(t)}{Max_Inflation} \times (p_{max} - p_{min}) & \text{if } 0 \leq i(t) \leq Max_Inflation \\ p_{min} & \text{if } i(t) < 0 \\ p_{max} & \text{if } Max_Inflation < i(t) \end{cases}, \quad (8)$$

where $i(t)$ is the inflation value in projection year t , p_{min} and p_{max} are the parameter values for the maximum and minimum law cases respectively given in the ONCs. The Max_Inflation parameter is set to 27%.

Both models make the dynamic lapse rate move upwards when inflation increases and downwards when inflation decreases in line with the comparison of changes in the lapse rate of euro funds from an

ACPR (Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (2021)) report and HICP inflation between 2011 and 2020.

The insurer's liabilities are calculated with each of these dynamic lapse models considering the 1000 60-year simulations of financial variables and expense inflation used in the Vasicek model study. The results are therefore obtained by averaging the liabilities in these 1000 simulations. It is found that for each of the two models of dynamic lapses, the present value of the insurer's net profits decreases, and the insurer's Best Estimate increases on its euro funds compared to the results obtained by not considering any dynamic lapses.

However, the profit losses observed with the ONC model are greater than with the regression model. Indeed, the present value of the insurer's net profits falls by an average of 53% with the ONC model compared to the projection of the insurer's activity without dynamic lapses, whereas this fall is only 18% in the case of the regression model.

A possible reaction of the insurer to the inflation-linked dynamic lapses is studied by implementing a steering measure concerning the profit sharing policy. In order to counteract the increase in dynamic lapses in the event of high inflation, a « profit-sharing bonus » β_t is paid to policyholders with euro savings contracts depending on the value of the HICP inflation rate as shown by the equation (9)

$$\beta(t) = \begin{cases} 1 & \text{if } i(t) < 0\% \\ 1 + \frac{i(t)}{Max_Inflation} \times \theta & \text{if } 0\% \leq i(t) \leq Max_Inflation . \\ 1 + \theta & \text{if } Max_Inflation < i(t) \end{cases} \quad (9)$$

The higher the inflation, the more significant the bonus paid is until it reaches a threshold corresponding to a maximum value of inflation set by the insurer beyond which the bonus paid remains the same. Thus, the new portfolio demand for profit sharing in year t is given by

$$Demand(t) = \sum_{i=1}^N Swap(t, 10) \times MR_i(t) \times \beta(t), \quad (10)$$

where N is the number of contracts with profit-sharing and MR_i is the mathematical reserve of contract i .

This profit-sharing law depends on the parameter θ whose value defines the maximum level reached by the inflation bonus. The higher its value, the more of the insurer's profits are paid out to policyholders. In the context of the year 2022, the optimal value of θ for insurers wishing to offer to their policyholders a revaluation rate equal to the average of annual inflation between 2021 and 2022 is given by

$$\theta_{2022} = \frac{Inflation(2021/2022)}{\text{France 10-Year Swap Average (2022)}} - 1, \quad (11)$$

where $Inflation(2021/2022)$ is the average of the annual HICP inflation rates in 2021 and 2022. We obtain the numerical value

$$\theta_{2022} = 3,56. \quad (12)$$

Figure 2 summarizes the results of the new participation policy applied with the two dynamic lapses laws. It shows the present value of the insurer's net profits over the 1000 scenarios used according to the dynamic lapse model (model derived from regression (7) or inspired by ONCs (9)) and the value of θ .

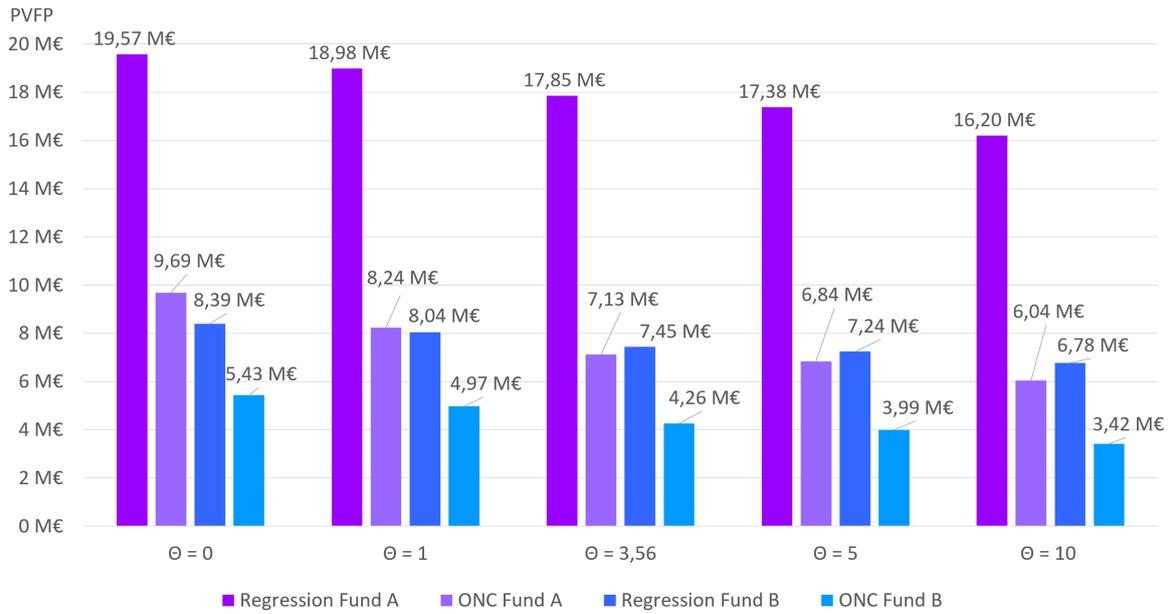


Figure 2: PVFP of the insurer in millions of euros according to the modeling of the dynamic lapses and the value of θ for the euro funds A and B

The graph 2 shows that as the value of θ increases, the PVFP decreases for both funds regardless of the dynamic lapse model used. In addition, this graph highlights the striking difference between modeling dynamic lapses by the regression model or by the ONC-inspired model which reduces the insurer's PVFP by more than half. It is also found that the impact of the models is not the same proportionally to the size of each fund. Indeed, where fund A loses more than half of its PVFP by moving from the regression model to the ONC model, fund B does not experiences the same variation.

In the end, this study provides the beginnings of an answer concerning the link between the inflationary context and the behavior of policyholders. It is nevertheless important to underline that the absence of data from the insurer concerning the dynamic lapses of its portfolio limits the results provided by the study. Indeed, the proposed laws could neither be calibrated nor verified on a portfolio of policyholders. Moreover, in this study, the analysis of the impact of inflation was oriented towards the insurer's liabilities, whereas this phenomenon also influences the assets. It would therefore be relevant to look at the links between inflation and the assets of insurers.

Remerciements

Ils ont rendu ce travail possible en m'offrant une formation de qualité et je tiens à les remercier.

Tout d'abord, je remercie toute l'équipe pédagogique du Master d'Actuariat de l'Université de Paris Dauphine et tout particulièrement Monsieur Quentin GUIBERT pour les connaissances qu'il m'a transmises dans le cadre de son cours sur les générateurs de scénarios économiques mais aussi et surtout pour son accompagnement tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Je remercie également Messieurs Nicolas FORCADEL et Antoine TONNOIR de la formation de Génie Mathématique de l'Institut National des Sciences Appliquées de Rouen pour leurs conseils et encadrement dans le choix de mon orientation.

La réalisation de ce mémoire aurait été impossible sans l'aide et l'encadrement qui m'ont été offert tout au long de mon stage à KPMG.

Je remercie dans un premier temps Monsieur Loïc SETZ, Partner de la BU d'Actuariat chez KPMG, pour avoir partagé avec moi ses connaissances et expériences dans le milieu de l'assurance vie, pour son écoute, sa disponibilité et ses retours lors de nos nombreux échanges.

Ensuite, je tiens à remercier Monsieur Othmane ZIYATI, consultant sénior expérimenté chez KPMG, pour son encadrement et son écoute en sa qualité de maître de stage qui a su m'apporter toute l'aide nécessaire à la rédaction de ce mémoire.

Enfin, je remercie Madame Halima FOURNIER, consultante junior expérimentée chez KPMG, pour l'aide précieuse qu'elle m'a accordé que ce soit en matière de rédaction, d'outils, de connaissances théoriques et pratiques. Elle m'a offert un support inconditionnel tout au long de ce mémoire et je lui témoigne toute ma gratitude.

Je tiens aussi à remercier l'ensemble de mes collègues chez KPMG, qui ont su m'accorder leur aide et leur bienveillance pendant mon stage au sein de la BU d'Actuariat.

J'aimerais exprimer ma gratitude à ma mère le Professeur Rokhaya SYLLA GUEYE, mon père le Docteur Momar GUEYE et ma soeur Salimata Marième GUEYE pour leur soutien moral et intellectuel tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Table des matières

Résumé	3
Abstract	4
Note de Synthèse	5
Synthesis note	11
Remerciements	17
Table des matières	19
Introduction	21
1 L'assurance vie et l'inflation : principes et définitions	23
1.1 L'assurance vie, garantie du futur des personnes	23
1.2 La réglementation et le bilan prudentiel	37
1.3 L'inflation : théorie et conceptualisation	49
2 Le cadre de génération des scénarios économiques	61
2.1 Le GSE et les facteurs de risques autres que l'inflation	61
2.2 Modélisation de l'inflation	67
3 Impact sur les passifs et lien avec les rachats	89
3.1 Caractéristiques de l'assureur étudié	89
3.2 Analyse du bilan sous différents scénarios	94
3.3 Inflation suivant un processus de Vasicek	104
3.4 Les rachats dynamiques et leur lien avec l'inflation	108

3.5	Limites de l'étude	121
	Conclusion	123
	Bibliographie	125
A	Annexes	127
A.1	Introduction à l'assurance et Solvabilité 2	127
A.2	Implémentation du modèle de Vasicek pour l'IPCH	128
A.3	Étude des régresseurs du modèle de Séries Temporelles	129
A.4	Best Estimates de l'assureur avec IPCH suivant le modèle de Vasicek	131
A.5	Étude du lien entre rachats et inflation IPCH	133

Introduction

La reprise économique post-crise Covid-19 et la guerre en Ukraine entraînent un phénomène de hausse des prix des biens et des services communément appelée « inflation ». Elle atteint 8,9% en Juillet 2022 en Europe d'après LANG (2022) en parallèle d'un pic aux États-Unis à 9,1% (le plus haut en 40 ans) d'après l' U.S. BUREAU OF LABOR STATISTICS (2022). Pour faire office de comparaison, deux ans plus tôt, l'inflation européenne était de 0,26% tandis qu'aux États-Unis, elle était de 0,99%.

L'émergence de l'inflation menace les intérêts des assureurs et des épargnants. En effet, ce phénomène caractérisant la perte de valeur de l'argent impacte directement l'assurance vie mais plus précisément l'épargne.

L'épargne se construit autour du principe suivant : la mise en place d'un système où les assurés accumulent leurs capitaux pendant une certaine période sous la gestion des assureurs. C'est ainsi que l'assurance vie propose deux types d'épargnes :

- les épargnes en fonds en euros où les versements des assurés s'accumulent et créent un encours qui est réévalué de manière périodique à un taux fixé par l'assureur.
- les épargnes en unités de compte qui transforment les versements des assurés en investissements sur les marchés boursiers dont la valeur de marché définit la valeur de l'encours total de l'assuré.

Quel que soit le type d'épargne considéré, l'assureur doit s'acquitter de frais pour mener à bien la gestion de ses contrats. Ces frais de différentes natures (acquisition, administration, gestion et autres) doivent être anticipés par l'assureur afin que celui-ci puisse tarifer ses contrats. Cependant, avec l'inflation, la prédiction des frais futurs de l'assureur se complexifie.

Par ailleurs, du point de vue des assurés, l'inflation est à double tranchant. D'une part elle crée un sentiment d'anxiété au cours terme en modifiant les prix des objets du quotidien mais aussi d'autre part, elle menace les prévisions au long terme des assurés avec leurs épargnes. Cette situation mène à l'apparition d'un risque sous-jacent à l'inflation : les rachats.

Ce mémoire a donc pour objectif de mieux cerner l'impact du risque inflation sur les passifs dans le cadre de l'épargne. Dans un premier temps (chapitre 1), nous nous intéressons aux concepts de base de l'assurance vie et de l'inflation tout en expliquant chronologiquement les événements qui ont mené à l'explosion de cet indice. Ensuite, dans la deuxième partie (chapitre 2), l'intérêt est porté sur la modélisation de l'inflation des frais à travers une approche financière puis macro-économique. Enfin, dans la troisième partie (chapitre 3), nous analysons l'impact concret de l'inflation des frais sur les passifs d'un assureur disposant de contrats d'épargnes en fonds en euros et en unités de compte. Par ailleurs, dans cette même partie, nous introduisons de nouvelles lois de modélisation des rachats dynamiques tenant compte de l'inflation tout en proposant une mesure de pilotage de l'assureur face au risque de rachats à travers l'introduction d'une politique de participation aux bénéfices liée à l'inflation.

Chapitre 1

L'assurance vie et l'inflation : principes et définitions

Le secteur de l'assurance est en constante évolution afin de répondre aux exigences des assurés qui diffèrent selon les époques. La branche de l'assurance vie répond au besoin que ressentent les personnes de préparer leur avenir. Elle constitue un outil d'épargne et d'investissement attractif lié à la survenance d'un évènement inhérent à l'assuré : sa survie ou son décès à une date donnée. Cependant, le phénomène d'inflation est récemment apparu comme un risque important de l'assurance vie car il modifie la valeur future de l'argent et donc l'essence même de l'engagement qui lie assureur et assuré. Les assureurs se doivent donc de tenir compte de ce risque dans l'évaluation de leurs engagements futurs.

De plus, dans le contexte économique actuel avec la guerre en Ukraine et le relancement de l'économie post-crise Covid-19, l'inflation atteint des sommets à l'échelle mondiale : l'Office européen des statistiques (Eurostat) enregistre une valeur historique de l'inflation européenne à 8,9% en Juillet 2022 d'après LANG (2022) en parallèle d'un pic de l'inflation US à 9,1% (plus haut en 40 ans) d'après l'U.S. BUREAU OF LABOR STATISTICS (2022).

Ainsi, la modélisation de l'inflation et l'analyse de ses impacts constituent aujourd'hui de véritables enjeux pour les assureurs vie. Ils se doivent de conserver leur solvabilité, de garantir leurs engagements tout en proposant des produits aux rendements attractifs à leurs assurés en prenant en compte de l'inflation.

Le chapitre 1 définit l'ensemble des notions entrant en jeu dans cette étude liant assurance vie et inflation afin d'exposer les enjeux de celle-ci.

1.1 L'assurance vie, garantie du futur des personnes

L'assurance vie s'est ancrée dans l'économie mondiale en permettant aux agents économiques ayant des revenus de les pérenniser à long terme. Elle leur permet donc de « s'assurer » d'obtenir dans un futur plus ou moins proche, un capital permettant de réaliser leurs objectifs. On peut citer l'exemple des jeunes salariés, qui, afin de conserver leur niveau de vie une fois à la retraite, ont recours au produit éponyme d'assurance vie leur garantissant un revenu au-delà de leur période d'activité professionnelle. C'est ainsi que l'assurance vie récolte chaque année depuis 2018 plus 130 milliards d'euros de primes acquises en France d'après l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021), en proposant à la fois des produits divers et variés mais aussi des avantages attrayants comme le montre

la partie 1.1.3.

1.1.1 Du principe d'assurance à l'assurance vie

L'origine de l'assurance peut être retracée à la haute Antiquité¹, en effet, l'Homme « animal social » a toujours eu tendance à former des groupes afin de réduire les risques de son quotidien ou encore à les « mutualiser ». Ce qui est ici qualifié « d'assurance » est toute compensation financière, matérielle ou encore sous forme de service reçue par une personne suite à la survenance d'un risque. Cependant, au fur et à mesure des années, l'assurance est passée de son caractère informel à une forme plus robuste avec l'apparition des premiers assureurs maritimes à Gênes en 1424. L'assurance moderne, comme définie par l'économiste français Joseph Hémard, « est une opération par laquelle une partie, l'assuré, se fait promettre, moyennant une rémunération (la prime), pour lui ou pour un tiers, en cas de réalisation d'un risque, une prestation par une autre partie, l'assureur, qui prenant en charge un ensemble de risques, les compense conformément aux lois de la statistique. ». Cette définition fait apparaître quatre acteurs :

- l'assureur : personne morale disposant de l'agrément des branches qu'il commercialise ;
- l'assuré : personne physique ou morale sur lequel repose le risque ;
- le souscripteur : personne morale ou physique ayant la capacité de souscrire au produit, il verse la prime à l'assureur ;
- le bénéficiaire : personne morale ou physique recevant une compensation lors de la survenance du risque souscrit.

La mutualisation est un concept primordial de l'assurance, pour l'illustrer, basons-nous sur l'exemple de l'assurance du risque incendie illustré sur le graphique 1.1 : en cas d'incendie un propriétaire « i » court le risque de perdre son habitation. Pour pallier ce risque, il souscrit une assurance risque incendie auprès d'un assureur. Cette assurance ne lui permet pas d'éviter un incendie mais plutôt de se prémunir contre le risque financier lié à la destruction de son habitation par l'incendie. En échange de la couverture de ce risque, l'assureur reçoit une prime de la part de l'assuré. Ainsi, une partie des primes perçues provenant de l'ensemble des assurés permet à l'assureur d'indemniser les assurés sinistrés. Les primes servent en quelque sorte de « cagnotte commune » afin d'indemniser les assurés ayant subi un incendie. En somme, la mutualisation permet à chaque assuré de se prémunir de façon certaine contre le risque financier lié à la perte de leur habitation.

Cependant, cet exemple souligne un problème important : que se passerait-il si tous les assurés ont un incendie durant une période qualifiée courte ? Dans ce cas, en théorie c'est l'assureur qui porte le risque et qui rembourse tout le monde même si en théorie dans certains cas c'est l'État qui intervient². C'est ce que l'on appelle en assurance un « événement exceptionnel » qui a en général une très faible probabilité de se produire. Sauf dans le cas où l'assureur est soumis au « risque de souscription » c'est-à-dire le risque qu'il possède une majorité de « mauvais risques » (assurés susceptibles de voir leurs habitations brûler) dans son portefeuille. C'est pour cette raison qu'un assureur doit souscrire, comme le conseille le MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE ET DES FINANCES FRANÇAIS (2022), des risques (assurés) homogènes, dispersés et divisés.

¹3300 à 525 avant JC.

²Catastrophes naturelles : inondations, tremblements de terre, avalanches et attentats.

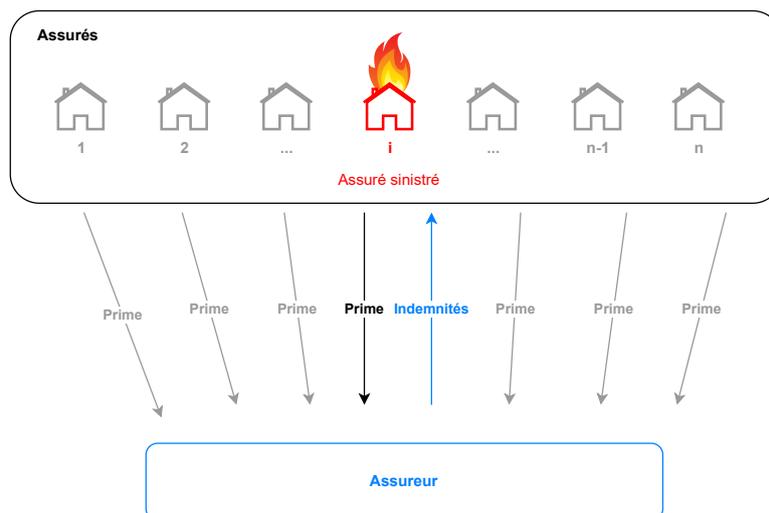


FIGURE 1.1 : Principe de mutualisation en assurance multi-risque habitation

- **Homogènes** : réunir un grand nombre d'assurés courant les mêmes risques avec des sinistres de montants comparables.
- **Dispersés** : avoir des assurés ne risquant pas de subir des sinistres au même moment. Par exemple en risque incendie, avoir des assurés de différentes régions.
- **Divisés** : un sinistre à lui seul ne doit pas menacer la mutualité.

Les organismes d'assurance se présentent en France sous 4 formes :

- **Les sociétés anonymes** : entreprises de capitaux ayant pour but de réaliser des bénéfices distribués aux actionnaires. Elles sont régies par le Code des assurances.
- **Les sociétés d'assurance mutuelle** : entreprises à but non lucratif reversant leurs bénéfices à leurs assurés appelés sociétaires et régies par le Code des assurances. Ces assureurs incarnent parfaitement le principe de mutualité abordé précédemment, les sociétaires sont à la fois assureurs et assurés.
- **Les mutuelles** : elles ont la même structure que les sociétés d'assurance mutuelles mais sont régies par le Code de la mutualité.
- **Les institutions de prévoyance** : sociétés à but non lucratif administrées par des conseils d'administration constitués à part égales de représentants d'entreprises et de représentants de salariés. Leur but est de fournir une couverture (assurance maladie ou programme de retraite) aux salariés d'une entreprise. Elles sont régies par le Code de la sécurité sociale.

Le graphique A.1 en Annexe réalisé à l'aide des données de l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021) montre la répartition des assureurs en France en 2020 selon le code dont ils dépendent. Nous remarquons qu'en France, en 2020, il y a une majorité de mutuelles (54%). Ce phénomène peut être expliqué par l'intervention tardive de l'État français dans l'assurance sociale (prise en charge d'une part des primes des assurés et assurances spéciales) à travers une première loi³ en 1910 suivie de la création de la Sécurité Sociale en 1945.

³ Loi sur les retraites paysannes et ouvrières

Une autre spécificité de l'assurance est le cycle de production inversé qui se manifeste par le fait que l'assureur, par opposition au constructeur automobile, définit le prix de son produit (assurance) avant même de connaître les coûts de celui-ci (indemnités). En effet, l'assureur ne peut connaître la rentabilité d'un contrat qu'à l'arrivée de son échéance en raison de l'incertitude liée à la réalisation du risque et de son estimation. Pour cette raison, l'assureur a l'obligation de constituer des provisions à partir des primes reçues afin de pouvoir, en cas de sinistre, respecter ses engagements.

Les bénéfices générés par un assureur sont pour la plupart issus de trois compartiments :

- **la justesse des modèles statistiques** qui permet de tarifier les contrats de façon qu'ils soient profitables pour l'assureur ;
- **les produits financiers** générés par les placements d'actifs ;
- **l'efficacité de la gestion des contrats** qui permet de réduire les coûts.

Il convient donc pour un assureur de tarifier ses produits de manière adéquate afin de pouvoir s'assurer une marge bénéficiaire lui permettant de continuer d'exercer son activité.

L'ensemble des engagements respectifs de l'assuré et de l'assureur dans le cadre d'une garantie sont recensés dans un contrat appelé contrat d'assurance. Il y a deux façons de souscrire à ce contrat : de manière individuelle et de manière collective. Le contrat individuel est un contrat signé entre un particulier (l'assuré) et l'assureur tandis que le contrat collectif est un contrat concernant un groupe de personnes faisant intervenir trois parties : une personne morale (souvent une entreprise), l'assuré (souvent un salarié de l'entreprise) et l'assureur.

La tarification des produits d'assurance fait intervenir deux notions primordiales : la prime pure et la prime commerciale. La prime pure est issue de la première étape de tarification et correspond à ce que nous coûte l'assuré en terme de sinistre. En pratique, il s'agit de l'espérance ou de la moyenne des indemnités versées à l'ensemble des assurés au terme de la garantie en question. À cette prime pure s'ajoutent les chargements de gestion, de sécurité et d'acquisition du contrat afin de constituer la prime commerciale. Les chargements de gestion et d'acquisition servent à couvrir les coûts de l'entreprise relatifs respectivement à la gestion du contrat (traitement du dossier, ...) et aux frais dont elle a dû s'acquitter afin d'obtenir le contrat (frais d'un courtier, participation à un tiers dans le cadre d'un partenariat). D'autre part le chargement de sûreté représente la marge sur le tarif constituée par l'assureur afin de faire face au risque de mauvaise tarification. Pour des raisons commerciales des réductions peuvent s'appliquer à la prime commerciale, l'objectif de l'assureur est donc de réduire légèrement sa marge afin de par exemple faire face aux tarifs de la concurrence et de conserver ses clients. Le schéma 1.2 ci-après illustre la composition de la prime commerciale hors taxe et les différentes charges qui la constituent.



FIGURE 1.2 : Décomposition de la prime commerciale hors taxes

Les opérations d'assurance sont réparties en 26 branches⁴ parmi lesquelles nous pouvons citer les branches accidents, maladie et corps de véhicules terrestres. Ces branches sont classées en deux catégories : l'assurance non-vie et l'assurance vie en fonction de la manière dont les primes collectées par l'assureur sont gérées.

En effet, il y a deux modes de gestion des primes collectées :

- La gestion par répartition où les primes collectées constituent les « provisions techniques » qui serviront directement à couvrir les sinistres des assurés. Ce mode de gestion correspond à l'assurance non-vie.
- La gestion par capitalisation où les primes collectées sont placées dans les marchés financiers de façon à générer des intérêts pour les assurés. Ce mode de gestion est privilégié en assurance vie où les engagements sont longs termes.

L'assurance vie correspond aux opérations d'assurance dont la garantie est liée à la durée de vie humaine cela signifie que l'aléa porte uniquement sur la durée de vie résiduelle de l'assuré. Ce domaine de l'assurance est soumis au « principe forfaitaire »⁵ qui stipule que les prestations versées par l'assureur sont fixées forfaitairement lors de la souscription du contrat.

1.1.2 Les principaux produits

Les produits d'assurance vie peuvent être répartis en deux catégories : les garanties en cas de vie et les garanties en cas de décès dépendant de la durée de couverture comme le montre le tableau 1.1 .

	En cas de vie	En cas de décès
Garantie vie entière	Retraite ou épargne	Contrat vie entière
Garantie temporaire	Capital différé ou tontine	Assurance temporaire décès

TABLE 1.1 : Produits d'assurance vie

L'assurance vie, en raison de la nature particulièrement longue des engagements (plusieurs années), est étroitement liée aux marchés financiers. En effet, dès la réception des primes des assurés, les assureurs constituent des provisions conformément à leurs engagements et investissent les primes sur les marchés financiers. C'est ainsi que se dégagent des intérêts financiers qui donnent lieu à une provision particulière reversée aux assurés : la provision pour participation aux bénéfices.

Les contrats en cas de vie garantissent des droits différés sous la forme de capital ou de rente en cas de vie de l'assuré au terme du contrat. Ils reposent essentiellement sur la capitalisation financière des primes perçues et peuvent contenir des contre-assurances en cas de décès. Ce sont les contrats les plus populaires auprès des assurés français notamment avec des produits tels que l'épargne ou la retraite.

Un contrat d'épargne est un contrat dans lequel le souscripteur dépose des fonds auprès de l'assureur qui va ensuite les placer dans les marchés financiers généralement sous la forme d'obligations. Ensuite, chaque année, dans la mesure du possible, l'assureur reverse une part des revenus financiers des placements dans l'encours du souscripteur tout en prélevant ses frais de gestion. C'est le mécanisme de la participation aux bénéfices qui est introduit en 1.1.4.

⁴Article L. 321-1 du code des assurances.

⁵Article L. 131-2 du code des assurances.

Les contrats d'épargne sont généralement sous deux formes en fonction de la forme prise par les encours. L'encours d'après WIKIPÉDIA (2022) représente le solde comptable des contrats d'épargne ou de retraite après comptabilisation des entrées (produits financiers par exemple) et des sorties (frais de l'assureur). Il s'agit du montant cumulé des droits d'un assuré avant échéance de son contrat ou rachat de sa part (récupération des fonds de l'encours avant échéance). On distingue donc les contrats d'épargne en euros avec des encours exprimés en euros, des contrats d'épargne en unités de compte. La particularité des contrats d'épargne en unités de compte est que l'encours n'est pas libellé en euros mais en parts (souvent des actions) dont la valeur fluctue en fonction des marchés boursiers. Dans ces contrats, l'ensemble des risques financiers sont portés par les assurés par opposition aux contrats en euros où l'assureur investit les encours dans les marchés financiers tout en garantissant toujours aux assurés des encours en euros. Il relève donc de la responsabilité de l'assureur de maintenir les encours en euros à un certain niveau tout en respectant le taux technique et le taux minimum garanti quelles que soient les performances financières.

Le taux technique d'un contrat d'épargne en euros est le taux minimal de revalorisation des encours auquel l'assureur s'engage. Ainsi, le taux servi par l'assureur ne peut lui être inférieur tout au long du contrat. Par opposition, le taux minimum garanti d'un contrat d'épargne est le taux de rendement minimum garanti de la provision mathématique qui est égal au taux technique éventuellement complété d'un bonus de participation aux bénéfices.

Les contrats en cas de décès garantissent le versement d'une rente ou d'un capital à un bénéficiaire désigné par l'assuré en cas de décès de celui-ci avant le terme du contrat. Ils peuvent être accompagnés de plusieurs garanties notamment d'assurance de dommages corporels. La plupart des contrats en cas de décès sont souscrits dans le cadre d'emprunts effectués auprès de banques. En effet, lorsqu'un client d'une banque réalise une demande de prêt, la banque cherchant à se protéger contre le risque de défaut (non-remboursement) du client en cas de décès, va automatiquement le pousser à contracter une assurance.

D'après l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021), en France, en 2020, le montant total des primes d'assurance vie en affaires directes⁶ est de 120,7 milliards d'euros répartis comme le montre le graphique 1.3.

Les contrats d'épargne individuels en euros sont prépondérants (49% des primes en 2020) en assurance vie en France. Ce phénomène est expliqué par la particularité du secteur qui offre des avantages significatifs aux assurés que nous traitons dans la partie 1.1.3. D'autre part, cette popularité de l'épargne souligne d'autant plus l'importance de l'appréhension des risques auxquels elle est soumise parmi lesquels nous retrouvons l'inflation. En effet, comme nous avons pu l'aborder dans l'introduction de chapitre, l'inflation modifie la valeur même de l'argent et donc de l'engagement qui lie assureurs et assurés dans un contrat d'épargne.

La performance des contrats d'épargne et de retraite individuels en fonction du contexte économique en France est mise en évidence par le graphique 1.4 réalisé par J. L. CORON (2022).

D'après le graphique 1.4, le taux de rendement de l'actif baisse au fur et à mesure que les années se succèdent ce qui entraîne la même tendance pour le taux de revalorisation annuel moyen des contrats passant de 2,7% en 2013 à 1,28% en 2021. Le taux de revalorisation a donc baissé de plus de la moitié en 8 ans. Cependant, de 2013 à 2020, celui-ci a toujours été supérieur à l'inflation. Permettant ainsi aux assurés ayant des contrats d'épargne ou de retraite individuels de se protéger contre cet indice. Néanmoins en 2021, la tendance s'inverse et l'inflation devient supérieure au taux de revalorisation.

⁶Engagements contractés à partir d'une implantation en France, pour lesquels l'assureur est responsable du paiement des prestations.

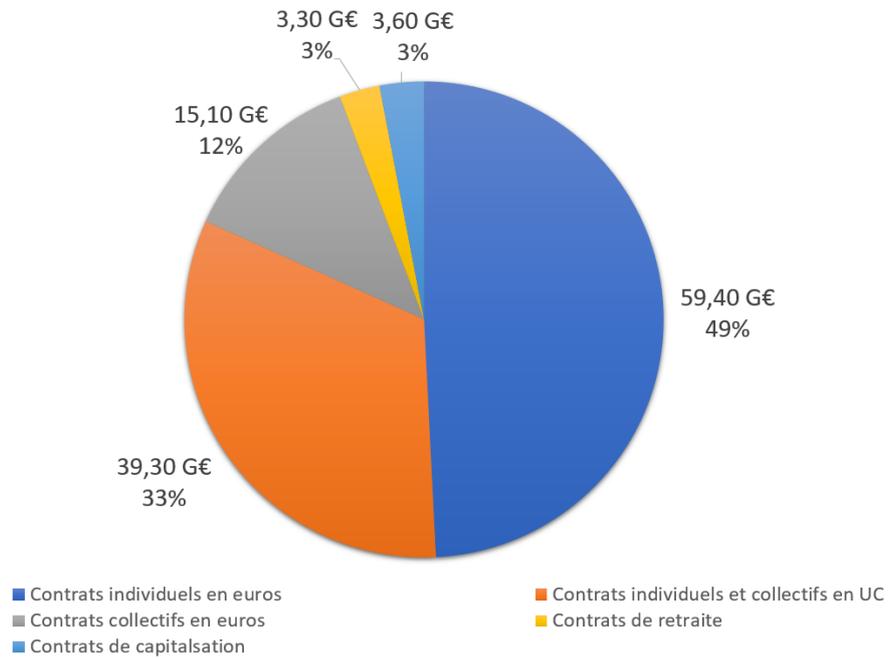


FIGURE 1.3 : Répartition des primes d'assurance vie en France en 2020 en milliards d'euros d'après l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021)

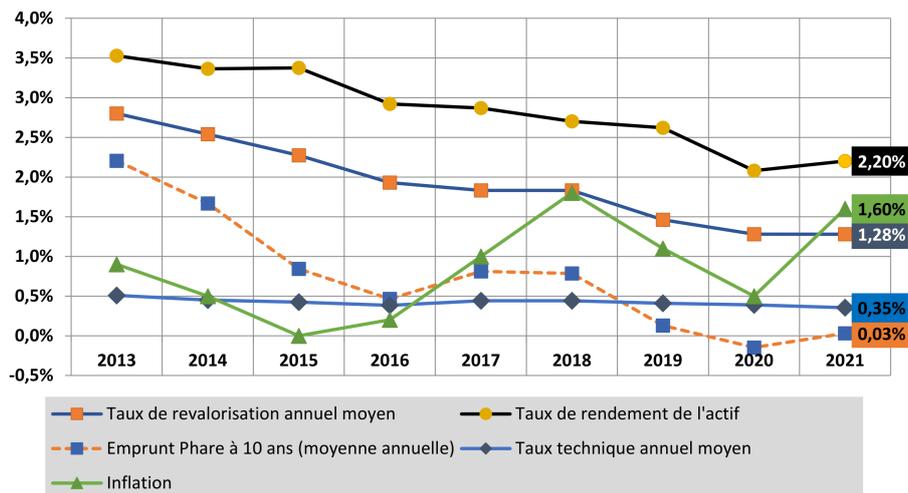


FIGURE 1.4 : Évolution des taux avec le contexte économique en France entre 2013 et 2021 d'après l'étude de J. L. CORON (2022)

Concernant le taux technique annuel moyen, son évolution varie peu durant les années d'études mais il connaît une baisse de 0,5% en 2013 à 0,35% en 2021. Entre 2018 et 2019, le taux d'emprunt phare à 10 ans (taux des OAT 10 ans) devient inférieur au taux technique annuel moyen des contrats. Cela implique qu'à partir de cette date, les assureurs sont tenus de revaloriser au minimum leurs contrats d'épargne et de retraite individuels à un taux (taux technique) supérieur aux rendements de leurs OAT 10 ans. Cette situation est particulièrement délicate pour les assureurs avec la baisse du rendement de l'actif qu'ils subissent en parallèle.

Les contrats individuels d'épargne et de retraite connaissent donc en 2021 pour la première fois depuis 2013 une situation où leurs taux de revalorisations annuels moyens sont inférieurs à l'inflation en plus de devoir maintenir un taux technique supérieur au rendement des OAT 10 ans. Le graphique 1.4 montre donc que ces contrats sont de moins en moins performants avec l'évolution du contexte économique.

1.1.3 Les avantages de l'assurance vie

La popularité de l'assurance vie en France est principalement due à deux de ses caractéristiques : les taux de rendements qu'elle distribue et ses avantages fiscaux.

Les taux de rendements des contrats d'assurance vie c'est-à-dire les taux de capitalisation des encours des assurés sont en général plus élevés que ceux offerts par le marché. Ce phénomène est dû au « retard » que les produits d'assurance vie ont par rapport aux marchés financiers qui ont connus de 2000 à 2020, des taux décroissants avec le temps. En effet, lorsqu'un client souscrit à un contrat d'épargne en euros, les primes qu'il verse à l'assureur sont investies en majorité dans des obligations. Les obligations sont des titres utilisés par les États ou les entreprises pour emprunter de l'argent sur les marchés financiers. Elles sont caractérisées par leur maturité, leur coupon et leur prix appelé « nominal ». Un investisseur achetant une obligation A à un prix de 100€ avec un taux nominal de 5% et de maturité 3 ans, recevra les flux financiers représentés par le schéma 1.5. Chaque année avant échéance, il recevra un coupon de $5\text{€} = 100\text{€} \times 5\%$.

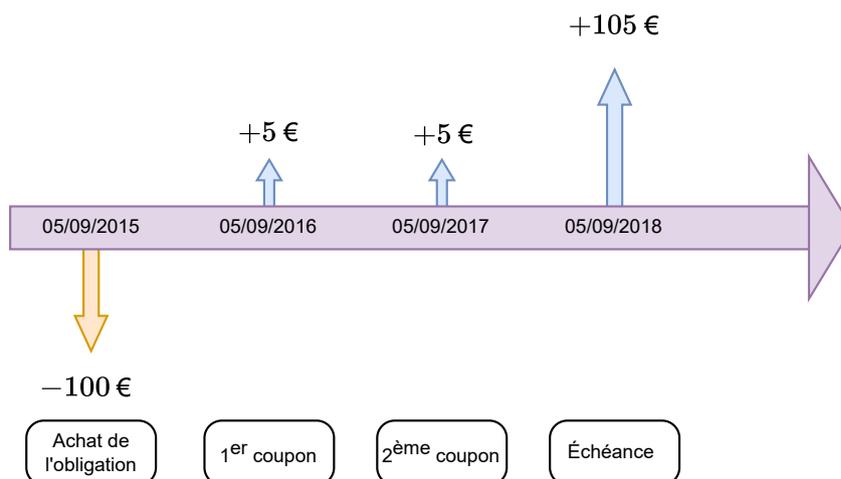


FIGURE 1.5 : Rendement d'une obligation - Illustrations

Ainsi, l'assureur qui exerce son activité depuis plusieurs années a déjà dans son portefeuille d'actifs de nombreuses obligations de différentes maturités (généralement long terme) qu'il a acheté par le passé.

Or comme le montre le graphique A.3 de l'ORGANISATION DE COOPÉRATION ET DE DÉVELOPPEMENT ÉCONOMIQUES (2022), les taux nominaux dans les marchés financiers ont été décroissants de 2000 à 2020. Donc, les taux nominaux des obligations du portefeuille de l'assureur sont supérieurs aux taux actuels. C'est pour cette raison qu'il est en mesure de fournir à ses assurés des taux de rendements supérieurs à ceux du marché comme le montre le graphique 1.6 qui compare les taux de revalorisation servis sur les contrats individuels d'assurance-vie et de capitalisation relevés par l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021) par rapport aux taux nominaux des Obligations Assimilés du Trésor (OAT) de maturité 10 ans provenant de l'ORGANISATION DE COOPÉRATION ET DE DÉVELOPPEMENT ÉCONOMIQUES (2022).

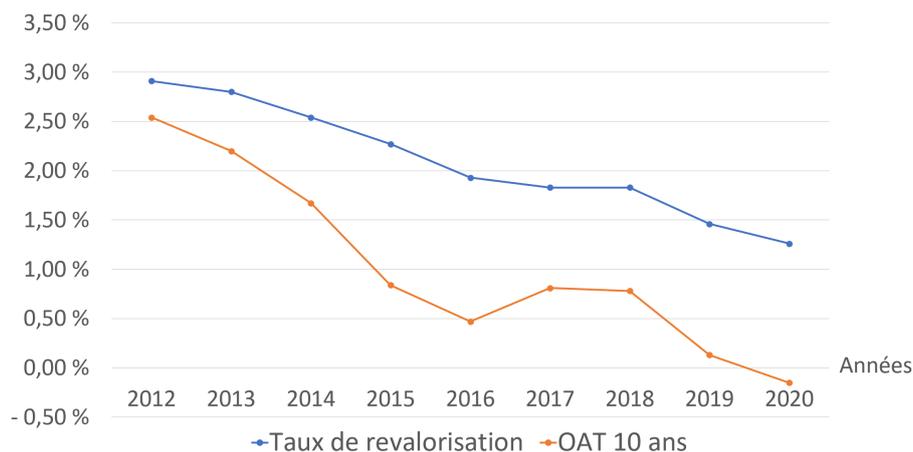


FIGURE 1.6 : Évolution des taux de revalorisation et obligataires en France entre 2012 et 2020 en pourcentage

Cependant, cette tendance pourrait dans un futur proche s'inverser en raison de la remontée des taux constatée à partir de l'année 2021. En effet, le phénomène de « retard » de l'assurance vie est à double tranchant : en cas de baisse des taux, les produits d'assurance vie sont plus avantageux mais en cas de remontée des taux, ils tarderont à proposer des taux aussi avantageux que les taux du marché en croissance. De plus, cette remontée des taux serait vraisemblablement accompagnée d'une augmentation de l'inflation comme le montre la relation de Fisher

$$\text{Inflation} = \text{Taux}_{\text{Nominaux}} - \text{Taux}_{\text{Réel}}. \quad (1.1)$$

D'autre part, depuis 2021, c'est la hausse de l'inflation qui tire la remontée des taux par l'initiative de la Banque Centrale Européenne avec son objectif de limiter l'inflation à 2%. Ainsi, le secteur de l'assurance vie pourrait faire face à une situation où à la fois les rendements des produits d'assurance seraient faibles tout en ayant la valeur des encours des assurés baisser en taux réels à cause de l'inflation. Cette situation met en évidence d'une part des risques de rachats de la part des assurés mais aussi de perte de compétitivité de l'épargne qui soulignent l'intérêt de cette étude cherchant à analyser l'impact de l'inflation chez les assureurs afin qu'ils puissent être préparés aux événements à venir.

Les avantages fiscaux de l'assurance vie constituent le principal avantage du secteur en France. En effet, l'assurance vie possède de nombreux avantages fiscaux malgré des récentes réformes qui tendent à les réduire :

La fiscalité sur le revenu De manière générale, l'impôt sur le revenu est structuré en tranches ayant chacune un taux d'imposition. Cependant, pour l'épargne (assurance en cas de vie) au moment

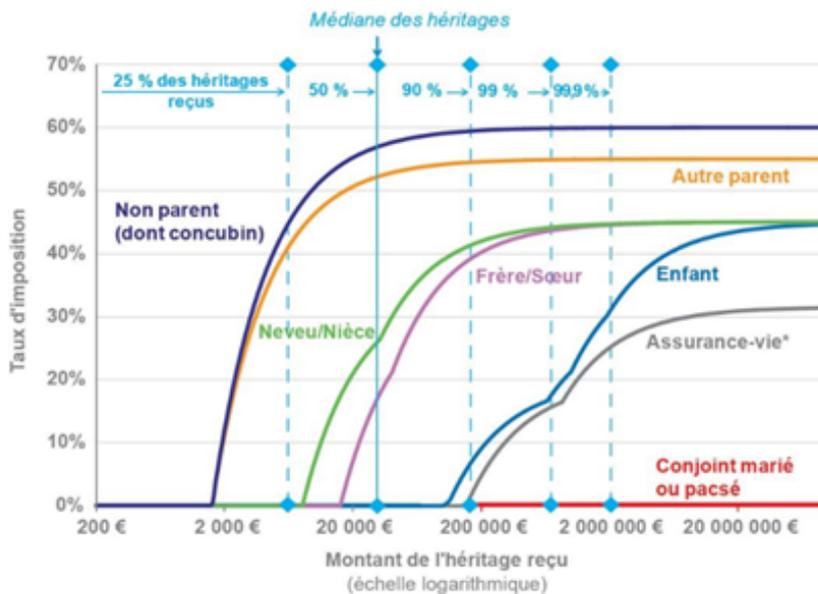
du rachat de l'assuré, les plus-values réalisées suivent un dispositif spécifique depuis la réforme de 2017 énonçant la « flat tax », introduite par l'ASSEMBLÉE NATIONALE FRANÇAISE (2017). Ce nouveau dispositif s'appliquant aux versements après le 27 Septembre 2017 est résumé dans le tableau 1.2,

Durée du contrat	Part des versements < 150000€	Part des versements > 150000€
Moins de 4 ans	PS 17,2%+ IR ou PFU 12,8%	PS 17,2%+ IR ou PFU 12,8%
Entre 4 et 8 ans	PS 17,2%+ IR ou PFU 12,8%	PS 17,2%+ IR ou PFU 12,8%
Plus de 8 ans	Après abattement : PS 17,2%+ IR ou PFU 7,5%	Après abattement : PS 17,2%+ IR ou PFU 12,8%

TABLE 1.2 : Taux d'imposition introduits par la « flat tax » en France en 2018

où PS : prélèvement sociaux, IR : impôts sur le revenu et PFU : prélèvement forfaitaire unique.

La fiscalité sur les successions Dans le cadre général, les héritages sont soumis à une fiscalité particulière introduisant différents taux d'imposition en fonction des tranches de calcul. De plus, les taux d'impositions appliqués dépendent de la nature de la relation entre le souscripteur de l'héritage et son bénéficiaire (enfant, frère/sœur, etc.). L'assurance vie se révèle très avantageuse quelle que soit la relation entre le souscripteur et le bénéficiaire. La raison de cet avantage fiscal est que l'assureur est un tiers indépendant du souscripteur et par conséquent les sommes versées par l'assurance n'ont pas à être intégrées dans sa succession. Le graphique 1.7 tiré de l'étude de DHERBÉCOURT (2017) montre les différents taux d'imposition des héritages reçus en fonction du degré de parenté par rapport à l'assurance vie (épargne et assurance en cas de décès).



* Quel que soit le lien de parenté entre le défunt et le bénéficiaire, hors versements après 70 ans. Les versements après 70 ans font l'objet d'un abattement de 30 500 euros par défunt. Les versements antérieurs à 1998 sur des contrats ouverts avant 1991 sont totalement défiscalisés.

FIGURE 1.7 : Taux d'imposition sur l'héritage en fonction du degré de parenté en France en 2017 d'après l'étude de DHERBÉCOURT (2017)

Le graphique 1.7 montre que l'assurance vie offre non seulement des taux d'impositions plus bas sauf dans le cas où l'héritage est adressé au conjoint (marié ou pacsé) mais aussi qu'elle est indifférente à la relation entre le bénéficiaire et le souscripteur.

La fiscalité sur le capital Communément appelée l'impôt de Solidarité sur la fortune (ISF) se présente sous le même dispositif que l'impôt sur le revenu c'est-à-dire en tranches avec pour chacune un taux d'imposition. Concernant l'assurance vie, la règle générale appliquée est la suivante : seuls les contrats rachetables entrent en compte dans le calcul du capital imposable de l'ISF. Cependant, avec la réforme pour 2018 de l'ASSEMBLÉE NATIONALE FRANÇAISE (2017), l'ISF a été remplacée par l'Impôt sur la Fortune Immobilière (IFI). L'assurance vie n'est donc plus concernée par l'ISF mais les unités de comptes investies sur des fonds d'investissement immobiliers entrent dans l'assiette de l'IFI.

1.1.4 Les provisions et la tarification

Une particularité de l'assurance vie est que l'assureur n'a pas le moyen d'exiger le paiement des primes aux assurés⁷. Ainsi, en cas de refus de paiement d'un assuré, l'assureur peut le cas échéant réduire ou suspendre la garantie souscrite mais en aucun cas exiger le paiement de l'assuré. L'assureur constitue donc à chaque fin d'année, une provision appelée « provision mathématique » qui n'est autre que la différence entre la valeur actuelle probable des engagements de l'assureur et celle des assurés. La notion de « valeur actuelle probable » (VAP) est essentielle en assurance et particulièrement en assurance vie. En effet, les engagements d'assurance vie sont basés sur le décès ou la survie de l'assuré. L'incertitude réside donc sur la durée de vie résiduelle ou l'âge de décès de l'assuré avec des probabilités de survie ou de décès déterminées à l'aide d'une table de mortalité. Comme l'illustre la figure 1.8, la VAP fait intervenir trois notions : le coût du sinistre (valeur de l'engagement de l'assureur), la probabilité d'occurrence du sinistre et le coefficient d'actualisation : $\mu^n = \frac{1}{(1+i)^n}$, où i le taux d'actualisation choisi par l'assureur et n le nombre d'années séparant la date d'évaluation et la date du sinistre.

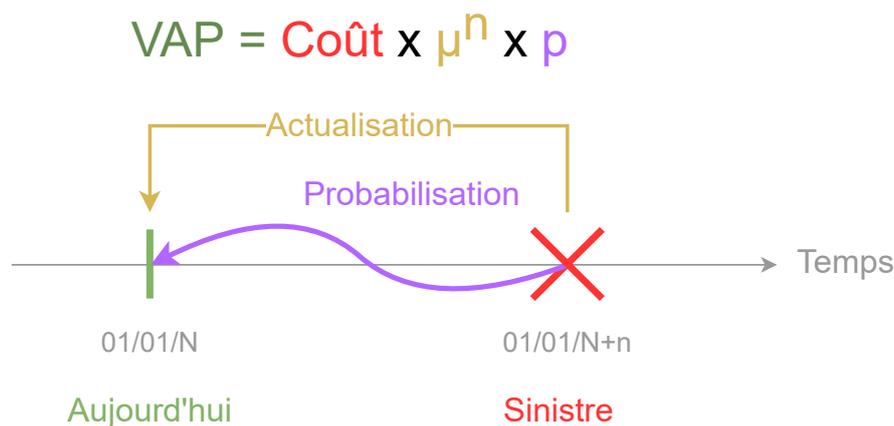


FIGURE 1.8 : Illustration du calcul de la valeur actuelle probable

Les provisions mathématiques sont données par la formule suivante⁸

$$PM_t = \max(VAP(Assureur)_t - VAP(Assurés)_t; 0). \quad (1.2)$$

⁷Article L 132-20 du code des assurances.

⁸Article R. 331-3 du code des assurances.

Exemple de tarification

Afin d'illustrer la tarification en assurance vie et le calcul des provisions mathématiques, prenons l'exemple d'un contrat de temporaire décès de durée 4 ans signé le 01/01/N. L'assureur s'engage à payer un capital de 50.000€ quelle que soit la date de décès d'un assuré Mr. X âgé de 45 ans dans les 4 prochaines années en contrepartie du versement d'une prime annuelle. On supposera un taux d'actualisation de 2% et l'on se servira de la table de mortalité TH 00 – 02. Notons P la prime pure annuelle, P'' la prime commerciale et $\mu = \frac{1}{1+2\%}$, le coefficient d'actualisation. La figure 1.9 montre l'échéancier de la garantie.

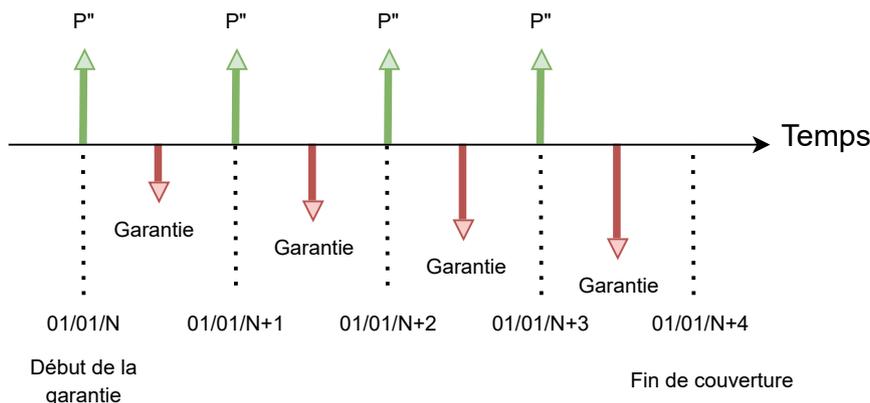


FIGURE 1.9 : Echancier du contrat

L'échéancier montre que :

- les primes sont constantes dans l'exemple. En effet, c'est le cas dans la plupart des contrats d'assurance pour des raisons principalement commerciales à savoir que le paiement d'annuités constantes est le plus accessible en terme de calcul par le public ;
- les prestations dues par l'assureur en cas de décès chaque année sont croissantes. En effet, la probabilité de décès de l'assuré augmente avec le temps et donc d'après la formule (1.8) la valeur actuelle probable de l'engagement de l'assureur sur une année croît ;
- les prestations dues par l'assureur sont positionnées en milieu d'année. En effet, en assurance vie dans le cadre des garanties en cas de décès, on suppose que le décès de l'assuré survient en milieu d'année malgré les tendances saisonnière de mortalité (mortalité supérieure pendant l'hiver que pendant le printemps).

Calcul de la prime pure

Le calcul de la prime pure P se base sur le principe « d'équité actuarielle » : au début du contrat, il y a égalité entre la VAP de l'assureur et celle de l'assuré

$$VAP(Assuré)_{t=0} = VAP(Assureur)_{t=0}, \tag{1.3}$$

$$\sum_{k=0}^3 P \times \mu^k \times p_{45+k} = \sum_{k=0}^3 q_{45+k} \times \mu^{k+1/2} \times 50000, \tag{1.4}$$

où p_{45+k} et q_{45+k} sont respectivement les probabilités de survie jusqu'à l'âge de $45 + k$ ans et de décès à l'âge de $45 + k$ ans d'une personne selon la table TH 00 – 02. Dans la suite, nous introduirons les notations actuarielles ${}_n\ddot{a}_x$ et ${}_nA_x$ données par

$${}_n\ddot{a}_x = \sum_{k=0}^{n-1} \mu^k \times p_{x+k}, \quad (1.5)$$

$${}_nA_x = \sum_{k=0}^{n-1} \mu^k \times q_{x+k}. \quad (1.6)$$

Ainsi, en reprenant l'équation (1.4)

$$P \times {}_4\ddot{a}_{45} = 50000 \times {}_4A_{45}, \quad (1.7)$$

$$P = \frac{50000 \times {}_4A_{45}}{{}_4\ddot{a}_{45}}, \quad (1.8)$$

$$P = 223,5\text{€}. \quad (1.9)$$

Calcul de la prime commerciale

L'hypothèse sera que les seuls frais commerciaux s'appliquant au contrat sont dûs à la gestion des primes versées par Mr. X. Ces frais s'élèvent à 0.3% de chaque prime commerciale annuelle versée. On a alors par principe d'équité actuarielle

$$VAP(\text{Assuré})_{t=0} = VAP(\text{Assureur})_{t=0} \quad (1.10)$$

$$P'' \times {}_4\ddot{a}_{45} = P \times {}_4\ddot{a}_{45} + 0,3\% \times P'' \times {}_4\ddot{a}_{45}, \quad (1.11)$$

$$P'' = \frac{P}{1 - 0,3\%}, \quad (1.12)$$

$$P'' = 224,17\text{€}. \quad (1.13)$$

Calcul des provisions mathématiques

En se basant sur la formule (1.2), la provision mathématique à la $k^{\text{ième}}$ année de couverture est donnée par la formule suivante

$$PM_k = VAP(\text{Assureur})_k - VAP(\text{Assuré})_k, \quad (1.14)$$

$$= 50000 \times {}_{|4-k}A_{45+k} + 0,3\% \times P'' \times {}_{|4-k}\ddot{a}_{45+k} - P'' \times {}_{|4-k}\ddot{a}_{45+k}. \quad (1.15)$$

Plus simplement, l'équation (1.15) se traduit comme la différence d'engagements entre l'assureur et l'assuré à la $k^{\text{ième}}$ année du contrat. Concernant l'assureur, il s'engage à couvrir les $4 - k$ années restantes du contrat en promettant à chaque année $N + k$, un capital de 50.000€ en cas de décès de l'assuré qui a alors $45 + k$ ans, sans oublier les frais de gestion de contrat dont il devra s'acquitter. L'assuré quant à lui n'est tenu que de payer les $4 - k$ primes commerciales P'' restantes dans le cadre de son contrat. Le graphique montre les provisions mathématiques qui devront être constituées par l'assureur à chaque fin de la $k^{\text{ième}}$ année de couverture du contrat. La provision mathématique (PM) pour $k = 0$ représente la PM à constituer immédiatement à la signature du contrat qui est donc nulle à cause du principe d'équité actuarielle. Le graphique 1.10 représente la provision mathématique du contrat en fonction des années de couverture.

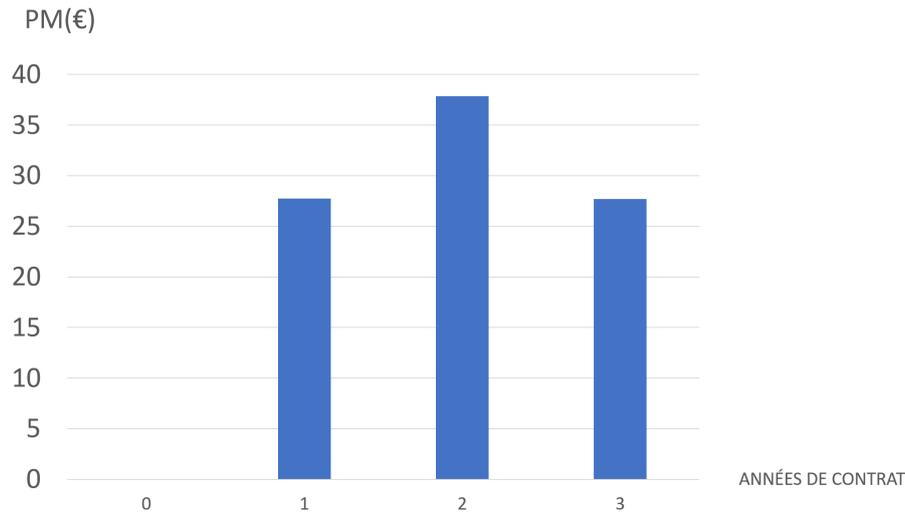


FIGURE 1.10 : Provision mathématique du contrat

Ce calcul de la provision mathématique et de la prime pure correspond à des produits avec une tarification actuarielle (garanties temporaires ou vie entière en cas de décès). Il ne concerne pas l'épargne où la provision mathématique représente le dépôt de l'assuré. Ce dépôt est constitué de l'agrégation et de la capitalisation des versements de l'assuré sous forme de primes.

En plus des provisions mathématiques, il y a de nombreuses autres provisions techniques vie listées à l'article R. 343-3 du Code des assurances, par exemple la provision pour participation aux excédents, la réserve de capitalisation et la provision de gestion. Parmi celles-ci, la provision pour participation aux bénéfices (PPB) est particulièrement intéressante.

La Provision pour Participation aux Bénéfices

Il s'agit d'une provision constituée afin de restituer aux assurés une part des bénéfices générés par leurs contrats d'épargne en euros. Ces bénéfices peuvent être issus soit de la gestion du contrat, soit des produits financiers générés par la capitalisation des encours. Ainsi, l'assureur génère des bénéfices de la gestion des contrats en euros qu'il reverse en partie sous la forme de participation aux bénéfices (PB) à ses assurés. Cette PB peut être reversée aux assurés soit de manière immédiate (directement sur leurs encours), soit de manière différée avec la constitution d'une PPB. La provision pour participation aux bénéfices doit être reversée aux assurés dans un délai de 8 ans.

Participation aux bénéfices

Il faut distinguer la PB (participation aux bénéfices) dite « réglementaire » de la PB « contractuelle ». En effet, la PB contractuelle est définie contractuellement entre l'assureur et l'assuré lors de la signature du contrat alors que la PB réglementaire constitue le minimum des bénéfices qui doit être restitué aux assurés. La participation aux bénéfices constitue un levier de pilotage des contrats essentiel pour un assureur. En effet, en fonction du contexte économique (concurrence ou inflation), l'assureur distribue plus ou moins de PB à ses assurés afin de satisfaire aux exigences du marché mais aussi à ses engagements contractuels.

La PB réglementaire est calculée comme suit

$$PB = BT \times \begin{cases} 90\% & \text{si } BT \geq 0 \\ 100\% & \text{si } BT < 0 \end{cases} + BF \times \begin{cases} 85\% & \text{si } BF \geq 0 \\ 0\% & \text{si } BF < 0 \end{cases}, \quad (1.16)$$

où BT et BF représentent respectivement le bénéfice technique et le bénéfice financier de l'assureur.

Le bénéfice technique qui intervient dans la formule du calcul de la PB est collectif à l'ensemble des assurés. Il s'agit du bénéfice que l'assureur a réalisé au cours de l'année d'exercice sur les contrats auxquels il doit reverser une participation aux bénéfices. Ainsi, d'après la formule (1.16), les assurés reçoivent de la PB en fonction de la rentabilité de leurs contrats, si leurs contrats sont déficitaires, ils verront leurs PB amputées en conséquence. D'autre part le bénéfice financier est constitué des bénéfices financiers que l'assureur a réalisé au cours de l'année d'exercice en investissant les encours de ses contrats sur les marchés financiers.

Il faut donc distinguer participation aux bénéfices et provision pour participation aux bénéfices. La PPB est une réserve constituée d'une partie de la PB que l'assureur a décidé de reverser de manière différée avec un délais maximum de 8 ans.

La réserve de capitalisation

La réserve de capitalisation est une réserve obligatoire mise en place par les organismes d'assurance pour parer à la dépréciation des éléments compris dans l'actif de l'assureur et à la baisse de leurs revenus. Elle permet de lisser les résultats correspondant aux plus ou moins values réalisés par l'assureur dans la vente de ses obligations avant leurs termes en cas de mouvement des taux.

Elle contraint l'assureur à mettre en réserve toute plus value qu'il réalise en vendant une obligation en cas de baisse des taux mais aussi elle lui permet de reprendre dans la réserve toute moins value qu'il réalise en vendant une obligation en cas de hausse des taux. La réserve de capitalisation sert à dissuader les assureurs de vendre leurs obligations en cas de mouvement de taux tout en protégeant les assurés ayant des contrats d'assurance vie.

Après cette brève introduction à l'assurance vie, nous pouvons désormais nous intéresser à la réglementation relative à celle-ci.

1.2 La réglementation et le bilan prudentiel

Le secteur de l'assurance est très réglementé. En effet, le secteur repose sur la « confiance » des assurés envers les assureurs qui leur promettent des prestations contre le versement de primes. Il est important de rappeler que le versement de ces primes intervient systématiquement avant le paiement d'une prestation, conformément à une promesse appelée formellement « contrat ». Il convient donc d'avoir des régulateurs vérifiant à tout moment que les assureurs ont les moyens pour répondre aux engagements qu'ils ont contractés envers les assurés. Les assureurs français sont soumis à deux niveaux de réglementation : national et européen.

À l'échelle nationale, l'État français impose un triptyque de contrôle aux assureurs : juridique, comptable et technique. Le cadre juridique est représenté par le Code des assurances⁹ (entreprises d'assurance), le Code de la mutualité (mutuelles) et le Code de la sécurité sociale (institutions de prévoyance)

⁹Décret no 76-667 du 16 juillet 1976 par les articles : L 111-1s, R 111-1s et A 111-1s.

qui comprennent l'ensemble des lois et règlements qui régissent non seulement les assureurs mais aussi les relations entre assurés et assureurs. Le cadre comptable correspond à la vérification de la concordance entre l'actif et le passif des assureurs avec comme pièces maîtresses : le bilan comptable et le compte de résultat tout en répondant aux principes de la comptabilité générale. Enfin le cadre technique se rapporte à des principes propres au secteur assurantiel à savoir la classification et la séparation des opérations d'assurance en fonction de leur nature, de leur objet avec la distinction entre les contrats gérés en répartition ou en capitalisation (1.1.1). Le contrôle est assuré par l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution (ACPR) créée le 9 mars 2010 en application de l'ordonnance du 21 janvier 2010. L'ACPR se charge à la fois du contrôle des établissements bancaires et des assureurs répondants à certains critères tels que les entreprises exerçant une activité d'assurance directe mentionnées à l'article L310-1 du code des assurances.

A l'échelle européenne, le parlement européen et le conseil de l'Union Européenne imposent différentes directives aux organismes d'assurance. Une directive est « un acte législatif qui fixe des objectifs à tous les pays de l'Union Européenne » d'après l'UNION EUROPÉENNE (2022), i.e, un texte qui fixe des objectifs à atteindre mais sans préciser la manière de les atteindre, il convient à chaque pays de l'UE de trouver la manière la plus adéquate. Cependant, si chaque pays utilisait des méthodes propres à la nature de son milieu assurantiel, il n'y aurait jamais d'homogénéité du secteur de l'assurance à l'échelle européenne. C'est ainsi, que l'European Insurance and Occupational Pensions Authority (EIOPA), autorité de supervision indépendante des instances européennes a vu le jour en 2011 en pleine période d'instabilité financière afin d'assurer une convergence à la fois dans la régulation mais aussi dans la supervision du marché européen. L'EIOPA vient donc jouer un rôle de chaperon des organismes de contrôle nationaux tels que l'ACPR et propose des mesures concrètes d'application des directives européennes.

Dans ce contexte réglementaire structuré, différents systèmes prudeniels se sont succédés afin d'apporter à chaque fois de nouveaux principes d'évaluation des engagements des assureurs. La figure 1.11 résume les principaux évènements ayant marqué le régime prudentiel assurantiel en Europe.

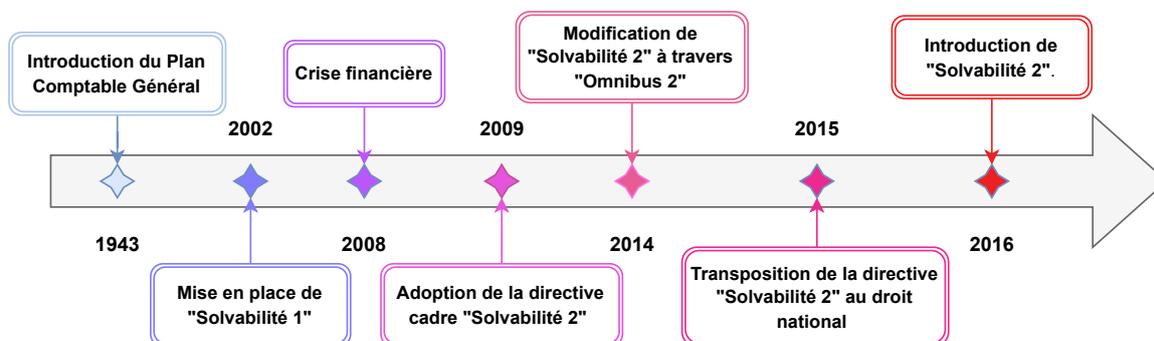


FIGURE 1.11 : Historique de la Solvabilité 2 en France de 1943 à 2016

La réglementation est passée d'une vision « comptable » où la principale préoccupation est de savoir si les mesures de sécurité prises par l'assureur étaient proportionnelles à la taille de son activité économique à une vision de « management de risque » où les mesures de prévention de l'assureur doivent être à la hauteur des risques qu'il prend. La première vision est représentée par le système « Solvabilité 1 » tandis que la deuxième est apparue avec la directive « Solvabilité 2 » en raison des problèmes rencontrés avec Solvabilité 1 notamment lors de la crise financière de 2008 pendant laquelle les mesures introduites par celle-ci n'ont pas été suffisantes pour protéger les assureurs d'une forte dépréciation de leurs actifs.

1.2.1 La vision comptable

L'histoire de la réglementation de l'assurance en Europe a donc commencé en 1943 avec le Plan Comptable Général qui introduit les notions clés du bilan comptable et du compte de résultats. L'objectif est de s'intéresser à une évaluation, un « bilan » des événements comptables qui se sont déroulés au cours d'une année appelée « exercice comptable » afin de déterminer la situation financière d'un assureur au 31 décembre de cette année.

La clé de voûte de cette évaluation est le bilan comptable qui permet de savoir quelles sont les ressources (dettes) et les emplois d'une entreprise d'assurance. Il permet d'obtenir une idée générale de l'état financier de l'assureur tout en précisant comment ses actifs et ses passifs sont ventilés (répartis). Le bilan d'un assureur se présente en général sous la forme illustrée par le tableau 1.3 en classant les éléments de chaque compartiment (actif et passif) du moins liquide au plus liquide de haut en bas.

Actif (emplois)	Passif (ressources)
Actif immobilisé	Capitaux propres
Actif circulant	Provisions
Régularisation	Dettes

TABLE 1.3 : Bilan comptable

Il repose sur un équilibre essentiel : l'ensemble des actifs doit être égal à l'ensemble des passifs. En effet, d'une part, ce sont les passifs qui permettent aux assureurs d'acquérir des actifs et d'autre part, les actifs servent à respecter les engagements inscrits dans les passifs. Le bilan ne permet pas de déterminer les bénéfices ou pertes spécifiques d'une entreprise (perte due à la tarification, ...), il permet d'établir la robustesse financière de celle-ci à travers les ressources et les emplois observés. C'est pour cette raison que de manière générale, le bilan est accompagné du compte de résultat. C'est lui qui s'intéresse au résultat de l'assureur sur l'exercice comptable en recensant les produits (biens et services fournis qui constituent les gains) et les charges (biens et services consommés qui constituent les pertes) de l'assureur.

Notion Actif-Passif

Le bilan repose sur deux compartiments : l'actif et le passif. L'actif correspond à l'ensemble des possessions de l'entreprise qui, d'après la définition du plan comptable général (AUTORITÉ DES NORMES COMPTABLES (2019)), ont « une valeur économique positive » pour l'entreprise et dont elle attend « des avantages économiques futurs ». Par opposition, les passifs ont une « valeur économique négative » c'est à dire qu'ils correspondent à une perte de résultat pour l'assureur. De manière générale, les actifs servent à « représenter » et « capitaliser » les gains de l'assureur tandis que les passifs indiquent les origines de ces gains. Par exemple, un compte bancaire est un actif qui « représente » des gains de l'assureur sans les capitaliser alors que des actions en bourse servent à capitaliser ces gains.

Cependant, aux vues de ses engagements vis-à-vis des assurés, l'assureur doit toujours s'assurer d'avoir une « adéquation » entre son actif et son passif. Cette adéquation est possible grâce à la gestion actif-passif que l'assureur effectue au fur et à mesure de ses acquisitions et de ses nouveaux contrats. Par opposition aux autres secteurs d'activités, l'actif du bilan d'un assureur ne reflète pas son activité. En effet, pour d'autres secteurs comme par exemple la construction automobile, l'analyse de l'actif du bilan permet de discerner le secteur d'activité alors que dans le domaine assurantiel, c'est au passif que l'on déduit le secteur d'activité. Cette nuance fait toute la particularité de la notion actif/passif dans le domaine de l'assurance : l'assureur cherche à démontrer que ses actifs répondent bien aux exigences de

ses engagements. C'est pour cette raison que le bilan est un outil d'audit pour les régulateurs comme l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution d'où la nécessité pour l'assureur de répondre à des critères de précision et de transparence dans son bilan.

L'actif d'un assureur (tableau 1.3) comprend dans l'ordre du moins liquide au plus liquide : l'actif immobilisé qui comprend les biens conservés de façon durable (plus d'un an), l'actif circulant qui contient les éléments ayant pour vocation d'assurer le bon fonctionnement des activités courantes (délais de moins d'un an) et enfin les comptes de régularisation qui servent à ajuster les comptes lors de la clôture annuelle. En général, les actifs des assureurs sont composés comme suit : obligations (70%), actions (15%), autres placements dont l'immobilier (15%). Les actifs sont comptabilisés au bilan en valeur d'acquisition, i.e, un actif détenu par un assureur aura toujours la même valeur au bilan : la valeur qu'il avait à l'achat.

Le passif (tableau 1.3) quant à lui, est composé dans l'ordre croissant de liquidité de : capitaux propres qui représentent les ressources stables de l'assureur apportés par ses actionnaires, de provisions représentant les réserves de l'assureur relative à ses engagements envers les assurés et enfin des dettes qui constituent les sources de financement de l'assureur (emprunts auprès de banques par exemple).

Solvabilité 1

La réglementation « Solvabilité 1 » mise en place le 14 février 2002 est basée essentiellement sur les principes comptables, elle préconise des méthodes d'évaluation auditable et explicites, qui, cependant présentent l'inconvénient de ne pas cerner les risques réellement courus par l'assureur. Solvabilité 1 introduit la notion de « marge de solvabilité » qui représente un « matelas de sûreté » pour l'assureur en cas de chute de la valeur de ses actifs. Ce « matelas de sécurité » permet de s'assurer que les provisions calculées de manière prévisionnelles seront suffisantes pour régler les engagements. D'autre part, les provisions constituées par un assureur sont soumises au risque de perdre une partie de leur valeur car étant investies sur les marchés financiers. Ainsi, en cas de baisse de la valeur des actifs, sans « matelas de sécurité » l'assureur est soumis au risque de faire face à une situation de déficit où son passif (ses provisions) sera plus grand que son actif. Le bilan Solvabilité 1 se présente généralement sous la forme présentée dans le schéma 1.12.

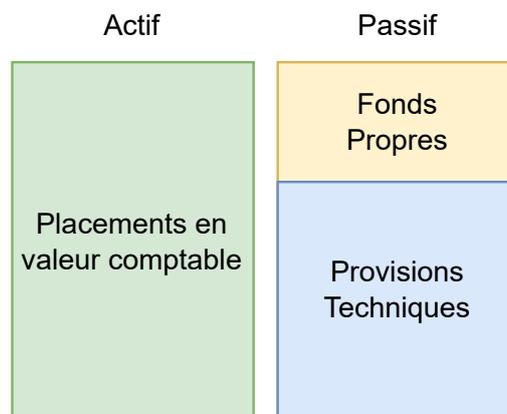


FIGURE 1.12 : Composition d'un bilan Solvabilité 1

Il est constitué de :

- **l'actif** : comptabilisé en valeur d'acquisition comme pour le bilan ;
- **les fonds propres comptables** : définis en 1.2.1 qui doivent être au minimum égaux à l'exigence de solvabilité ;
- **les provisions techniques comptables** : composées des provisions mathématiques et des différentes provisions propres à l'activité de l'assureur (vie ou non-vie).

Dans le cadre de Solvabilité 1, les assureurs doivent disposer de fonds propres comptables équivalents au maximum entre l'exigence de marge de solvabilité et le fond de garantie minimum. Ce dernier est indexé sur l'inflation et prend différentes valeurs en fonction du secteur d'activité de l'assureur (3 millions d'euros en assurance vie contre 2 millions d'euros en assurance non-vie). La marge de solvabilité réglementaire quant à elle prend aussi deux valeurs différentes en fonction du secteur d'activité de l'assureur. En assurance non-vie, elle est définie comme le maximum entre la marge constituée au titre des sinistres et celle constituée en se basant sur les primes reçues. D'autre part en assurance vie, elle dépend essentiellement des provisions mathématiques constituées par l'assureur.

Solvabilité 1 présente des méthodes d'évaluation des éléments constitutifs du bilan qui se présentent sous la forme de formules explicites ne nécessitant pas d'énormes ressources informatiques et actuariales comme la réglementation Solvabilité 2 qui sera abordée ci-après. Cependant, cette réglementation présente de nombreux inconvénients :

- la gestion du risque de marché : un assureur avec une politique d'investissement risquée n'est pas contraint de constituer une marge de solvabilité à la hauteur des risques qu'il prend. Cet aspect a notamment été mis en évidence par la crise des financiers des « subprimes » en 2008 lors de laquelle la valeur des actifs financiers ont connu une baisse conséquente.
- la non prise en compte de la volatilité des sinistres : la détention d'un portefeuille tel que le coût moyen des sinistres est faible mais dont l'écart-type est élevé (par exemple la responsabilité civile) devrait engendrer la constitution d'une marge de solvabilité plus grande, ce qui n'est pas le cas dans ce régime. De plus, le risque de sélection (des assurés en fonction du profil) n'est pas pris en compte.
- l'absence de prise en compte des risques futurs et du comportement des assurés dans le calcul de la marge de solvabilité.

C'est ainsi que les régulateurs et les assureurs européens ont vu la nécessité de constituer une nouvelle réglementation à la hauteur des risques émergents : « Solvabilité 2 ».

1.2.2 Vision gestion des risques : l'ère Solvabilité 2

Suite à de nombreuses consultations entre les assureurs et les régulateurs notamment à travers les études quantitatives d'impact (QIS) menées par le CEIOPS¹⁰ sur demande de la Commission Européenne, la directive Solvabilité 2 a vu le jour. Le processus de mise en place de la directive a connu plusieurs étapes comme le montre la figure 1.11. Tout d'abord, la directive cadre à savoir la directive 2009/138/CE du Parlement européen et du Conseil qui précise les principes généraux du nouveau régime prudentiel est adoptée. Ensuite, l'adoption de la directive « Omnibus 2 » apporte des modifications à la directive cadre notamment concernant l'extrapolation de la courbe des taux. Enfin, la directive Solvabilité 2 a été transposée en droit français (certains articles du Code des assurances ont été modifiés conformément aux principes de celle-ci avant son introduction le 1^{er} Janvier 2016).

¹⁰Autorité européenne des assurances et des pensions professionnelles.

En d'autres termes Solvabilité 2 a pour but de modifier le secteur assurantiel à trois niveaux. Au niveau de l'assuré : en assurant une meilleure protection de ses intérêts tout en lui offrant des indicateurs de la solvabilité des assureurs plus performants. Au niveau de l'assureur : en renforçant la gouvernance et la gestion des risques. Et enfin, au niveau des régulateurs : en harmonisant la réglementation et les pratiques de contrôle à l'échelle européenne.

Pour atteindre ces objectifs, Solvabilité 2 est divisée en trois piliers comme le montre la figure 1.13. Nous

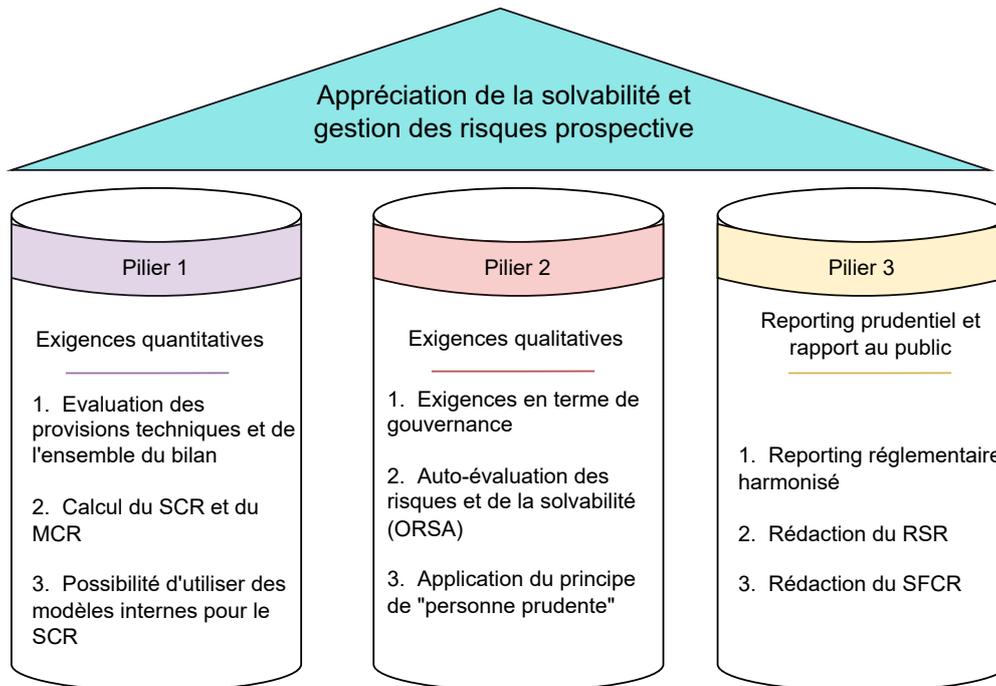


FIGURE 1.13 : Présentation des trois piliers de Solvabilité 2

allons dans la suite nous intéresser aux exigences de chaque pilier ainsi qu'aux méthodes d'évaluation de celles-ci.

Piliers 1 : Exigences quantitatives

Le pilier 1 est composé de l'ensemble des calculs effectués afin d'apprécier le niveau de solvabilité d'un assureur ainsi que les risques pris par celui-ci dans ses politiques d'investissements. Comme énoncé précédemment avec Solvabilité 1, l'une des manières les plus efficaces d'évaluer la solvabilité d'un assureur est de constituer un bilan de son activité. C'est ainsi qu'à été introduit le bilan prudentiel Solvabilité 2 s'inspirant du bilan Solvabilité 1 tout en revoyant les méthodes d'évaluation des différents composants. Le bilan Solvabilité 2 est représenté sur la figure 1.14.

L'actif du bilan Solvabilité 2 est constitué essentiellement des actifs financiers détenus par l'assureur et évalués en « juste valeur ». Un actif est évalué en juste valeur s'il est valorisé au montant pour lequel il pourrait être échangé dans le cadre d'une transaction conclue dans des conditions de concurrence normales sur les marchés. L'utilisation de la valeur comptable (valeur à l'achat de l'actif) n'est pas adaptée si l'on veut évaluer chaque année, la situation actuelle de l'assureur. L'exemple d'un assureur qui aurait au 31/12/N des actifs en valeur comptable de 10.000€ alors que ces mêmes actifs

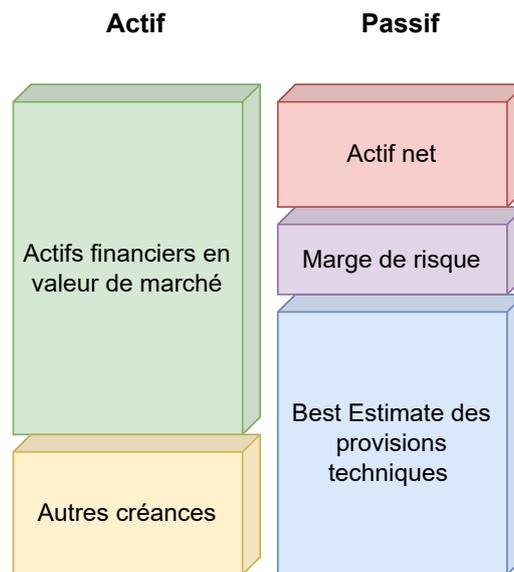


FIGURE 1.14 : Bilan Solvabilité 2

valent en réalité 8.000€ permet d'illustrer l'inconvénient de la valeur comptable. Évaluer la solvabilité de cet assureur en se basant sur la valeur comptable de ses actifs mènerait donc à une surestimation de sa situation financière. En réalité il existe un mécanisme de provision dite pour « risques d'exigibilité » qui permet à l'assureur de provisionner les moins values latentes qu'il enregistre au titre de ses actifs financiers non-amortissables. Cependant, le problème est que l'on inscrit au bilan une quantité d'actif qui en réalité est erronée, d'où le passage à la juste valeur.

D'autre part, s'il est impossible d'évaluer la valeur d'un actif sur un marché actif, on définit la « juste valeur » d'un actif comme la valeur donnée par un modèle calibré sur les données de marché. L'évaluation de l'actif du bilan prudentiel en juste valeur nécessite donc des outils permettant pour un actif donné de le valoriser en :

- le décomposant en actifs cotés sur les marchés ;
- trouvant des actifs équivalents sur les marchés ;
- modélisant son évolution (sa dynamique) à l'aide d'un modèle action.

Le passif du bilan Solvabilité 2 est composé du « best estimate » des passifs, des fonds propres et de la marge pour risque.

Avant d'introduire les éléments constitutifs du passif, nous allons tout d'abord définir la comptabilisation d'un contrat sous Solvabilité 2 par rapport à Solvabilité 1, le contrat étant la structure de base du passif. La figure A.2 en Annexe résume la manière dont est prise en compte la date d'effet d'un contrat sous les deux normes. Ainsi, comme le montre la figure A.2, sous la norme Solvabilité 1, un contrat était comptabilisé initialement à la date du début de la couverture ou du paiement de la première prime alors que sous Solvabilité 2, le contrat débute dès la signature de l'engagement entre l'assureur et l'assuré.

La majorité du passif d'un assureur se trouve dans le best estimate de ses engagements, i.e, dans la « meilleure estimation » qui correspond à la valeur actuelle de l'espérance des flux futurs de trésorerie

estimés de la meilleure façon possible. Cela correspond à la valeur actuelle probable (introduite en 1.8) de chaque flux de trésorerie de l'assureur.

$$VAP = \sum_{i=1}^n F_i \times \mu^i \times p_i \tag{1.17}$$

où F_i représente flux de trésorerie i , p_i la probabilité d'occurrence de l'évènement engendrant ce flux et μ^i le taux d'actualisation.

Les flux de trésoreries peuvent être de deux sortes :

- les flux entrants : notamment les primes futures sur les contrats existants.
- les flux sortants : notamment les prestations, les provisions et les charges de l'assureur.

Le **best estimate** est la valeur du portefeuille de l'assureur à une date t en prenant en compte l'ensemble des contrats existants (à la date t) et sans prendre en compte de contrats futurs (projection d'avoir 5000 nouveaux contrats par an). Ainsi, pour le calculer, il faut actualiser l'ensemble des flux de trésorerie (entrants et sortants) jusqu'à échéance de l'ensemble des contrats ou fin de l'horizon de projection. Le graphique 1.15 illustre le calcul de celui-ci.

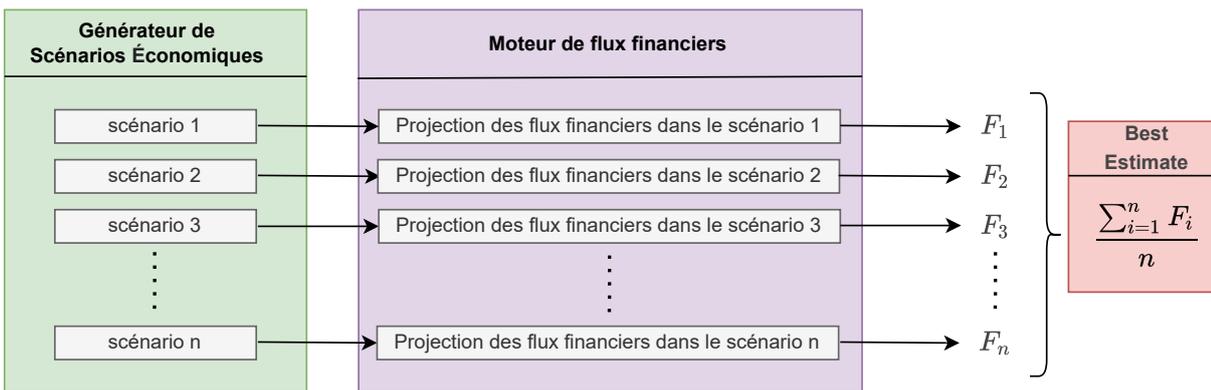


FIGURE 1.15 : Calcul du Best Estimate

Afin que le best estimate soit le plus proche d'une valeur possible du portefeuille de l'assureur, il est défini comme une espérance, i.e, la somme probabilisée des flux de plusieurs scénarios.

Tout d'abord des scénarios composés d'hypothèses économiques (variation de l'actif) sont générés à l'aide d'un générateur de scénarios économiques (GSE). Ensuite, pour chaque scénario, il faut simuler l'évolution du portefeuille de contrats de l'assureur et déterminer les flux financiers actualisés dans ce scénario en se basant sur des hypothèses de rachat, de mortalité de la population assurée et de frais. Cette simulation est effectuée à l'aide d'un moteur de flux financiers qui prend en compte à la fois des hypothèses d'évolution de la population assurée et de modélisation des stratégies de l'assureur (dotation de provision pour participation aux bénéfices par exemple). Enfin le best estimate est calculé en agrégeant les flux précédemment déterminés comme le montre la figure 1.15.

L'**actif net** est calculé après évaluation de tous les autres postes du bilan de la manière suivante

$$Actifnet = Total(Actif) - (Best Estimate + Marge pour risque) \tag{1.18}$$

Dans le cadre de Solvabilité 2, les fonds propres doivent répondre à deux exigences : être supérieurs à la marge de solvabilité (SCR) et au niveau minimum de capital requis (MCR).

Le niveau minimal de capital requis (MCR) est le seuil en deçà duquel, l'entreprise d'assurance présente un risque inacceptable de ne pas pouvoir couvrir ses engagements et sera donc contrôlée en conséquence par l'autorité de régulation (ACPR en France). Il doit être calculé de manière trimestrielle d'une manière similaire à la marge de solvabilité sous Solvabilité 1 : sa formule dépend des activités de l'assureur mais consiste en une fonction linéaire des provisions techniques, des primes émises et du SCR. Il doit respecter les deux conditions suivantes

- $25\% \times SCR \leq MCR \leq 45\% \times SCR$;
- $MCR \leq 2,5$ ou $3,7$ millions selon les activités.

Le niveau de capital requis (SCR) doit refléter le risque couru par un organisme d'assurance en se basant sur toutes les caractéristiques de celui-ci (politiques d'investissements, risque de souscription...). Le SCR (Solvency Capital Requirement) est défini comme le montant de fonds propres requis pour que l'assureur puisse faire face à une situation de ruine économique à horizon 1 an avec une probabilité de 99,5%. La situation de ruine économique énoncée précédemment correspond au moment où les fonds propres calculés par la formule (1.18) sont négatifs, i.e, les engagements de l'assureur (son passif) sont supérieurs à son actif.

Le SCR peut être calculé de deux manières : à l'aide d'un modèle interne ou par la « formule standard ». Un modèle interne consiste en un modèle de calcul du SCR qui se base sur l'obtention de la distribution des fonds propres à horizon 1 an. En effet, en se basant sur la définition du SCR, on décide de rajouter un capital S aux fonds propres initiaux (FP_0) afin que la probabilité de ruine économique ($FP_1 < 0$) soit de 0,5%. L'ajout de ce capital initial modifie la valeur des fonds propres à 1 an (FP_1) qui deviennent $FP_1^{ajst} = FP_1 + \frac{S}{\mu}$ avec $\frac{1}{\mu}$ le coefficient de capitalisation. Ainsi on a

$$P(FP_1^{ajst} < 0) = P(FP_1 + \frac{S}{\mu} < 0) \quad (1.19)$$

$$= P(FP_1 \times \mu < -S) \quad (1.20)$$

or $P(FP_1^{ajst} < 0) = 0,5\%$ d'où

$$P(FP_1 \times \mu < -S) = 0,5\%, \quad (1.21)$$

$$P(FP_1 \times \mu < -S) = P(FP_1 \times \mu < q_{0,5\%}(FP_1 \times \mu)), \quad (1.22)$$

d'où $S = -q_{0,5\%}(FP_1 \times \mu)$ avec $q_{0,5\%}$, le quantile d'ordre 0,5% de la loi des fonds propres à 1 an actualisés. Ainsi, on a

$$SCR = FP_0 - q_{0,5\%}(FP_1 \times \mu). \quad (1.23)$$

Les modèles internes se basent donc sur le fait qu'il suffit de connaître la distribution des fonds propres à 1 an pour déterminer le quantile et donc le SCR. L'utilisation d'un modèle interne par un assureur doit préalablement nécessiter l'approbation du régulateur (ACPR en France). En pratique la plupart des grands assureurs en utilisent (Axa, Allianz).

L'approche par la « formule standard » est beaucoup plus répandue chez les assureurs. Il s'agit d'une méthode de calcul du SCR basée sur une approche modulaire du risque calibrée sur le marché européen. En effet, au lieu d'agrèger tous les risques courus par l'assureur à horizon 1 an et déterminer la distribution des fonds propres (modèle interne), il s'agit de regrouper chaque risque dans des modules

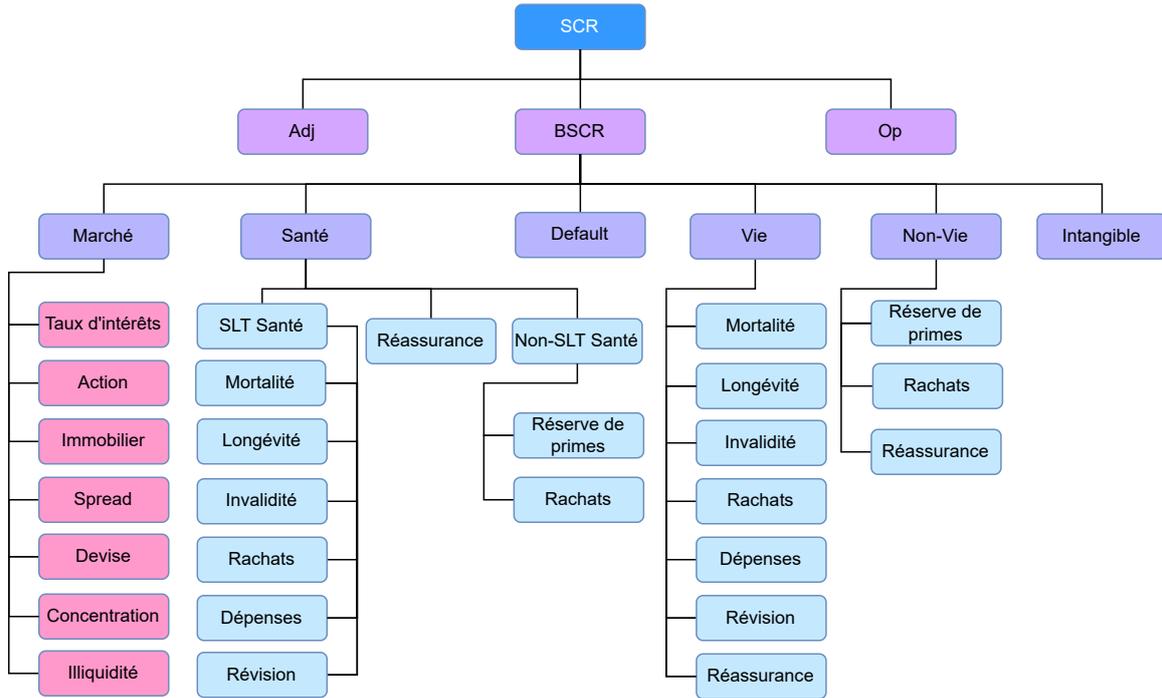


FIGURE 1.16 : Modules du SCR

homogènes isolés avant de les regrouper et obtenir le SCR. Les sous-modules du SCR sont représentés dans la figure 1.16 .

Le SCR est donné par la formule

$$SCR = BSCR + Adj + Op, \quad (1.24)$$

où le $BSCR$ est l'agrégation des SCR des modules de marché, de santé, de défaut, de vie ou de non-vie et intangible tandis que Adj est un montant d'ajustement relatif à la capacité d'absorption de pertes par les provisions techniques et les impôts différés et Op représente le module du risque opérationnel.

Dans le module du BSCR, certains sous-modules (marché, santé, vie et non-vie) présentent eux mêmes des sous-modules. Nous allons illustrer l'agrégation dans un sous-module à travers l'exemple du sous-module de marché. Ce sous-module représente le risque lié à la valeur ou à la volatilité des instruments financiers ayant un impact sur l'actif ou le passif d'une compagnie d'assurance. Il est composé de 7 sous-modules (en rose sur la figure 1.16). Pour chaque sous-module, il faut calculer l'impact sur les fonds propres du bilan prudentiel de chocs liés aux risques de celui-ci. En prenant l'exemple du sous-module « taux d'intérêts » qui cherche à quantifier le besoin en capital nécessaire pour faire face à une évolution de la courbe des taux sur le bilan, il faudra construire deux bilans choqués, un premier pour le choc à la hausse de la courbe des taux (up) et un second pour le choc à la baisse (down). Ces deux bilans seront ainsi comparés au bilan initial non choqué afin de déterminer le SCR taux d'intérêts

$$SCR_{taux\ down} = FP_{initial} - FP_{choc}. \quad (1.25)$$

Une fois les SCR de chacun des sept sous-modules du module de marché calculés, ils sont agrégés à l'aide d'une matrice de corrélation de la manière suivante

$$SCR_{Marché} = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j}, \quad (1.26)$$

où $\rho_{i,j}$ est le coefficient de corrélation entre les sous-modules i et j du module de marché avec i et $j \in \{Taux, Action, Immo, Spread, Devise, Concentration, Illiquidité\}$.

Par analogie, après avoir calculé les SCR de chacun des modules du BSCR (en violet sur 1.16), nous les agrégeons à l'aide d'une autre matrice de corrélation

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} \rho_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j}, \quad (1.27)$$

où $\rho_{i,j}$ est le coefficient de corrélation entre les sous-modules i et j du BSCR avec i et $j \in \{Marché, Santé, Défait, Vie, Non - Vie, Concentration, Intangible\}$.

La marge pour risque du bilan Solvabilité 2 (introduite dans le schéma 1.14) est le montant à ajouter au Best Estimate des engagements pour obtenir le vrai « prix » d'une compagnie d'assurance. En effet, si un assureur reçoit au titre d'un échange de portefeuilles, le portefeuille d'assurés d'une autre compagnie d'assurance, combien cela lui coûterait-t-il de conserver ce portefeuille ? La première réponse serait que ce coût est exactement le montant du Best Estimate car il s'agit de l'évaluation des engagements auprès des assurés, engagements dont il doit s'acquitter. Cependant, en plus de ces engagements, nous devons aussi constituer chaque année un capital égal au minimum au SCR afin de respecter la réglementation. Le coût de la détention du portefeuille ne serait donc pas seulement celui du Best Estimate mais celui du Best Estimate augmenté du coût de constitution des différents SCR jusqu'à l'échéance du portefeuille. C'est exactement ce montant (de constitution des SCR) que la marge de risque estime. Sa formule est donnée par

$$RM = CoC \times \sum_{t \geq 0} \frac{SCR(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}, \quad (1.28)$$

où CoC représente le coût de capital (Cost Of Capital), t est l'indice prenant comme valeurs les années d'exercice pour lesquelles le SCR a été évalué et r_{t+1} représente le taux d'actualisation en $t + 1$.

Piliers 2 : Exigences qualitatives

Ce pilier de la directive Solvabilité 2 est orienté vers la « culture de la gestion des risques ». En effet, il cherche à pousser les assureurs à s'auto-réguler, c'est à dire, à évaluer eux-mêmes si les mesures de prévention qu'ils ont mises en place sont conformes aux risques auxquels ils sont exposés. De plus, pour assurer le bon fonctionnement des mécanismes mis en place, le pilier 2 introduit des exigences en terme de gouvernance. L'objectif ici est de garantir une gestion transparente, efficace et saine des organismes d'assurance. Les exigences du « système de gouvernance » devant être mises en place par les assureurs sont :

- la mise en place d'un organe central de gouvernance appelé Administrative, Management or Supervisory Body (AMSB) qui est responsable de l'implémentation de Solvabilité 2 au sein de la compagnie, de l'approbation du dispositif de gouvernance et de la gestion des risques ;
- l'introduction de quatre « fonctions clés » : vérification de la conformité, audit interne, actuariat et gestion des risques répondant chacune à des critères d'indépendance, d'autorité, de compétences et d'honorabilité mais aussi de lien direct avec les dirigeants (AMSB) ;

- la répartition claire et appropriée des responsabilités à travers le principe des « 4 yeux » qui stipule que les décisions importantes doivent être prises par au moins deux personnes.

D'autre part, une fois le système de gouvernance mis en place, il faut que l'assureur soit capable de lui-même évaluer les risques qu'il court à travers l'Own Risk Self Assessment (ORSA)¹¹. Ce dispositif interne doit permettre l'identification des risques à travers une mise à jour de la cartographie des risques tout en assurant la pertinence de méthodes d'évaluation permettant d'apprécier leurs impacts. L'ORSA a pour objectif d'inciter les assureurs à évaluer les conséquences sur leur solvabilité à court et moyen terme des décisions stratégiques qu'ils prennent. Dans le cadre de l'ORSA il est demandé aux assureurs d'évaluer trois choses : le besoin global de solvabilité, le respect permanent des exigences réglementaires et l'adéquation des hypothèses de calcul du SCR au profil de risque de la compagnie. L'ORSA est un dispositif central de Solvabilité 2 liant à la fois le Pilier 1 et le Pilier 2.

Le pilier 2 introduit aussi l'exigence de politiques écrites qui doivent clairement définir les objectifs poursuivis, les tâches à effectuer et leurs responsables ainsi que les procédures et reportings mis en place. Elles doivent être adoptées par l'AMSB et être révisée annuellement. On distingue : les politiques de gouvernance, de gestion des risques et de pilotage stratégique.

Piliers 3 : Reporting prudentiel

Ce pilier a pour objectif de définir des normes claires de reporting vis à vis du public et des régulateurs afin de garantir la transparence des organismes d'assurance. Le reporting introduit par ce pilier est structuré en quatre parties :

- le reporting réglementaire européen, harmonisé par l'EIOPA, il est constitué de deux rapports, le RSR (Regular Supervisory Report) et le SFCR (Solvency and Financial Condition Report). Ces deux rapports sont complétés d'études quantitatives appelés QRT (Quantitative Reporting Templates).
- le reporting local géré par les régulateurs nationaux en plus du reporting européen afin de tenir compte à la fois des normes comptables locales et des spécificités de chaque marché. En France, il s'agit des États Nationaux Spécifiques (ENS) à remettre annuellement à l'ACPR pour les compagnies d'assurance ayant un siège en Europe et une activité en France.
- le reporting de stabilité financière, requis pour les groupes dont le total des actifs dépasse les 12 milliards d'euros.
- le reporting BCE¹² qui impose des obligations de déclaration statistiques aux sociétés d'assurances.

À l'échelle européenne, Solvabilité 2 introduit donc deux types de rapports :

- **le rapport de solvabilité et de condition financière** (SFCR pour Solvency and Financial Condition Report) : il est annuel, public et décrit l'année comptable passée. Il doit être facilement compréhensible par le public mais suffisamment détaillé pour offrir des informations sur la situation de la compagnie.

¹¹définie dans l'article R.354-3 (article 45 de la directive Solvabilité 2).

¹²introduit par le règlement n° 1374/2014 du 28 Novembre 2014 de la Banque Centrale Européenne.

- **le rapport régulier de supervision** (RSR pour Regular Supervisory Report) : il doit être publié au moins un fois tous les 3 ans. Il est privé et est uniquement communiqué au régulateur. Les informations de ce rapport sont très détaillées afin de permettre au régulateur de pouvoir auditer les actions de l'assureur. Ce rapport est d'un niveau de compréhension plus élevé que le SFCR car il est destiné au régulateur dont on assume une certaine compréhension des principes actuariels. Il fournit une vision rétrospective et prospective de la situation de l'assureur en incluant un rapport sur les prédictions de la situation de l'assureur sur un horizon donné.

Ces deux rapports sont constitués des mêmes cinq parties :

1. Business, environnement externe et performance
2. Gouvernance et politique de rémunération
3. Profil de risque
4. Évaluation de la solvabilité
5. Gestion du capital

En définitive, Solvabilité 2 introduit un cadre prudentiel structuré permettant une harmonisation de la réglementation à l'échelle européenne tout en garantissant la protection des assurés. Les notions introduites dans cette partie seront indispensables à notre étude notamment lorsque nous nous intéresseront aux impacts de l'inflation sur le bilan prudentiel d'un assureur.

1.3 L'inflation : théorie et conceptualisation

Les sociétés humaines sont organisées autour d'une principale activité : l'échange. Partant du troc, les échanges ont nettement évolués dans les sociétés modernes notamment grâce à l'apparition de la monnaie. Elle permet de définir de manière simple et organisée la valeur, « le prix » de tout objet ou service. Cependant, un paradigme existe au coeur même de celle-ci : quelle est la valeur de la monnaie ? Un objet valant un euro aujourd'hui vaudra t-il plus ou moins demain ? Ce sont toutes ces questions qui ont mené à l'introduction de nouvelles notions à savoir : l'inflation et son contraire, la déflation.

1.3.1 Mesures de l'inflation

L'inflation est définie par l'Institut National de la Statistique et des Études Économiques (INSEE) comme la perte de pouvoir d'achat de la monnaie qui se traduit par une hausse générale et durable des prix. Le terme « inflation » n'est employé qu'en cas de hausse des prix et le terme « déflation » dans le cas contraire c'est à dire en cas de baisse des prix. Néanmoins, le phénomène caractérisé par l'inflation dépend de sa méthode de calcul et des produits concernés dans son évaluation. Par exemple, une inflation de 2% relevée en comparant les prix des billets d'avions en France entre 2020 et 2021 ne traduit aucunement une inflation générale sur l'ensemble des produits du territoire. C'est précisément pour cette raison, qu'avant de chercher à mesurer une inflation, il faut se poser deux questions : quels sont les agents économiques dont le pouvoir d'achat veut être évalué et quels sont les produits caractéristiques de ces agents ? En répondant à ces questions, il devient possible d'évaluer une inflation pertinente à l'étude et représentative de la population étudiée.

L'inflation générale est mesurée à l'aide de l'indice des prix à la consommation (IPC) qui représente entre deux périodes données, la variation des prix d'un ensemble de produits et de services constituant un « panier ». Ainsi, en fonction de leurs objectifs, les organismes nationaux et régionaux privilégient différents indicateurs de l'inflation : en France, l'IPC est calculée par l'INSEE, à l'échelle européenne l'office statistique de l'Union Européenne Eurostat se charge de l'évaluation de l'inflation à travers l'Indice des Prix de Consommation Harmonisés (IPCH) tandis qu'aux États-Unis le Bureau des Statistiques du Travail (BLS) calcule l'IPC.

L'IPC calculée en France consiste en l'évaluation chaque mois de l'inflation en relevant les prix de 200.000 produits collectés sur des points ventes par les enquêteurs de l'INSEE et 150.000 prix relevés centralement¹³. L'ensemble de ces produits constitue un panier fixe de biens et de services appelé « panier de la ménagère » qui représente chaque mois les produits les plus consommés par la population française. L'INSEE suit le principe de la « qualité constante » dans l'évaluation de l'IPC : c'est à dire que toute augmentation de prix sous-jacente à une amélioration de la qualité d'un produit sera neutralisée et donc ne sera pas prise en compte dans l'IPC. Une fois l'ensemble des variations des prix du panier enregistrées, celles-ci sont agrégées en fonction du poids de chaque produit dans la consommation des ménages ce qui donne un indice des prix « moyen ». Le graphique 1.17 montre les pondérations (en pourcentage) des produits dans le panier de l'IPC en 2020 et 2021.

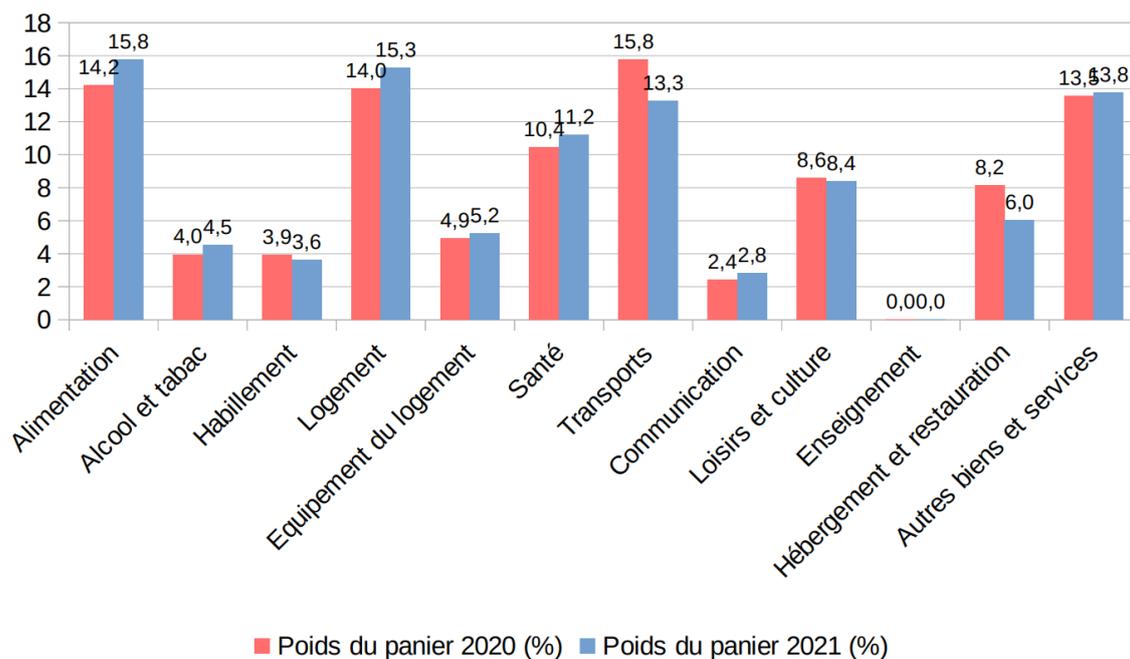


FIGURE 1.17 : Composition du panier de l'IPC en France métropolitaine en 2020 et 2021 d'après l'INSEE

Le panier est composé de produits dont les prix n'ont pas la même volatilité. En effet, d'une part certains produits comme le tabac, l'alcool ont des prix volatiles soumis à l'intervention de l'État tandis que d'autres comme les produits frais et l'énergie sont soumis aux marchés mondiaux et au climat. Afin de pouvoir cerner la tendance long terme de l'inflation sans prendre en compte les fluctuations irrégulières dues à ces produits, l'Insee mesure l'inflation sous-jacente en retirant ces produits du panier.

¹³terme de l'INSEE qui caractérise les prix de produits tirés de la consommation sur Internet ou de distributeurs nationaux ou régionaux d'électricité, de communication, ...

L'IPC calculée depuis Janvier 2016 par l'Insee constitue la 8^{ème} génération d'indice et compare les prix actuels aux prix de l'année 2015 prise comme référence.

En toute logique, la méthode de calcul de l'IPC en France n'est pas la même en Espagne ou en Italie que ce soit à cause des produits sélectionnés ou des besoins spécifiques des pays. Cette différence pourrait rendre les IPC nationaux incomparables entre eux. C'est pour cette raison qu'Eurostat a introduit une méthode de calcul de l'IPC homogène pour tous les pays de l'Union Européenne à travers l'Indice des Prix à la Consommation Harmonisé (IPCH). Il diffère principalement des IPC nationaux par la population couverte c'est à dire l'ensemble des ménages présents sur le territoire (français ou espagnol par exemple) par opposition aux ménages résidents dans le cadre des IPC nationaux.

Le sens commun a tendance à confondre inflation et mesure du coût de la vie. L'inflation mesure l'augmentation des prix des mêmes produits entre deux années non nécessairement consécutives sans discrimination entre les catégories d'agents économiques alors qu'un indice de mesure du coût de la vie compare pour une catégorie de personne donnée (locataire, résident,...) le coût de maintien de leur niveau de vie. Il est essentiel pour la suite de cette étude de pouvoir faire la différence entre ces deux indices.

1.3.2 Théorie et analogie physique de l'inflation

Le choix de l'inflation comme indicateur de stabilité économique n'est pas anodin. Comme énoncé précédemment, l'inflation est une mesure même de la variation de la valeur de l'argent et donc de l'état de l'économie d'un pays. Une inflation trop forte (hyperinflation) est le signe d'une crise économique : elle engendre une dégradation de la compétitivité des prix des produits locaux par rapport aux produits étrangers. Il en résulte une baisse d'activité des entreprises locales menant à une réduction des effectifs et donc à une hausse du chômage. D'autre part une inflation modérée (environ 2%) a des effets positifs sur l'économie. Elle permet tout d'abord aux entreprises de prévoir les hausses de prix tout en ayant des politiques d'investissement en adéquation avec les anticipations de rendement futures. Concernant les ménages, une inflation modérée permet de les inciter à placer leurs liquidités plutôt que de les conserver sur leurs comptes bancaires. Il y a donc un équilibre entre le niveau d'épargne et le niveau d'investissement permettant de stimuler l'économie. C'est pour cette raison que les organismes régionaux (Banque Centrale Européenne et la Réserve fédérale des États-Unis) ont pour objectif de limiter l'inflation à un taux de 2% par an. De plus, ce sont ces mêmes organismes qui sont chargés de réguler le cours des taux d'intérêts.

Les causes de l'inflation sont variées :

- **l'inflation par la demande** : il s'agit d'une rupture d'équilibre entre l'offre et la demande. Si en cas d'augmentation importante de la demande, l'offre peine à s'ajuster, un phénomène de rareté est créé. Les produits ou services concernés voient leurs prix augmenter afin de pouvoir limiter les quantités vendues et ainsi de pouvoir réguler la demande. Il en résulte donc la création d'une bulle inflationniste qui ne pourra « éclater » que si l'offre parvient à répondre à la demande.
- **l'inflation par excès de masse monétaire** : l'inflation est intrinsèquement liée à la valeur de l'argent. Lorsque la quantité de monnaie circulant dans l'économie est supérieure aux quantités de biens et services échangés, la valeur de la monnaie est réévaluée. On assiste alors à une dépréciation du taux de change qui entraîne une hausse des prix et donc la création d'inflation.
- **l'inflation importée** : lors d'une hausse importante des cours des produits énergétiques (pétroles, gaz,...) et agricoles à l'étranger, l'économie locale se voit affectée. En effet, l'ensemble des sec-

teurs dépendant de l'importation de ces produits se voient obligés d'augmenter leurs prix afin de conserver leurs marges bénéficiaires, il en résulte donc un phénomène d'inflation.

- **l'inflation par les coûts** : elle est assez similaire à l'inflation importée car reposant sur le même principe : le prix d'un produit dépend de son coût de fabrication. Ainsi, l'augmentation du coût des matières premières affecte nécessairement les coûts de production des entreprises qui se voient contraintes d'augmenter leurs prix.

À ces causes s'ajoute un phénomène appelé « effet de base » qualifié « d'illusion d'optique de l'inflation » par les économistes de la revue de l'OBSERVATOIRE FRANÇAIS DES CONJONCTURES ÉCONOMIQUES (1979). Concrètement, cet effet est lié à la méthode de calcul de l'inflation. Elle est obtenue en comparant les prix entre une année dite de référence et une année dite de calcul. Si les prix lors de l'année de référence étaient anormalement bas, il est normal qu'en les comparant avec ceux de l'année de calcul on constate une différence significative et donc un phénomène d'inflation. En prenant l'exemple de l'année 2020 marquée par le Covid-19 et donc par un ralentissement de l'économie qui a entraîné une baisse des prix, la comparaison entre l'année 2020 et les années futures montrera nécessairement un phénomène d'inflation expliqué par cet effet de base.

L'inflation est donc un outil de mesure de la « santé » économique d'un territoire qui est intimement lié aux agents économiques en présence. Cette relation entre l'économie locale et le « milieu extérieur » à savoir les politiques étrangères et les pressions des agents économiques (investisseurs, organismes de régulation, État) nous a inspiré l'analogie suivante avec un théorème fondamental de la Physique : le Principe Fondamental de Dynamique (PFD) ou la deuxième loi de Newton. Cette analogie a pour but de mieux expliquer les dynamiques sous-jacentes à la création d'inflation.

Le PFD stipule que dans un référentiel dit « galiléen »¹⁴, l'accélération (\vec{a}) d'un système de masse m constante est liée aux forces extérieures qu'il subit par la relation

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}. \quad (1.29)$$

Dans le cadre de l'inflation, considérons un système S représentant l'économie locale d'un territoire (Union Européenne, France ou autre) sur un plan incliné. Ce système subit des forces extérieures comme le montre la figure 1.18 . Nous faisons le choix d'un plan incliné car nous supposons que le mouvement système est toujours influencé par la force \vec{G} (traditionnellement la gravité mais ici il s'agit de la régulation de l'autorité compétente) en raison de son appartenance à une entité régulée. De plus, nous ferons l'analogie d'un référentiel galiléen en supposant qu'une économie isolée (sans agents économiques) évolue soit en direction des politiques étrangères (mouvement rectiligne uniforme), soit n'évolue pas du tout.

Comme le montre la figure 1.18 , les forces auxquelles le système est soumis sont :

- \vec{G} : représente la gravité, analogie de l'autorité publique (à laquelle on inclura dans le cas de l'UE, la BCE) ayant deux principales fonctions : la redistribution des richesses à travers les impôts et les taxes et la mise en place de politiques et de réglementations afin de réguler l'économie. L'intensité de la force \vec{G} varie en fonction des objectifs des autorités.
- \vec{E}_F : il s'agit de la force induite par les entreprises financières ayant pour rôle de financer l'économie (banques, assurances,...) en gérant les dépôts de fonds et l'octroi de crédits.

¹⁴référentiel où tout corps ponctuel sur lequel ne s'exerce aucune force ou dont la somme des forces est nulle est en mouvement de translation rectiligne uniforme ou au repos.

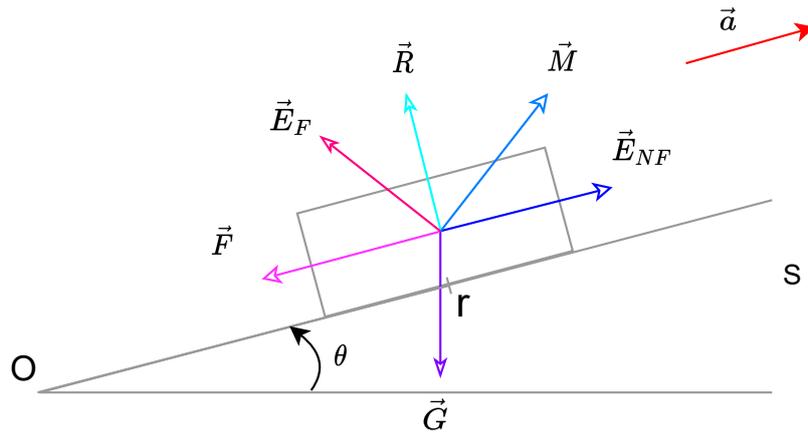


FIGURE 1.18 : Economie et deuxième loi de Newton - Analogie

- \vec{E}_{NF} : force induite par les entreprises non financières (les industries, les producteurs,...) qui produisent des biens et services marchands à un certain « prix ».
- \vec{R} : la réaction normale du support qui n'impacte pas le mouvement du système sur le plan incliné. Elle représente l'ensemble des agents agissant sur l'économie sans pour autant influencer les prix sur celle-ci.
- \vec{F} : qui représente la force de frottement à savoir les effets de la concurrence entre les entreprises non financières qui influe le prix des produits et donc plus généralement l'économie. On se supposera dans un référentiel « réel » à savoir l'opposé d'un marché de concurrence pure et parfaite¹⁵ d'où la présence de frottements.
- \vec{M} : la force induite par les ménages qui sont à la fois consommateurs et investisseurs dans l'économie. En effet, d'une part, les ménages financent l'économie au travers des épargnes qu'ils déposent au niveau des banques commerciales et d'autre part, ils constituent la principale force de consommation dans l'économie. Ils influent à la fois les prix des produits en créant de la demande mais aussi les taux d'intérêts en épargnant par exemple massivement au même moment en cas de crainte du contexte économique.

Le sens, la direction et l'intensité des forces définies ci-dessus sont donnés à titre indicatif, il est important de souligner que ces caractéristiques varient en fonction de la position du système S (économie locale) sur le plan incliné. La position du système est exprimée en coordonnées polaires¹⁶ et représente le prix du panier de la ménagère exprimé en dollars US dans le territoire en question. Ainsi par exemple, si le prix du panier augmente, cela signifie que le système se déplace vers le haut du plan incliné. On peut écrire la deuxième loi de Newton pour ce système

$$\vec{G} + \vec{E}_{NF} + \vec{M} + \vec{R} + \vec{E}_F + \vec{F} = m\vec{a}, \quad (1.30)$$

où la masse (constante) du système est donnée par la moyenne du PIB du territoire en question sur les 5 dernières années et l'accélération correspond à la variation d'inflation. Pour être plus précis,

¹⁵marché dans lequel on fait des hypothèses d'atomicité, de fluidité, d'homogénéité, de parfaite mobilité des facteurs et de transparence.

¹⁶Deux coordonnées : r qui est la distance entre l'origine O et le projeté orthogonal du centre de gravité du système sur le plan incliné et θ qui est l'angle du plan incliné (constant).

l'accélération du système S est donnée par la relation physique suivante en l'approchant avec l'accélération moyenne

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \approx \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}, \quad (1.31)$$

or

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \approx \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}, \quad (1.32)$$

où r est la position du système dans le plan en coordonnées polaires (l'angle θ étant constant). Cette position $r(t)$ étant rapportée au prix $P(t)$ du panier de la ménagère à l'instant t , l'approximation de la vitesse sur un intervalle de temps d'un an est équivalent à la variation de prix

$$v \approx \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{\Delta P}{\Delta t}. \quad (1.33)$$

La vitesse est donc exprimée en $\$/an$, i.e, en dollars de variation du prix du panier de la ménagère par an et l'accélération en $\$/an^2$. La relation entre la vitesse et l'inflation devient donc évidente

$$v \approx \frac{\Delta P \times P}{P \times \Delta t} = P \times i, \quad (1.34)$$

car $\Delta t = 1$ an et $i = \frac{\Delta P}{P}$.

En définitive, nous aboutissons grâce à la seconde loi de Newton à un modèle liant directement les actions des agents économiques à l'état du système économique qui est intimement lié à l'inflation.

Le schéma 1.18 montre un exemple particulier de situation de l'économie française en année N (période d'inflation forte) : Le système S est assez haut sur le plan incliné ce qui suppose que le prix du panier de la ménagère est élevé en N . En effet, les forces \vec{M} et \vec{E}_{NF} tirent le système vers le haut ce qui traduit un phénomène d'inflation par la demande où les ménages consomment énormément contraignant les entreprises non financières à augmenter leurs prix. En réponse, l'État (à travers la force \vec{G}) met en place des mesures anti-inflationnistes (prix plafonds de certains produits, ...) afin de ralentir la montée le système S et donc l'augmentation des prix. En parallèle, les institutions financières (\vec{E}_F), incitées par l'État, favorisent l'épargne afin de réduire l'afflux de monnaie dans le marché et donc limiter la consommation des ménages. Enfin, la force de frottement \vec{F} traduit l'effet de la concurrence dans l'économie : pour récupérer un maximum de clients les entreprises sont obligées de proposer des prix attractifs faibles.

Ainsi, toute situation particulière de l'économie d'un territoire peut se rapporter à un système S avec un schéma équivalent à la figure 1.18 mais avec des forces ayant des caractéristiques (sens, direction et intensité) différentes. L'intérêt de cette analogie est donc de pouvoir traduire toute situation économique en un système physique compréhensible liant inflation et forces extérieures.

Maintenant que les notions sous-jacentes à l'inflation ont été introduites, nous allons montrer la pertinence de notre étude à travers le contexte actuel et son rapport à l'inflation.

1.3.3 L'inflation : la crainte de l'économie moderne

Au premier trimestre de 2022, le sujet premier des médias, des économistes et des politiques est le même : l'inflation. En effet, les événements se succèdent et mènent à une situation commune à l'échelle mondiale : la hausse globale des prix.

En 2020, la perte de croissance économique causée par l'épidémie du Covid-19 pousse d'une part les ménages à épargner de façon inhabituelle et d'autre part les entreprises à réduire leurs productions ainsi que leurs effectifs à cause des restrictions gouvernementales (confinements, pass sanitaire, ...). Le graphique 1.19 réalisé par l'INSEE (2022) montre l'évolution du chiffre d'affaire dans l'industrie manufacturière en prenant pour référence l'année 2015 (référence de 100).

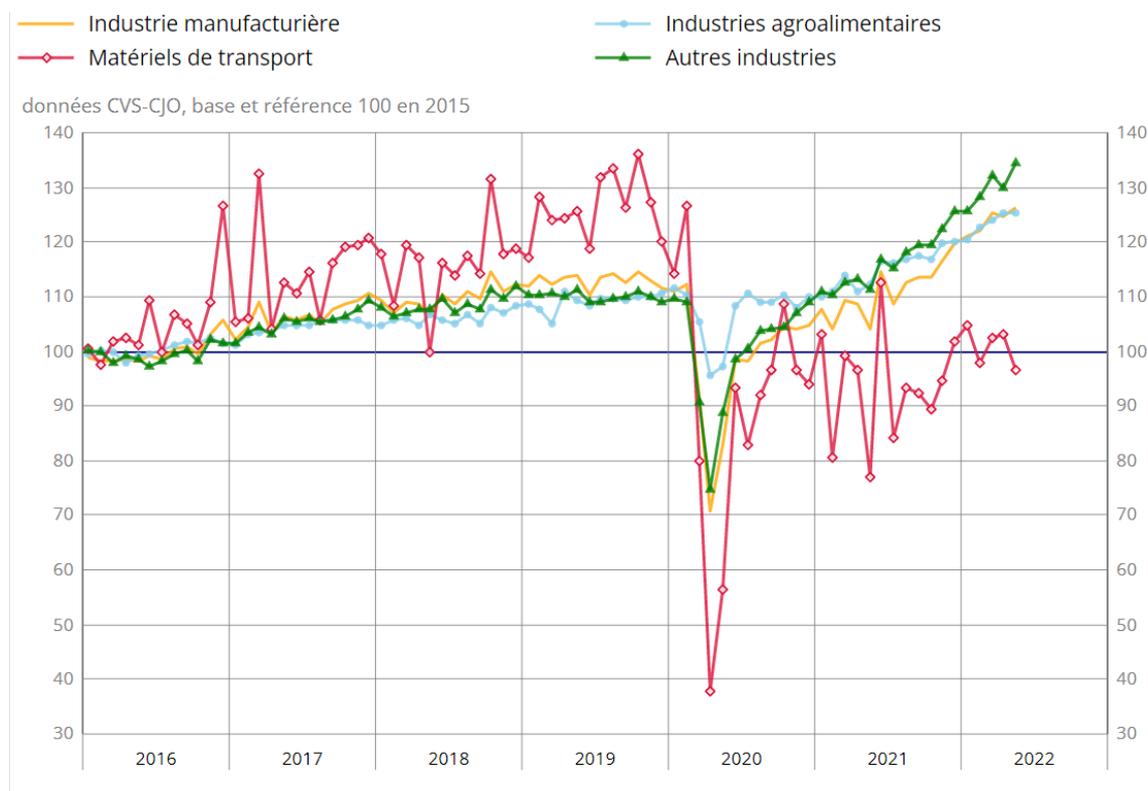


FIGURE 1.19 : Évolution du chiffre d'affaires de l'industrie manufacturière en France entre 2015 et 2022 d'après l'INSEE (2022)

Les industries manufacturières voient donc leur chiffre d'affaire baisser globalement d'environ 30% par rapport à l'année 2015 au cours de la crise du Covid-19. En parallèle, comme l'illustre le graphique 1.20, les ménages doublent leurs taux d'épargne étant contraint de réduire leur consommation en raison des restrictions.

En 2021, la situation sanitaire s'améliore et les restrictions sont levées les unes après les autres. Les personnes se mettent à consommer davantage et donc à consommer leurs épargnes, ce qui explique la baisse du taux d'épargne d'après le graphique 1.20 en 2021. Parallèlement, les entreprises reprennent petit à petit leurs cadences de production habituelles et voient leur chiffre d'affaires croître rapidement dès la reprise des activités post-covid comme le montre le graphique 1.19 en fin 2020. Cependant, la demande est trop grande par rapport à l'offre et la pénurie de main d'oeuvre causée par la crise sanitaire entraîne simultanément des problèmes d'approvisionnement en matières premières et en ressources énergétiques qui causent une hausse des coûts dans les secteurs tels que la construction. Il s'en suit alors, une combinaison des quatre phénomènes décrits précédemment : l'inflation par la demande, par les coûts, l'effet de base et l'inflation importée. Il en résulte des valeurs non négligeables de cet indice à l'échelle mondiale en 2021 : 2% en Europe et 5% aux États-Unis. Ceci implique donc une période de forte croissance couplée d'inflation.

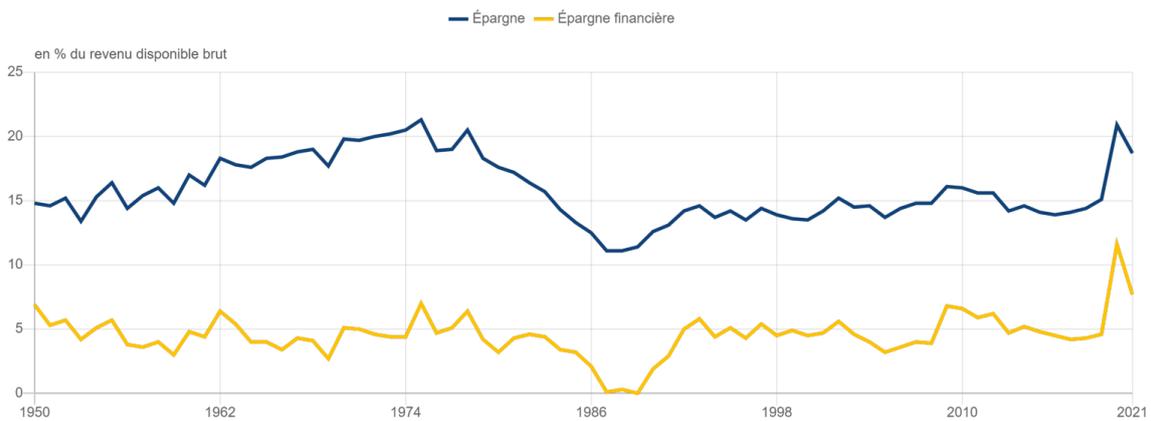


FIGURE 1.20 : Taux d'épargne des ménages en France entre 1950 et 2021 d'après l'Insee

En 2022, les prévisions des organismes notamment de la BANQUE CENTRALE EUROPÉENNE (2021) se veulent rassurantes : « Nous nous attendons à ce que l'inflation ralentisse en 2022. L'offre rattrapera progressivement la demande. Les marchés anticipent une baisse des prix de l'énergie l'année prochaine (2022), et les effets de base ne seront plus pris en compte dans le calcul de l'inflation ». Cependant, un événement vient déstabiliser l'équilibre géopolitique et économique mondial : la guerre en Ukraine. Ce conflit débute le 24 Février 2022 entre la Russie et l'Ukraine et affecte l'économie mondiale notamment car la Russie est le premier pays exportateur mondial de blé d'après STATISTA (2022). Ainsi, les cours du blé passent de 8,43\$ le 25 Février 2022 à 14,25\$ le 7 Mars comme le montre le graphique 1.21. Il montre le cours du blé en dollars qui s'échange sur le Chicago Board of trade (CBoT) d'après BOURSORAMA (2022).

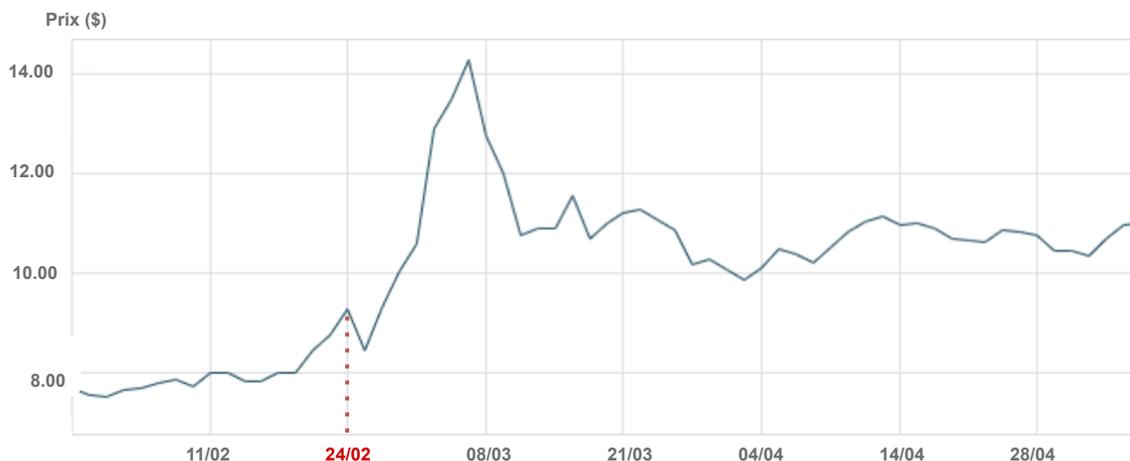


FIGURE 1.21 : Cours du blé en dollars en 2022 d'après BOURSORAMA (2022)

Les cours de l'aluminium, du blé s'affolent à l'image du graphique 1.21, ceux du gaz explosent à telle point que le gouvernement français annonce un blocage du prix du gaz sur toute l'année 2022. Philippe Waechter, chef économiste chez Ostrum Asset Management alerte : « En cas de non-résolution rapide des tensions, le risque est celui d'une réduction de la croissance et d'un taux d'inflation durablement plus élevé » d'après l'article de N. SILBERT (2022). En effet, 5 mois plus tard, le conflit dure toujours

et l'inflation atteint des records à l'échelle mondiale : 8,1% en Mai 2022 contre 2% un an avant en Europe et 8,6% aux États-Unis qui est le plus haut enregistré depuis 40 ans alors que l'indice était à 5% l'année précédente. En parallèle, la croissance mondiale est modérée et l'État français se voit contraint de mettre en place des mesures anti-inflationnistes tels que le bouclier tarifaire (aide forfaitaire plafonnée sur les prix du gaz) et la remise à la pompe de 18 centimes qui selon l'INSEE (2022) a empêché l'indice d'inflation d'être supérieur d'environ 2 points.

Face à ce contexte de forte inflation, les banques centrales, ayant pour mission principale de la contenir à des niveaux acceptables (en-dessous de 2% pour la Banque Centrale Européenne), ont modifié les taux directeurs. Les taux directeurs sont des taux fixés au jour le jour par une banque centrale afin de rémunérer les dépôts ou d'accorder des prêts aux banques commerciales rattachées à celle-ci. Ils jouent le rôle de leviers économiques permettant aux banques centrales d'encourager ou de dissuader l'emprunt bancaire limitant alors les quantités monétaires disponibles et donc l'inflation. Il y a trois taux directeurs : le taux de refinancement qui correspond au taux auquel les banques reçoivent des prêts de la part de la BCE, le taux de rémunération des dépôts des banques à la banque centrale et le taux d'escompte ou de prêt marginal que paient les banques lorsqu'elles empruntent de la liquidité à court terme (24 heures) auprès de la banque centrale. Le principal taux directeur est le taux de refinancement représenté par le graphique 1.22 qui montre son évolution récente aux USA et en Europe.

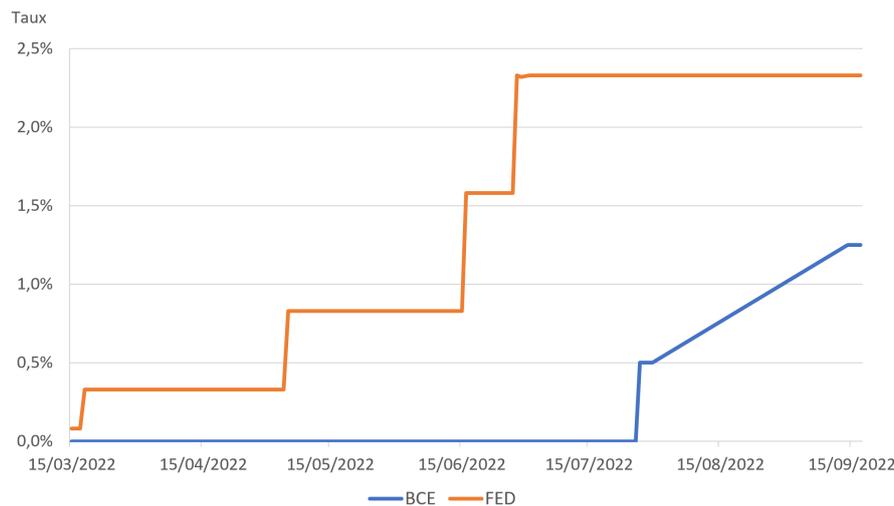


FIGURE 1.22 : Évolution des taux de refinancement aux USA et en Europe

À l'image de la banque centrale américaine (FED), la BCE remonte aussi son taux de refinancement de manière progressive en 2022 afin de répondre à la forte inflation. Notamment avec la décision prise le 8 Septembre 2022 d'augmenter de 75 points de base l'ensemble de ses taux directeurs à partir du 14 Septembre 2022. Il s'agit là d'une hausse historique des taux de la BCE mais plus particulièrement du taux de refinancement qui dépasse les 1% pour la première fois en une décennie. Cette augmentation des taux directeurs entraîne une remontée générale de l'ensemble des taux des prêts bancaires ou financiers à l'image des taux de rendement des obligations.

Le contexte économique actuel suscite donc l'inquiétude des ménages qui perdent du pouvoir d'achat en parallèle d'une hausse de leur consommation et donc une baisse de leurs épargnes. Ainsi, cette situation instable aussi bien financièrement que géopolitiquement est source d'inquiétude chez les assureurs et nécessite donc l'estimation de leurs risques notamment dans le cadre de l'ORSA.

C'est dans ce cadre que s'inscrit cette étude qui vise à apporter les réponses non seulement sur les impacts de l'inflation chez les assureurs mais aussi sur la méthode de modélisation de celle-ci qui devrait être privilégiée.

1.3.4 L'inflation et l'assurance

La relation entre inflation et assurance est une relation d'interdépendance. Il est commun de penser que l'influence ne s'effectue que dans un sens à savoir de l'inflation vers l'assurance alors que l'activité d'assurance en elle-même impacte l'inflation. Comme présenté dans la partie 1.17, l'IPC est calculée à partir d'un panier de produits et de services qui contient les produits d'assurances. Il y a donc un effet double à savoir qu'une hausse des prix des produits d'assurance entraîne une hausse du prix du panier et d'autre part, une forte inflation contraint les assureurs à revoir leurs tarifs à la hausse.

Néanmoins, il est important de souligner que l'assurance est un domaine averse au risque et de par la nature des prestations qu'il propose, il est vulnérable à l'inflation. En effet, un assureur propose un tarif (une prime) pour couvrir un assuré avant la réalisation du sinistre. Ce tarif se base sur une estimation du coût futur (VAP 1.8) pour évaluer son engagement et comme nous l'avons vu précédemment, cette estimation ne prend pas en compte l'inflation. L'assureur est donc contraint à posteriori de projeter et de modéliser l'inflation sur les quatre postes suivants afin de se couvrir contre une hausse de ses coûts :

- **l'inflation des sinistres** : l'assureur constitue des provisions pour faire face à ses engagements dès la signature d'un contrat avec un assuré. Il se doit donc d'estimer son engagement tout en tenant compte de la hausse potentielle de cette valeur due à l'inflation. C'est le cas de la provision mathématique en assurance vie (PSAP en assurance non-vie). Si celles-ci sont sous estimées en raison d'un pic d'inflation inattendu, l'assureur se retrouvera en situation de déficit au moment du paiement des sinistres.
- **l'inflation des frais** : en plus des sinistres, l'assureur est soumis aux charges de gestion de ses contrats. Ces frais sont sensés être couverts par la prime payée par l'assurée mais comme nous avons pu le voir en 1.1.4, la prime en assurance vie est généralement constante dans le temps. Elle n'évolue donc pas tout au long du contrat en fonction du contexte inflationniste ou de l'augmentation des frais de l'assureur. La mesure privilégiée par l'assureur pour combler ce déficit est la constitution de la provision globale de gestion (PGG) en assurance vie. Elle est estimée en se basant sur les projections futures d'inflation qui affecteront directement les frais des contrats. Cependant, l'assureur peut décider d'imputer ce déficit à son assuré en passant par la participation aux bénéfices (3.1) qui prévoit de transférer l'ensemble du déficit technique (déficit du aux coûts réels du contrat par rapport aux coûts anticipés) à l'assuré. Dans le cas de l'épargne, l'augmentation des frais de l'assureur peut impacter directement les profits de celui-ci.
- **l'inflation de l'actif** : en fonction de la composition de l'actif d'un assureur, celui-ci est plus ou moins exposé au risque inflationniste. Les assureurs font correspondre leurs flux d'actifs avec leur flux de passifs à l'aide de procédés de gestion d'actif-passif. L'inflation vient donc perturber ce matching actif-passif en augmentant le passif alors que l'actif, lui reste souvent fixe car composé essentiellement d'obligations (environ 60% de l'actif en moyenne). Cette situation peut être très défavorable pour un assureur vie surtout si il a recourt à des coupons fixes pour couvrir des engagements de durée¹⁷ longue. En fonction de la composition de l'actif d'un assureur, il est donc plus ou moins bien protégé à l'actif contre l'inflation : en investissant par exemple dans des obligations assimilées du trésor indexées sur l'inflation (OATi) ou en ayant des actifs immobiliers

¹⁷durée de vie moyenne des flux de l'obligation pondérée par sa valeur actualisée.

avec des loyers indexés sur l'inflation, il s'assure qu'une hausse d'inflation sera couverte par les revenus de ses actifs.

- **l'inflation et le comportement des assurés** : les assurés ont suivant leurs contrats, le droit de récupérer leurs encours dès qu'ils le jugent nécessaire. Ce phénomène de rachat dynamique dépend du comportement de l'assuré vis à vis de son contrat. Dans un contexte où l'inflation est forte, un assuré ayant par exemple un contrat d'épargne revalorisé à un taux inférieur à l'inflation sera fortement incité à racheter son contrat. L'inflation impacte directement le pouvoir d'achat d'un assuré : lorsque par exemple l'inflation augmente de 5% par an, l'épargne d'un assuré perd 5% de sa valeur chaque année. De plus, comme énoncé en 1.3.3, l'assurance vie fait face à un contexte de remontée des taux, où les taux servis par les produits d'épargne sont inférieurs aux taux attendus par les assurés. Il est intéressant de rappeler dans ce contexte que l'ACPR (2013) a introduit, dans le cadre des Orientations Nationales Complémentaires de 2013, la loi de rachat présentée par le graphique 1.23 donnée par la formule

$$RC(x) = \begin{cases} RC_{max} & \text{si } x < \alpha \\ RC_{max} \left(\frac{x-\beta}{\alpha-\beta} \right) & \text{si } \alpha < x < \beta \\ 0 & \text{si } \beta < x < \gamma \\ RC_{min} \left(\frac{x-\gamma}{\delta-\gamma} \right) & \text{si } \gamma < x < \delta \\ RC_{min} & \text{si } x > \delta \end{cases} \quad (1.35)$$

où RC représente le taux de rachats dynamiques et x l'écart entre le taux servi et le taux attendu. Les valeurs prises par les paramètres sont consignées dans le tableau 1.4.

	α	β	γ	δ	RC_{min}	RC_{max}
Plafond max	-4%	0%	1%	4%	-4%	40%
Plafond min	-6%	-2%	1%	2%	-6%	20%

TABLE 1.4 : Paramètres des lois maximales et minimales de rachats d'après l'ACPR

Les paramètres présentés dans le tableau 1.4 servent à tracer les lois maximales et minimales qui doivent encadrer la loi de rachats dynamiques d'un assureur. Ces lois sont représentées sur le graphique 1.23.

Ainsi, d'après le graphique 1.23, l'EIOPA préconise le fait que toute loi de modélisation de rachats, doit être comprise entre les lois maximale et minimale. Lorsque le taux servi par l'assureur est inférieur au taux attendu par les assurés (écart négatif), le phénomène de rachat s'enclenche et l'assureur enregistre une réduction de son passif en raison de la résiliation de certains contrats.

L'étude de ce mémoire se concentre sur l'inflation des frais et le lien entre l'inflation et le comportement des assurés.

Ce chapitre aura donc présenté l'essentiel des connaissances nécessaires d'une part à la compréhension de ce mémoire mais aussi à l'appréhension des enjeux de celui-ci. Dans le chapitre suivant, nous allons nous intéresser à la génération des scénarios économiques qui servent à l'étude d'impact de l'inflation des frais chez un assureur vie. Nous cherchons dans la suite à modéliser l'inflation des frais à travers l'inflation IPCH tout en faisant ressortir les avantages et les inconvénients des méthodes qui seront abordées.

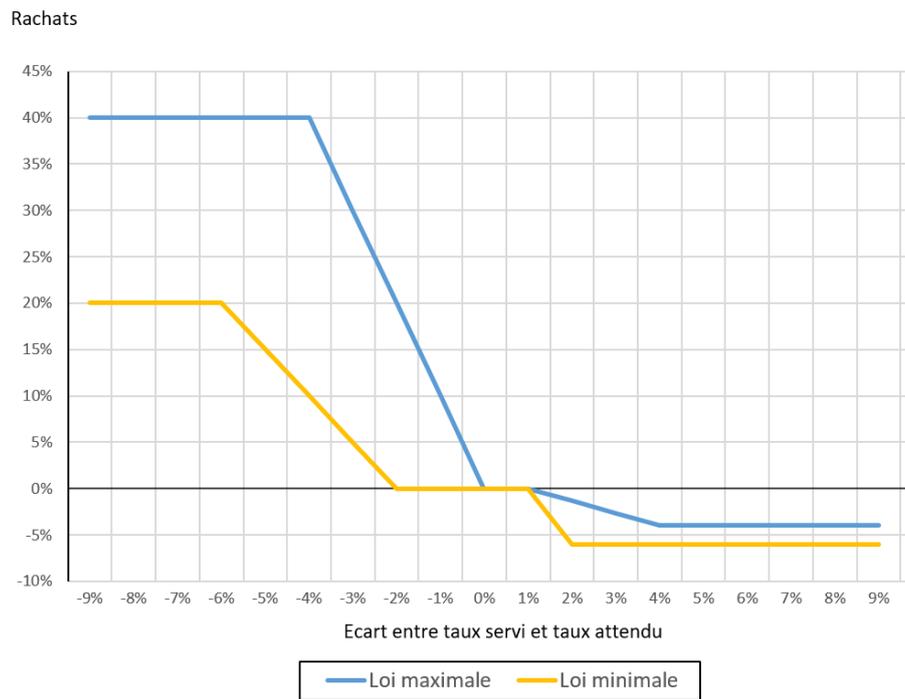


FIGURE 1.23 : Taux de rachats dynamiques en fonction de l'écart entre taux servi et taux attendu d'après l'ACPR (2013)

Chapitre 2

Le cadre de génération des scénarios économiques

Dans ce chapitre, nous allons présenter les modèles utilisés pour générer les trajectoires de chacun des facteurs de risque pris en compte dans le calcul du bilan d'un assureur. Concernant le risque inflation des frais, deux approches sont utilisées. D'une part, l'approche financière avec le modèle de Vasicek et d'autre part l'approche macro-économique avec des modèles de séries temporelles.

Les autres facteurs de risques tels que les taux d'intérêts, les indices actions et immobilier et le risque de crédit sont simulés à l'aide d'un générateur de scénarios économiques qui les modélise de manière indépendante au processus d'inflation. L'indépendance entre les facteurs de risques du GSE et le processus d'inflation est due à l'impossibilité de modification du GSE qui a été développé par KPMG. Il a donc été nécessaire d'implémenter à l'aide d'un code R, les modèles de Vasicek et de séries temporelles pour générer les valeurs d'inflation.

Le générateur présente la structure illustrée par la figure 2.1.

Nous allons donc dans un premier temps introduire le générateur de scénarios économiques et les modèles implémentés dans celui-ci pour ensuite nous intéresser au facteur de risque inflation et à sa modélisation.

2.1 Le GSE et les facteurs de risques autres que l'inflation

2.1.1 Risque de taux

Le risque de taux correspond au risque que court un assureur suite à la variation des taux d'intérêts. Dans le cadre du GSE utilisé, les taux d'intérêts sont modélisés à l'aide d'un modèle LMM décalé (Libor Market Model décalé). Ce modèle de marché est de plus en plus répandu dans le milieu assurantiel car proposant une approche basée sur le taux forward tout en générant des taux négatifs.

Le taux forward est le taux d'un prêt démarrant dans le futur. Soit un échéancier $(T_j)_{0 \leq j \leq n}$, tel que $0 \leq T_0 < T_1 < \dots < T_n \leq T$. Le taux forward $F(t, T_j, T_{j+1})$ pour tout $j = 0, \dots, n - 1$ est le taux en t d'un prêt démarrant en T_j et se terminant en T_{j+1} (taux forward qui fixe en T_j et paye en T_{j+1}). Sa

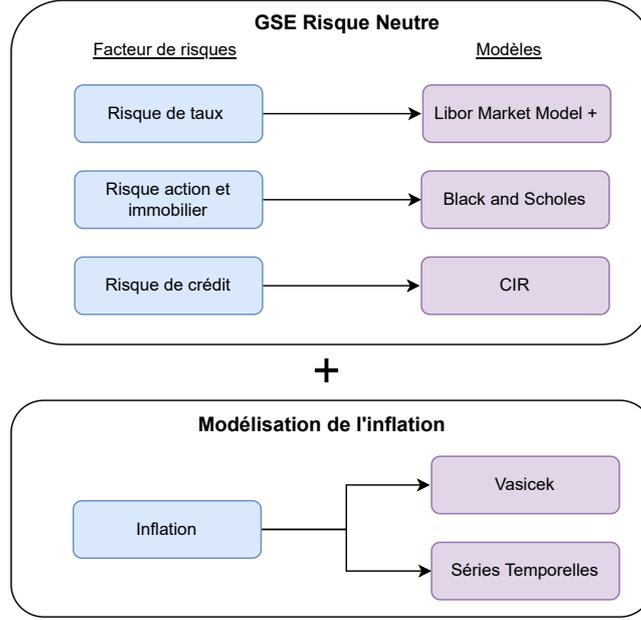


FIGURE 2.1 : Structure du GSE

valeur est donnée par

$$F(t, T_j, T_{j+1}) = \frac{B(t, T_j) - B(t, T_{j+1})}{(T_{j+1} - T_j)B(t, T_{j+1})}, \quad (2.1)$$

où $B(t, T_j)$ correspond au prix à la date t du zéro-coupon de maturité T_j . Dans la suite, nous notons $F_j(t) = F(t, T_j, T_{j+1})$.

En appliquant un changement de probabilité et en insérant le décalage δ , nous obtenons la dynamique suivante du taux forward sous la probabilité forward $dW^{\mathbb{Q}_t^{T_{k+1}}}$, $\forall k \leq n$ dans le cadre du modèle LMM décalé

$$dF_i(t) = (F_i(t) + \delta) \left(\sum_{j=q(t)}^i \frac{\theta_i F_i(t)}{1 + \theta_i F_i(t)} \gamma(t, T_i) \gamma(t, T_j) \rho_{i,j} \right) dt + \gamma(t, T_i) dW^{\mathbb{Q}_t^{T_{k+1}}}, \quad (2.2)$$

où $\theta_i = T_{i+1} - T_i$, $\rho_{i,j} = d\langle W^{\mathbb{Q}_t^{T_{i+1}}}, W^{\mathbb{Q}_t^{T_{j+1}}} \rangle$ et $q(t) = \inf_{i \in \mathbb{N}} \{t \leq T_i\}$.

La calibration du modèle LMM décalé est effectuée sur les prix des caplets à la monnaie. Le prix à l'instant initial d'un caplet de maturité T_{i-1} , de strike K qui paye en T_i est donné d'après D. Brigo et F. MERCURIO (2005) par la formule de Black

$$P_{Cpl}^{Black}(0, T_{i-1}, T_i, K) = B(0, T_i) \theta_i (F_{i-1}(0) \Phi(d_1) - K \Phi(d_2)), \quad (2.3)$$

où $d_1 = \frac{\ln(\frac{F_{i-1}(0)}{K}) + \frac{\sigma^2 T}{2}}{\sigma \sqrt{T}}$, $d_2 = d_1 - \frac{\sigma \sqrt{T}}{2}$, Φ est la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite et σ la volatilité implicite du caplet.

Ainsi, le but de la calibration est de minimiser

$$\sum_{i=1}^n |P_{Cpl}^{Black}(0, T_{i-1}, T_i, K) - P_{Cpl}^{Mkt}(0, T_{i-1}, T_i, K)|, \quad (2.4)$$

où $P_{Cpl}^{Mkt}(0, T_{i-1}, T_i, K)$ est le prix de marché du caplet à la monnaie.

Les avantages du modèle LMM décalé résident tout d'abord dans sa capacité à répliquer de manière parfaite la courbe des taux initiale mais aussi dans sa production de taux négatifs. En effet, le modèle LMM décalé permet de fixer le minimum des taux simulés à $-\delta$ (le décalage du taux) ce qui permet au modèle d'être cohérent avec les taux négatifs observés sur les marchés.

Le graphique 2.2 représente les prix des caplets de maturités allant de 3 à 20 ans issus des marchés et simulés par le modèle LMM décalé.

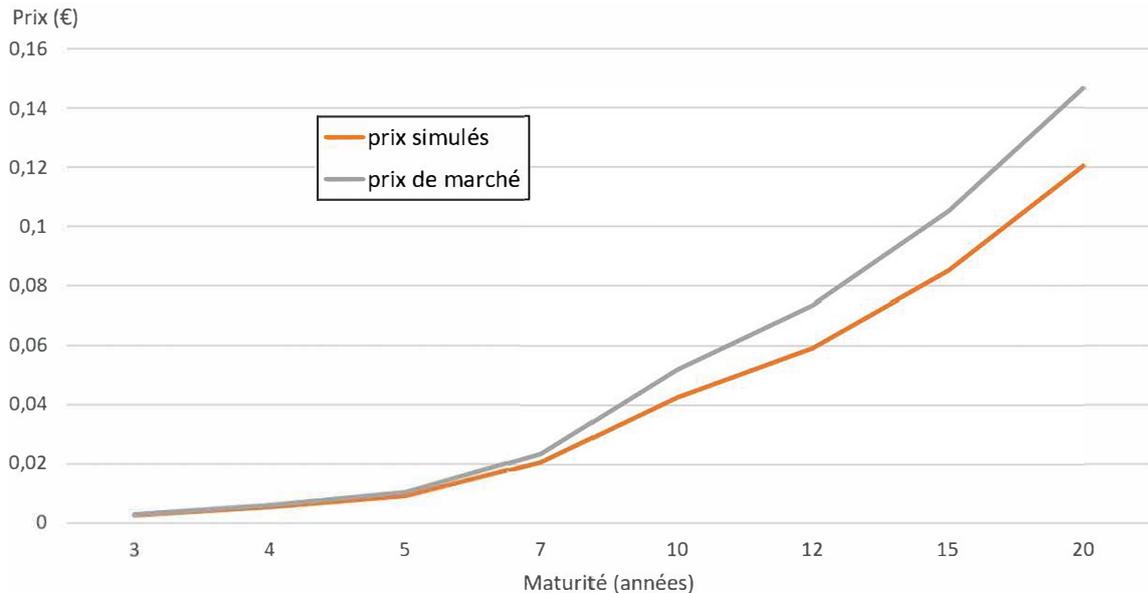


FIGURE 2.2 : Prix de marché et du modèle LMM décalé pour les caplets

L'écart relatif moyen entre les prix simulés par le modèle et ceux de marché est de $-0,16\%$. Cet écart est trop grand, ce qui traduit une assez mauvaise réplification des valeurs de marché. Par conséquent, les taux d'intérêts simulés par le modèle sont différents de ceux présents sur les marchés. Le générateur de scénarios économiques fournit donc des taux d'intérêts avec une faible calibration ce qui impacte la projection de l'actif de l'assureur dans les différents scénarios. Ce modèle étant proposé par l'entreprise et ne pouvant pas faire l'objet de modifications, il correspond à l'une des limites de cette étude.

2.1.2 Risques action et immobilier

Ces facteurs de risques correspondent aux risques auxquels un assureur est confronté du point de vue des actions et des biens immobiliers qu'il détient dans son actif. En posant S_t le prix d'un actif à l'instant t , sa dynamique sous Black et Scholes est donnée par

$$\frac{dS_t}{S_t} = r_t dt + \sigma_t dW_t, \quad (2.5)$$

où r_t et σ_t représentent respectivement le drift et la volatilité déterministe du processus S_t . La volatilité déterministe est donnée par une fonction continue par morceau par maturité.

Les tests de martingalité de ce modèle sont résumés dans la partie 2.1.5 à l'aide du graphique 2.4.

2.1.3 Risque de crédit

Il correspond au risque de défaut des émetteurs de produits financiers. Le modèle utilisé par le GSE pour simuler ce risque est le modèle CIR qui repose sur un processus $(\lambda_t)_{t \geq 0}$ appelé intensité de défaut. Dans ce modèle implémenté par KPMG, l'hypothèse d'indépendance entre crédit et taux est prise. On définit l'instant de défaut $\tau \in [0; T]$ à partir du processus d'intensité comme suit

$$\tau = \inf\{t \geq 0 \mid \int_0^t \lambda_s ds \geq Y\}, \quad (2.6)$$

où $(\lambda_t)_{t \geq 0}$ est un processus d'intensité de défaut adapté à une filtration indépendante de Y qui est une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre 1.

Ainsi, λ_t correspond à la probabilité instantanée de défaut à l'instant t sachant qu'il n'y a pas eu de défaut avant l'instant t , i.e

$$\lambda_t = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\mathbb{Q}(\tau \leq t + \Delta t \mid \tau > t)}{\Delta t}. \quad (2.7)$$

La dynamique du processus d'intensité $(\lambda_t)_{t \geq 0}$ sous le modèle CIR est donnée par

$$d\lambda_t = \mu(\theta - \lambda_t)dt + \sigma\sqrt{\lambda_t}dW_t, \quad (2.8)$$

où μ est la vitesse de retour à la moyenne, θ est la moyenne long terme du processus λ_t , σ est la volatilité avec les conditions initiales : $\lambda_0 > 0$ et $2\lambda\theta > \sigma^2$.

Le processus d'intensité est constant par morceaux avec l'expression

$$\lambda_k = \frac{1}{(T_{k+1} - T_k)} \ln \left(\frac{(1 + S_{T_k})^{T_k}}{(1 + S_{T_{k+1}})^{T_{k+1}}} \right), \quad (2.9)$$

où S_t est le spread à l'instant t .

Pour calibrer le modèle CIR, nous nous servons de la probabilité de survie donnée par l'expression

$$\mathbb{Q}(\tau > t) = \mathbb{Q}(t, T) = \alpha(t, T)e^{-\beta(t, T)\lambda_t}, \quad (2.10)$$

où $\alpha(t, T) = \left(\frac{2he^{(\mu+h)(T-t)/2}}{2h+(\mu+h)(e^{(T-t)h}-1)} \right)^{\frac{2\mu\theta}{\sigma^2}}$, $\beta = \frac{2(e^{(T-t)h}-1)}{2h+(\mu+h)(e^{(T-t)h}-1)}$ et $h = \sqrt{\mu^2 + 2\sigma^2}$.

On cherche donc σ , θ et μ qui minimisent

$$\sum_{k=0}^{n-1} (\mathbb{Q}(T_k, T_{k+1}) - e^{\lambda_{T_k}(T_{k+1}-T_k)})^2, \quad (2.11)$$

où λ_{T_k} dépend du spread S_{T_k} à l'instant T_k de l'obligation cotée sur les marchés.

On obtient alors à partir des probabilités de défaut le prix des obligations zéro-coupons risquées d'après l'INSTITUT DES ACTUAIRES (2018) par la relation

$$B^R(0, T) = B(0, T) \times (1 - LGD_R \times \mathbb{Q}(0, T, R)), \quad (2.12)$$

où $B(0, T)$ est le prix de l'obligation ZC sans risque, $\mathbb{Q}(0, T, R)$ la probabilité de défaut entre 0 et T de l'obligation de rating R et LGD_R (Loss Given Default) la perte en cas de défaut donné par

$$LGD_R = 1 - ((1 - p) \times RF + p \times RC), \quad (2.13)$$

où p représente le pourcentage d'obligations corporate de rating R dans le portefeuille, RC le recouvrement corporate et RF le recouvrement financier.

Ainsi, afin de calibrer ce modèle, il est fourni en entrée pour chaque rating R , le pourcentage d'obligations corporates ayant ce rating, les valeurs des recouvrements ainsi que les spreads pour les différentes maturités.

En considérant les prix d'une obligation risquée, cotée sur les marchés pour des maturités allant de 1 à 4 ans et 11 ans : l'écart relatif entre les prix du modèle obtenu par la formule 2.12 et les prix de marché est représenté dans le graphique 2.3.

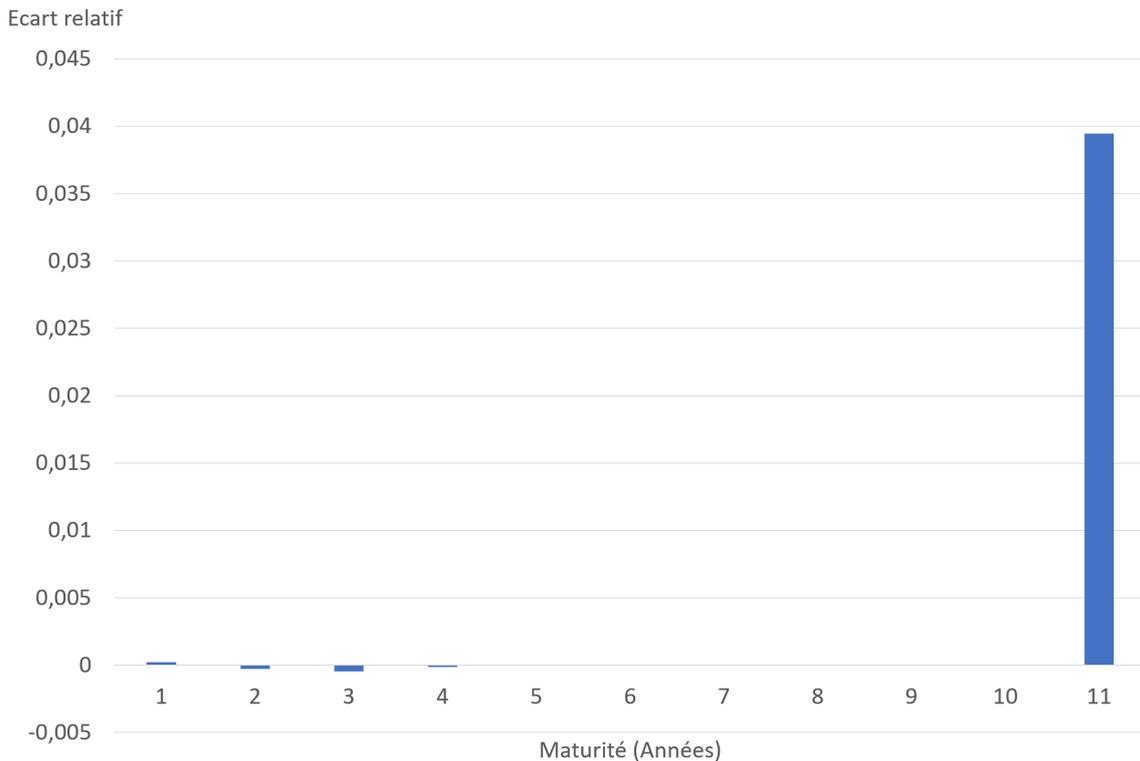


FIGURE 2.3 : Écart relatif entre les prix de marché et du modèle CIR pour une obligation risquée

Les prix obtenus par le modèle sont donc relativement proches des prix de marché avec un écart relatif de l'ordre de 10^{-4} pour les maturités allant de 1 à 4 ans et un écart de 4% pour la maturité de 11 ans. Le modèle réplique donc bien les prix des obligations risquées pour les faibles maturités mais est beaucoup moins performant pour la maturité de 11 ans.

2.1.4 Corrélations entre facteurs de risques

Dans le GSE, les corrélations entre les risques de taux, d'action et d'immobilier sont fixés en entrée. En effet, un coefficient de corrélation est attribué entre chaque couple de facteurs parmi : les actions de type 1, de type 2, l'immobilier, le taux court et le taux long. Les coefficients de corrélation sont résumés dans le tableau 2.1.

L'inflation générée dans le cadre des scénarios est supposée indépendante des autres facteurs de risques. Cette hypothèse est prise en raison l'absence de la possibilité de modification du GSE de KPMG.

	Action T1	Action T2	Immobilier	taux court	Taux long
Action T1	1	0,75	0,75	0,5	0
Action T2	0,75	1	0,75	0,5	0
Immobilier	0,75	0,75	1	0,5	0
Taux court	0,5	0,5	0,5	1	0
Taux long	0	0	0	0	1

TABLE 2.1 : Corrélations entre facteurs de risques dans le GSE

Ainsi, l'inflation des frais générée dans le cadre des scénarios est issue des modèles risques historiques présentés en 2.2.

2.1.5 Tests de marginalité sur le GSE

Afin de s'assurer de la cohérence des prix générés lors des simulations du GSE, il est nécessaire de réaliser des tests de martingalité.

Un processus (X_t) adapté à une filtration (\mathcal{F}_t) est une martingale si

$$\forall s \leq t, \mathbb{E}[X_t | \mathcal{F}_s] = X_s. \quad (2.14)$$

Ainsi, les tests de martingalité ont pour objectif de vérifier si les processus de prix actualisés générés par le générateur sont bien des martingales. C'est à dire qu'en supposant (P_t) un processus stochastique des prix (prix de ZC ou d'actions) et (D_t) le facteur d'actualisation, on a, sous la probabilité risque neutre \mathbb{Q}

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[D_t P_t | \mathcal{F}_s] = D_s P_s. \quad (2.15)$$

Dans le cas des zéros-coupons, le test réalisé est le test de martingalité déflateur. En effet, le processus d'actualisation D_t aussi appelé déflateur donné par

$$D_t = e^{-\int_0^t r_s ds}, \quad (2.16)$$

où r_s est le taux court nominal à l'instant s , doit vérifier la relation

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-\int_t^T r_s ds} \underbrace{B(t, T)}_{=1}] = B(t, T), \quad (2.17)$$

où $B(t, T)$ est le prix à l'instant t d'un zéro-coupon de maturité T .

En effet, si le test de martingalité déflateur 2.17 est vérifié, alors le test de martingalité est vérifié pour les zéro-coupons d'après la démonstration suivante tiré de l'étude de FLAVIAN (2016)

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[D_t B(t, T)] = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-\int_0^t r_s ds} B(t, T) | \mathcal{F}_0], \quad (2.18)$$

$$= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-\int_0^t r_s ds} \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-\int_t^T r_s ds} | \mathcal{F}_t]}_{\text{martingalité déflateur}} | \mathcal{F}_0], \quad (2.19)$$

$$= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-\int_0^t r_s ds} e^{-\int_t^T r_s ds} | \mathcal{F}_t] | \mathcal{F}_0], \quad (2.20)$$

$$= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-\int_0^T r_s ds} | \mathcal{F}_t] | \mathcal{F}_0], \quad (2.21)$$

$$= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-\int_0^T r_s ds} | \mathcal{F}_0], \quad (2.22)$$

$$= B(0, T). \quad (2.23)$$

Les tests de martingalité sont effectués en analysant les écarts relatifs entre l'espérance des prix actualisés sur l'ensemble des scénarios du GSE (espérance approximée à l'aide de la méthode de Monte-Carlo) et les prix initiaux fournis en entrée. On calcule donc pour chaque maturité T

$$Ecart_T = \frac{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_T^i P_T^i - P(0, T)\right)}{P(0, T)}, \quad (2.24)$$

où N est le nombre de simulations, $D_T^i P_T^i$ le prix actualisé de l'actif de maturité T à la simulation i et $P(0, T)$ le prix initial de l'actif de maturité T fourni en entrée du GSE.

Les actifs concernés sont : les zéro-coupons (test de martingalité déflateur), les indices actions et immobiliers. Le graphique 2.4 représente les écarts relatifs introduits par l'équation 2.24.

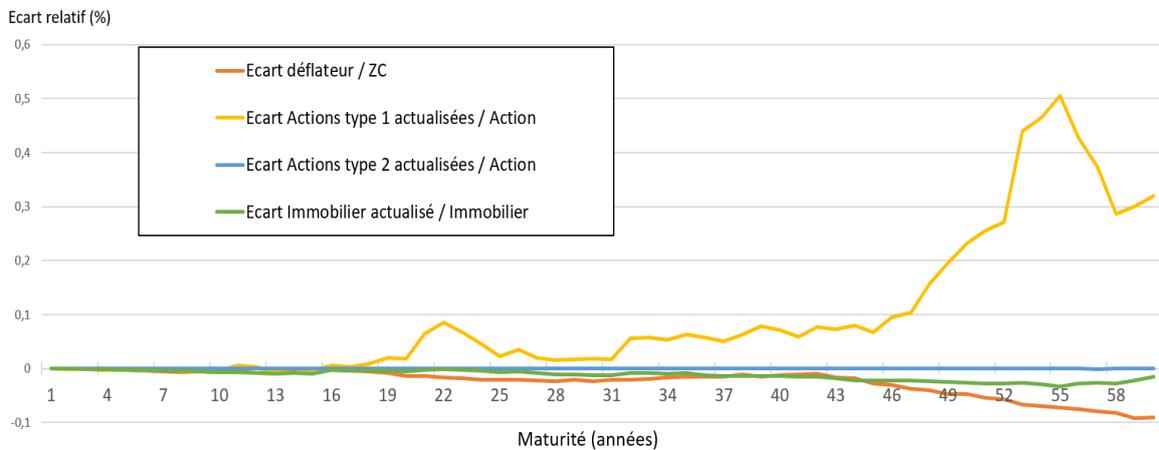


FIGURE 2.4 : Tests de martingalité sur les sorties du GSE

On remarque que les écarts relatifs entre les déflateurs et les prix des zéro-coupons initiaux (test de martingalité déflateur) sont compris dans l'intervalle $[-0,1\%; 0\%]$. De plus, les écarts relatifs dans le cas des indices immobiliers varient dans $[-0,05\%; 0\%]$ tandis qu'ils sont compris de l'ordre de 10^{-5} pour les actions de type 1¹. Enfin, pour les actions de type 2², les prix générés par le GSE sont supérieurs aux prix sur les marchés et les écarts sont compris dans $[0\%; 0,5\%]$.

La martingalité des processus peut donc être validée car les écarts relatifs sont relativement proches de 0%. Le GSE vérifie donc les tests de martingalité sur les actifs qu'il simule.

2.2 Modélisation de l'inflation

En plus des facteurs de risque introduits dans la partie 2.1, les scénarios économiques générés par le GSE doivent contenir des données d'inflation. Ces données sont obtenues de manière indépendante au GSE par les deux approches détaillées ci-dessous. La première est une approche financière de l'inflation à travers un modèle de Vasicek tandis que la seconde décrit une approche économétrique avec l'utilisation de séries temporelles. Ces deux modèles sont utilisés pour prédire l'inflation qui est ensuite étudiée en tant que facteur de risque pour choquer le bilan d'un assureur en 3 et voir l'impact

¹ Actions cotées en bourse qui proviennent de pays qui ne sont pas membres de l'Espace Économique Européen ou de l'OCDE, actions non cotées, etc.

² Actions cotées sur des marchés réglementés dans des pays membres de l'EEE ou de l'OCDE.

sur les passifs à travers la variation des frais de celui-ci. L'approche risque historique est priorisée ici pour la modélisation de l'inflation car il s'agit d'une interprétation dans laquelle le risque inflation est lié au passif (frais de l'assureur) et n'est pas couvrable. Cette interprétation est considérée en raison de l'absence de dépendance entre l'inflation et les modèles implémentés dans le GSE tels que le modèle de taux qui implique l'absence d'interaction entre l'actif de l'assureur et l'inflation. L'impact de l'inflation est donc uniquement perceptible au niveau des passifs de l'assureur.

Le calcul du bilan d'un assureur peut être fait de deux manières :

- déterministe en ne considérant qu'un seul scénario définissant un état du monde dans lequel l'activité de l'assureur est projetée sur N années. Il est donc uniquement nécessaire d'obtenir les variables économiques (taux d'intérêts, prix des ZC, inflation, ...) sur une durée de N années ;
- stochastique où 1000 scénarios sont considérés dans lesquels l'activité de l'assureur est projetée sur N années. Ce qui signifie qu'il faut fournir en entrée 1000 projections des variables économiques sur N années.

Dans le cadre de cette étude, les bilans de l'assureur sont calculés uniquement de manière stochastique. Pour la modélisation de l'inflation, deux modèles sont considérés dans le cadre de cette étude :

- Le modèle financier de Vasicek a été sélectionné car il s'agit d'un modèle simple, traditionnellement utilisé dans un contexte de valorisation financière. Les contraintes opérationnelles (impossibilité de modification du GSE) nous contraignant à rajouter la modélisation de l'inflation par l'intermédiaire d'un code R, R CORE TEAM (2022), la simplicité de calibration ainsi que de simulation de ce modèle constituent les principales raisons ayant motivés ce choix même si l'utilisation d'un modèle plus abouti (Jarrow-Yildirim comme présenté par SCARDOVI (2011)) aurait été plus adapté. De plus, l'impossibilité d'ajouter une corrélation entre le risque de taux et l'inflation dans le GSE implique que l'implémentation du modèle d'inflation est faite sans cohérence économique d'où le choix d'un modèle simple. Le modèle de Vasicek est généralement calibré de manière risque neutre sur des produits financiers indexés sur l'inflation (par exemple des swaps inflation) mais dans le cadre de cette étude, l'inflation ne servant à modéliser que la dynamique des frais qui n'est pas répliquable, il est plus adapté de recourir à calibrage risque historique. Ce modèle est donc utilisé dans la partie 3.4 de cette étude où l'intérêt est porté sur l'étude du lien entre les rachats dynamiques et l'inflation. Le modèle de Vasicek nous permet de générer facilement 1000 scénarios d'inflation de 60 ans différents l'un de l'autre ce qui nous permet d'analyser de manière exhaustive l'impact sur le bilan de l'assureur d'une loi de rachats dynamiques liés à l'inflation.
- Les modèles économétriques de séries temporelles ont été sélectionnés car permettant de générer des trajectoires économétriques cohérentes avec l'historique de calibration (historique de l'inflation IPCH). Ils sont utilisés dans le cadre de cette étude pour générer les trajectoires d'inflation par une approche risque historique servant à projeter le bilan de l'assureur ainsi que sa situation prudentielle sous différents scénarios déterministes d'inflation dans la partie 3.2.

2.2.1 Modèle d'inspiration financière : le modèle de Vasicek

L'inflation est ici représentée comme un « taux court instantané » à l'aide d'un modèle de taux d'intérêts généralement utilisé pour déterminer les prix, les rendements des obligations. Il s'agit du modèle de Vasicek, modèle d'équilibre partiel qui fournit des formules explicites des prix des zéro-coupons, facilitant ainsi le calibrage.

Sous le modèle de Vasicek, l'inflation $r(t)$ suit la dynamique suivante

$$dr(t) = \kappa(\theta - r(t))dt + \sigma dW(t), \quad r(0) = r_0, \quad (2.25)$$

où θ , κ , σ sont des constantes positives et r_0 un réel.

Les paramètres du modèle de Vasicek énoncé en (2.25) peuvent être interprétés de la manière suivante

- θ : il représente la moyenne long terme du processus $r(t)$. En effet, en se basant sur l'expression 2.28 de la moyenne, on a : $\lim_{t \rightarrow +\infty} E\{r(t)|\mathcal{F}_s\} = \theta$. Ainsi, plus le processus avance dans le temps, plus il se rapproche du terme θ .
- κ : il correspond à la vitesse de retour à la moyenne. Il détermine la vitesse à laquelle le processus retourne à sa moyenne long terme θ .
- σ : il s'agit de la volatilité du processus.
- r_0 : il s'agit de la valeur initiale du processus $r(t)$.

Ces paramètres sont déterminés par calibration du modèle sur les valeurs du marché à savoir dans le cas précis de notre étude, la courbe historique de l'inflation mesurée par l'indice des prix à la consommation harmonisée (IPCH).

Le modèle de Vasicek a été introduit en 1977 en supposant que le taux spot instantané $r(t)$ sous la mesure monde réel \mathbb{P} évolue comme un processus d'Ornstein-Uhlenbeck à coefficient constant. Le modèle de Vasicek est un modèle mono-factoriel en raison de la présence d'un Brownien à une dimension $W(t)$ dans la dynamique du processus. Ce modèle repose sur la relation entre le prix $B(t, T)$ d'un zéro-coupon et son taux d'intérêt instantané $r(t)$

$$r(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\ln(B(t, t + \Delta t))}{\Delta t}. \quad (2.26)$$

En intégrant l'équation différentielle 2.25, nous trouvons l'expression suivante de $r(t)$, $\forall s \leq t$

$$r(t) = r(s)e^{-\kappa(t-s)} + \theta(1 - e^{-\kappa(t-s)}) + \sigma \int_s^t e^{-\kappa(t-u)} dW(u). \quad (2.27)$$

Le processus $r(t)$ conditionnellement à la tribu \mathcal{F}_s suit une loi normale de moyenne et de variance donnée par

$$\begin{aligned} E\{r(t)|\mathcal{F}_s\} &= r(s)e^{-\kappa(t-s)} + \theta(1 - e^{-\kappa(t-s)}) \\ \text{Var}\{r(t)|\mathcal{F}_s\} &= \frac{\sigma^2}{2\kappa}(1 - e^{-2\kappa(t-s)}). \end{aligned} \quad (2.28)$$

L'expression (2.28) de la variance de $r(t)$ ne dépend pas du niveau atteint par r_t , ce qui implique le processus $r(t)$ peut être négatif avec une probabilité positive. Cette particularité des processus de Vasicek permet au modèle d'être cohérent avec les rendements négatifs observés sur les marchés. De plus, dans le cadre de la modélisation de l'inflation, cette caractéristique du modèle est utile car elle peut être négative (à l'image de l'inflation IPCH de Février 2015 d'après le graphique 2.5). Une inflation négative met en évidence un phénomène de déflation, i.e, une baisse des coûts.

Calibrage du modèle

Le but de ce modèle de Vasicek est de modéliser l'inflation en la supposant égale à l'inflation IPCH en se basant sur un historique fourni en entrée. La modélisation de taux courts instantanés à l'aide du modèle mono-factoriel de Vasicek est d'après D. BRIGO (2006), « très pratique » car toutes les quantités fondamentales (taux et obligations) sont définies explicitement par des arguments sans arbitrage à l'image de l'expression explicite du processus $r(t)$ en (2.27).

Le modèle de Vasicek est ici assimilé à un modèle auto-régressif d'ordre 1 (AR(1)). Le processus de Vasicek $r(t)$ est donc donné par

$$r(t+1) = ar(t) + b + \sigma_{reg}, \quad (2.29)$$

où t représente le temps, a et b des constantes tandis que σ_{reg} est un bruit blanc.

En notant $t = t + 1$ et $s = t$ dans l'équation (2.27), la discrétisation suivante est obtenue

$$r(t+1) = r(t)e^{-\kappa} + \theta(1 - e^{-\kappa}) + \sqrt{\text{Var}\{r(t)|\mathcal{F}_s\}}\mathcal{E}, \quad (2.30)$$

où \mathcal{E} est une variable aléatoire de loi $\mathcal{N}(0,1)$. Or d'après l'expression de la variance fournie par l'équation (2.28), le processus $r(t)$ suit la discrétisation

$$r(t+1) = r(t)e^{-\kappa} + \theta(1 - e^{-\kappa}) + \sigma\sqrt{\frac{1}{2\kappa}(1 - e^{-2\kappa})}\mathcal{E}. \quad (2.31)$$

Ainsi par égalité entre les équations (2.31) et (2.29), les paramètres sont donnés par

$$a = e^{-\kappa}, \quad (2.32)$$

$$b = \theta(1 - e^{-\kappa}), \quad (2.33)$$

$$\sigma_{reg} = \sigma\sqrt{\frac{1}{2\kappa}(1 - e^{-2\kappa})}\mathcal{E}. \quad (2.34)$$

$$(2.35)$$

Ce qui permet de déduire les valeurs suivantes pour les paramètres du modèle de Vasicek

$$\kappa = -\log(a), \quad (2.36)$$

$$\theta = \frac{b}{1 - a}, \quad (2.37)$$

$$\sigma = \sigma_{reg}\sqrt{\frac{2\kappa}{1 - e^{-2\kappa}}}. \quad (2.38)$$

Ainsi, en estimant les paramètres a , b et σ_{reg} par régression sur les valeurs historiques de l'IPCH, il est possible de déduire les paramètres du modèle de Vasicek.

Les données historiques considérées pour calibrer le modèle sont les données mensuelles de l'IPCH représentées sur le graphique 2.5.

Il s'agit des valeurs de l'IPCH de Janvier 2006 à Août 2022 en indice de croissance avec pour référence l'année 2015 (indice = 100). Ces données correspondent à la période d'apprentissage maximale pouvant être tirée de la base de données d'EUROSTAT (2022b). Afin de passer de ces données en indice de croissance ($IPCH_t$) à des données en taux de croissance ($i(t+1, t)$), la formule suivante est utilisée

$$i(t+1, t) = \frac{IPCH_{t+1}}{IPCH_t} - 1, \quad (2.39)$$

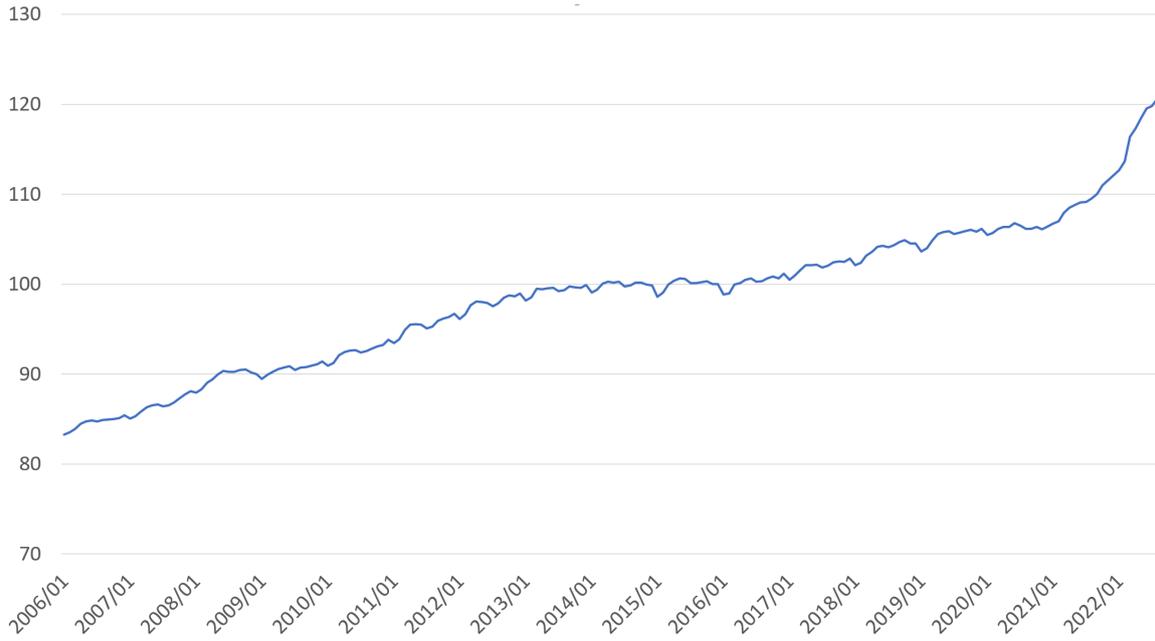


FIGURE 2.5 : Valeurs mensuelles de l'IPCH de Janvier 2006 à Août 2022 en indice de croissance d'après EUROSTAT (2022b)

où $i(t+1, t)$ représente l'IPCH en taux de croissance entre les dates $t+1$ et t , $IPCH_t$ l'IPCH en indice de croissance à la date t .

La variable $r(t+1)$ suivant un modèle de Vasicek considérée est

$$r(t+1) = \ln\left(\frac{IPCH_{t+1}}{IPCH_t}\right), \quad (2.40)$$

où t est exprimé en mois.

Les valeurs mensuelles de l'IPCH représentées sur le graphique 2.5 sont utilisées pour obtenir les valeurs de $r(t)$ conformément à l'équation (2.40). L'intérêt est donc porté sur les couples $(r(t+1), r(t))$ pour t allant de Janvier 2006 à Juillet 2022. La représentation 2.6 du nuage de points formé par ces couples est obtenue. La régression sur ce nuage de points donne la droite représentée sur le graphique 2.6 ainsi que l'intervalle de confiance à 95% représenté en gris autour de la droite.

La droite de régression est donnée par l'équation

$$r(t+1) = 0,2259 \times r(t) + 0,001441 + \epsilon_t, \quad (2.41)$$

où ϵ_t représente le résidu de la régression à la date t . La variance de la régression est approximée par la formule

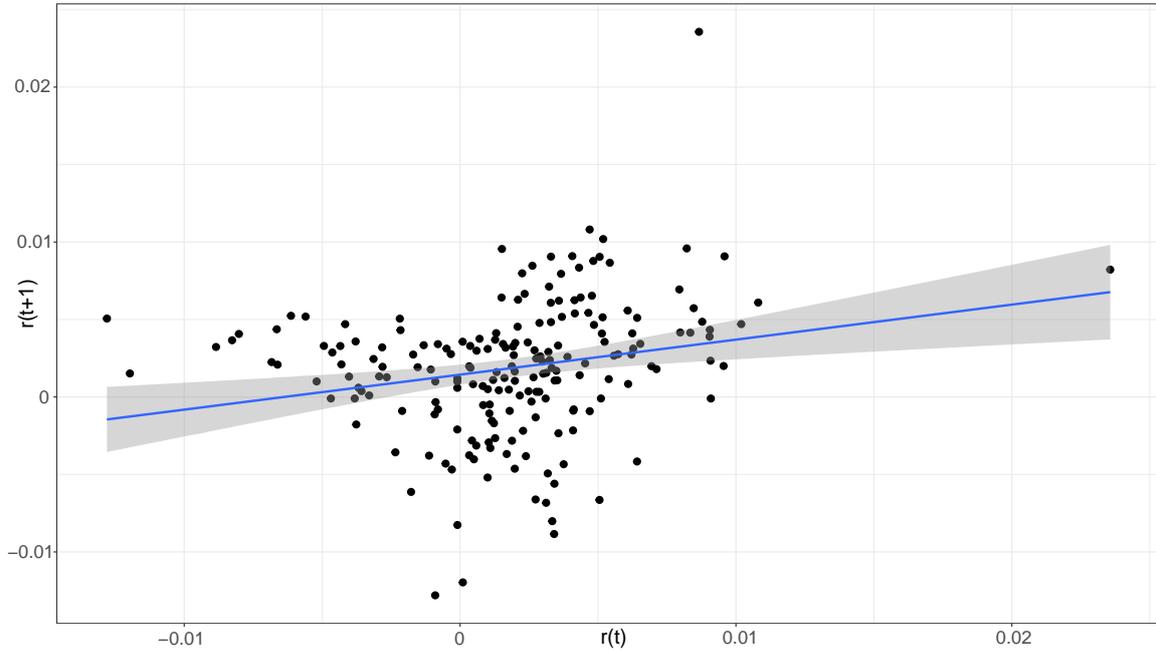
$$\sigma_{reg} = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{t=1}^N \epsilon_t^2}, \quad (2.42)$$

où N est le nombre de dates utilisées.

Les intervalles de confiance à 95% des paramètres a et b de la régression sont respectivement :

$$a = 0,2259 \in [8,8 \times 10^{-2}; 3,6 \times 10^{-1}], \quad (2.43)$$

$$b = 0,001441 \in [7,9 \times 10^{-4}; 2,1 \times 10^{-3}]. \quad (2.44)$$

FIGURE 2.6 : Régression sur le nuage de points formé par les couples $(r(t + 1), r(t))$

Ce qui permet d'obtenir les paramètres du modèle de Vasicek consignés dans le tableau 2.2.

Paramètres	Valeur
κ	1,4876715
θ	0,001861507
σ	0,007511151

TABLE 2.2 : Paramètres du modèle de Vasicek

La normalité des résidus de régression peut être vérifiée par le test de Kolmogorov Smirnov. En effet, ce test a pour hypothèse nulle H_0 : les résidus suivent une loi gaussienne et retourne la p-value $p = 0,1762 > 0,05$ qui permet donc de valider cette hypothèse au risque de 5%. Le Q-Q plot des résidus qui permet de vérifier si les quantiles de la loi des résidus sont proches de ceux d'une loi normale est représenté sur le graphique A.4 en Annexe. Les points s'éloignent de la droite $y = x$ au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la valeur 0, ce qui signifie que la loi suivie par les résidus a une queue de distribution plus lourde qu'une loi normale centrée. Cependant, le test de Breush-Pagan qui permet de vérifier objectivement l'homogénéité des résidus donne une p-value $p = 0,124 > 0,05$, ce qui permet de confirmer l'homogénéité des résidus de la régression. L'indépendance des résidus de régression est vérifiée par le test de Durbin-Watson qui donne une p-value $p = 0,892 > 0,05$.

D'autre part, le test de significativité de la régression qui a pour hypothèse nulle H_0 : le modèle de régression composé juste de l'intercepte sans variables indépendantes s'ajuste mieux aux données que le modèle représentant $r(t + 1)$ en fonction de $r(t)$ a pour p-value : $0,001422 < 5\%$. Ce résultat permet de rejeter l'hypothèse nulle et donc de confirmer que le modèle de régression représentant $r(t + 1)$ en fonction de $r(t)$ s'ajuste mieux aux données.

En utilisant la variable $r(t)$ décrite par l'équation (2.40), les prédictions du modèle ne sont pas sous

forme d'une inflation mensuelle en taux de croissance. En effet, pour obtenir les prédictions sous cette forme la transformation suivante est utilisée

$$i(t+1, t) = e^{r(t+1)} - 1, \quad (2.45)$$

où $i(t+1, t)$ représente l'inflation IPCH mensuelle en taux de croissance entre les dates $t+1$ et t .

Afin de pouvoir utiliser les trajectoires d'inflation (IPCH) simulées pour calculer le bilan d'un assureur, il est nécessaire de projeter l'inflation de manière annuelle.

Simulations d'inflation

Les trajectoires simulées sont obtenues en deux temps :

- tout d'abord, une première fonction $g(r, \kappa, \theta, \sigma)$ est implémentée à l'aide de l'équation (2.27) et des expressions de l'espérance et de la variance du processus $r(t)$ en (2.28)

$$g(r, \kappa, \theta, \sigma) = E\{r(t+dt)|\mathcal{F}_t\} + \sqrt{\text{Var}\{r(t+dt)|\mathcal{F}_t\}}\mathcal{E}, \quad (2.46)$$

$$= re^{-\kappa dt} + \theta(1 - e^{-\kappa dt}) + \sqrt{\frac{\sigma^2(1 - e^{-2\kappa dt})}{2\kappa}}\mathcal{E}, \quad (2.47)$$

où \mathcal{E} est une réalisation d'une variable aléatoire suivant une loi $\mathcal{N}(0, 1)$ et $dt = 1$ mois.

La fonction g a pour rôle de générer une simulation de la variable aléatoire gaussienne $r(t)$ suivant la loi $\mathcal{N}(E\{r(t+dt)|\mathcal{F}_t\}, \text{Var}\{r(t+dt)|\mathcal{F}_t\})$;

- ensuite, l'ensemble de la trajectoire du processus pour les années allant de 1 à N peut être calculée en se servant de la fonction g détaillée en (2.47) de la manière suivante

$$r_i = g(r_{i-1}, \kappa, \sigma, \theta) \quad \forall i \in 1, \dots, N, \quad (2.48)$$

avec r_0 la valeur initiale de la courbe historique d'inflation. On change ensuite d'unité en transformant la valeur r_i sous la forme (2.40) en inflation en taux de croissance grâce à l'équation (2.45).

Le modèle permet de générer des valeurs mensuelles de l'IPCH en se basant sur l'historique 2.5. Le graphique 2.7 représente 10 simulations de trajectoires de l'IPCH sur 12 mois.

Les trajectoires simulées partent toutes de la même valeur de r_0 et évoluent différemment tout au long des 12 mois de simulation. Elles prennent toutes des valeurs positives et évoluent en moyenne dans l'intervalle $[0, 1\%; 0, 4\%]$.

Afin d'obtenir des prédictions annuelles de l'inflation IPCH, le cumul de l'IPCH sur 12 mois est considéré. Ainsi, l'inflation IPCH annuelle pour l'année i notée \hat{r}_i est donnée par

$$\hat{r}_i = \prod_{t=1}^{12} (i(t+1, t)_i + 1) - 1, \quad (2.49)$$

où $i(t+1, t)_i$ représente l'inflation entre les mois $t+1$ et t de l'année i en taux de croissance.

À l'aide de la transformation introduite par l'équation (2.49), 10 trajectoires de l'inflation annuelle sur 10 ans sont simulées. Elles sont représentées sur le graphique 2.8.

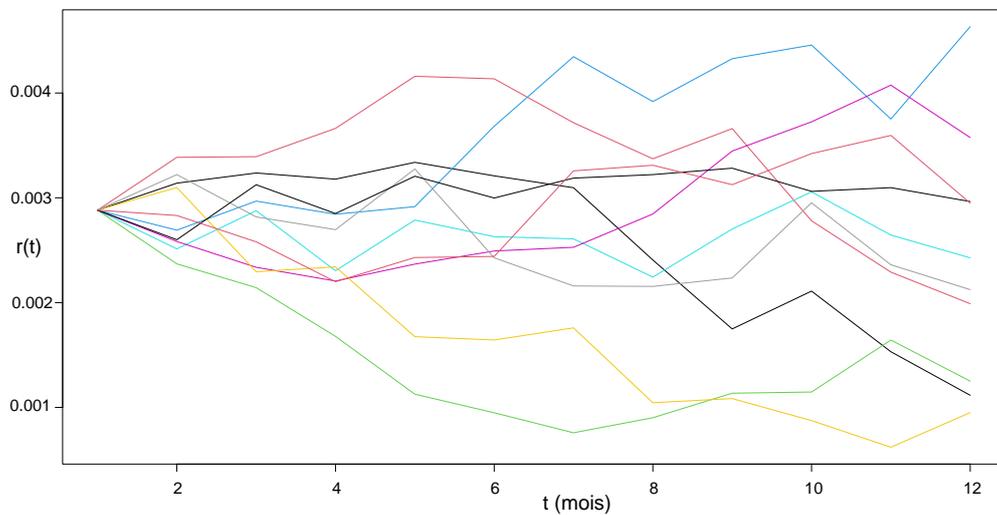


FIGURE 2.7 : Simulations de l'inflation IPCH mensuelle sur 12 mois

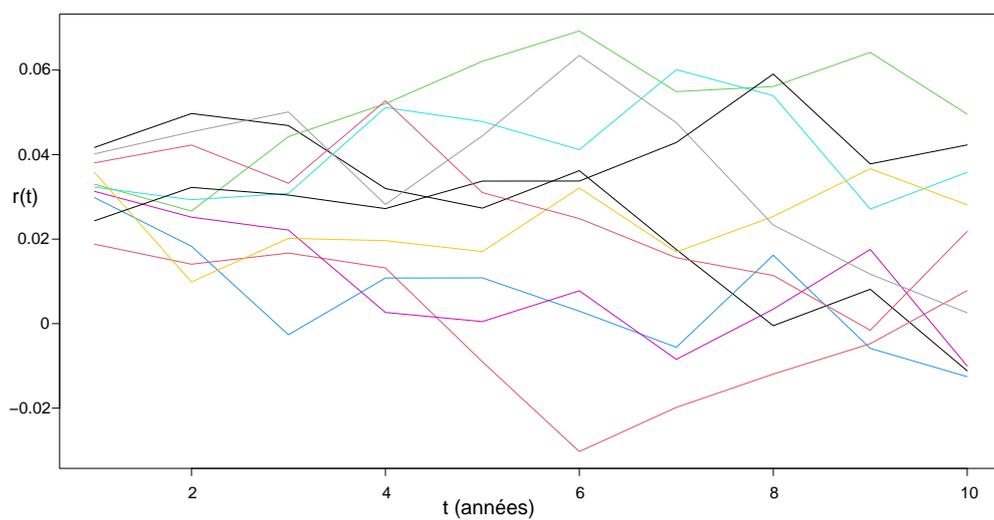


FIGURE 2.8 : Simulations de l'inflation IPCH annuelle sur 10 ans

Les valeurs d'inflation obtenues sont donc cohérentes par rapport aux cours observés. Certaines trajectoires présentent des valeurs négatives ce qui n'est pas incohérent au vu du fait qu'il s'agit à la fois d'une caractéristique du modèle de Vasicek mais aussi qu'il y a dans le jeu de données d'apprentissage 2.5 des valeurs négatives d'inflation.

Le modèle de Vasicek offre donc l'avantage de modéliser des taux négatifs en plus de bénéficier d'une méthode simple de calibration. Cependant, la simplicité de calibration du modèle entraîne une faible capacité de réplication de la courbe historique d'inflation. C'est donc dans l'optique d'obtenir un modèle offrant une réplication parfaite de courbe historique que le deuxième modèle basé sur les séries temporelles a été sélectionné.

2.2.2 Économétrie financière pour la modélisation de l'inflation

L'inflation peut être vue comme une partie d'un « tout » ou encore comme la conséquence directe du fonctionnement d'un système communément appelé « économie ». Cette idée, développée en 1.3.2 avec l'analogie du PFD, est illustrée ici avec l'utilisation d'un modèle de régression dynamique de séries temporelles. En effet, il existe des liens de causalité entre l'inflation et certaines variables macro-économiques qui peuvent être exploités dans l'optique de prédire l'inflation IPCH. La série temporelle de l'inflation IPCH à prédire est représentée sur le graphique 2.5. Il s'agit de l'IPCH mensuelle en indice de croissance avec pour référence 2015 qui a servi à la calibration du modèle de Vasicek. Pour homogénéiser les dates d'études de cette série avec celle des régresseurs, les données de l'IPCH en indice de croissance sont prélevées de Janvier 2008 à Juin 2022.

Les valeurs d'inflation à prédire représentées sur le graphique 2.5 semblent donc présenter un phénomène périodique ainsi qu'une tendance croissante tout au long des années d'études qui s'accroît à partir de l'année 2022.

En parallèle du modèle de régression dynamique, l'inflation est aussi modélisée à l'aide d'un modèle SARIMA (Seasonal Auto Regressive Moving Average) afin de pouvoir vérifier si l'apport des régresseurs est utile dans le cadre de la modélisation de l'inflation.

Le but final de ces modèles est de prédire l'inflation IPCH annuelle qui sert à modéliser l'inflation impactant les frais de l'assureur dans la partie 3. Afin d'obtenir l'inflation annuelle, la même méthode que celle utilisée dans le modèle de Vasicek en 2.25 est utilisée. Les modèles de séries temporelles prédisent des valeurs $IPCH(t)$ de l'inflation IPCH en indice de croissance avec référence 2015. À partir de ces résultats, en se servant de la transformation proposée par l'équation (2.39), des données de l'inflation IPCH mensuelles en taux de croissance sont obtenues qui sont ensuite cumulées à l'aide de la formule (2.49) pour obtenir une inflation IPCH annuelle. L'objectif final de ces modèles est donc de prédire l'inflation annuelle représentée dans le graphique 2.9. Ce graphique a été obtenu en appliquant les transformations décrites ici aux données du graphique 2.5. La valeur de 2022 est le cumul des inflations mensuelles de Janvier à Août 2022.

Les codes utilisés dans cette partie ont été développés à l'aide des ouvrages d'ARAGON (2016) et de R. H. SHUMWAY (2017).

Le modèle $ARMA(p, d, q)$ est d'après CHARPENTIER (2015), la combinaison de deux modèles : un modèle auto-régressif $AR(p)$ et un modèle de moyenne mobile $MA(q)$. Il permet de modéliser une série $(X_t)_{t=0, \dots, T}$ sous la forme

$$X_t = c + \underbrace{\phi_1 X_{t-1} + \dots + \phi_p X_{t-p}}_{AR(p)} + \epsilon_t + \underbrace{\theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q}}_{MA(q)}, \quad (2.50)$$

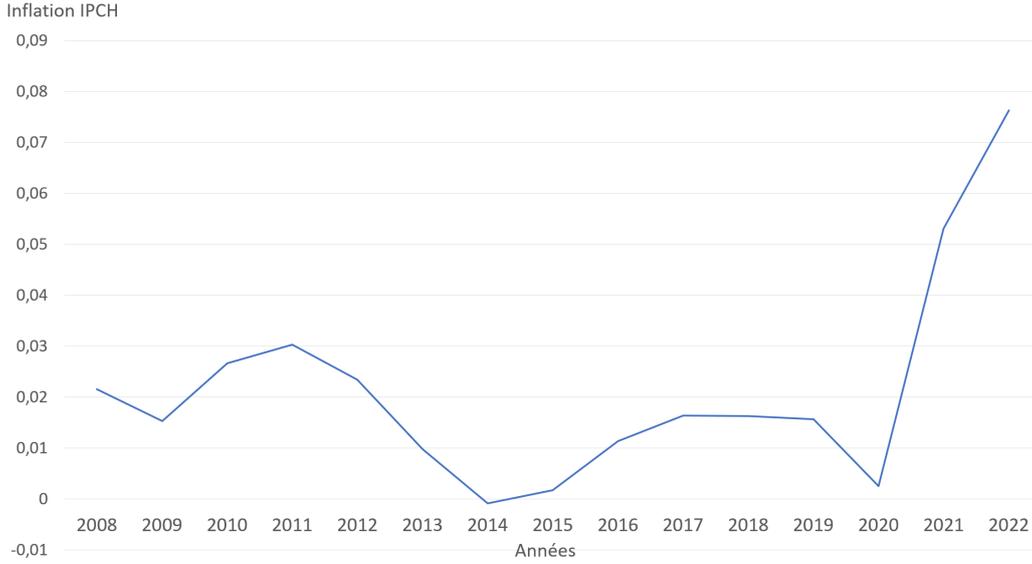


FIGURE 2.9 : Inflation IPCH annuelle de 2008 à 2022

où $(\phi_i)_{1 \leq i \leq p}$ est la suite des coefficients d'auto-régression, $(\theta_i)_{1 \leq i \leq p}$ la suite des coefficients de moyenne mobile, c la constante du modèle et ϵ_t un bruit blanc.

Un processus $ARIMA(p, d, q)$ est un processus dont la différence d'ordre d suit un modèle $ARMA(p, q)$. En introduisant l'opérateur retard L au sens où $L^p X_t = X_{t-p}$, l'équation du processus $(X_t)_{t=0, \dots, T}$ suivant un modèle $ARIMA(p, d, q)$ est donnée par

$$(1 - L)^d X_t = c + \phi_1(1 - L)^d X_{t-1} + \dots + \phi_p(1 - L)^d X_{t-p} + \epsilon_t + \theta_1 \epsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \epsilon_{t-q}. \quad (2.51)$$

- p est le nombre de termes auto-régressifs ;
- d est le nombre de différenciations appliquées à la série pour la rendre stationnaire ;
- q est le nombre d'erreurs de prédictions (bruits blancs) incluses dans l'équation de prédiction.

Le modèle $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_m$ est similaire au modèle ARIMA dans le cas de séries saisonnières de période m . Les paramètres P , D et Q peuvent être interprétés respectivement de la même manière que p , d et q .

D'autre part, le modèle de régression dynamique utilisé est un modèle $SARIMAX(p, d, q)(P, D, Q)_m$ (Seasonal Auto Regressive Moving Average with exogenous inputs) qui est la version saisonnière du modèle $ARIMAX(p, d, q)$ aussi appelé REGARIMA. Il s'agit d'un modèle de régression linéaire avec une erreur $SARIMA$. Le choix du modèle SARIMA est appuyé par la présence d'un phénomène saisonnier dans les données de l'IPCH mensuelles à prédire représentées en 2.5.

Le processus $(X_t^{infl})_{t=0, \dots, T}$ représentant la série temporelle de l'inflation IPCH suit un modèle $SARIMAX(p, d, q)(P, D, Q)_m$ si

$$X_t^{infl} = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t} + \dots + \beta_n X_{n,t} + u_t, \quad (2.52)$$

$$(2.53)$$

où $X_{1,t}, \dots, X_{n,t}$ représente l'ensemble des régresseurs, $(\beta_i)_{0 \leq i \leq n}$ les coefficients de régression et le processus $(u_t)_{t=0, \dots, T}$ suit un modèle $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_m$.

Étude des régresseurs

En se basant sur les études de LACK (2006) et de CRISTADORO (2000), les cinq séries économiques sélectionnées dans le cadre de cette étude sont : l'indice des prix à la production dans l'industrie (noté PPI), le volume des échanges commerciaux en zone euro (Imp), le taux de chômage (Tauxchom), le taux de rendement au pair des obligations d'État de la zone euro notées AAA (RendEuro) et l'indicateur de confiance des consommateurs européens (CIC). L'ensemble de ces séries mensuelles concernant l'Union Européenne entre Janvier 2008 et Juin 2022 ont été tirées de la base de données d'EUROSTAT (2022a). Ces séries ont notamment été sélectionnés pour leur lien direct avec les forces entrant en jeu dans l'analogie entre l'économie et le PFD présentée par la figure 1.18.

Les colinéarités entre les différents régresseurs sont évaluées à l'aide du facteur d'inflation de variance (VIF pour Variance Inflation Factor) qui évalue la multicollinéarité entre les variables. On parle de multicollinéarité lorsque l'une des variables d'un modèle de regression est une combinaison d'une ou plusieurs autres variables de ce même modèle. Lorsque la multicollinéarité des variables d'un modèle est trop importante, la variance des coefficients de régression peut augmenter ce qui les rend instables et difficiles à interpréter. Il ne faut pas confondre colinéarité et corrélation. En effet, tandis que deux variables colinéaires sont par définition corrélées, l'inverse n'est pas forcément vrai.

En considérant l'équation (2.53) du modèle de régression, à titre d'exemple le calcul du VIF de la variable X_1 est effectué en considérant le modèle suivant

$$X_{1,t} = \alpha_0 + \alpha_1 X_{2,t} + \dots + \alpha_{n-1} X_{n,t}, \quad (2.54)$$

où $(\alpha_i)_{0 \leq i \leq n-1}$ représentent les coefficients de régression. Une fois le coefficient de détermination de ce modèle de régression linéaire R^2 déterminé, le VIF de la variable X_1 est donné par

$$VIF_1 = \frac{1}{1 - R^2}. \quad (2.55)$$

Le seuil à partir duquel un VIF peut être considéré comme trop élevé fait débat au sein de la communauté scientifique comme l'indique l'article de CHOEIRY (2022). En se référant aux livres de VITTINGHOFF E. (2011) et JAMES G. (2013), le seuil de VIF de cette étude est fixé à 10.

Le tableau 2.3 résume les valeurs de cet indicateur sur le jeu de données.

VARIABLES	PPI	Imp	Tauxchom	RendEuro	CIC
VIF	4.55	7.22	1.71	2.44	2.06

TABLE 2.3 : Valeurs des VIFs

Les VIFs représentés dans le tableau 2.3 sont tous inférieurs à 10. Il n'y a donc pas de phénomène de multicollinéarité significatif entre les variables.

La corrélation entre les régresseurs est évaluée à l'aide de fonction `cor()` du package `stats` de R. Les résultats sont affichés sur le graphique 2.10.

Ce graphique montre que la variable du volume des importations est corrélée aux variables : prix à la production dans l'industrie (corrélation de 0,805), taux de chômage (corrélation de -0,62), rendement des obligations d'État AAA (corrélation de -0,67). De plus, cette variable (Imp) présente le plus grand VIF d'après le tableau 2.3. Elle est donc retirée de l'étude.

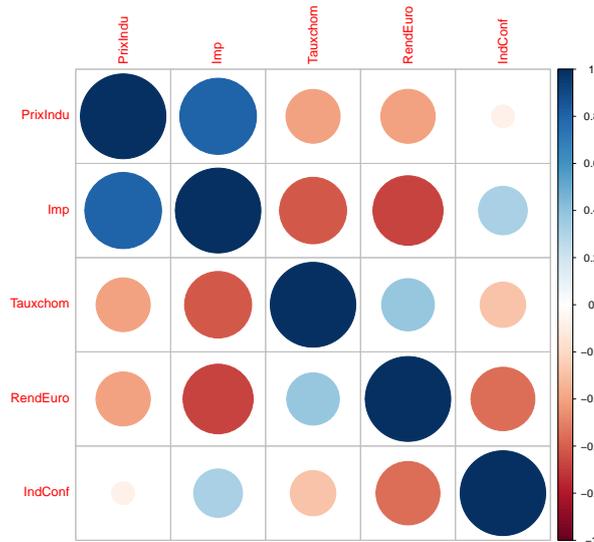


FIGURE 2.10 : Corrélations entre les régresseurs du modèle SARIMAX

L'objectif de ce modèle est de prédire les valeurs mensuelles de l'IPCH en indice de croissance à partir des régresseurs cités ci-dessus. Pour ce faire, il est nécessaire d'obtenir des prédictions de chacun des régresseurs conformément à l'équation (2.53). Afin d'obtenir ces prédictions, chacune des séries économiques est modélisée par un modèle ARIMA ou SARIMA optimal selon le critère de l'AIC. Cependant, ce modèle optimal dépend de l'échantillon d'apprentissage choisi pour calibrer les paramètres de celui-ci.

L'échantillon d'apprentissage sélectionné dans le cadre de cette étude est la période de Janvier 2008 à Décembre 2017 pour ensuite prédire sur la période de Janvier 2018 à Décembre 2020. Cet échantillon de test sert à évaluer la capacité des modèles à prédire l'inflation sur une période « normale » d'inflation (inflation annuelle inférieure à 2% d'après 2.9 de 2018 à 2020). De plus, la prédiction sur une période où les valeurs des régresseurs et de l'inflation IPCH sont connues permet d'une part de pouvoir utiliser le modèle de régression SARIMAX avec les données observées des régresseurs et d'autre part de connaître la précision des modèles dans leurs prédictions.

Avant d'utiliser le modèle de régression, il est donc nécessaire d'introduire chacun des régresseurs ainsi que les modèles qui sont utilisés pour effectuer les prédictions sur l'échantillon de test.

L'indice des prix à la production dans l'industrie Il mesure le prix moyen de développement de l'ensemble des biens et services liés à l'industrie (sauf construction, assainissement, gestion des déchets et dépollution) sur les marchés domestiques et non-domestiques de l'Union Européenne. Il est présenté sous la forme d'un indice avec pour référence 100 à l'année 2015. Cette série temporelle est l'analogie de la force \vec{E}_{NF} de la figure 1.18 de l'analogie du PFD qui traduit l'influence des prix fixés par les entreprises non financières dont les industries. L'impact de ces entreprises sur l'inflation sera donc représenté par l'inclusion de cet indice dans le modèle de régression. Les données sélectionnées sont représentées dans le graphique 2.11.

La série prend des valeurs relativement stables de Janvier 2008 à Novembre 2020 puis augmente rapidement jusqu'en Juin 2022. D'autre part, elle ne semble pas présenter de phénomène périodique. Le test de Dickey-Fuller augmenté qui permet de vérifier si une série temporelle est stationnaire ou

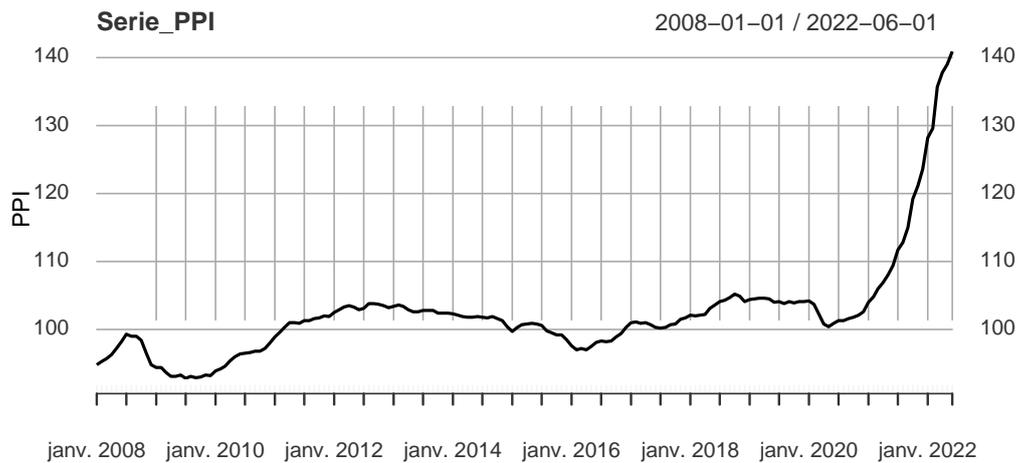


FIGURE 2.11 : Indice des prix à la production dans l'industrie de Janvier 2008 à Juin 2022 en Europe d'après EUROSTAT (2022a)

non, permet de conclure avec une p-value de 0,9735 que la série de l'indice du prix est non stationnaire. De plus, le spectrogramme A.5 ne montre aucun pic significatif, ce qui indique que la série ne présente pas d'effet périodique. Il conviendra donc d'utiliser un modèle $ARIMA(p, d, q)$.

Le modèle $ARIMA$ optimal au sens de l'AIC pour cette série avec un échantillon d'apprentissage de Janvier 2008 à Décembre 2017, est le modèle $ARIMA(1, 1, 1)$ avec un AIC de 86,44. Les prédictions de ce modèle de Janvier 2018 à Décembre 2020 sont représentées par le graphique 2.12.

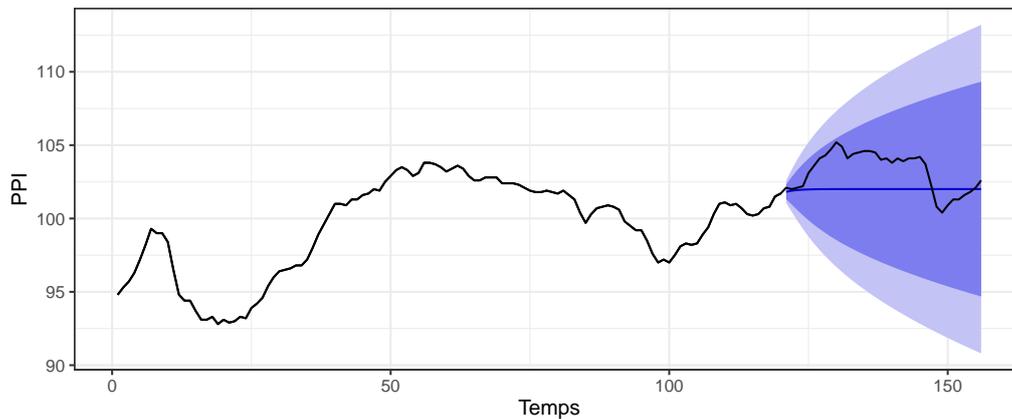


FIGURE 2.12 : Prédictions de l'indice de prix du modèle $ARIMA(1, 1, 1)$ de Janvier 2018 à Décembre 2020 avec les intervalles de confiance à 80% et 95%

Les prédictions de ce modèle sont constantes tout au long des mois. En effet, la courbe bleu au centre des intervalles de confiance à 95% et 80% représente les valeurs prédites tandis que la courbe en noir représente les valeurs réelles. Cette dernière reste contenue dans l'intervalle de confiance à 80% jusqu'en Décembre 2020. Les bornes maximales des intervalles de confiance à 95% et 80% représentés respectivement en bleu clair et en bleu foncé sont respectivement : $[90, 8; 113, 2]$ et $[94, 7; 109, 3]$.

Le taux de chômage en Europe Il représente le ratio du nombre de chômeurs total (hommes et femmes) dans l'Union Européenne par rapport à la population active. Un chômeur est défini comme une personne entre 15 et 74 ans d'âge n'étant pas employée durant la semaine de référence, ayant activement cherché du travail pendant les 4 semaines précédant la semaine de référence et qui aurait été prêt à démarrer un nouvel emploi immédiatement ou dans les 2 prochaines semaines. À l'opposé une personne employée est définie comme quelqu'un ayant travaillé au moins une heure rémunérée pendant la semaine de référence ou ayant été absente d'un poste répondant à ce critère. De plus, la Commission européenne définit la population active comme la somme des personnes employées et des personnes au chômage.

Le taux de chômage est donné par la formule

$$t_c = \frac{Nb\ total\ chômeurs}{Population\ active}. \quad (2.56)$$

Le chômage dépend du marché du travail qui dépend lui même de la situation économique. Les interactions entre les agents économiques (industries, ménages, institutions) créent des conditions favorables ou non à l'emploi ce qui permet de définir le chômage comme une conséquence du contexte économique ce qui rappelle la force de frottement \vec{F} de l'analogie du PFD qui est représentée par la figure 1.18, conséquence directe du mouvement du solide. Le lien entre l'inflation et la taux de chômage est illustré par l'économiste Alban William Phillips à travers la courbe de Phillips qui représente l'évolution de l'inflation en fonction du taux de chômage. Cette courbe traduit le fait qu'une augmentation du chômage entraîne une baisse de l'inflation et qu'une diminution du taux de chômage est liée à une hausse de l'inflation. Cette relation justifie l'utilisation de cette variable pour prédire l'inflation. Le taux de chômage suit l'évolution décrite dans le graphique 2.13.



FIGURE 2.13 : Taux de chômage en Europe entre Janvier 2006 et Juin 2022 d'après EUROSTAT (2022a)

D'après le graphique 2.13, la série suit deux tendances, une première à la hausse jusqu'à Janvier 2013 puis une seconde à la baisse jusqu'à Janvier 2020 où il y a une remontée du taux chômage suivi à nouveau d'une baisse. Le test de Dickey-Fuller augmenté affiche une p-value de 0,4987, la série du taux de chômage n'est donc pas stationnaire. La périodicité de la série est mise en évidence par le spectrogramme A.6. En effet le graphique A.6 montre un pic à la fréquence $0,0833 = \frac{1}{12}$. La série temporelle du taux de chômage présente donc une période d'un an (12 mois) et sera modélisée à l'aide d'un modèle SARIMA. Le modèle optimal avec un échantillon d'apprentissage calé sur la période de Janvier 2008 à Décembre 2017 est le modèle $SARIMA(3, 1, 3)(1, 0, 3)_{12}$ avec un AIC de $-80,19$ dont les prédictions de Janvier 2018 à Décembre 2020 sont représentées sur le graphique 2.14.

Les taux de chômage prédits suivent une tendance à la baisse et restent inférieurs aux valeurs réelles

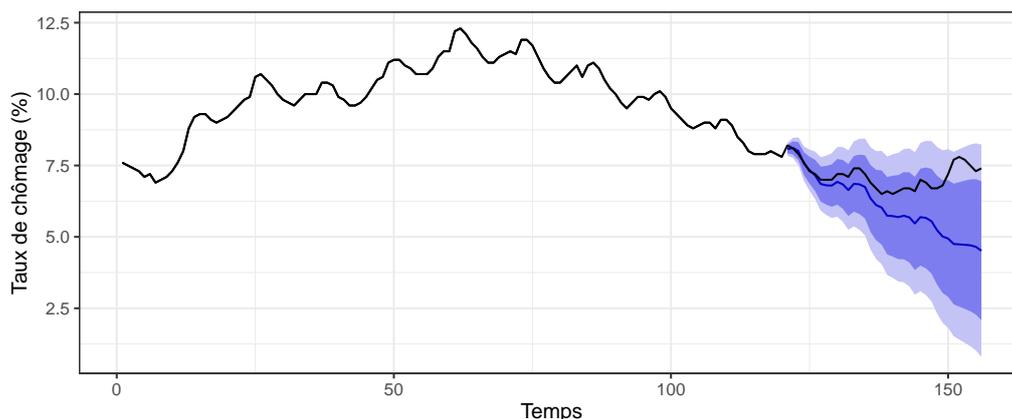


FIGURE 2.14 : Prédications sur la série du taux de chômage de Janvier 2018 à Décembre 2020 avec les intervalles de confiance à 80% et 95%

(en noir). Les valeurs réelles de la série restent à l'intérieur de l'intervalle de confiance à 80% jusqu'en Juin 2020 où elles sortent de cet intervalle pour rejoindre celui à 95%.

Les intervalles de confiances à 95% et 80% représentés respectivement en bleu clair et bleu foncé prennent les valeurs maximales : $[0, 8; 8, 2]$ et $[2, 1; 6, 9]$.

Le taux de rendement des obligations d'État AAA Il s'agit de la série du rendement des obligations d'État notées AAA de maturité 10 ans. Cette série est usuellement utilisée dans les modèles de régression de l'inflation en raison du lien étroit entre taux d'intérêts et inflation (abordé en 1.3.3). Cette série représente l'effet de la force \vec{G} qui traduit l'effet direct de la BCE sur l'inflation. En effet, la BCE à travers le mécanisme des taux directeurs contrôle les valeurs des taux d'intérêts (voir 1.3.3). La relation entre les taux d'intérêts et l'inflation peut être vue comme une relation d'interdépendance : les variations de l'inflation poussent les banques centrales à faire évoluer leurs taux directeurs afin de pouvoir contrôler l'indice des prix. Les taux directeurs ont un effet sur l'inflation en faisant varier les emprunts des agents économiques. La série est représentée par le graphique 2.15.



FIGURE 2.15 : Rendement des obligations AAA de maturité 10 ans entre Janvier 2008 et Juin 2022 d'après EUROSTAT (2022a)

La série présente une tendance décroissante jusqu'à l'année 2022 où elle augmente de manière fulgurante. En effet, en 2022 comme énoncé en 1.3.3, la hausse des taux directeurs des banques centrales régionales entraîne de surcroît la hausse des taux d'intérêts des marchés. Le test de Dickey-Fuller augmenté affiche une p-value de 0,99, la série du rendement de l'euro n'est donc pas stationnaire. Le spectrogramme A.7 ne montre aucun pic significatif ce qui traduit l'absence d'un phénomène de périodicité d'où l'utilisation d'un modèle ARIMA. Le modèle optimal est le modèle $ARIMA(2, 1, 4)$ qui a un AIC de $-92,31$. Ses prédictions de Janvier 2018 à Décembre 2020 sont représentées sur le graphique 2.16.

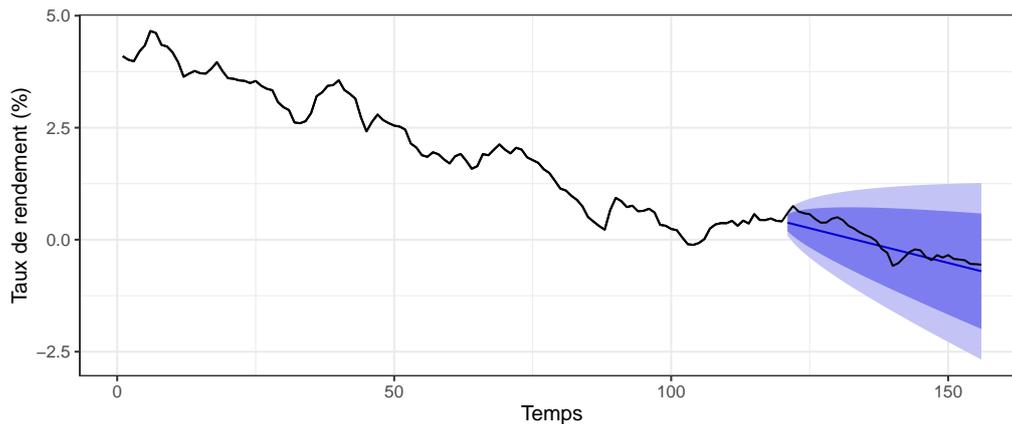


FIGURE 2.16 : Prédictions sur la série du rendement des obligations d'État AAA de Janvier 2018 à Décembre 2020 avec les intervalles de confiance à 80% et 95%

Les prédictions de la série du rendement des obligations d'État AAA suivent une tendance à la baisse. Tout au long des années de prédictions, les valeurs réelles du rendement de ces obligations sont contenues dans l'intervalle de confiance à 80% et sont proches des valeurs prédites par le modèle. Les intervalles de confiances à 95% et 80% représentés respectivement en bleu clair et bleu foncé prennent les valeurs maximales : $[-1, 9; 0, 6]$ et $[-2, 7; 1, 3]$.

L'indicateur de confiance des consommateurs Il est déterminé sur la base d'enquêtes harmonisées organisées par la Direction générale des affaires économiques et financières de la Commission Européenne. Ces enquêtes concernent les consommateurs de l'Union Européenne et sont composées de :

- questions mensuelles sur la situation financière, l'incertitude économique perçue, la situation économique globale, l'évolution des prix, le chômage et les intentions d'achats ou d'épargne ;
- questions trimestrielles sur l'intention d'acheter une voiture, de construire ou d'acheter une maison ou encore d'effectuer des travaux dans son logement.

L'objectif de cette enquête est double : tout d'abord elle sert à collecter des informations sur les intentions d'épargne et de consommation des ménages et ensuite, elle permet de déterminer la perception des ménages concernant les facteurs l'influençant ces décisions. Ces questions sont organisées autour de quatre thèmes : la situation financière du ménage, le contexte économique général, les intentions

d'épargne et de dépenses. Les participants de cette enquête viennent majoritairement d'Espagne, de France, d'Italy, du Luxembourg, de Pologne et du Portugal.

Cette série est l'équivalent de force \vec{M} dans l'analogie du PFD (figure 1.18) traduisant le poids des ménages dans l'économie et donc dans l'évolution de l'inflation. L'indicateur de confiance des consommateurs reflète de manière directe leur envie d'épargner ou d'acheter et donc leurs intentions quant à leur interaction avec l'économie.

L'indicateur de confiance est calculé en classant les réponses possibles de chaque question en trois catégories « positives » (pour les réponses du type : beaucoup, très bon, à la hausse), « neutres » (pour : inchangé, suffisant, satisfaisant) et « négatives » (pour : trop faible, mauvais, à la baisse). Ainsi, en notant P , E , et M les pourcentages respectifs de réponses positives, neutres et négatives, on a : $P + E + M = 100$. L'indicateur de confiance $B \in [-100; 100]$ est donné par

$$B = P - M. \quad (2.57)$$

Le graphique 2.17 montre l'évolution de l'indicateur entre Janvier 2008 et Juin 2022.

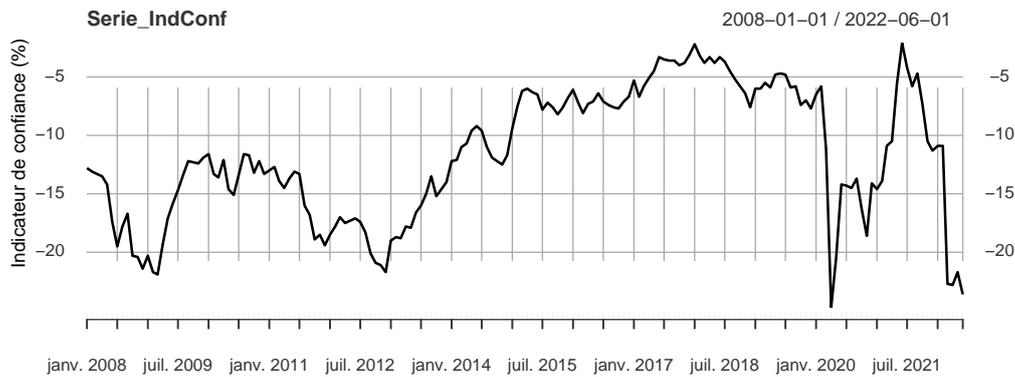


FIGURE 2.17 : Indicateur de confiance des consommateurs entre Janvier 2008 et Juin 2022 d'après EUROSTAT (2022a)

Le graphique 2.17 montre que l'indicateur est tout le temps négatif au cours de la période d'étude ce qui signifie que le pourcentage de réponses négatives est supérieur à celui de réponses positives. De plus, à l'arrivée du covid-19, l'indicateur baisse dramatiquement de $-5,8$ en Février 2020 à $-24,7$ en Avril 2020. Après cette date, l'indicateur augmente rapidement jusqu'en Juin 2021 ce qui correspond à la période de rétablissement de l'économie post-crise sanitaire, avant de baisser fortement jusqu'en Juin 2022. La chute de l'indicateur de Juin 2021 à Juin 2022 se déroulant en parallèle de la hausse drastique de l'inflation à cette période traduit l'intérêt que revêt cette série pour modéliser l'inflation. En effet, la série de l'indicateur de confiance et celle de l'inflation semblent être anti-corrélées. La série ne présente pas de phénomène périodique d'après son spectrogramme représenté sur le graphique A.8 qui ne présente pas de pic significatif. Le modèle optimal de prédiction de la série de l'indicateur est le modèle $ARIMA(0, 1, 1)$ avec un AIC de 278,39. Ses prédictions de Janvier 2018 à Décembre 2020 sont représentées sur le graphique 2.18.

D'après le graphique 2.18, le modèle génère des prédictions qui sont constantes à la valeur $-2,97\%$ tout au long de la période de test. Cependant, durant la période de prédiction, l'indice de confiance des consommateurs réel reste dans l'intervalle de confiance à 95% sauf en Avril 2020 où elle en sort pour y retourner en Juin 2020.

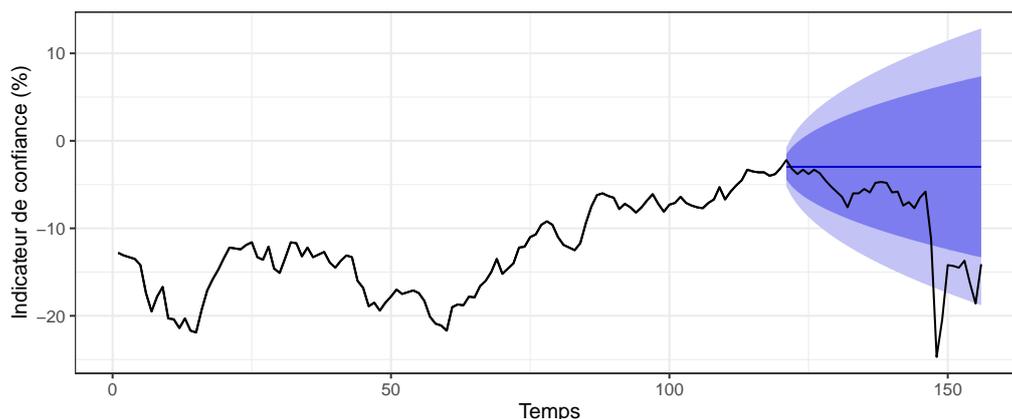


FIGURE 2.18 : Prédictions sur la série de l'indice de confiance de Janvier 2018 à Décembre 2020 avec les intervalles de confiance à 80% et 95%

Les intervalles de confiances à 95% et 80% représentés respectivement en bleu clair et bleu foncé prennent les bornes maximales : $[-18, 8; 12, 8]$ et $[-13, 3; 7, 4]$.

Prédictions de l'inflation

Les prédictions de l'inflation sont réalisées à l'aide de deux modèles : le modèle Sarima optimal pour la série de l'IPCH et le modèle de régression dynamique issu du modèle optimal qui se sert des données fournies par les régresseurs. Le tableau 2.4 récapitule les modèles optimaux pour les régresseurs et leurs AIC en fonction de l'échantillon d'apprentissage.

Variabes	Apprentissage	Modèle	AIC
PPI	01/2008 à 12/2017	$ARIMA(1, 1, 1)$	86, 44
Tauxchom	01/2008 à 12/2017	$SARIMA(3, 1, 3)(1, 0, 3)_{12}$	-80, 19
RendEuro	01/2008 à 12/2017	$ARIMA(2, 1, 4)$	-92, 31
CIC	01/2008 à 12/2017	$ARIMA(0, 1, 1)$	278, 39

TABLE 2.4 : Modèles optimaux pour les régresseurs

Le modèle Sarima optimal pour l'IPCH Il est obtenu de manière similaire à la méthode employée pour déterminer les modèles optimaux des séries temporelles des régresseurs. Les données de l'IPCH utilisées sont les mêmes que celles qui ont servies pour le calibrage du modèle de Vasicek introduit dans la partie 2.25. Il s'agit des données mensuelles de l'IPCH tirées d'EUROSTAT (2022b) représentées dans le graphique 2.5.

La série de l'IPCH est non-stationnaire d'après le test de Dickey-Fuller augmenté (p-value de 0, 99). Son spectrogramme représenté sur le graphique A.9 montre un pic significatif à la fréquence $\frac{1}{6} = 0, 1667$. La série présente donc une période semestrielle. Un modèle de type $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_m$ correspond donc bien à cette série. Pour la période d'apprentissage de Janvier 2008 à Décembre 2017, le modèle optimal est le modèle $SARIMA(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ avec un AIC de -11, 87. Les résultats de ce modèle sont représentés dans le graphique 2.19.

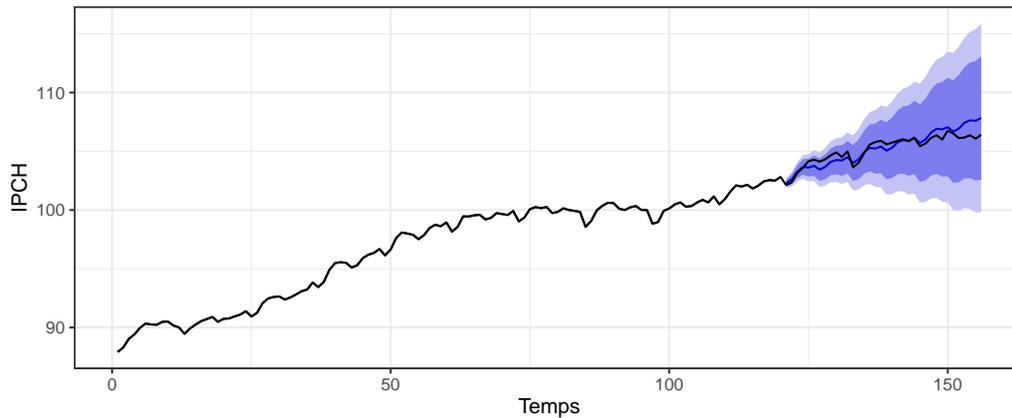


FIGURE 2.19 : Prédications sur la série de l'IPCH avec $SARIMA(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ de Janvier 2018 à Décembre 2020 avec les intervalles de confiance à 80% et 95%

Sur le graphique 2.19, la courbe observée de l'IPCH est représentée en noir tandis que les prédictions sont en bleu foncé au milieu des intervalles de confiance à 95% et 80%. Ces derniers, représentés respectivement en bleu clair et en bleu foncé sur le graphique 2.19, s'élargissent au fur et à mesure des prédictions. À la 36^{ème} et dernière prédiction (prédiction sur le mois de Décembre 2020), ils valent respectivement $[99, 8; 115, 9]$ et $[102, 6; 113, 1]$.

Les valeurs d'inflation IPCH prédites sont très proches des valeurs réelles. En effet, le modèle reproduit les variations réelles. Les valeurs réelles restent comprises dans l'intervalle de confiance à 80% tout au long de la prédiction.

Le modèle de régression dynamique Il se base sur les quatre séries suivantes : le prix à la production dans l'industrie, le taux de chômage, le taux de rendement au pair des obligation d'État de la zone euro notées AAA et l'indicateur de confiance des consommateurs européens.

Tout d'abord, les prédictions sont faites à l'aide du modèle de régression avec les valeurs observées des régresseurs sur l'échantillon de test : période de Janvier 2018 à Décembre 2020 soit 89 mois. Le modèle $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ est calibré sur les données de Janvier 2008 à Décembre 2017. Les coefficients de ce modèle de régression d'après l'équation (2.53) sont consignés dans le tableau 2.5.

β_{PPI}	β_{TauxC}	$\beta_{RendEur}$	$\beta_{IndConf}$
0,219212	0,101033	0,245132	-0,007273

TABLE 2.5 : Paramètres de régression du modèle $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$

D'après le tableau 2.5, les variables du rendement des obligations d'État AAA et du prix à la production dans l'industrie sont les variables ayant le plus d'influence sur le modèle car ayant les coefficients de régression les grands en valeur absolue. La variable du taux de chômage prend la 3^{ème} place du point de vue du degré d'influence dans le modèle et enfin, l'indice de confiance des consommateurs est la variable la moins influente du modèle avec pour coefficient $-0,007$. Ce coefficient est négatif car cette variable est anti-corrélée avec l'inflation IPCH (lorsque l'inflation augmente, l'indicateur de confiance baisse). Les résultats obtenus par ce modèle sont représentés sur le graphique 2.20.

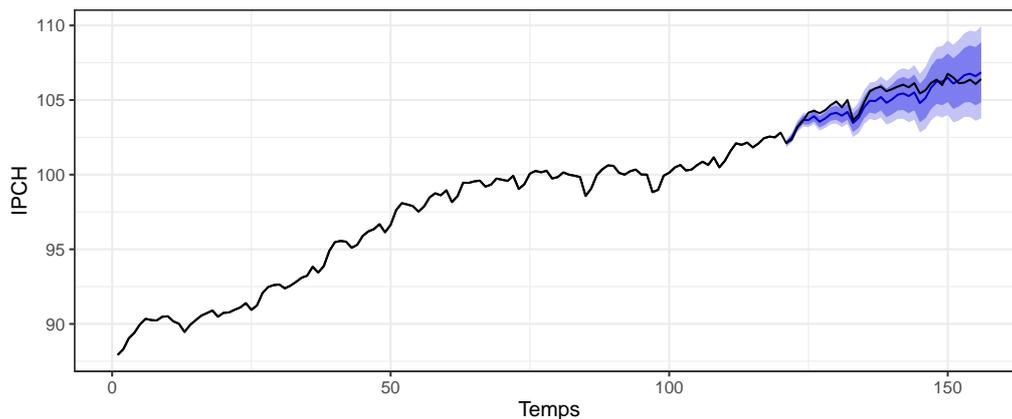


FIGURE 2.20 : Prédications sur la série de l'IPCH avec le modèle de régression $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ qui se sert des valeurs observées des régresseurs avec les intervalles de confiance à 80% et 95%

Sur le graphique 2.20, les valeurs réelles de l'IPCH en indice de croissance avec pour référence 2015 sont indiquées en noir sur la courbe tandis que les prédictions du modèle sont indiquées en bleu foncé au centre des intervalles de confiance à 80% et 95%. Le constat est immédiat : ce modèle reproduit les tendances de variation de l'IPCH et donne des valeurs très proches des valeurs réelles.

Les prédictions sont désormais faites en ne prenant en compte aucune valeur observée des régresseurs. En effet, afin de prédire les valeurs de l'IPCH sur la période de Janvier 2018 à Décembre 2020, chaque régresseur prend pour valeurs les valeurs prédites par son modèle optimal sur l'échantillon d'apprentissage fixé de Janvier 2008 à Décembre 2017. Les prédictions sont obtenues donc en deux étapes :

- obtention des prédictions de chacune des séries des régresseurs à l'aide des modèles optimaux indiqués sur le tableau 2.4 ;
- déduction des valeurs de l'inflation prédites par le modèle $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ en se basant sur les prédictions des régresseurs à l'aide de l'équation (2.53).

Les résultats obtenus par ce modèle de régression sans valeurs observées sont représentés sur le graphique 2.21.

Les valeurs réelles de l'IPCH en indice de croissance avec pour référence 2015 sont indiquées en noir sur la courbe tandis que les prédictions du modèle sont indiquées en bleu foncé au centre des intervalles de confiance à 80% et 95%. Les résultats obtenus avec le modèle de régression qui se sert des prédictions des régresseurs pour prédire l'inflation IPCH sont pratiquement confondues avec les valeurs réelles jusqu'en Juin 2020 où elles dépassent les valeurs réelles.

Ces résultats sont dus aux valeurs prédites par les modèles des régresseurs. Ces valeurs sont représentées sur les graphiques 2.12, 2.16, 2.14 et 2.18.

Les résultats des trois modèles développés pour prédire l'IPCH de Janvier 2018 à Décembre 2020 (modèle Sarima sans régression, modèles de régression avec et sans données observées des régresseurs) sont comparés à l'aide de l'étude d'erreurs effectuée sur le tableau 2.6. Les mesures d'erreurs utilisées sont le RMSE (Root Mean Square Error) ou racine de l'erreur quadratique moyenne et le MAE (Mean

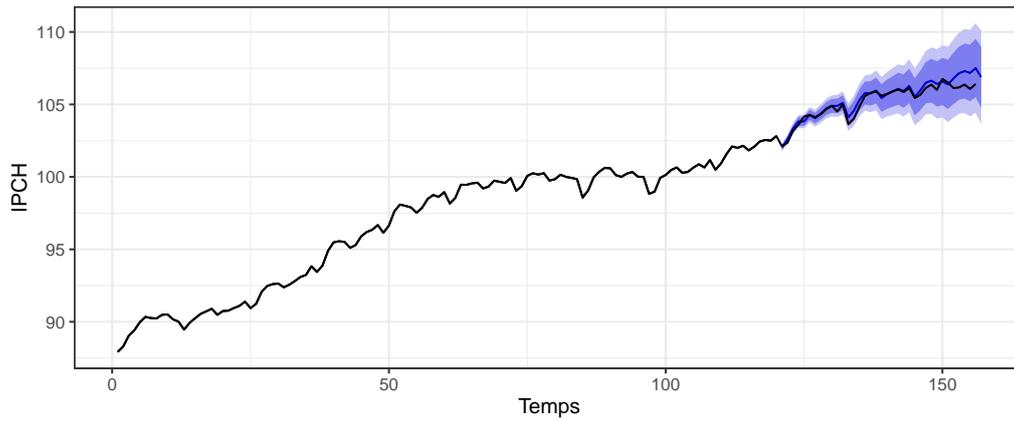


FIGURE 2.21 : Prédications sur la série de l'IPCH avec le modèle $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ sans valeurs observées des régresseurs avec les intervalles de confiance à 80% et 95%

Absolute Error) ou erreur absolue moyenne données par les formules

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (\hat{x}_t - x_t)^2}{T}}, \tag{2.58}$$

$$MAE = \frac{\sum_{t=1}^T |\hat{x}_t - x_t|}{T}, \tag{2.59}$$

où \hat{x}_t représente la valeur prédite de l'inflation à l'instant t et x_t représente la valeur observée à l'instant t .

Modèles	Échantillons	RMSE	MAE	AIC
Modèle SARIMA	Apprentissage	0,1947	0,1579	-11,87
	Test	0,61834	0,48821	
MR avec observations	Apprentissage	0,12098	0,09758	-72,66
	Test	0,42343	0,29	
MR sans observations	Apprentissage	0,12098	0,09758	-72,66
	Test	0,50539	0,45147	

TABLE 2.6 : Comparaison d'erreurs des modèles de prédiction de l'IPCH mensuelle

Pour l'apprentissage sur les valeurs de l'IPCH de Janvier 2008 à Décembre 2017, les modèles de régression sont plus performants que le modèle SARIMA simple. Ce qui est cohérent car ils disposent de plus d'informations que le modèle simple. En effet, les valeurs du RMSE et du MAE sont plus faibles et l'AIC du modèle de régression (-72,66) est plus faible que celui du modèle Sarima (-11,87). D'autre part, sur l'échantillon de test, les modèles de régression sont plus performants que le modèle Sarima simple d'après les valeurs du RMSE et du MAE sur le tableau 2.6. Il est cohérent que le modèle de régression avec les observations des régresseurs soit le modèle le plus performant suivi du modèle de régression sans observations car il dispose des données réelles de l'évolution des régresseurs sur la période de test.

En définitive, cette étude nous montre que le modèle de régression sans observations est plus performant que le modèle Sarima simple pour prédire les valeurs de l'IPCH. Nous nous servirons donc de ce modèle

dans la suite pour générer des trajectoires déterministes de l'inflation des frais afin de calculer le bilan d'un assureur.

Les deux approches (financières et macro-économique) nous donnent donc deux méthodes de prédiction qui fourniront les données d'inflation des frais utilisées pour choquer le bilan d'un assureur sous différents scénarios.

Chapitre 3

Impact sur les passifs et lien avec les rachats

L'inflation des frais influence directement les passifs d'un assureur. Elle entraîne l'augmentation de ses charges et impacte donc le bilan Solvabilité 2 de celui-ci. Cet impact peut être quantifié afin d'identifier la sensibilité du bilan à cet indice tout en permettant à l'assureur de mettre en place des mesures de pilotage efficaces.

L'étude d'impact qui est effectuée dans cette partie, est directement liée au GSE et plus particulièrement aux modèles d'inflation développés en 2 qui donnent les valeurs d'inflation sur les différents scénarios. À travers ces modèles, il est présenté dans un cadre ORSA, trois scénarios d'inflation des frais : un scénario de faible inflation, un scénario d'inflation moyenne et enfin un de forte inflation afin de voir quelles sont les répercussions de ces différents « états du monde » sur le bilan d'un assureur. Le but est d'identifier quels sont les postes du bilan impactés par l'inflation des frais et dans quelle mesure ils le sont.

Comme il a été discuté en 1.3.4, l'impact de l'inflation se reflète aussi du point de vue du comportement des assurés à travers les rachats. La quantification de l'impact de l'inflation chez un assureur doit donc contenir un volet abordant l'influence sur les rachats à travers les lois de modélisation des rachats dynamiques dans le bilan.

Au-delà de l'impact de l'inflation chez le passif d'un assureur, il est important de relever quelles peuvent être les réactions d'un assureur face aux variations de cet indice. En effet, l'assureur ne doit pas juste subir les conséquences de l'inflation mais doit aussi trouver des mesures palliatives afin de répondre aux exigences de l'ORSA. Pour ce faire, nous nous intéressons à un levier de pilotage face aux rachats dynamiques : la distribution de la participation aux bénéfices.

Le bilan Solvabilité 2 de l'assureur est calculé de manière stochastique en faisant la moyenne des résultats obtenus sur les 1000 scénarios de 60 ans considérés.

3.1 Caractéristiques de l'assureur étudié

Pour évaluer le bilan d'un assureur à l'aide d'un modèle de projection il faut trois types de données :

- celles qui sont propres à l'assureur (éléments constitutifs de l'actif, contrats du portefeuille,

politiques de distribution de PB et de rachats) regroupées en Model Points¹ ;

- celles qui sont propres à l'environnement financier (inflation, taux d'intérêts, ...) générées par le GSE et par les modèles introduits en 2 ;
- les paramètres de projection : le nombre d'années de projection qui est fixé à 60 ans et le cadre qui peut être soit déterministe, soit stochastique afin de pouvoir comparer les résultats.

Les données de l'assureur sont fixes tout au long de cette étude. En effet, le même portefeuille d'assurés est conservé et seule les hypothèses (distribution de PB, rachats et paramètres financiers) sont amenées à être modifiées.

3.1.1 Composition du passif

L'étude se focalise sur les données d'une compagnie d'assurance vie européenne avec un portefeuille constitué de contrats d'épargne en fonds en euros et en unités de compte. La compagnie étudiée appartient à deux assureurs A et B distincts. Elle propose des contrats d'épargne modernes qui sont commercialisés par les assureurs A et B. Les contrats souscrits chez l'assureur A sont regroupés dans les fonds A tandis que ceux souscrits chez l'assureur B sont regroupés dans les fonds B.

La compagnie commercialise 25 types de contrats d'épargne en euros qui sont répartis en deux fonds (fonds A et fonds B). Pour chacun de ces contrats, les taux de participation aux bénéfices contractuels, de chargement de primes et de rendement minimum garantis (TMG) sont nuls.

La politique de distribution de bénéfices de l'assureur pour chaque année de projection t sur les contrats d'épargne en euros est la suivante

- tout d'abord, la demande globale du portefeuille en participation aux bénéfices pour l'année t est évaluée

$$Demande(t) = \sum_{i=1}^N Swap(t, 10) \times RM_i(t), \quad (3.1)$$

où $Swap(t, 10)$ représente le taux d'un swap à coupon annuels de maturité 10 ans qui est supposé être le taux de réévaluation cible, N le nombre total de contrats en euros du portefeuille et RM_i la réserve mathématique du contrat i .

- Le taux de participation aux bénéfices discrétionnaire $\tau(t)$ est donc

$$\tau(t) = \begin{cases} \frac{PPB(t) + PB_{reg}(t)}{\sum_{i=1}^N RM_i(t)} & \text{si } Demande(t) \geq PPB(t) + PB_{reg}(t) \\ \frac{Demande(t)}{\sum_{i=1}^N RM_i(t)} & \text{sinon} \end{cases}, \quad (3.2)$$

et la PPB de l'année t après calcul du taux de participation aux bénéfices discrétionnaire $\tau(t)$ vaut

$$PPB(t) = \max \{ PPB(t-1) + PB_{reg}(t) - Demande(t), 0 \}, \quad (3.3)$$

où $PB_{reg}(t)$ est le minimum de PB réglementaire donné par l'équation (1.16).

¹Agrégation de contrats similaires pour réduire le temps de calcul du modèle.

Les contrats en unités de compte quant à eux sont divisés en deux groupes (UC A et UC B). Il y a au total 35 types de contrats en unités de compte dans le portefeuille. Ces contrats sont des contrats en unités de compte purs. La réserve mathématique de l'assureur, constituée par la somme des montants versés par les assurés, est représentée par groupes de contrat (fonds A, fonds B, UC A et UC B) dans le graphique 3.1.

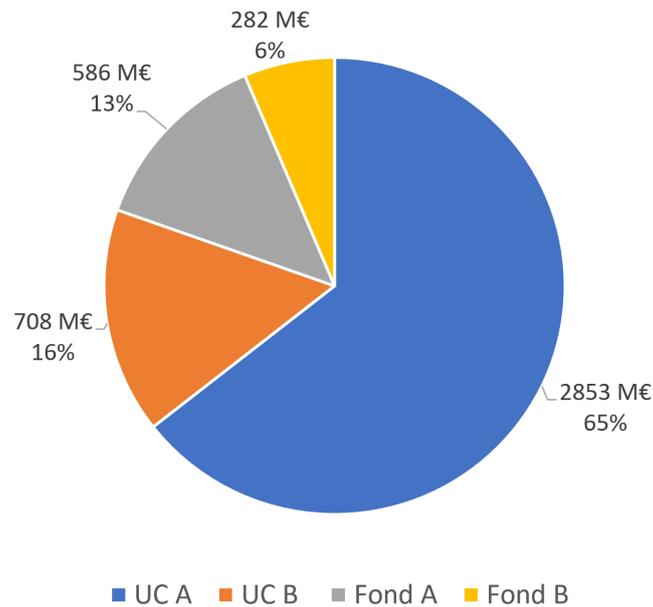


FIGURE 3.1 : Répartition de la réserve mathématique de l'assureur en millions d'euros par fonds

Le portefeuille de l'assureur est donc essentiellement constitué de contrats d'épargne en unités de compte dont la réserve mathématique atteint les 81% de la réserve mathématique totale. Les primes des contrats sont payées en intégralité au début de chaque année de projection.

Le tableau 3.1 résume le nombre d'assurés, l'âge moyen ainsi que l'ancienneté moyenne en années de chaque fond.

	Nombre d'assurés	Âge moyen (années)	Ancienneté moyenne (années)
Fonds A	6 033	65, 33	13, 86
Fonds B	2 077	60, 72	5, 86
UC A	30 900	64, 1	12, 02
UC B	2 145	66, 59	10, 34

TABLE 3.1 : Statistiques descriptives du portefeuille par fond

L'âge moyen des assurés du portefeuille est donc de 64, 24 ans. À l'image de la répartition de la réserve mathématique représentée dans le graphique 3.1, le fonds UC A est majoritaire dans le portefeuille avec 30 900 épargnants soit 75% du portefeuille. D'autre part, le fonds ayant la plus grande ancienneté moyenne est le fonds A avec une moyenne de 13, 86 années. L'ancienneté moyenne des épargnants du portefeuille est de 11, 89 années.

Le tableau 3.2 montre la répartition des passifs des fonds en euros. Chaque passif comprend la réserve de capitalisation (RC), la provision pour participation aux bénéfices (PPB) et la réserve mathématique (RM).

Passif Fonds A			Passif Fonds B		
Type de passif	Valeur (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur (€)	Part (%)
RC	11 500 000	1,85	RC	3 800 000	1,20
PPB	24 300 000	3,91	PPB	30 500 000	9,64
RM	586 000 000	94,24	RM	282 000 000	89,16
Total	621 800 000	100	Total	316 300 000	100

TABLE 3.2 : Passifs de l'assureur pour les fonds en euros

Le fonds *A* est presque deux fois plus grand en terme de passifs que le fonds *B*. De plus, à la date de début de projection, la PPB du fonds *B* est supérieure à celle du fonds *A*. Pour ces deux fonds, la réserve mathématique représente en moyenne de 91,7% du total des passifs.

Chaque produit d'épargne dispose d'une loi de rachat structurel qui lui est propre et qui a été calibrée par l'assureur en fonction du type de garanties souscrites. En moyenne les contrats en euros ont un taux de rachats de 3,4% par an contre 3,1% pour les contrats en unités de compte. Les rachats dynamiques évoluent selon la loi proposée par l'ACPR (2013) dans ses ONC (1.23) en prenant les valeurs médianes pour les paramètres. La loi médiane obtenue est représentée sur le graphique 3.2

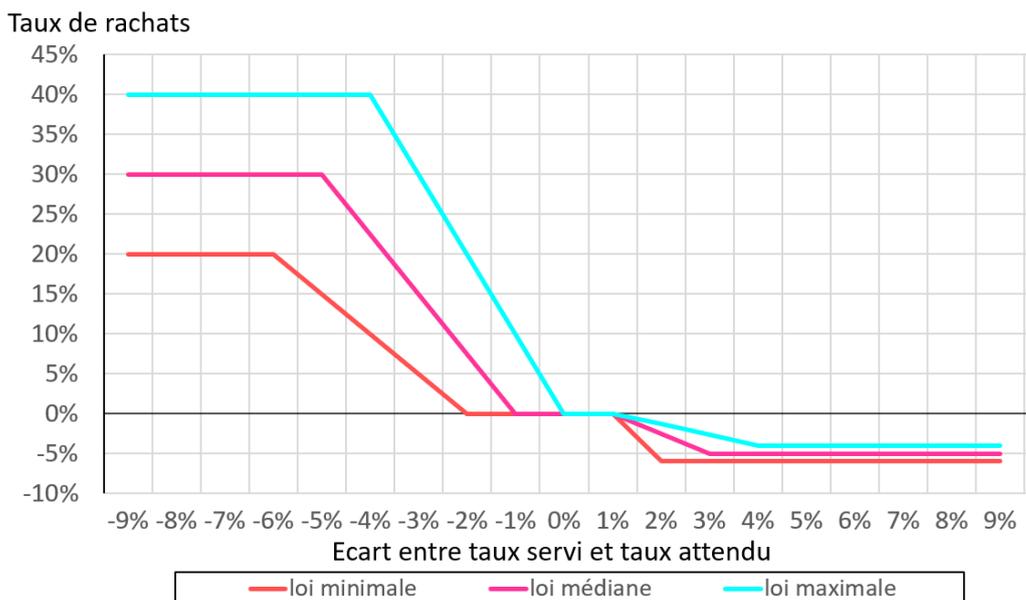


FIGURE 3.2 : Loi médiane des rachats dynamiques

Le but de l'étude étant d'identifier l'impact de l'inflation des frais sur les passifs de l'assureur, il est nécessaire d'identifier les types de frais modélisés par l'assureur qui sont : les frais d'administration, les frais d'acquisition et de gestion financière. Ils varient en fonction des types de contrats (25 types de contrats de fonds en euros et 35 types de contrats en unités de compte). Les taux de frais utilisés en moyenne par classe de contrat (fonds en euros et unités de compte) sont regroupées dans le tableau 3.3. Ils s'appliquent sur les provisions mathématiques.

Administration		Acquisition		Gestion	
Fonds euros	Unités de compte	Fonds euros	Unités de compte	Fonds euros	Unités de compte
0,1607%	0,06%	0%	0,1173%	0,15%	0,02%

TABLE 3.3 : Frais moyens par classe de contrats d'épargne en pourcent

3.1.2 Composition de l'actif

L'assureur dispose d'un actif constitué de liquidités, d'obligations d'entreprises, d'obligations souveraines et de groupes d'actifs (constitués d'actions de type 1 et 2 et de biens immobiliers agrégés comme un seul actif). Pour chaque type d'actif, les valeurs de marché (VM) et historiques (VH) sont données dans les tableaux 3.4 et 3.6 qui montrent la répartition des actifs des fonds en euros A et B .

Actif Fonds A				
Type d'actif	VM (€)	Part (%)	VH (€)	PMVL (€)
Liquidités	71 563	0,01	71 563	+0
Groupe d'actifs	76 537 649	11,76	74 929 594	+1 608 055
Obligations souveraines	449 162 798	68,99	431 598 069	+17 564 729
Obligations d'entreprises	125 264 115	19,24	115 200 775	+10 063 341
Total	651 036 125	100	621 800 000	+29 236 125

TABLE 3.4 : Actifs de l'assureur pour le fonds A

Le tableau 3.4 montre que l'actif du fonds A est composé à 69% d'obligations souveraines et à 19,24% d'obligations d'entreprises. La maturité moyenne des obligations souveraines de ce fonds est de 21,15 années contre 8,26 années pour les obligations d'entreprises. Tous les actifs du fonds A sont en plus values à la date d'évaluation à savoir la date de début de projection. Le tableau 3.5 montre la répartition des obligations d'entreprises et souveraines en fonction de leur rating dans le fonds A . Le pourcentage est évalué par rapport à la valeur de marché totale.

Obligations souveraines				Obligations d'entreprises			
Rating	VH (€)	VM (€)	Part (%)	Rating	VH (€)	VM (€)	Part (%)
AAA	49 551 937	51 802 083	12	AAA	2 961 383	3 464 358	3
AA	85 824 713	88 928 377	20	AA	12 686 816	13 826 153	11
A	25 520 423	27 175 974	6	A	49 848 715	53 478 040	42
BBB	270 700 996	281 256 365	62	BBB	801 538	853 956	1
Total	431 598 069	449 162 798	100	BB	48 902 322	53 641 609	43
				Total	115 200 775	125 264 115	100

TABLE 3.5 : Obligations d'entreprises et souveraines du fonds A

Comme le montre le tableau 3.5, la majorité des obligations souveraines sont de rating BBB (62% de la valeur marché totale). Concernant les obligations d'entreprises, les obligations de rating BB et A sont en majorité avec 42,5% de la valeur marché totale en moyenne. Les obligations d'État de rang BBB représentent 47% du total des obligations du fonds A (d'entreprises et souveraines) en valeur de marché. Le tableau 3.6 montre la répartition de l'actif de l'assureur sur le fonds B .

L'actif de l'assureur dans le fonds en euros B est composé en majorité d'obligations souveraines (63,74%) comme le montre le tableau 3.6. Comme pour le fonds A , tous les actifs sont en plus value à la date de début de projection. La maturité moyenne des obligations souveraines est de 21,16 années

Actif Fonds B				
Type d'actif	VM (€)	Part (%)	VH (€)	PMVL (€)
Liquidités	2 325 635	0,7	2 325 635	+0
Groupe d'actifs	49 640 410	15,04	47 114 379	+2 526 031
Obligations souveraines	210 394 176	63,74	203 527 011	+6 867 167
Obligations d'entreprises	67 721 605	20,52	63 332 975	+4 388 630
Total	330 081 825	100	316 300 000	+13 781 825

TABLE 3.6 : Actifs de l'assureur pour le fonds B

tandis que celle des obligations d'entreprises est de 6,8 années pour le fonds B. Le tableau 3.7 montre la répartition des obligations d'entreprises et souveraines en fonction de leur rating dans le fonds B. Le pourcentage est évalué par rapport à la valeur de marché totale.

Obligations souveraines				Obligations d'entreprises			
Rating	VH (€)	VM (€)	Part (%)	Rating	VH (€)	VM (€)	Part (%)
AAA	25 325 487	26 514 244	13	AAA	1 212 431	1 371 178	2
AA	33 839 314	34 668 464	16	AA	4 888 372	5 269 755	8
A	17 631 582	18 679 433	9	A	30 461 210	32 637 106	48
BBB	126 730 628	130 532 035	62	BBB	26 056 711	27 746 045	41
Total	203 527 011	210 394 176	100	BB	714 252	697 521	1
				Total	63 332 975	67 721 605	100

TABLE 3.7 : Obligations d'entreprises et souveraines du fonds B

Concernant les obligations souveraines, le fonds B est composé en majorité d'obligations de rating BBB (62%) à l'image du fonds A. D'autre part, les obligations corporates (d'entreprises) de rang BB sont très minoritaires par rapport au fonds A. En effet, ici, seul 1% de la valeur marché totale des obligations corporate est composée d'obligations BB. Les obligations de rating A et BBB sont majoritaires parmi les obligations d'entreprises du fonds B avec 44,5% de valeur marché totale de celles-ci.

Les caractéristiques de l'assureur étudié ayant été présentées, nous pouvons maintenant nous intéresser au calcul de son bilan sous différents scénarios d'inflation des frais.

3.2 Analyse du bilan sous différents scénarios

La projection du bilan est effectuée sous différents scénarios avec des variables financières générées par le GSE et une inflation des frais générée soit par le modèle de Vasicek, soit par le modèle de régression sans observations des régresseurs.

Les trois premiers scénarios sont générés à l'aide du modèle de régression sans observations optimal au sens de l'AIC pour la série de l'IPCH (résultats dans le tableau 2.6). Ils représentent des scénarios d'inflation des frais moyenne, faible et forte. Afin de les générer, la période d'apprentissage du modèle est modifiée. Ainsi, la seule chose qui différencie les scénarios est la période d'apprentissage considérée qui définit ensuite les valeurs d'inflation des frais prises tout au long de la projection. Les bilans de l'assureur sont donc calculés de manière stochastique en considérant 1000 scénarios de 60 ans des variables financières avec une inflation des frais déterministe faible, forte ou moyenne. Dans cette

partie, l'approche économétrique est privilégiée à travers l'utilisation du modèle de régression de séries temporelles SARIMAX pour calculer le bilan de l'assureur en raison de ses performances et de sa facilité de calibration sur une période d'apprentissage fixée (période de faible, forte ou moyenne inflation). Le modèle de régression permet donc de générer de manière déterministe un scénario d'inflation une fois la période d'apprentissage fixée qui est renseigné à l'identique dans chacun des 1000 scénarios économiques considérés pour la projection du bilan de l'assureur. L'idée est que la projection du bilan de l'assureur est effectuée de manière stochastique en considérant 1000 scénarios de variables économiques mais avec une inflation déterministe (identique sur chaque scénario de 60 ans) qui évolue selon les valeurs fournies par le modèle SARIMAX.

Le modèle de régression utilisé sert à prédire l'IPCH mensuelle en indice de croissance. Il est donc nécessaire de transformer ces prédictions sous la forme d'inflation IPCH annuelle en taux de croissance pour pouvoir projeter le bilan de l'assureur sur une période de 60 ans. Pour ce faire, les prédictions de l'IPCH mensuelle en indice de croissance sont converties en taux de croissance grâce à l'équation (2.39). Ensuite, elles sont cumulées pour donner des valeurs annuelles grâce à l'équation (2.49).

Après avoir analysé le bilan de l'assureur sous les différents scénarios d'inflation des frais suivant un modèle déterministe, l'intérêt est porté sur le calcul du bilan de l'assureur avec une inflation suivant un processus stochastique. 1000 scénarios de 60 ans des variables financières sont donc générés par le GSE tout en modélisant les trajectoires de l'inflation des frais à l'aide du modèle de Vasicek présenté en 2.25. Le but est d'interpréter les résultats de la modélisation de frais par le modèle de Vasicek dans le calcul du bilan de l'assureur dans le but d'utiliser ce modèle dans la partie 3.4.

Pour chacun des calculs, les bénéfices et les pertes de l'assureur sur ses différents fonds (fonds *A*, fonds *B*, UC *A* et UC *B*) sont analysés pour pouvoir cerner l'impact de l'inflation des frais.

Scénario d'inflation moyenne

Le scénario d'inflation moyenne est obtenu avec une période d'apprentissage de Janvier 2009 à Décembre 2011. Il s'agit d'après les graphiques 2.9 et 2.5 d'une période où l'IPCH annuelle en taux de croissance est comprise entre 1% et 3%. Les modèles optimaux pour les régresseurs sont résumés dans le tableau 3.8.

Variabes	Modèle	AIC
PPI	$ARIMA(3, 1, 4)$	24, 82
Tauxchom	$SARIMA(3, 1, 3)(1, 1, 3)_{12}$	-12, 81
RendEuro	$ARIMA(5, 1, 2)$	-38, 33
CIC	$ARIMA(0, 1, 0)$	167, 58

TABLE 3.8 : Modèles optimaux pour le scénario d'inflation moyenne

Le modèle de régression utilisé est le modèle $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ qui prend les prédictions des régresseurs avec les modèles cités dans le tableau 3.8 pour projeter l'inflation sur 60 ans. Le graphique 3.3 montre les prédictions de l'IPCH annuelles en taux de croissance du modèle sur 60 ans.

L'inflation dans ce scénario part de la valeur de 3,126% la première année puis baisse la deuxième année pour atteindre la valeur de 2,63%. À partir de cette valeur, l'inflation baisse progressivement jusqu'à atteindre la valeur de 1,05% à la 60^{ème} année. L'inflation vaut en moyenne 1,63% dans ce scénario.

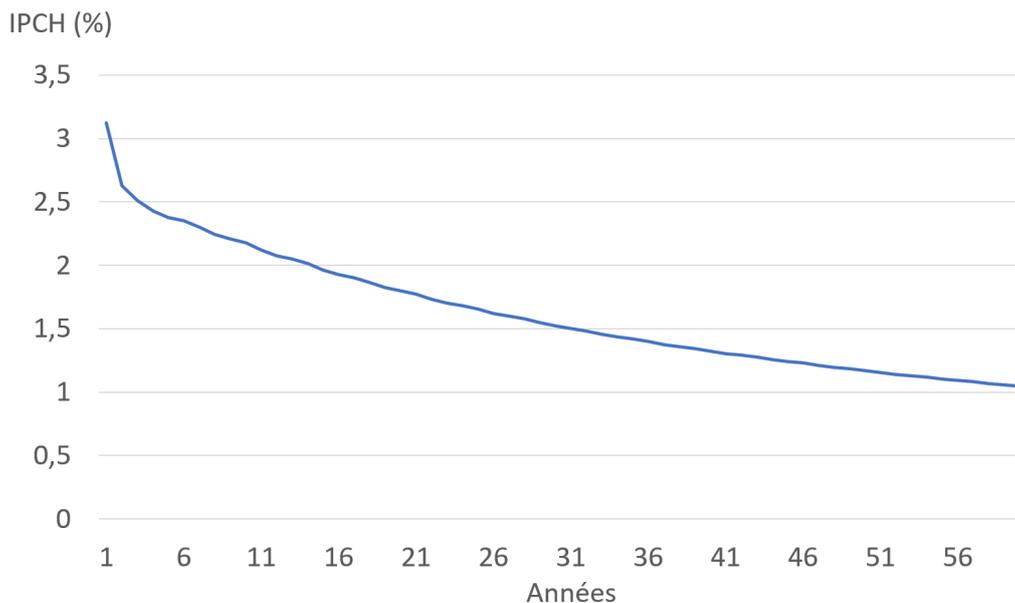


FIGURE 3.3 : Valeurs annuelles de l'IPCH en taux de croissance sur 60 ans dans le scénario d'inflation moyenne

En insérant ce scénario dans le modèle de projection ALM avec toutes les hypothèses décrites en 3.1 et en limitant la durée de projection à 60 ans, les passifs représentés sur les tableaux 3.9 et 3.10 sont obtenus. Ces passifs sont composés du Best Estimate des passifs (BE) défini en 1.15, de la valeur actuelle des profits nets (VAPN) et de la valeur actuelle des taxes sur les profits (VATP) qui représentent respectivement la valeur actuelle (1.8) des profits nets d'impôts et des taxes qui seront à payer sur ces profits réalisés par l'assureur en moyenne au cours des 1000 scénarios.

Passif Fonds A			Passif Fonds B		
Type de passif	Valeur (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur (€)	Part (%)
VAPN	11 870 896	1,82	VAPN	3 565 421	1,08
VATP	2 817 499	0,43	VATP	1 078 300	0,33
BE	637 381 376	97,75	BE	330 081 825	98,6

TABLE 3.9 : Passifs des fonds en euros après projection sur le scénario d'inflation moyenne

La moyenne des profits de l'assureur dans ce scénario sur les fonds en euros est de 1,45% du total des passifs de chaque fonds. Le Best Estimate des passifs du fonds A représente 97,75% du total des passifs contre 98,6% pour le fonds B.

Passif UC A			Passif UC B		
Type de passif	Valeur (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur (€)	Part (%)
VAPN	98 416 413	3,45	VAPN	11 192 055	1,58
VATP	34 328 007	1,20	VATP	3 907 355	0,55
BE	2 719 430 218	95,35	BE	692 926 928	97,87

TABLE 3.10 : Passif des fonds UC A et B après projection sur le scénario d'inflation moyenne

Dans le scénario d'inflation moyenne, les contrats en unités de comptes sont plus profitables que les

contrats en euros avec 2,52% de profits en moyenne par rapport au total des passifs de chaque fonds. Cela est dû en partie au fait que les frais d'administration et de gestion des contrats en euros sont plus importants que ceux des contrats en UC comme le montre le tableau 3.3.

Ces passifs (tableaux 3.9 et 3.10) dans le cas du scénario d'inflation moyenne sont pris comme référence pour analyser l'impact de l'inflation sur les autres scénarios. Pour les études d'inflation faible et forte, les hypothèses économiques (taux d'intérêts, taux swaps, spreads, . . .) sont conservées et seule l'inflation des frais varie.

Il est primordial dans cette étude de faire la différence entre le scénario d'inflation moyenne qui est le scénario servant de référence dont les résultats sont présentés dans les tableaux 3.9 et 3.10 et le scénario moyen qui est le scénario déterministe obtenu en prenant la moyenne des 1000 simulations des variables financières fournies par le GSE.

L'analyse d'impact est tournée uniquement vers les passifs de l'assureur car l'étude étant portée sur l'inflation des frais, les modifications de ce paramètre n'ont aucune influence à l'actif. L'objectif de cette étude quantitative est de discerner l'impact de l'inflation des frais (moyenne, forte ou faible) sur les passifs du bilan de l'assureur.

Scénario d'inflation faible

Le scénario d'inflation faible est généré avec une période d'apprentissage fixée sur les données mensuelles de l'IPCH en indice de croissance (graphique 2.5) de Janvier 2008 à Décembre 2020. Cette période contient les trois années ayant connu les taux d'inflation annuelles les plus faibles depuis de 2008 d'après le graphique 2.9. De plus, cette période d'apprentissage se termine sur l'année 2020 durant laquelle l'inflation annuelle connaît une baisse de 1% par rapport à l'année précédente.

Les modèles optimaux pour les régresseurs sur cet échantillon d'apprentissage d'après le critère de l'AIC sont représentés sur le tableau 3.11.

Variables	Modèle	AIC
PPI	$ARIMA(1, 1, 0)$	157, 88
Tauxchom	$SARIMA(1, 1, 3)(1, 0, 3)_{12}$	-158, 14
RendEuro	$ARIMA(4, 1, 2)$	-186, 77
CIC	$ARIMA(2, 1, 4)$	599, 71

TABLE 3.11 : Modèles optimaux pour le scénario d'inflation faible

Les résultats du modèle de régresssion $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ se servant des prédictions des régresseurs fournies par les modèles présentés sur le tableau 3.11 sont représentés sur le graphique 3.4. Les prédictions du modèle constituent donc les valeurs de l'inflation des frais sur 60 ans dans le scénario d'inflation faible.

Au cours de ce scénario, l'inflation varie entre 0,61% et 0,39% avec une moyenne de 0,46%. Durant les trois premières années, l'inflation annuelle croît rapidement jusqu'à atteindre sa valeur maximale qui est de 0,61% avant de décroître progressivement pour atteindre sa valeur minimale de 0,39% à la 60^{ème} année de projection.

La projection sur 60 ans de l'activité de l'assureur dans les 1000 scénarios considérés ayant tous la même trajectoire d'inflation donne les résultats résumés dans le tableau 3.12 pour les fonds en euros et dans le tableau 3.13 pour les fonds en UC. Le tableau 3.12 montre d'une part les variations des

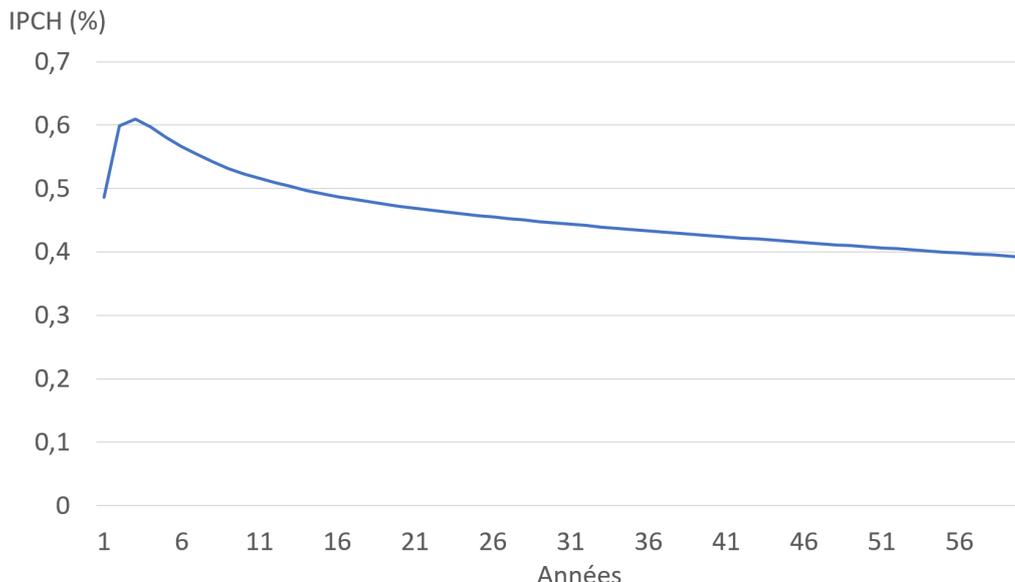


FIGURE 3.4 : Valeurs annuelles de l'inflation IPCH en taux de croissance sur 60 ans dans le scénario d'inflation faible

passifs, i.e, la différence entre les passifs de l'assureur dans le cas du scénario d'inflation faible et les passifs dans le scénario de référence (inflation moyenne) donnée par

$$\text{Variation} = \text{Passif}(\text{Scénario faible}) - \text{Passif}(\text{Scénario moyen}), \quad (3.4)$$

et d'autre part, la variation en pourcentage de chacune des composantes du passif par rapport à leurs valeurs dans le scénario d'inflation moyenne.

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Variation (€)	Part (%)	Type de passif	Variation (€)	Part (%)
VAPN	+1 069 894	+9,01	VAPN	+443 317	+12,43
VATP	+391 444	+13,89	VATP	+161 376	+14,97
BE	-1 460 646	-0,23	BE	-615 690	-0,19

TABLE 3.12 : Variation des passifs des fonds en euros A et B entre les scénarios d'inflation faible et moyenne

Pour les fonds en euros, les profits de l'assureur augmentent en moyenne de 10,72% avec la baisse de l'inflation (scénario d'inflation faible). En conséquence, le Best Estimate des passifs se réduit (de 0,21% en moyenne) par rapport au scénario d'inflation des frais moyenne puisque l'assureur paye moins de frais. Ainsi, avec une baisse d'inflation en moyenne de 1,17%, les bénéfices de l'assureur augmentent de 10,72% sur les fonds en euros. Malgré la différence de taille des provisions mathématiques initiales des fonds en euros (586 millions d'euros pour le fonds A contre 282 millions d'euros pour le fonds B), les gains pour l'assureur en pourcentage sont proches (écart de 3%).

Pour voir de manière plus détaillée la cause de la hausse des profits, le graphique 3.5 montre les variations des frais et des revenus financiers entre le scénario d'inflation faible et le scénario d'inflation moyenne pour la totalité des fonds en euros (fonds A et B réunis).

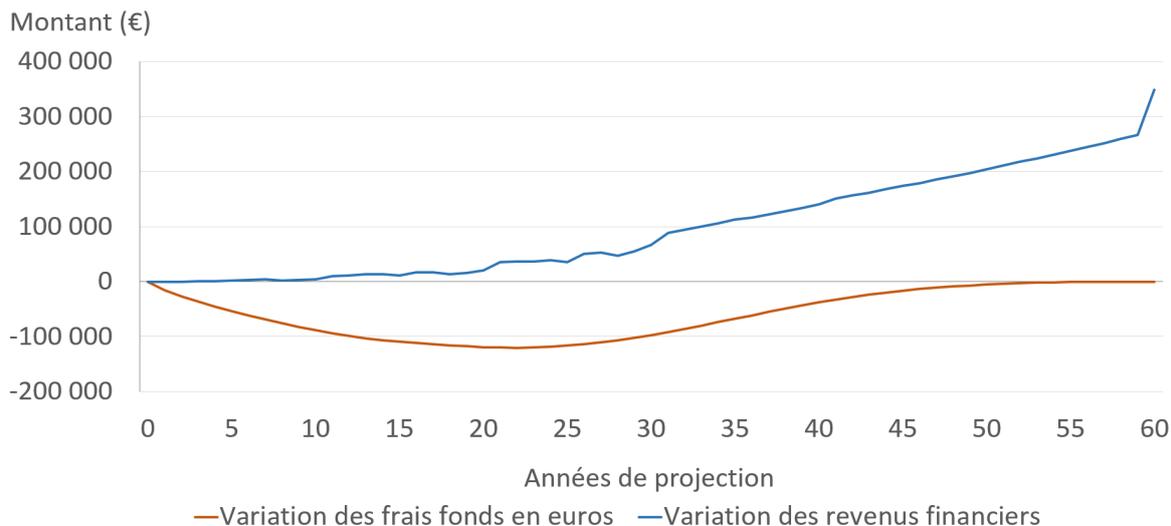


FIGURE 3.5 : Variations des frais et des revenus financiers entre les scénarios d'inflation faible et moyen pour les fonds en euros

Les frais des fonds en euros dans le scénario d'inflation faible sont inférieurs à ceux du scénario d'inflation moyenne comme l'illustre la variation négative (courbe orange) sur le graphique 3.5. Ainsi, dans le cas des fonds en euros, la baisse de l'inflation des frais entraîne une augmentation de la valeur actuelle des profits nets et donc de la valeur actuelle des impôts à payer sur ces profits (respectivement VAPN et VATP sur le tableau 3.12). En effet, la baisse de l'inflation permet à l'assureur de réduire ses charges et donc de réaliser plus de profit. La forme de la courbe des frais (courbe orange) est due au fait que les frais dépendent des encours des assurés qui augmentent au cours des 20 premières années de projection en raison des revenus financiers puis qui baissent progressivement à partir de cette date car la plupart des obligations sont arrivées à maturité (maturité moyenne de 21 ans pour les obligations souveraines) mais aussi à cause des décès et des rachats. À la 60^{ème} année, on suppose que l'ensemble des assurés ont racheté leurs contrats.

Par ailleurs, puisque l'assureur réalise plus de bénéfices sur ses contrats, il peut en reverser plus, d'une part à ses assurés dans le cadre de la politique de redistribution des bénéfices introduite en 3.1.1, et, d'autre part dans son actif en augmentant ses investissements. C'est pour cette raison que les revenus financiers dans le cas du scénario d'inflation faible sont supérieurs à ceux dans le cas du scénario de référence. Il est important de préciser qu'ici, la loi de rachats n'est pas modifiée. L'impact de l'inflation est donc uniquement reflété sur les frais de l'assureur.

Dans le cas des fonds en unités de compte (UC A et UC B), les variations consignées dans le tableau 3.13 sont constatées.

UC A			UC B		
Type de passif	Variation (€)	Part (%)	Type de passif	Variation (€)	Part (%)
VAPN	+14 355 911	+14,59	VAPN	+1 050 696	+9,39
VATP	+4 998 199	+14,56	VATP	+365 814	+9,36
BE	-19 354 109	-0,71	BE	-1 416 510	-0,2

TABLE 3.13 : Variations des passifs des fonds UC A et B entre les scénarios d'inflation faible et moyenne

De manière générale, les fonds en unités de compte présentent les mêmes tendances de variations que les fonds en euros (augmentation des profits et réduction du Best Estimate). Cependant, les fonds en unités de compte présentent une augmentation moyenne des profits de 12% soit 1,3% plus que dans le cas des fonds en euros. Cette hausse est expliquée par le montant de la réserve mathématique des fonds en UC (2,853 milliards d'euros pour UC A et 708 millions d'euros pour UC B) qui représente 81% de la réserve mathématique globale (voir graphique 3.1). Le graphique 3.6 montre l'évolution de la variation des frais et des revenus entre le scénario d'inflation faible et le scénario de référence le long des années de projection pour les contrats en unités de compte.

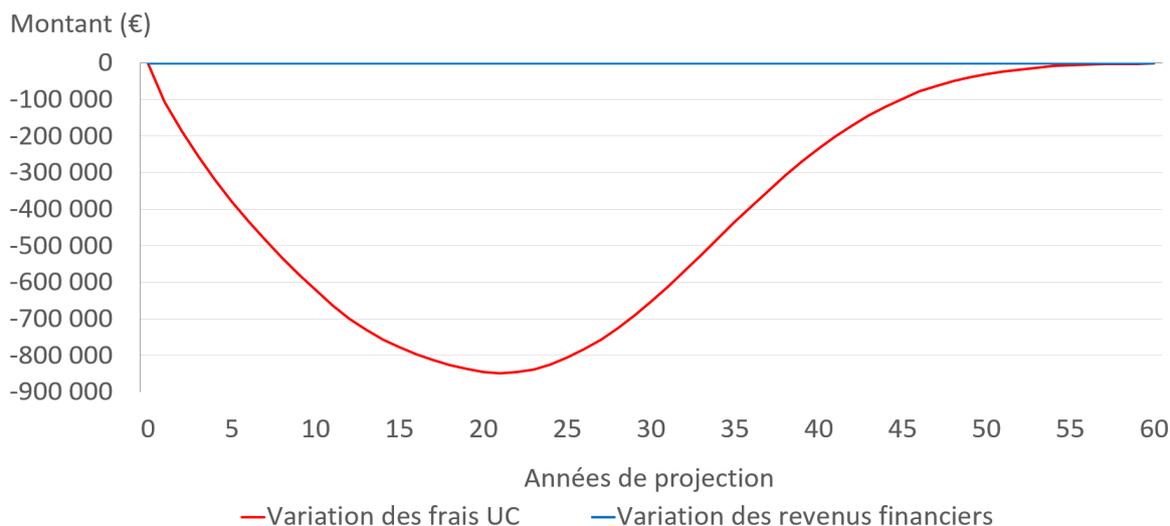


FIGURE 3.6 : Variations des frais et des revenus financiers entre les scénarios d'inflation faible et moyen pour les fonds en UC

Les revenus financiers des fonds en UC ne varient pas avec la baisse de l'inflation. Cela est dû à la particularité des fonds en UC : ils ne disposent pas d'un mécanisme de participation aux bénéfices qui fait augmenter le montant des encours en fonction des bénéfices que l'assureur réalise sur les contrats. D'autre part, la courbe de la variation des frais des fonds en UC a la même forme que celle pour les fonds en euros mais est plus basse. En effet, la réserve mathématique des fonds en UC est plus grande donc l'application des taux de frais (tableau 3.3) donnent de plus grandes valeurs.

Le graphique 3.7 montre l'évolution des profits nets réalisés par l'assureur au global (tous fonds confondus) dans les scénarios d'inflation faible et moyenne en fonction des années de projection.

La courbe des profits nets globaux de l'assureur a une tendance décroissante en raison des décès et des rachats des assurés qui réduisent progressivement le volume des encours. De plus, la présence des pics à la 11^{ème} et la 31^{ème} année de projection est due aux flux des nominaux des obligations qui ont pour la plupart des maturités de 11 et 31 ans. En fin de projection, le pic des profits de l'assureur est expliqué par l'hypothèse de rachats de l'ensemble du portefeuille. L'assureur récupère une partie de la provision mathématique et ainsi qu'une part des bénéfices générés par les actifs.

Les profits nets de l'assureur au global dans le scénario d'inflation faible sont donc supérieurs aux profits en période d'inflation moyenne tout au long des années de projection. L'inflation des frais joue donc un rôle direct sur les bénéfices d'un assureur d'une part en réduisant les charges mais aussi en permettant à celui-ci d'investir plus dans le cas des fonds en euros.

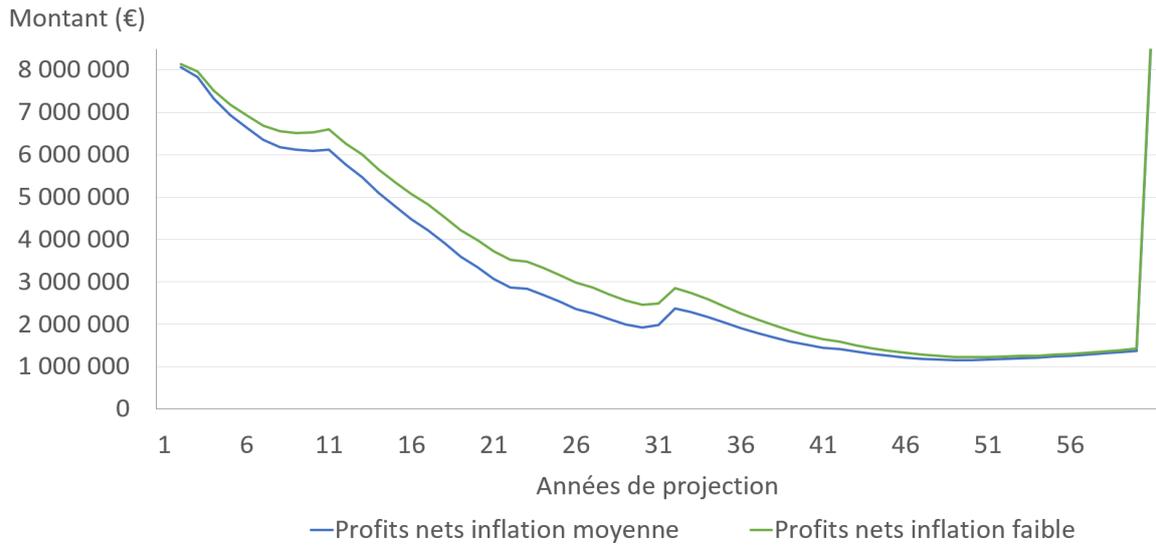


FIGURE 3.7 : Profits nets de l'assureur dans les scénarios d'inflation faible et moyenne en fonction des années de projection

Scénario d'inflation forte

Le scénario de forte inflation considéré est obtenu à l'aide modèle de régression $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ introduit en 2.2.2. L'échantillon d'apprentissage est composé des valeurs mensuelles de l'IPCH en indice de croissance de Janvier 2020 à Juin 2022. Pendant cette période, l'IPCH connaît sa vitesse de croissance la plus élevée des 15 dernières années. Apprendre sur cet échantillon permet donc de modéliser un phénomène de croissance similaire pour voir les résultats de l'assureur dans ce scénario. Les modèles de séries temporelles optimaux pour les régresseurs sont résumés dans le tableau 3.14.

Variabes	Modèle	AIC
PPI	$ARIMA(2, 2, 0)$	94, 72
Tauxchom	$SARIMA(1, 1, 3)(1, 0, 3)_{12}$	-5, 85
RendEuro	$ARIMA(0, 2, 1)$	-25, 92
CIC	$ARIMA(1, 1, 1)$	167, 89

TABLE 3.14 : Modèles optimaux des régresseurs pour le scénario d'inflation forte

Les résultats obtenus en effectuant des prédictions sur 60 ans avec ce modèle sont représentés dans le graphique 3.8.

Les valeurs de l'inflation IPCH dans ce scénario partent de 8,1% la première année pour ensuite décroître de manière parabolique jusqu'à atteindre la valeur 1,4%. L'IPCH vaut en moyenne 3% dans ce scénario. La tendance de l'inflation observée dans ce scénario est probable dans la réalité notamment au lendemain de la crise inflationniste de 2022 avec les mesures prises par les banques centrales pour ramener l'inflation au-dessous de 2% (voir 1.3.3).

Les résultats de la projection de l'activité de l'assureur sur 1000 simulations concernant les fonds en euros sont consignés dans le tableau 3.15. Les variations considérées sont données par la formule

$$Variation = Passif(Scénario forte) - Passif(Scénario moyen). \quad (3.5)$$

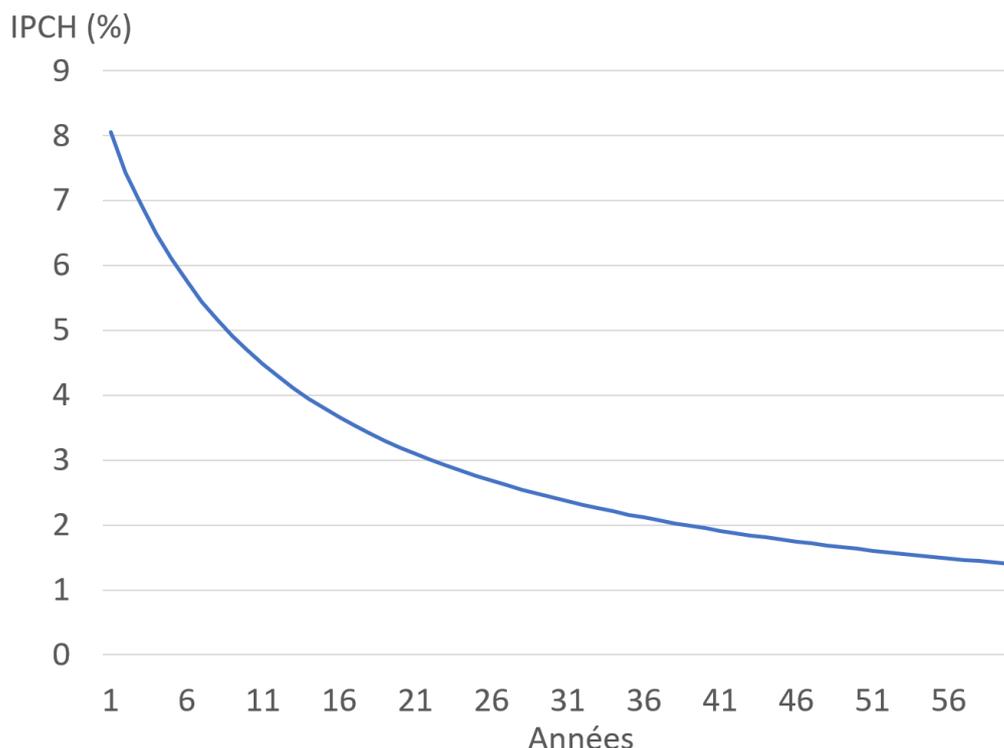


FIGURE 3.8 : Valeurs de l'inflation IPCH annuelle en taux de croissance sur 60 ans dans le scénario d'inflation forte obtenu à l'aide du modèle de séries temporelles SARIMAX

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Variation (€)	Part (%)	Type de passif	Variation (€)	Part (%)
VAPN	-2 715 689	-22,9	VAPN	-1 132 418	-31,8
VATP	-991 583	-35,2	VATP	-414 600	-38,4
BE	+3 707 299	+0,6	BE	+1 554 428	+0,5

TABLE 3.15 : Variations des passifs des fonds en euros A et B entre les scénarios d'inflation forte et moyenne

Les variations observées se font en sens inverse de celles constatées en 3.4 dans le cas du scénario d'inflation faible. En effet, la valeur actuelle des profits nets de l'assureur pour les fonds en euros diminue de 27,3% par rapport aux valeurs de références (scénario d'inflation moyenne). Ainsi, la valeur actuelle des impôts à payer sur ces profits diminue aussi et le Best Estimate des passifs augmente. Dans ce scénario avec une inflation des frais en moyenne de 3%, le Best Estimate augmente de 0,55% par rapport au scénario de référence où l'inflation est de 1,6% en moyenne. Une hausse de 1,4% de l'inflation des frais entraîne donc un manque à gagner d'environ 3,8 millions d'euros pour l'assureur sur les fonds en euros.

Le graphique 3.9 montre l'évolution de la variation entre le scénario d'inflation forte et le scénario d'inflation moyenne concernant les frais des contrats d'épargne en euros et les revenus des produits financiers.

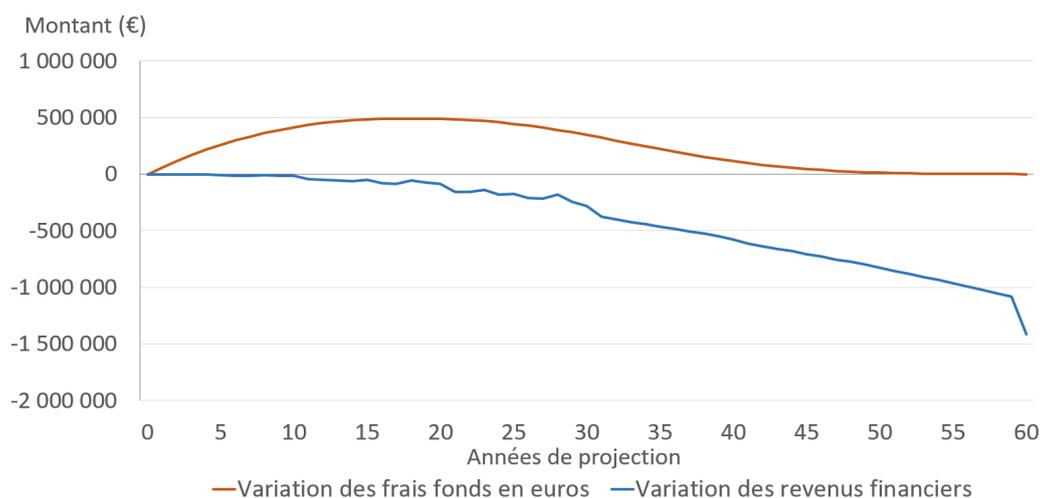


FIGURE 3.9 : Variations des frais et des revenus financiers des fonds en euros entre les scénarios d'inflation forte et moyenne

Le graphique 3.9 est l'opposé du graphique 3.5 qui concernait le scénario d'inflation faible. En effet, avec des valeurs d'inflation fortes, les frais de l'assureur sont constamment plus élevés que si l'inflation suivait un cours normal. De plus, comme le montre la courbe bleue du graphique 3.9, les revenus financiers de l'assureur dans le scénario de forte inflation sont de plus en plus petits au fur et à mesure que les années de projection se succèdent que ceux dans un scénario d'inflation moins élevée. Cela provient du fait que l'augmentation des frais réduit les bénéfices de l'assureur qui auraient dû être reversés à la fois aux assurés sous forme de PB mais aussi à son actif sous forme d'investissements. L'assureur subit donc un manque à gagner de plus en plus grand qui atteint même dans ce scénario de forte inflation la valeur de 1,4 millions d'euros durant la dernière année de projection. Les formes des courbes et leurs variations sont opposées mais similaires à celles obtenues dans le graphique 3.5. Cela traduit le fait que l'augmentation de l'inflation des frais ne modifie pas le mécanisme de calcul des frais et des revenus financiers mais juste leurs valeurs.

Les impacts de la forte inflation des frais sur les contrats en unités de compte de l'assureur sont consignés dans le tableau 3.16.

UC A			UC B		
Type de passif	Variation (€)	Part (%)	Type de passif	Variation (€)	Part (%)
VAPN	-35 368 223	-35,9	VAPN	-2 589 770	-23,1
VATP	-12 313 911	-35,9	VATP	-901 663	-23,1
BE	+47 682 134	+1,8	BE	+3 491 433	+0,5

TABLE 3.16 : Variation des passifs des fonds UC A et B entre les scénarios d'inflation forte et moyenne

Les résultats sont similaires à ceux dans le cas des contrats en euros : l'assureur réalise moins de profits et son Best Estimate augmente. Cependant, les pourcentages de pertes en bénéfices de l'assureur sont plus importants. Le fonctionnement des contrats en unités de compte fait que l'impact de l'inflation des frais est uniquement ressenti par l'assureur. Avec l'absence du mécanisme de PB, il ne peut pas imputer aux assurés une part des pertes qu'il enregistre.

L'impact de l'inflation sur les fonds en unités de compte se fait donc à la hauteur de la taille de la réserve mathématique du fonds en unités de compte concerné de manière similaire aux fonds en euros.

Dans ce scénario, l'assureur enregistre une perte de 37,9 millions d'euros pour une hausse moyenne de l'inflation de 1,4%.

Le graphique 3.10 représente les profits nets de l'assureur au global (fonds en euros et en unités de comptes regroupés) dans le cas des scénarios d'inflation forte et moyenne. Ici, l'écart entre les profits

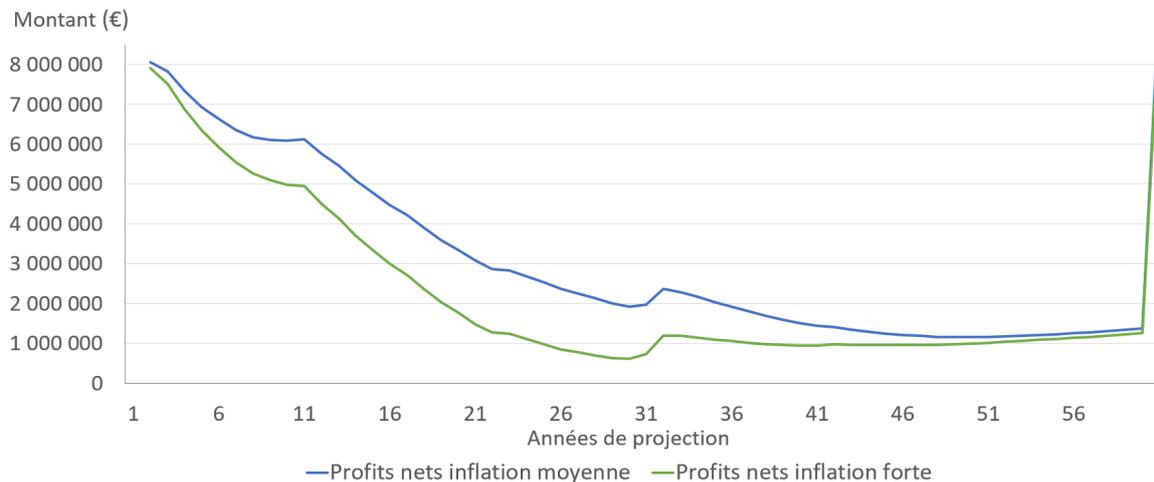


FIGURE 3.10 : Profits nets de l'assureur dans les scénarios d'inflation forte et moyenne en fonction des années de projection

nets de l'assureur dans le scénario d'inflation forte et dans celui d'inflation moyenne devient de plus en plus grand jusqu'à la 31^{ème} année de projection où l'ensemble des obligations d'État est arrivé à maturité. À partir de cette année, l'écart se rétrécit et les deux courbes se rejoignent à partir de la 56^{ème} de projection. En effet, plus les années se succèdent, plus le portefeuille d'assuré se réduit en raison des rachats et des décès ce qui réduit la taille de la réserve mathématique globale et donc des profits de l'assureur.

Les deux courbes du graphique 3.10 ont les mêmes sens de variations. Cela confirme le fait que l'inflation n'influence pas les hypothèses globales de calculs.

Au cours de cette étude, l'impact de l'inflation est analysé en séparant les fonds en euros des fonds en unités de compte. Les résultats montrent que cet indice influence différemment ces deux types de fonds. En effet, l'inflation des frais a un impact dépendant de la taille de la réserve mathématique initiale du fonds : plus elle est grande plus l'impact est grand.

Il est important de souligner que dans chacun des scénarios d'inflation (faible et forte), les valeurs de l'indice n'ont en aucun cas modifié les tendances et sens de variations des éléments constitutifs du bilan (forme des courbes) mais plutôt les valeurs prises par ceux-ci. L'inflation impacte donc non seulement l'assureur en réduisant ses bénéfices et en rendant ses contrats moins rentables mais aussi les assurés dans le cas des contrats en euros qui voient les bénéfices devant leur être reversés amputés (inflation forte) ou augmentés (inflation faible).

3.3 Inflation suivant un processus de Vasicek

Dans cette partie, l'intérêt est porté sur le modèle de Vasicek développé en 2.25 avec pour objectif de simuler des trajectoires d'inflation des frais. Le modèle, calibré sur la courbe historique de l'IPCH,

génère 1000 trajectoires de l'inflation des frais sur 60 ans dans l'optique d'effectuer un calcul stochastique du bilan de l'assureur décrit en 3.1. L'avantage du calcul stochastique par rapport au calcul déterministe est qu'il offre une meilleure précision dans l'estimation du Best Estimate. En effet, la situation de l'assureur est évaluée dans plusieurs états du monde ce qui permet de multiplier l'exposition de celui-ci aux risques.

Les mêmes hypothèses de portefeuille que pour les études des scénarios d'inflation précédents sont conservées. Le graphique 3.11 représente la moyenne de l'inflation des frais sur les 1000 trajectoires simulées pendant une période de projection de 60 ans avec le modèle de Vasicek.

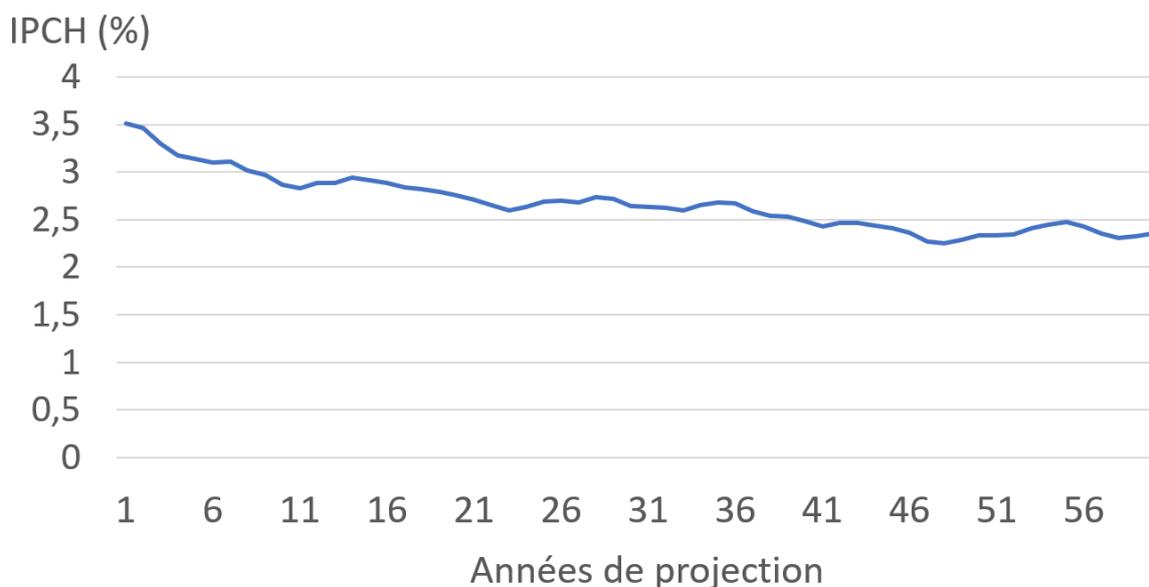


FIGURE 3.11 : Inflation des frais moyenne sur les 1000 scénarios du modèle de Vasicek

L'inflation simulée par le modèle de Vasicek suit en moyenne un cours à la baisse. Elle vaut 3,5% la première année de projection puis baisse progressivement jusqu'à atteindre la valeur de 2,36% en fin de projection. Sur l'ensemble des 1000 trajectoires simulées par le modèle, la valeur minimale d'inflation obtenue est de -14,6% tandis que la valeur maximale est de 26%.

Aucun phénomène d'explosion des valeurs n'est constaté au fur et à mesure que les années de projection de succèdent. Le tableau 3.17 montre les moyennes et écart-types empiriques des distributions de l'inflation dans le scénario d'inflation moyenne et dans le scénario de Vasicek.

Scénario	Moyenne	Écart-type
Inflation moyenne	1,63%	0,47
Inflation sous Vasicek	2,67%	4,82

TABLE 3.17 : Distributions empiriques du taux d'inflation dans le scénario d'inflation moyenne obtenu grâce au modèle SARIMAX et celui de Vasicek

La moyenne empirique du taux d'inflation suivant un processus de Vasicek se situe entre le scénario d'inflation forte (moyenne de 3%) et le scénario d'inflation moyenne (1,63% en moyenne). Le processus d'inflation simulé étant un processus stochastique, il suit une évolution présentant des oscillations avec un écart-type de 4,82 sur l'ensemble des 1000 trajectoires d'inflation sur 60 ans simulées. L'inflation

suivant un processus de Vasicek présente donc une plus grande dispersion autour de la moyenne que dans le cadre du scénario d'inflation moyenne ayant un écart-type 0,47.

La projection de l'activité de l'assureur sur les 1000 scénarios simulés donne les Best Estimates du fonds en euros A représentés sur le graphique 3.12.

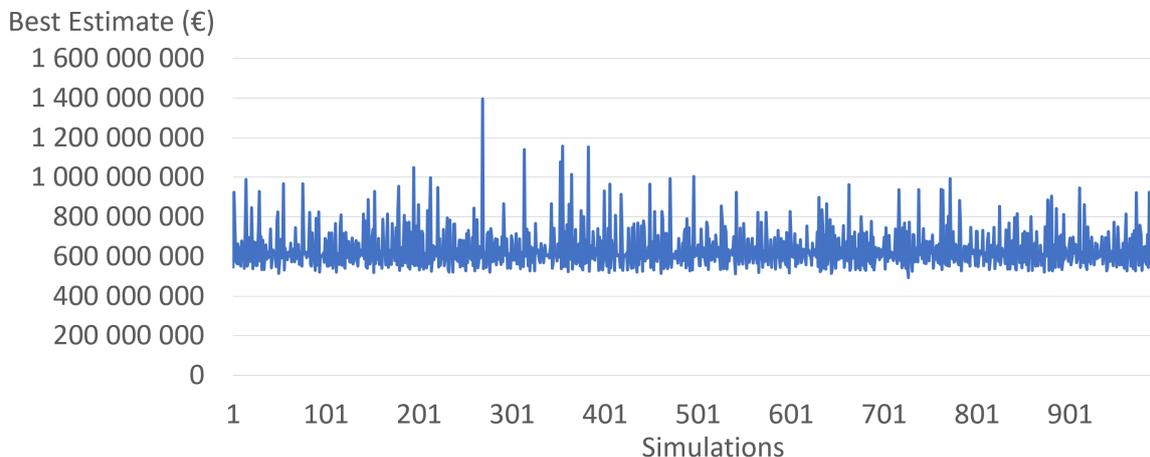


FIGURE 3.12 : Best Estimates du fonds A sur les 1000 scénarios du modèle de Vasicek

Le Best Estimate du fonds A varie d'une simulation à l'autre avec un écart-type de 103 530 319€. Le BE final obtenu à l'aide de ces 1000 simulations en se basant sur la méthode de calcul présentée par le graphique 1.15 est de 639 940 727€. L'analyse du graphique 3.12 montre que le Best Estimate du fonds A prend plus souvent des valeurs au-dessus de 800 millions d'euros (pic à la hausse) qu'il ne prend de valeurs inférieures à 400 millions d'euros. Cela signifie que les parmi les 1000 scénarios étudiés, la plupart sont averse aux profits de l'assureur et causent une augmentation de son BE.

En définitive, le Best Estimate du fonds A est dépendant du contexte économique (marchés boursiers et inflation) car il s'agit des seules variables modifiées d'une simulation à l'autre. D'autre part, dans ces calculs, les rachats dynamiques sont modélisés par la loi médiane présentée sur le graphique 3.2 qui les fait varier en fonction de la différence entre le taux servi et le taux attendu par les assurés.

Les Best Estimates du fonds en euros B , des fonds UC A et UC B sont représentés respectivement sur les graphiques A.10, A.11 et A.12. Ils peuvent être analysés de manière similaire au fonds A , seules les valeurs changent : les écart-types respectifs des Best Estimates de ces fonds sont 45 761 514€, 821 212 098€ et 227 307 940€. Le Best Estimate le plus volatile est donc celui du fonds UC A ce qui est compréhensible car il s'agit du fonds ayant la plus grande réserve mathématique. Ainsi, les performances financières des actifs influent grandement sur la valeur du BE de ce fond.

L'ensemble des résultats du calcul stochastique du bilan de l'assureur avec modélisation de l'inflation des frais par un processus de Vasicek est résumé dans le tableau 3.18. Les valeurs stochastiques (valeurs ST) correspondent aux moyennes des résultats des 1000 projections de 60 ans réalisées tandis que les valeurs déterministes (valeurs DT) correspondent aux résultats des calculs sur le scénario moyen.

Pour les profits nets et les taxes, les résultats dans le scénario moyen (déterministe) ne sont pas égaux à la moyenne des résultats sur l'ensemble des simulations. Les profits dans le scénario déterministe sont effectivement supérieurs à ceux obtenus dans le scénario stochastique pour tous les fonds. Cette différence est en écart relatif moyen de 71% pour les fonds en euros contre 14% pour les fonds en unités de compte. Ces résultats montrent la particularité des fonds en UC pour lesquels les profits réalisés

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Valeur DT (€)	Type de passif	Valeur ST (€)	Valeur DT (€)
VAPN	9 983 389	28 549 324	VAPN	2 636 486	11 832 784
VATP	2 136 989	8 676 454	VATP	742 050	3 827 575
BE	639 940 727	613 810 348	BE	327 179 392	314 421 467
UC A			UC B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Valeur DT (€)	Type de passif	Valeur ST (€)	Valeur DT (€)
VAPN	74 666 996	90 378 541	VAPN	9 583 081	10 706 649
VATP	26 059 336	31 466 503	VATP	3 347 169	3 727 664
BE	2 751 448 306	2 731 154 958	BE	695 096 087	693 565 687

TABLE 3.18 : Passifs des fonds dans le scénario d'inflation issu du modèle Vasicek

par l'assureur sont moins influencés par le contexte économique que dans le cas des fonds en euros.

D'autre part, pour le Best Estimate, sa valeur dans le scénario déterministe est différente de celle dans le scénario stochastique quel que soit le fond. En effet, pour le calculer, il faut s'intéresser à la moyenne probabilisée de ses valeurs sur les simulations ce qui n'équivaut pas à sa valeur dans le scénario moyen. Les variations de passifs entre cette modélisation stochastique de l'inflation et le scénario d'inflation moyenne présenté en 3.3 sont consignées dans le tableau 3.19.

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Valeur DT (€)	Type de passif	Valeur ST (€)	Valeur DT (€)
VAPN	-1 887 507	-352 738	VAPN	-928 935	-152 546
VATP	-680 511	-136 395	VATP	-336 250	-57 524
BE	+2 559 351	+489 135	BE	+1 264 166	210 070
UC A			UC B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Valeur DT (€)	Type de passif	Valeur ST (€)	Valeur DT (€)
VAPN	-23 749 417	-8 970 905	VAPN	-1 608 974	-640 103
VATP	-8 268 671	-3 123 339	VATP	-560 185	-222 860
BE	+32 018 088	+12 094 244	BE	+2 169 159	+862 963

TABLE 3.19 : Variation des passifs entre le scénario d'inflation issu de Vasicek et celui d'inflation moyenne

Les résultats suivent donc la même tendance que le scénario d'inflation forte avec une augmentation du Best Estimate et une baisse des profits pour tous les fonds. De plus, les passifs du scénario déterministe sont plus proches du scénario d'inflation moyenne que les autres scénarios (inflation forte et faible). Cela est dû à la proximité des valeurs d'inflation entre ces deux scénarios (graphiques 3.11 et 3.3) et la présence des mêmes hypothèses économiques (taux d'intérêts, spreads, ...).

La modélisation de l'inflation influence donc le bilan de l'assureur. Le modèle de Vasicek donne de fortes valeurs d'inflation par rapport au scénario d'inflation moyenne fourni par le modèle de séries temporelles. Pour ce dernier, le choix de la période d'apprentissage apporte une variabilité en plus. Il serait possible par exemple de sélectionner la période d'apprentissage offrant des valeurs d'inflation les plus proches de celles fournies par le modèle de Vasicek.

En définitive, cette étude quantitative permet de discerner la tendance de l'inflation (moyenne, forte ou faible) à travers les valeurs des passifs du bilan de l'assureur. Il est néanmoins important de souligner

que d'autres mécanismes comme la loi de modélisation des rachats et la politique de distribution des bénéfices peuvent être des facteurs déterminant dans la valeur finale des passifs.

Après avoir analysé l'impact isolé de l'inflation des frais sur le bilan d'un assureur, une nouvelle dépendance à l'inflation est étudiée à travers les rachats dynamiques. Et, afin de palier au risque de rachats liés à l'inflation, une politique de distribution de bénéfices dépendant de l'inflation est considérée. La partie 3.4 suivante étudie donc ces nouvelles modélisations et leurs impacts directs sur le bilan de l'assureur.

3.4 Les rachats dynamiques et leur lien avec l'inflation

L'inflation impacte aussi un autre facteur déterminant pour les profits de l'assureur : les rachats. En effet, comme abordé en 1.3.4, le comportement des assurés peut être amené à évoluer en fonction de l'inflation. En prenant l'exemple de la loi de rachat proposée par l'ACPR (2013) dans le cadre des Orientations Nationales Complémentaires, un lien direct est fait entre le taux de rachats dynamiques et les taux de rendements voulus par les assurés. Le but de cette étude est de discerner le lien entre rachats dynamiques et inflation tout en proposant des méthodes de modélisation de ce lien et une mesure de pilotage possible pour l'assureur.

Dans cette partie, l'utilisation du modèle de Vasicek pour simuler les valeurs d'inflation sur les scénarios économiques est privilégiée en raison de sa facilité de calibration et de son caractère stochastique. En effet, une fois le modèle calibré sur l'historique de l'inflation IPCH mensuelle de Janvier 2008 à Août 2022, il permet de générer directement 1000 scénarios d'inflation d'une durée de 60 ans chacun tous différents. Ce modèle permet donc d'avoir des rachats dynamiques liés à l'inflation variant d'un scénario à un autre afin que l'impact de la modélisation des rachats dynamiques par le modèle de régression ou par le modèle basé sur les ONC de l'ACPR soit perçu de manière globale.

3.4.1 Modélisation des rachats liée à l'inflation

Pour représenter le lien entre l'inflation et les rachats dans les estimations du bilan de l'assureur, deux modélisations des rachats dynamiques dépendant de l'inflation sont proposées. Elles se basent toutes les deux sur les interactions entre rachats et inflation mises en évidence par l'étude effectuée ci-dessous grâce aux données de l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021).

Étude du lien entre rachats dynamiques et inflation

L'étude ne s'intéresse qu'aux contrats d'épargne en euros car ils peuvent être vus comme des options américaines (puts) envers les assurés. Ceux-ci sont protégés contre la baisse du taux de réévaluation de leurs encours grâce aux mécanismes du TMG et du taux technique et peuvent racheter leurs contrats n'importe quand (caractère américain de l'option).

Les contrats d'épargnes en euros reflètent donc un risque pour l'assureur à l'opposé de ceux en unités de compte pour lesquels le risque est uniquement porté par les assurés. Les rachats rapportés en proportion des encours des fonds en euros d'après l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021) sont représentés sur le graphique 3.13 avec le taux d'inflation annuelle tiré de la base de donnée d'EUROSTAT (2022b).

Entre 2011 et 2012, les taux de rachats et l'inflation IPCH ne semblent pas présenter de lien direct.

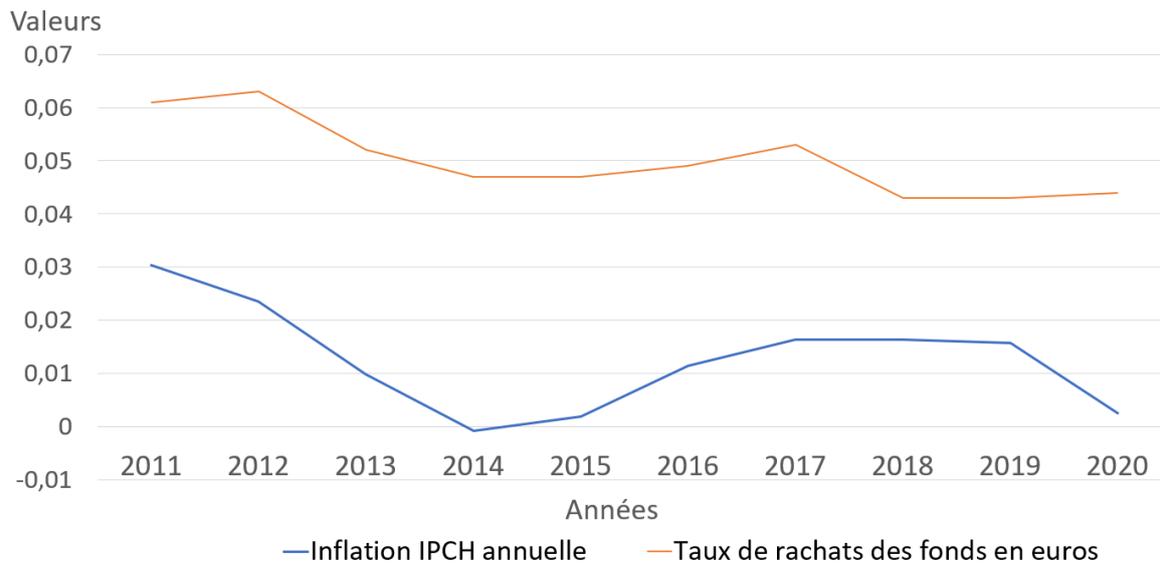


FIGURE 3.13 : Taux de rachats des fonds en euros en France d'après l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021) et inflation IPCH annuelle d'après EUROSTAT (2022b) entre 2011 et 2020

En effet, tandis que le taux de rachats augmente de 6,1% à 6,3%, l'inflation IPCH baisse de 3% à 2,3%. Cependant, de 2012 à 2014, l'inflation IPCH baisse de 2,3% à -0,08% et en parallèle le taux de rachats passe de 6,3% à 4,7%. Dès lors, l'inflation augmente jusqu'à atteindre la valeur de 1,6% en 2017 et en même temps, le taux de rachats croît jusqu'à atteindre la valeur de 5,3% en 2017. À partir de 2018, les deux taux suivent des cours différents : en 2018 et 2019, l'inflation se stabilise à 1,5% tandis que le taux de rachats baisse en 2018 pour atteindre la valeur de 4,3% et se stabilise à cette valeur en 2019. D'autre part, en 2020 l'inflation baisse de 1,3% tandis que le taux de rachats reste stable à 1,5%.

L'étude du graphique 3.13 montre un lien direct entre les tendances de long terme de l'inflation IPCH et des rachats pour les fonds en euros. De plus, en étudiant le modèle de régression

$$\text{Taux de rachats}(t) = a \times \text{IPCH}(t) + b, \quad (3.6)$$

où a et b sont des constantes réelles. Le graphique 3.14 est obtenu.

Les points représentant les couples $(\text{Taux de rachats}(t), \text{IPCH}(t))$ sont proches de la droite de régression et sont tous contenus dans l'intervalle de confiance à 95% sauf pour les années 2012, 2018 et 2019. La droite de régression est donnée par l'équation

$$\text{Taux de rachats}(t) = 0,488 \times \text{IPCH}(t) + 0,044. \quad (3.7)$$

Les résidus de ce modèle de régression suivent loi une normale d'après le Q-Q plot A.13 en Annexe qui montre des points proches de la droite $y = x$. De plus, le test de significativité de la régression donne une p-valeur $0,03 < 5\%$, ce qui permet d'affirmer que le modèle de régression utilisé s'ajuste mieux aux données que le modèle sans régresseurs au risque de 5%.

Ces résultats permettent d'affirmer l'existence d'une relation entre le taux de rachats et l'inflation IPCH.

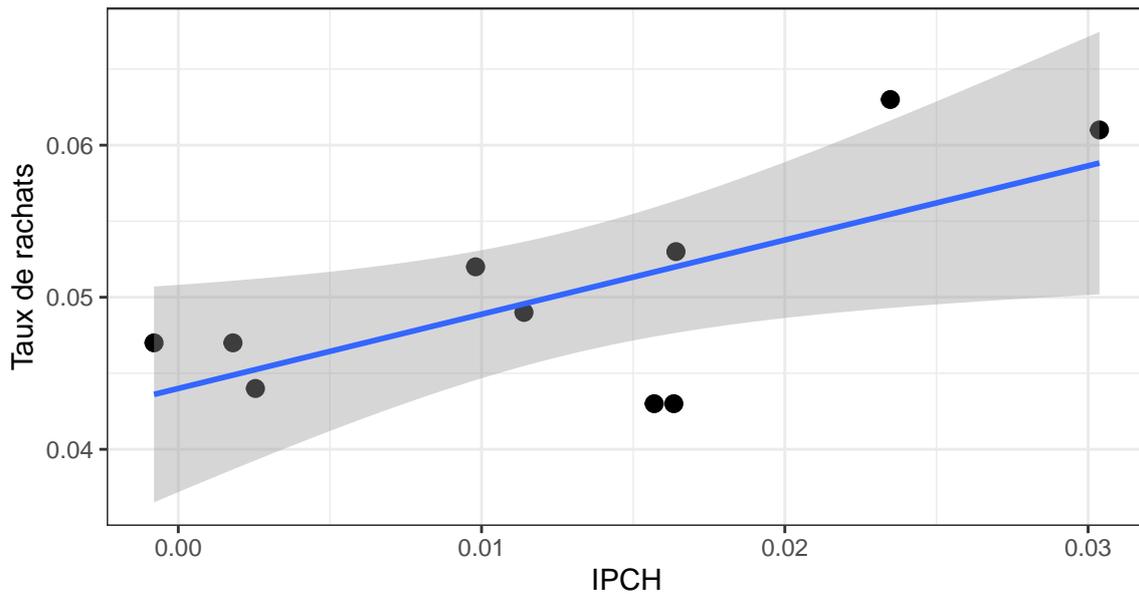


FIGURE 3.14 : Modèle de régression des taux de rachats en fonction de l'inflation

Modèle de régression

En se basant sur la régression représentée sur le graphique 3.14, le modèle de rachats dynamiques suivant est proposé

$$Taux\ de\ rachats(t) = 0,488 \times IPCH(t) + 0,044. \quad (3.8)$$

Le but est d'examiner l'impact de cette loi de rachats dynamiques sur l'assureur présenté en 3.1. Pour que l'étude présente un taux d'inflation volatile et ainsi des rachats dynamiques variés, le calcul du bilan de l'assureur est effectué de manière stochastique. 1000 simulations d'états du monde sont donc considérés avec une inflation suivant un processus de Vasicek. Les mêmes valeurs d'inflation que dans le calcul stochastique effectué en 3.3 sont prises. Les passifs sont obtenus en faisant la moyenne des passifs sur l'ensemble des simulations.

Le bilan de l'assureur calculé en 3.3 sans modélisation des rachats dynamiques est pris comme référence. En effet, en retirant la modélisation des rachats dynamiques par la loi médiane des ONC, il est ici possible d'analyser la plus value apportée par la modélisation des rachats dynamiques avec le nouveau modèle. Les variations des passifs de l'assureur sur les différents fonds par rapport aux résultats de référence sont résumés dans le tableau 3.20.

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-4 719 289	-19,4	VAPN	-1 655 205	-16,5
VATP	-840 197	-10,8	VATP	-252 887	-7,1
BE	+5 485 361	+0,9	BE	+1 961 703	+0,6

TABLE 3.20 : Variation des passifs entre le modèle de rachats dynamiques issus de la régression et celui sans rachats dynamiques

L'assureur réalise en moyenne une perte en profits de 18% avec l'ajout de la modélisation des rachats dynamiques par le modèle de régression. Sur le fonds *A*, l'assureur voit ses profits baisser de 19,4% tandis que sur le fonds *B*, ses pertes s'élèvent à 16,5% des profits qu'il réalise sans modélisation des rachats dynamiques.

Le modèle de rachats dynamiques basés sur la régression définie par l'équation (3.8) suppose les mêmes sens de variations entre le taux de rachats dynamiques et l'inflation car

$$\frac{dT_{\text{taux de rachats}}}{dIPCH} = 0,488 > 0. \quad (3.9)$$

Ainsi, si l'IPCH augmente alors le taux de rachats dynamiques augmente aussi. Le Best Estimate obtenu par moyenne sur les 1000 scénarios ayant une inflation suivant un processus de Vasicek augmente en moyenne de 0,75% sur les fonds en euros par rapport au calcul sans rachats dynamiques. L'assureur réalise des bénéfices en gérant la réserve mathématique constituée de l'épargne de ses clients. En voyant cette réserve diminuer à cause des rachats dynamiques, il perd donc de l'argent (baisse des profits) et voit son Best Estimate augmenter car chaque contrat lui coûte plus cher en raison du temps limité qu'il a pour réaliser des bénéfices avant rachat. D'après le tableau 3.20, la baisse de profits de l'assureur et l'augmentation de son BE sont plus grands pour le fonds *A* que pour le fonds *B*. Cela s'explique par la différence de taille des réserves mathématiques initiales de ces fonds (583 millions d'euros pour le fonds *A* contre 282 millions d'euros pour le fonds *B*). Le fonds *A* étant plus grand en terme de réserve mathématique, l'assureur réalise plus de profits sur celui-ci sur le long terme que sur le fonds *B*.

Modèle basé sur les ONC de l'ACPR, 2013

En fixant un seuil maximal d'inflation dans le modèle (Max_Inflation), les rachats dynamiques suivent ici la même loi que celle proposée par l'ACPR (2013) dans ses ONC (équation (1.35)). La seule différence se trouve au niveau de la valeur de chaque paramètre $p \in \{\alpha, \beta, \gamma, \delta, RC_{min}, RC_{max}\}$, qui est donnée par

$$p = \begin{cases} p_{min} + \frac{i(t)}{\text{Max_Inflation}} \times (p_{max} - p_{min}) & \text{si } 0 \leq i(t) \leq \text{Max_Inflation} \\ p_{min} & \text{si } i(t) < 0 \\ p_{max} & \text{si } \text{Max_Inflation} < i(t) \end{cases}, \quad (3.10)$$

où $i(t)$ représente l'inflation durant l'année de projection t , p_{min} et p_{max} les valeurs du paramètre respectivement dans le cas de la loi maximale et de la loi minimale renseignées dans le tableau 1.4.

La valeur de la variable Max_Inflation est fixée à 27% qui est la valeur maximale atteinte par l'indice durant les scénarios étudiés. Ainsi, le graphique 3.15 représente l'évolution des paramètres en fonction de l'inflation.

Le paramètre γ reste constant à la valeur de 1% car $\gamma_{min} = \gamma_{max} = 1\%$. La loi de rachats dynamiques proposée respecte donc les critères de l'ACPR car étant à tout instant comprise entre les minimums et maximums fixés par celle-ci. Les fonctions suivies par les paramètres sont continues et permettent de modéliser le comportement des assurés en fonction de l'inflation. En effet, il est supposé que plus l'inflation est grande, plus les assurés rachètent leurs contrats et ceux jusqu'à une limite. Le graphique 3.16 représente l'évolution de la loi de rachats dynamiques en fonction de l'inflation.

Cette modélisation est proposée dans l'optique de pouvoir faire varier les rachats dynamiques en fonction de l'inflation tout en répondant aux exigences de l'ACPR qui sont de conserver une loi de

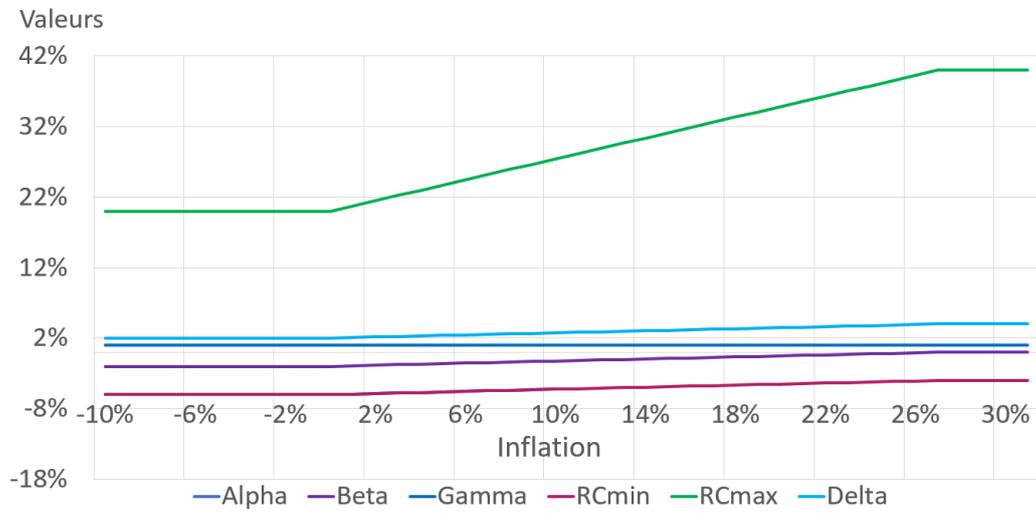


FIGURE 3.15 : Évolution des paramètres en fonction de l'inflation

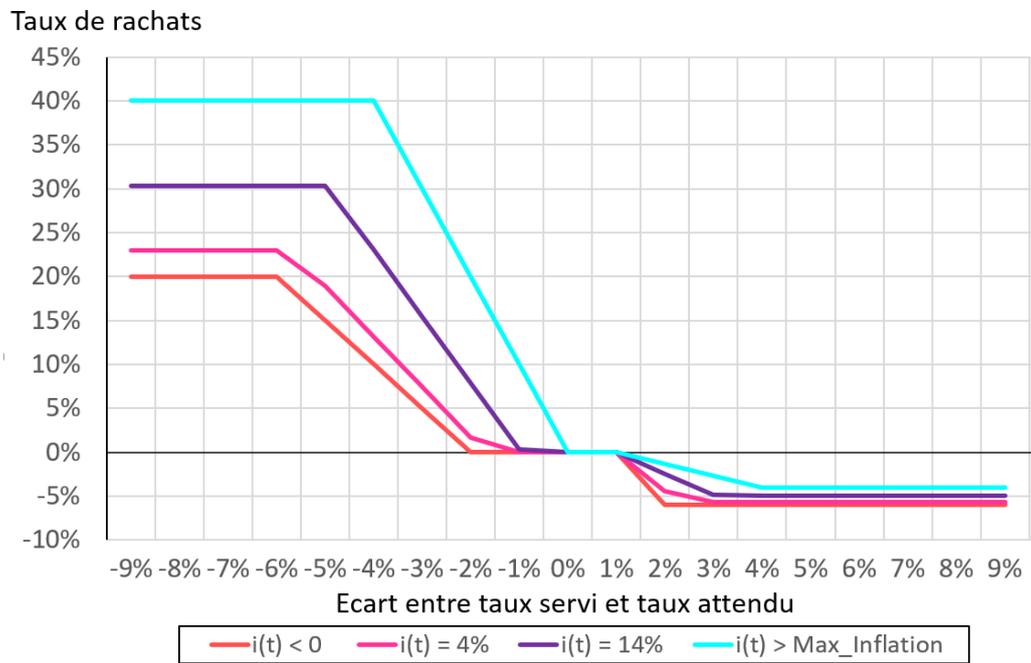


FIGURE 3.16 : Taux de rachats dynamiques en fonction de l'écart entre le taux servi et le taux attendu pour différentes valeurs d'inflation

rachats dynamiques entre la loi minimale (en orange sur le graphique 3.16) et la loi maximale (en bleu ciel sur le graphique 3.16). La première piste qui a été abordée était de faire varier le taux attendu par les assurés en fonction de l'inflation ce qui revient à translater les lois proposées par l'ACPR vers la gauche ou vers la droite. Cela reviendrait donc à modifier le corridor de l'ACPR ce qui serait contre-productif. Au final, la modélisation proposée dans cette partie conserve le corridor tout en permettant une variation en fonction de l'inflation.

Les paramètres du modèle de rachats dynamiques évoluent de la loi minimale (en orange) vers la loi maximale (en bleu ciel) au fur et à mesure que l'inflation augmente. D'autre part, l'hypothèse est faite que si l'inflation est négative ou nulle, les assurés sont très peu incités à racheter leurs contrats d'où l'ajustement sur la loi minimale de rachats tandis qu'au-delà du seuil d'inflation fixé, la loi des rachats reste égale à la loi maximale. Cela traduit le fait que quelle que soit la valeur de l'inflation, le tunnel défini par l'ACPR est respecté. Pour une valeur d'inflation de 4% (en rose sur le graphique 3.16) la loi des rachats dynamiques est au dessus de la loi minimale mais en dessous de la loi pour une inflation de 14%. En effet, il est supposé que les taux de rachats dynamiques augmentent au fur et à mesure que l'inflation augmente d'où ces différences de niveaux.

En gardant les mêmes valeurs d'inflation et des autres variables financières que dans le cas de l'étude de l'impact du modèle de Vasicek en 3.3, le bilan de l'assureur est calculé en modélisant les rachats dynamiques avec la méthode décrite en (3.10) en plus des rachats structurels calibrés par l'assureur.

L'activité de l'assureur est projetée sur 60 ans dans 1000 scénarios. Les variations des passifs de l'assureur sur les différents fonds par rapport aux résultats de référence (résultats uniquement avec des rachats structurels) sont résumés dans le tableau 3.21.

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-14 601 561	-60,1	VAPN	-4 615 521	-45,9
VATP	-6 033 855	-77,5	VATP	-1 883 363	-52,8
BE	+20 366 038	+3,3	BE	+6 370 899	+2

TABLE 3.21 : Variation des passifs entre le modèle de rachats dynamiques basé sur les ONC et celui sans rachats dynamiques

Les pertes en profits constatées avec cette modélisation des rachats sont plus grandes qu'avec le modèle de régression dont les résultats sont consignés dans le tableau 3.20. La valeur actuelle des profits nets de l'assureur baisse en moyenne de 53% par rapport à la projection de l'activité de l'assureur sans rachats dynamiques. L'assureur perd donc plus de la moitié de ses bénéfices en appliquant cette loi de modélisation des rachats dynamiques.

D'autre part, le Best Estimate du fonds A augmente de 3,3% contre 2% pour le fonds B par rapport à la projection sans rachats dynamiques. Cette modélisation des rachats dynamiques entraîne donc une perte supplémentaire de 40,7% sur le fonds A et de 29,4% sur le fonds B par rapport à la modélisation issue de la régression. Cependant, cette méthode a l'avantage de respecter les orientations prescrites par l'ACPR (2013) quant aux rachats dynamiques tout en rajoutant une dépendance entre ceux-ci et l'inflation.

3.4.2 Pilotage avec la politique de participation aux bénéfices

L'assureur de son côté peut réagir à cette évolution des rachats dynamiques liée à l'inflation en mettant en place des mesures de pilotage. Cependant, le Code des Assurances interdit aux assureurs de proposer des prestations indexées sur l'inflation mesurée par l'indice des prix à la consommation d'après l'article L.131-1.

L'intérêt de cette étude est donc tourné vers une autre alternative : mettre en place une politique de participation aux bénéfices liée à l'inflation. Le but de cette manoeuvre est de contrer l'effet de l'inflation sur les rachats. En effet, les rachats sont supposés augmenter avec l'inflation et pour palier à ce phénomène, les bénéfices distribués par l'assureur augmentent aussi avec l'inflation. Ce « bonus » versé aux assurés a donc pour but de les dissuader de racheter leurs contrats. Néanmoins, cette mesure de pilotage n'est valable que pour les contrats d'épargne en euros car ils disposent du mécanisme de participation aux bénéfices par opposition aux contrats en unités de compte.

Ainsi, la nouvelle politique de distribution de bénéfices intègre un coefficient β_t représentant le « bonus inflation » où t représente l'année de projection tel que

$$\beta(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } i(t) < 0\% \\ 1 + \frac{i(t)}{Max_Inflation} \times \theta & \text{si } 0\% \leq i(t) \leq Max_Inflation, \\ 1 + \theta & \text{si } Max_Inflation < i(t) \end{cases}, \quad (3.11)$$

où θ représente le bonus maximum versé, $i(t)$ l'inflation de la période t et $Max_Inflation$ la valeur maximale d'inflation fixée dans le modèle de projection ALM. Sa valeur est fixée à 27% tout au long de l'étude car il s'agit du maximum atteint avec le modèle de Vasicek.

Ainsi, la nouvelle demande en participation aux bénéfices du portefeuille à l'année t est donnée par

$$Demande(t) = \sum_{i=1}^N Swap(t, 10) \times RM_i(t) \times \beta(t), \quad (3.12)$$

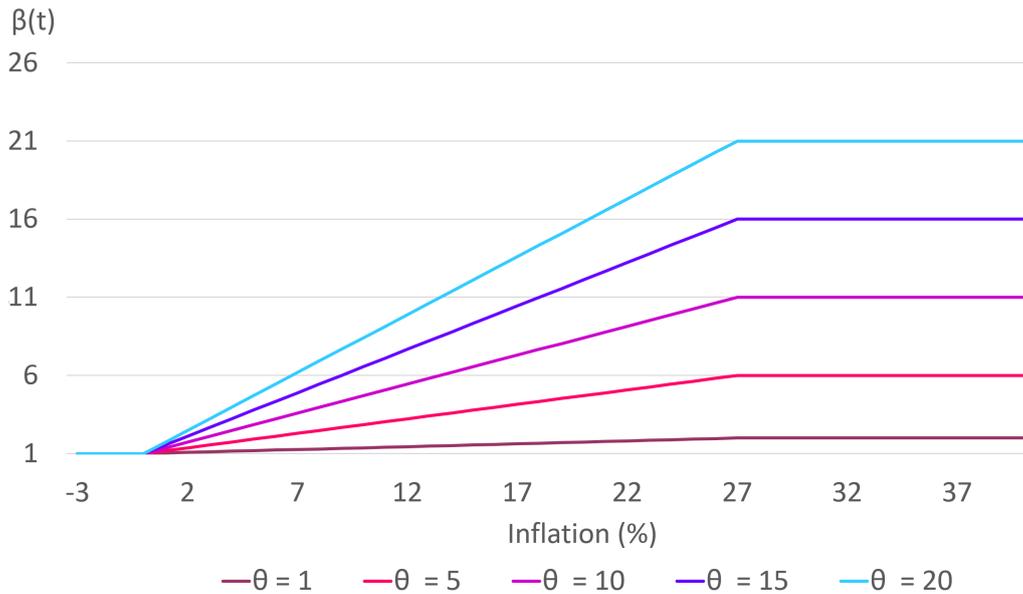
où N représente le nombre de contrats avec participation aux bénéfices du portefeuille et RM_i la réserve mathématique du contrat i .

Enfin, le taux de participation aux bénéfices discrétionnaire $\tau(t)$ est calculé à l'aide de l'équation (3.2).

Le graphique 3.17 montre l'évolution du coefficient $\beta(t)$ en fonction de l'inflation pour plusieurs valeurs de θ .

Pour toutes les valeurs de θ , la fonction suivie par $\beta(t)$ est continue. Plus la valeur de θ est grande plus le bonus servi aux assurés en cas d'inflation non nulle est grand.

La politique de participations aux bénéfices définie par l'équation (3.12) a pour but de limiter le taux de rachats dynamiques en fonction du contexte inflationniste. Pour cette raison, la politique est modélisée en parallèle de chacune des deux lois de rachats dynamiques liées à l'inflation : celle issue de la régression définie par l'équation (3.8) et celle basée sur les ONC de l'ACPR définie en (3.10). Pour chaque calcul de bilan avec l'une des deux lois de rachats dynamiques introduites dans ce chapitre, une étude de sensibilité est effectuée par rapport au paramètre θ défini en (3.12). En effet, le paramètre θ définit la proportion de participation aux bénéfices qui est délivrée aux assurés ayant un contrat d'épargne en euros. Les valeurs de θ utilisées sont : 1, 5 et 10.

FIGURE 3.17 : Évolution de $\beta(t)$ en fonction de l'inflation

Analyse d'impact de la politique de PB avec la loi de rachats issue de la régression

Afin d'analyser l'impact de cette nouvelle politique de participation aux bénéficiaires sur le bilan de l'assureur introduit en 3.1, les 1000 simulations d'états du monde (taux d'intérêt, spread, inflation, ...) retenus pour l'étude du modèle de Vasicek en 3.3 sont considérés. Les valeurs de passifs de référence sont celles inscrites dans le tableau 3.20 qui sont obtenues en projetant l'activité de l'assureur sur 60 ans dans 1000 scénarios tout en modélisant les rachats dynamiques avec le modèle de régression (3.8) en plus des rachats structurels. La politique de participation aux bénéficiaires utilisée pour obtenir les valeurs de référence est celle décrite par l'équation (3.2).

Les variations des passifs de l'assureur sur les différents fonds par rapport aux résultats de référence pour différentes valeurs de θ sont résumés dans les tableaux 3.22, 3.23 et 3.24.

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-584 357	-3	VAPN	-355 887	-4,2
VATP	-218 653	-3,1	VATP	-141 814	-4,3
BE	+819 473	+0,1	BE	+509 738	+0,2

TABLE 3.22 : Variation des passifs avec l'ajout de la nouvelle politique de PB pour $\theta = 1$ sous le modèle de rachats dynamiques issu de la régression

Pour $\theta = 1$, une perte de profits de l'assureur de 3% est constatée sur le fonds A par rapport à la politique habituelle détaillée par l'équation (3.2). Le fonds B par ailleurs enregistre une perte de 4,2% en profits. Ces pertes sont dues au bonus inflation reversé aux clients qui provient directement des bénéficiaires censés être perçus par l'assureur. Les profits de l'assureur sur ses contrats se réduisant, son Best Estimate augmente (en moyenne de 0,15% sur les fonds en euros) et la valeur actuelle des taxes sur les profits qu'il doit payer diminue (en moyenne de 3,7%).

Pour la valeur $\theta = 5$, la valeur actuelle des profits nets de l'assureur se réduit sur les fonds A et B

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-2 192 532	-11,2	VAPN	-1 150 830	-13,7
VATP	-839 440	-12,1	VATP	-466 465	-14,1
BE	+3 125 617	+0,5	BE	+1 630 724	+0,5

TABLE 3.23 : Variation des passifs avec l'ajout de la nouvelle politique de PB pour $\theta = 5$ sous le modèle de rachats dynamiques issu de la régression

respectivement de 11,2% et 13,7%. En augmentant la valeur du paramètre θ de 4 par rapport aux résultats du tableau 3.22, les pertes de l'assureur ont quasiment quadruplé. Les assurés reçoivent un bonus inflation allant jusqu'à 5 fois les bénéficiaires leur étant initialement reversés en cas d'inflation annuelle IPCH maximale (hypothèse de 27%).

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-3 367 290	-17,2	VAPN	-1 619 473	-19,3
VATP	-1 315 196	-18,9	VATP	-662 789	-20
BE	+4 806 887	+0,8	BE	+2 915 277	+0,7

TABLE 3.24 : Variation des passifs avec l'ajout de la nouvelle politique de PB pour $\theta = 10$ sous le modèle de rachats dynamiques issu de la régression

Pour $\theta = 10$, l'assureur enregistre une perte en bénéficiaires de 17,2% sur le fonds A et de 19,3 sur le fonds B. En passant de $\theta = 5$ (résultats du tableau 3.23) à $\theta = 10$, les profits de l'assureur baissent de 5,3% en moyenne alors qu'ils baissent de 8,35% en passant de $\theta = 1$ à $\theta = 5$. Le Best Estimate augmente en moyenne de 0,75% par rapport à la politique de participation aux bénéficiaires sans bonus inflation.

L'introduction du bonus inflation dans la politique de participation aux bénéficiaires en parallèle de la modélisation des rachats dynamiques par la méthode de régression (3.8) entraîne donc une réduction des profits de l'assureur au fur et à mesure que le paramètre θ augmente. Cependant, la baisse des profits tend à se ralentir au fur et à mesure que θ augmente. Cette politique a pour objectif de ralentir les rachats des assurés en leur fournissant plus de participation aux bénéficiaires dans un contexte de forte inflation.

Analyse d'impact de la politique de PB avec la loi de rachats inspirée par les ONC

En s'intéressant désormais à la loi de rachats développée en (3.10) inspirée par les Orientations Nationales Complémentaires de l'ACPR (2013), les résultats consignés sur les tableaux 3.25, 3.26 et 3.27 sont obtenus. Ces résultats proviennent de la projection de l'activité de l'assureur sur 60 ans dans les 1000 scénarios utilisés pour les calculs effectués avec le modèle de Vasicek en 3.3. En parallèle de la modélisation des rachats dynamiques liés à l'inflation, la politique de participation aux bénéficiaires avec bonus inflation introduite par l'équation (3.12) est aussi appliquée. Le paramètre θ prend les valeurs 1, 5 et 10.

Les variations sont obtenues en comparant les valeurs des passifs calculés de manière stochastique en utilisant la nouvelle politique de PB et la loi de rachats dynamiques inspirée des ONC avec celles obtenues en utilisant la loi basique de distribution de PB introduite en (3.2) et la loi de rachats

dynamiques inspirée des ONC (résultats du tableau 3.21). L'objectif est donc d'analyser l'impact de l'ajout de la nouvelle loi de distribution de PB liée à l'inflation.

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-1 450 149	-15	VAPN	-463 652	-8,5
VATP	-541 117	-30,9	VATP	-182 746	-10,8
BE	+1 973 181	+0,3	BE	+688 427	+0,2

TABLE 3.25 : Variation des passifs avec l'ajout de la nouvelle politique de PB pour $\theta = 1$ sous le modèle de rachats dynamiques inspiré des ONC

Avec $\theta = 1$, en comparant avec les résultats du tableau 3.22 concernant le modèle de rachats dynamiques issu de la régression, il est constaté que l'exécution en parallèle de la nouvelle politique de PB et de la loi des rachats inspiré des ONC consomme plus de bénéfices de l'assureur. En effet, la valeur actuelle des profits nets de l'assureur baisse de 15% pour le fonds A en appliquant la nouvelle loi de PB contre une baisse de 3% en utilisant la loi de rachats dynamiques issus du modèle de régression. Pour le fonds B, la baisse constatée est de 8,5% ici contre 4,2% avec l'autre loi de rachats.

De plus, avec la loi de rachats dynamiques issue de la régression, la baisse des profits est plus grande sur le fonds B que sur le fonds A alors qu'ici c'est l'inverse. La nouvelle loi de PB combinée à la loi de rachats dynamiques inspirés des ONC est donc coûteuse pour l'assureur (perte de 1,9 millions d'euros en valeur actuelle des profits nets contre 900 000 euros avec la loi de rachats issue de la régression). Cependant, d'un autre côté, l'assureur gagne de l'argent en payant moins d'impôts (30% d'impôts en moins pour le fonds A contre 10,8% pour le fonds B).

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-2 848 041	-29,4	VAPN	-1 441 237	-26,5
VATP	-801 482	-59	VATP	-574 915	-34,1
BE	+2 852 897	+0,6	BE	+2 090 288	+0,6

TABLE 3.26 : Variation des passifs avec l'ajout de la nouvelle politique de PB pour $\theta = 5$ sous le modèle de rachats dynamiques inspiré des ONC

Par rapport aux résultats avec la loi de distribution de PB basique (3.2), la valeur actuelle des profits nets baisse de 29,4% pour le fonds A et de 26,5% pour le fonds B. Ces pourcentages sont encore supérieurs à ceux obtenus pour $\theta = 5$ en utilisant la loi de rachats dynamiques issue de la régression. L'assureur enregistre ici une perte en profits nets de 4,3 millions d'euros contre 3,3 millions d'euros avec l'autre loi de rachats. Les Best Estimates des fonds en euros augmentent en moyenne de 0,6% soit une augmentation de la valeur des engagements de l'assureur de 4,9 millions d'euros.

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-3 643 120	-37,6	VAPN	-2 010 309	-37
VATP	-1 353 037	-77,2	VATP	-809 182	-48
BE	+4 904 109	+0,8	BE	+2 888 528	+0,9

TABLE 3.27 : Variation des passifs avec l'ajout de la nouvelle politique de PB pour $\theta = 10$ sous le modèle de rachats dynamiques inspiré des ONC

Sur le tableau 3.27, les tendances observées pour $\theta = 1$ et $\theta = 5$ restent présentes. Cependant, l'écart entre la perte de profits relative (pourcentage) du fonds *A* et celle du fonds *B* se réduit. En effet, la VAPN du fonds *A* baisse de 37,6% contre 37% pour le fonds *B*. Avec la modélisation des rachats dynamiques suivant la loi inspirée des ONC, l'assureur enregistre une baisse de 5,7 millions d'euros de sa VAPN sur les fonds *A* et *B* contre 4,983 millions d'euros pour l'autre modélisation des rachats dynamiques (tableau 3.24). L'écart des variations de la VAPN entre les deux modélisations se réduit donc au fur et à mesure que θ augmente. D'autre part, concernant le Best Estimate, il augmente de 7,8 millions d'euros sur les fonds *A* et *B* avec la méthode inspiré des ONC contre 7 millions avec la méthode de régression.

En définitive, cette étude montre que la nouvelle politique de PB est plus coûteuse lorsqu'elle est exécutée en parallèle de la loi de rachats dynamiques inspirée par les ONC qu'avec celle issue de la régression. Il est important de préciser que la politique de distribution de PB liée à l'inflation est mise en place dans le but de satisfaire les assurés afin qu'ils ne rachètent pas leurs contrats. Cependant, seul le modèle de rachats dynamiques inspiré des ONC de l'ACPR met en évidence ce phénomène car il est dépendant du taux servi aux assurés par opposition au modèle de régression qui n'en dépend pas. Ainsi, le modèle inspiré des ONC met en évidence une dynamique plus proche de la réalité car lorsque l'assureur distribue un bonus inflation à ses assurés, il augmente son taux servi et modifie donc la réaction des assurés.

D'après l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021), la hausse de l'inflation en 2022 (5,6% en France en Septembre 2022) en parallèle de la remontée des taux longs (3% pour les Emprunts d'Etat à 10 ans en Décembre 2022) devrait entraîner un taux de revalorisation réel des contrats très négatif et proche de -2%. Ainsi, il est proposé dans ce mémoire en 2022 de prendre pour θ la valeur

$$\theta_{2022} = \frac{Inflation(2021/2022)}{\text{Moyenne Taux OAT 10 ans (2022)}} - 1, \quad (3.13)$$

où $Inflation(2021/2022)$ représente la moyenne des taux d'inflation IPCH annuels en 2021 et 2022. Ainsi, avec cette valeur de θ , la demande en participation aux bénéfices du portefeuille de N contrats à l'année t si $i(t) > \text{Max_Inflation}$ d'après l'équation (3.12) vaut

$$Demande(t) = \sum_{i=1}^N Swap(t, 10) \times RM_i(t) \times \left(1 + \left(\frac{Inflation(2021/2022)}{\text{Moyenne Taux OAT (2022)}} - 1 \right) \right) \quad (3.14)$$

Il est donc obtenu, lorsque le taux swap 10 ans à l'année t se rapproche de sa moyenne en 2022, une demande en participation aux bénéfices égale à la réserve mathématique des contrats réévaluée à hauteur de la moyenne des taux d'inflation IPCH annuels en 2021 et 2022 comme le montre l'équation (3.15)

$$Demande(t) = \sum_{i=1}^N RM_i(t) \times Inflation(2021/2022). \quad (3.15)$$

Les assurés des contrats d'épargne en euros se retrouvent donc avec un taux de réévaluation de leurs épargnes s'approchant du taux d'inflation moyen sur les années 2021 et 2022 dans un contexte où l'ACPR estime à -2% le taux de réévaluation réel.

En remplaçant les termes $Inflation(2021/2022)$ et Moyenne Taux OAT 10 ans (2022) de l'équation (3.13) par leurs valeurs respectives, la valeur suivante est obtenue

$$\theta_{2022} = 3,56. \quad (3.16)$$

En appliquant la politique de distribution de participation aux bénéfices introduite en (3.12) avec la valeur θ_{2022} calculée en (3.16), les résultats regroupés sur les tableaux 3.28 et 3.29 sont obtenus.

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-1 714 932	-8,8	VAPN	-945 451	-11,3
VATP	-651 740	-9,4	VATP	-381 240	-11,5
BE	+2 432 553	+0,4	BE	+1 340 581	+0,4

TABLE 3.28 : Variation des passifs avec l'ajout de la nouvelle politique de PB pour $\theta = 3,56$ sous le modèle de rachats dynamiques issu de la régression

L'utilisation de la valeur $\theta_{2022} = 3,56$ recommandée pour les assureurs en 2022 entraîne d'après le tableau 3.28 une réduction de la VAPN de l'assureur de 8,8% pour le fonds A et de 11,3% pour le fonds B par rapport aux résultats avec l'ancienne politique de PB décrite en (3.2). Ces résultats sont intermédiaires entre les valeurs présentées dans les tableaux 3.22 et 3.23 respectivement obtenus pour les valeurs $\theta = 1$ et $\theta = 5$ dans le cas du modèle de rachats dynamiques issu de la régression.

Fonds euro A			Fonds euro B		
Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)	Type de passif	Valeur ST (€)	Part (%)
VAPN	-2 556 442	-26,4	VAPN	-1 169 480	-21,5
VATP	-921 986 740	-52,6	VATP	-465 262	-27,6
BE	+3 391 344	+0,5	BE	+1 699 353	+0,5

TABLE 3.29 : Variation des passifs avec l'ajout de la nouvelle politique de PB pour $\theta = 3,56$ sous le modèle de rachats dynamiques inspirée des ONC

Dans le cadre de l'utilisation de la loi de rachats dynamiques inspirée des ONC (résultats sur le tableau 3.29), la même tendance que précédemment est observée : les pertes de l'assureur sont plus importantes que dans le cadre de la loi issue du modèle de régression.

L'implémentation de cette politique de participation aux bénéfices avec la valeur $\theta_{2022} = 3,56$ entraîne une réduction de la PVFP (VAPN) de l'assureur de 2,6 millions d'euros en utilisant le modèle de rachats dynamiques issu de la régression et de 3,7 millions d'euros en utilisant le modèle issus des ONC par rapport à l'ancienne politique de PB. En définitive, l'application de cette nouvelle politique de PB liée à l'inflation est coûteuse pour l'assureur mais a pour principal objectif de satisfaire les assurés et de réduire le nombre de rachats.

Les graphiques 3.18 et 3.19 résument les résultats de la nouvelle politique de participation appliquée en parallèle des deux lois de rachats dynamiques. Ces graphiques montrent respectivement la valeur actuelle des profits nets et le Best Estimate de l'assureur sur les 1000 scénarios utilisés en 3.3 en fonction de la modélisation des rachats dynamiques (modèle issu de la régression (3.8) ou inspiré des ONC (3.10)) et de la valeur de θ . Les valeurs obtenues pour $\theta = 0$ correspondent aux résultats avec l'ancienne politique de participation aux bénéfices (sans bonus inflation).

Le graphique 3.18 montre qu'au fur et à mesure que la valeur de θ augmente, la VAPN diminue pour les deux fonds quel que soit le modèle de rachats dynamiques utilisé. De plus, ce graphique met en évidence la différence entre la modélisation des rachats dynamiques par le modèle de régression et par le modèle inspiré des ONC. Il est aussi constaté que l'impact des modélisations n'est pas le même proportionnellement à la taille de chaque fonds. En effet, là où le fonds A perd plus de la moitié de sa VAPN en passant du modèle de régression au modèle inspiré des ONC, le fonds B ne connaît pas la

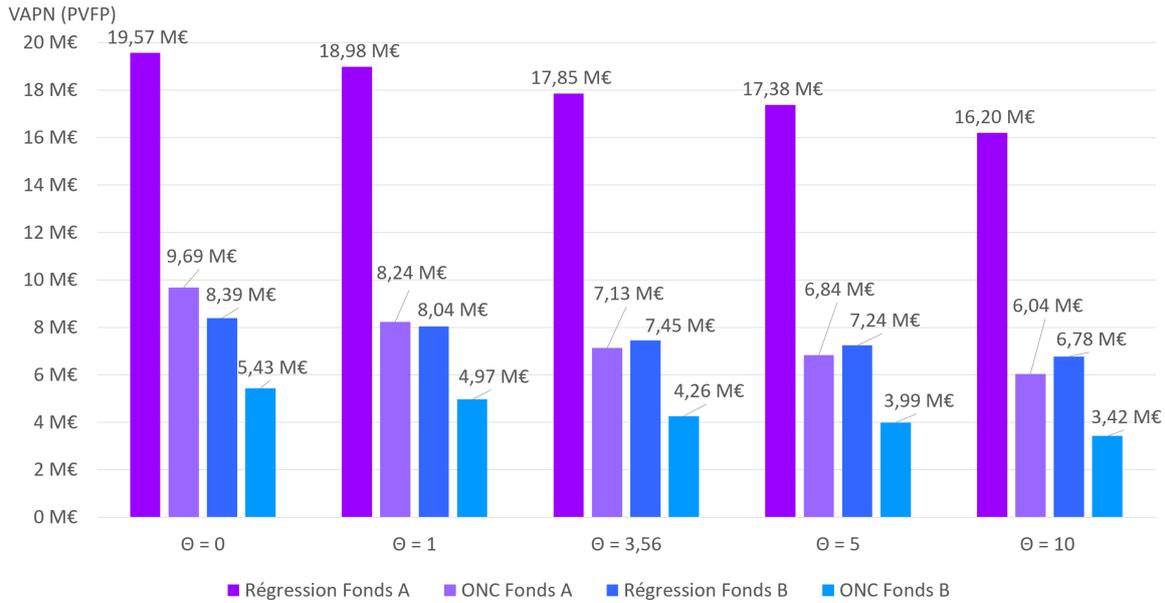


FIGURE 3.18 : VAPN de l'assureur en millions d'euros en fonction de la modélisation des rachats dynamiques et de la valeur de θ pour les fonds en euros A et B

même variation.

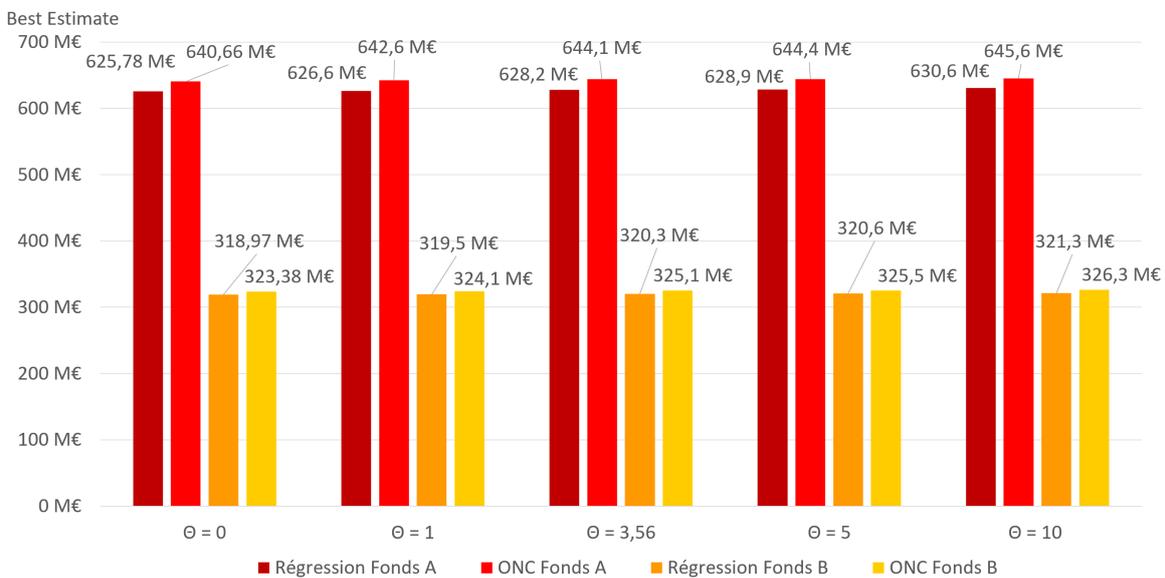


FIGURE 3.19 : Best Estimate de l'assureur en millions d'euros en fonction de la modélisation des rachats dynamiques et de la valeur de θ pour les fonds en euros A et B

Le graphique 3.19 montre l'effet inverse de la figure 3.18 : plus la valeur de θ augmente, plus le Best Estimate augmente ce qui est cohérent car l'assureur a de plus en plus de PB à reverser à ses assurés donc d'engagements envers ceux-ci. D'autre part, la différence entre l'utilisation du modèle de rachats dynamiques de la régression ou de celui inspiré des ONC n'est pas aussi visible que sur le graphique 3.18 en raison de l'échelle (100 millions d'euros par graduation) mais reste tout aussi conséquente.

Le pilotage de l'assureur via la modification de la politique de participation aux bénéficiaires a donc pour principale incidence de réduire les bénéficiaires de celui-ci. Cependant, une étude auprès du taux de rachats réel des assurés en fonction de la politique de PB mise en place permettrait de savoir dans quelle mesure, la mise en place d'un bonus inflation par l'assureur correspond à un investissement justifié pour contrer le phénomène de rachats.

3.5 Limites de l'étude

Cette étude de l'impact de l'inflation sur les passifs d'un assureur vie s'articule autour de la modélisation du processus d'inflation et de son lien avec d'autres phénomènes sous-jacents à savoir les rachats et la politique de participation aux bénéficiaires. Les principales limites de cette étude se trouvent au niveau du GSE, des données disponibles et enfin des modèles implémentés.

- En ce qui concerne le GSE, l'impossibilité de modification de celui-ci pendant la rédaction de ce mémoire constitue une limite importante. Ainsi, d'une part les modèles implémentés dans celui-ci n'ont pas pu être modifiés et d'autre part, l'ajout de la variable d'inflation des frais dans les scénarios économiques a dû se faire de manière indépendante à l'aide d'un code R générant une sortie sous le format du GSE. Par conséquent, l'inflation est modélisée comme un processus indépendant des taux ce qui pourrait être corrigé par exemple par l'utilisation d'une relation de type Fisher. Ainsi, afin d'approfondir cette étude, il serait nécessaire de pouvoir modifier le GSE afin de construire un cadre financier cohérent prenant en compte l'impact de l'inflation à la fois à l'actif et au passif. Cela se ferait par exemple en prenant le modèle de Vasicek généralisé ou le modèle Jarrow-Yildirim calibré sur des swaps inflations tirés des marchés financiers pour simuler les trajectoires d'inflation sur les scénarios économiques. En plus de cette prise en compte de la dynamique financière dans la calibration du modèle d'inflation, il faudrait de plus introduire une dépendance entre le modèle de taux et le modèle d'inflation par l'intermédiaire d'une relation de Fischer.
- Les bilans Solvabilité 2 de l'assureur présentés dans ce mémoire ne présentent pas les valeurs du SCR et de la Risk Margin (RM). En effet, dans le cadre de cette étude, le modèle de projection ALM utilisé ne permet pas de calculer de manière exhaustive le SCR et donc la RM dépendant de celui-ci. Cette étude pourrait donc être approfondie en ajoutant ces valeurs et en montrant ainsi la variation de la solvabilité de l'assureur en fonction du contexte inflationniste.
- Les limites importantes des modélisations de l'inflation proposées dans le chapitre 2 dues aux contraintes opérationnelles (impossibilité de modification du GSE) sont : l'absence de risque-neutralité des modèles qui sont intégrés aux résultats du GSE risque-neutre et l'absence de corrélations explicite entre l'inflation et les autres facteurs risques. Les modèles proposés dans ce mémoire sont historiques et se basent sur une calibration directe sur les valeurs réelles tirées d'EUROSTAT (2022b). L'approche risque historique est privilégiée car les modèles d'inflation utilisés ne simulent que la dynamique des frais qui n'est pas répliquable. L'inflation est donc uniquement liée aux passifs et n'a pas d'impact à l'actif en raison de l'impossibilité de l'ajout d'une interaction entre l'inflation et les taux dans le GSE.
- Concernant les modèles de rachats dynamiques liés à l'inflation proposés dans cette étude, leur principale limite se trouve dans l'absence de données du portefeuille de l'assureur concernant les rachats. Il est donc impossible de calibrer ces modèles sur le portefeuille de l'assureur ou encore de vérifier l'impact du contexte inflationniste sur les rachats présents dans le portefeuille. De plus, le modèle de régression utilisé pour les rachats ne dépend pas du taux versé aux assurés ce qui est

une estimation importante en plus du fait que l'on attribue l'essentiel des rachats à l'inflation. Il faudrait pouvoir discerner parmi ces rachats lesquels sont dus au contexte inflationniste et les prélever pour calibrer la régression sur ces données. C'est pour ces raisons que les pratiques de marché consistent plutôt à faire varier les rachats dynamiques selon le niveau des taux au lieu de l'inflation. Dans le cadre du modèle inspiré des ONC de l'ACPR, la valeur cible du paramètre θ pour un assureur devrait être obtenue par backtesting à l'aide de données réelles ce qui n'a pu être fait dans cette étude du fait de l'absence de données.

- Du point de vue du modèle de participation aux bénéfices lié à l'inflation proposé dans ce mémoire, il présente la même limite que ceux des rachats dynamiques : l'absence de données de portefeuille. En effet, il faudrait pour approfondir cette étude pouvoir relever l'impact de la politique de participation aux bénéfices sur les intentions de rachats des assurés ayant des contrats d'épargne en euros. Il serait donc possible de déceler les profits qu'engendre l'assureur en reversant une part de ses bénéfices en PB aux assurés dans l'optique de les garder en portefeuille plus longtemps. Cela pourrait être réalisé en examinant les données de rachats de l'assureur en fonction à la fois du taux de PB reversé par celui-ci mais aussi du contexte inflationniste. Cette étude permettrait de relever des tendances qui serviraient à calibrer le modèle de participation aux bénéfices. De plus, la limite de distribution de la PPB sous 8 ans n'est pas prise en compte dans le modèle de projection ALM utilisé dans le cadre de cette étude.

Conclusion

En partant du taux minimum garanti, aux contrats en unités de compte en passant par l'option de rachat, les assureurs ont toujours su créer de nouveaux produits innovants répondant aux challenges des époques.

De nos jours, l'inflation apparaît à la fois comme un risque mais aussi comme une opportunité pour les assureurs. En la modélisant à l'aide de modèles performants, les assureurs peuvent à la fois estimer de manière précise leurs bénéfices futurs mais aussi proposer des produits attrayants à leurs assurés. C'est dans cette optique que cette étude propose une modélisation de l'inflation à l'aide de deux modèles historiques ayant pour principal objectif de prédire l'inflation réelle perçue par les assurés plutôt que celle des marchés.

Le premier modèle implémenté dans ce mémoire est le modèle de Vasicek qui offre une facilité de calibration ainsi que la simulation de l'inflation comme un processus stochastique ce qui permet un calcul stochastique du bilan d'un assureur. Le second modèle abordé est un modèle de régression de séries temporelles $SARIMAX(3, 1, 1)(1, 1, 1)_6$ permettant de simuler l'inflation à l'aide de quatre variables économiques. Ce modèle s'est avéré pertinent dans le cadre de notre étude à cause de ses performances de prédiction de l'inflation sur la période de test callée de Janvier 2018 à Décembre 2020. En utilisant ce modèle pour faire un calcul déterministe du bilan d'un assureur sous trois types de scénarios d'inflation des frais : faible, moyen et fort, il est constaté que plus l'inflation des frais est faible, plus les profits de l'assureur sont importants et moins son Best Estimate est élevé.

En inscrivant l'inflation dans le contexte assurantiel et, en prenant en compte le sentiment d'anxiété qu'elle cause, les rachats apparaissent comme une conséquence évidente. Du point de vue du lien entre le contexte inflationniste et le comportement des assurés à travers les rachats dynamiques, cette étude apporte un début de réponse. En effet, à travers l'implémentation d'un modèle de régression expliquant le taux de rachats dynamiques en fonction de l'inflation, il est mis en évidence une dynamique similaire entre ces deux variables : lorsque l'inflation augmente, les rachats augmentent et lorsqu'elle diminue, les rachats diminuent aussi. Cette dynamique a permis de proposer un deuxième modèle plus complexe basé sur les Orientations Nationales Complémentaires de l'ACPR et qui s'est avéré beaucoup plus coûteux pour l'assureur en terme de PVFP que le modèle de régression.

Pour limiter ce phénomène de rachats liés à l'inflation, ce mémoire propose, dans le cas des contrats d'épargne en euros, d'utiliser le mécanisme de participation aux bénéfices. Au titre de l'année 2022, l'utilisation du paramètre $\theta_{2022} = 3,56$ conduit à une baisse moyenne de 10% de la PVFP de l'assureur étudié sur ses fonds d'épargne en euros. Cependant, l'absence de données de portefeuille sur les rachats constitue une limite importante de cette étude. En effet, il est impossible de vérifier si cette baisse devrait en parallèle s'accompagner d'une réduction du nombre de rachats des assurés et donc finalement se transformer en gain pour l'assureur.

D'autres alternatives telles que le pilotage de l'actif des assureurs avec des produits financiers indexés

sur l'inflation peuvent faire l'objet d'une étude détaillée. Bien que non abordé dans ce mémoire, l'impact de l'inflation à l'actif ne doit pas être sous-estimé. Afin de prendre en compte le cadre financier dans la modélisation de l'inflation, il serait nécessaire par exemple de modéliser le processus d'inflation par un modèle de Jarrow-Yildirim ou de Vasicek généralisé calibré sur des données de swaps d'inflation tirées des marchés. De plus, l'interaction entre l'inflation et les taux pourrait être modélisée par une relation de Fisher. Cela permettrait à l'inflation d'avoir un impact direct sur l'actif de l'assureur notamment si celui-ci est constitué de produits ou dérivés indexés sur l'inflation. Une solution robuste pour couvrir les assureurs face au risque d'inflation pourrait résider dans la mise en place de mesures de couverture à la fois au passif mais aussi à l'actif des assureurs. Concernant la modélisation des rachats dynamiques, une autre piste pourrait être explorée : celle de faire dépendre les rachats du niveau des taux d'intérêts au lieu de l'inflation. Cela permettrait d'identifier les dynamiques sous-jacentes entre les rachats et les taux d'intérêts qui sont liés à l'inflation.

Bibliographie

- ACPR (2013). Orientations Nationales Complémentaires aux Spécifications Techniques pour l'exercice 2013 de préparation à Solvabilité II. Document d'orientation. Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution.
- ARAGON, Y. (2016). Séries temporelles avec R. Pratique R. EDP Sciences.
- ASSEMBLÉE NATIONALE FRANÇAISE (2017). Loi n° 2017-1837 du 30 décembre 2017 de finances pour 2018. Loi. URL : <https://www.legifrance.gouv.fr/jorf/id/JORFTEXT000036339197> (visité le 30/12/2017).
- AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021). Les chiffres du marché français de la banque et de l'assurance 2020. Rapport. URL : https://acpr.banque-france.fr/sites/default/files/medias/documents/20211012_rapport_chiffres_2020_vf.pdf (visité le 12/10/2021).
- AUTORITÉ DES NORMES COMPTABLES (2019). Règlement ANC N° 2014-03 relatif au plan comptable général version consolidée au 1er Janvier 2019. Règlement. URL : https://www.anc.gouv.fr/files/live/sites/anc/files/contributed/ANC/1_Normes_fran%C3%A7aises/Reglements/Recueils/PCG-Janvier2019/PCG_2019.pdf (visité le 17/08/2022).
- BANQUE CENTRALE EUROPÉENNE (2021). Pourquoi l'inflation est-elle aussi élevée actuellement ? URL : https://www.ecb.europa.eu/ecb/educational/explainers/tell-me-more/html/high_inflation.fr.html (visité le 16/11/2021).
- BOURSORAMA (2022). Cours du blé en 2022. Données de bourse en ligne. URL : <https://www.boursorama.com/bourse/matieres-premieres/cours/6xWWY/> (visité le 12/08/2022).
- CHARPENTIER, A. (2015). Modèles de prévision Séries temporelles. Cours. Université Paris 9 Dauphine.
- CHOUÉIRY, G. (2022). What is an Acceptable Value for VIF? (With References). Rapp. tech. Quantifying Health. URL : <https://quantifyinghealth.com/vif-threshold/>.
- CRISTADORO (2000). Forecasting inflation and tracking monetary policy in the euro area, does national information help ? Working paper. European Central Bank.
- D. BRIGO, F. M. (2006). Interest Rate Models: Theory and Practice: With Smile, Inflation and Credit. Statistics and Computing Series. Springer Finance.
- D. Brigo et F. MERCURIO, M. M. (2005). The LIBOR model dynamics: Approximations, calibration and diagnostics. *European journal of operational research*, p. 30-51.
- DHERBÉCOURT, C. (2017). Peut-on éviter une société d'héritiers ? *France Stratégie*, p. 5-12.
- EUROSTAT (2022a). Base de données. URL : <https://ec.europa.eu/eurostat/fr/web/main/data/database> (visité le 19/08/2022).
- EUROSTAT (2022b). Indices des prix à la consommation harmonisés - données mensuelles. Base de données. URL : <https://ec.europa.eu/eurostat/fr/web/main/data/database> (visité le 17/08/2022).
- FLAVIAN, S. (2016). Modèles de diffusion de taux en période de taux négatifs dans le cadre d'un générateur de scénarios économiques. Mémoire d'actuariat. Paris : ISUP, Sorbonne Université.
- INSEE (2022). En mai 2022, le chiffre d'affaires rebondit dans l'industrie manufacturière (+1,4%). Publication. Institut national de la statistique et des études économiques.

- INSEE (2022). Le « bouclier tarifaire » sur les prix de l'électricité et du gaz a nettement atténué l'augmentation de l'inflation en février. Étude. URL : <https://www.insee.fr/fr/statistiques/6215309?sommaire=6215395#:~:text=Le%20%20C2%AB%20bouclier%20tarifaire%20%20C2%BB%20mis%20en,1%20C5%20point%20en%20f%C3%A9vrier>. (visité le 12/08/2022).
- INSTITUT DES ACTUAIRES (2018). Les Générateurs de scénarios économiques, éléments d'analyse et exemples de pratiques actuarielles applicables au marché français. Document d'orientation. Institut des Actuaires.
- J. L. CORON, F. A. (2022). Revalorisation 2021 des contrats d'assurance-vie et de capitalisation – engagements à dominante épargne et retraite individuelle. Document d'analyse et de synthèse. ACPR.
- JAMES G. WITTEN D., H. T. T. R. (2013). An Introduction to Statistical Learning: With Applications in R. Springer New York.
- LACK, C. (2006). Forecasting Swiss inflation using VAR models. Étude économique. Banque nationale Suisse.
- LANG, V. (2022). Le taux d'inflation annuel de la zone euro en hausse à 8,9%. Publication. Eurostat, l'office statistique de l'Union européenne. URL : <https://ec.europa.eu/eurostat/documents/2995521/14644650/2-29072022-AP-FR.pdf/b7328647-18aa-9e03-0516-4f0cf56de755?t=1659018438819>.
- MINISTÈRE DE L'ÉCONOMIE ET DES FINANCES FRANÇAIS (2022). Comprendre le mécanisme de l'assurance. URL : <https://www.economie.gouv.fr/facileco/comprendre-assurance-risques> (visité le 19/08/2022).
- N. SILBERT (2022). L'inflation bondit à 3,6 % en France. URL : <https://www.lesechos.fr/economie-france/conjoncture/linflation-bondit-a-36-en-france-1389689> (visité le 11/08/2022).
- OBSERVATOIRE FRANÇAIS DES CONJONCTURES ÉCONOMIQUES (1979). Inflation : prix au piège. *Revue de l'OFCE 2008/2 (n° 105)*, p. 275-302.
- ORGANISATION DE COOPÉRATION ET DE DÉVELOPPEMENT ÉCONOMIQUES (2022). Taux d'intérêt à long terme. doi: 10.1787/4e01728c-fr. URL : <https://data.oecd.org/fr/interest/taux-d-interet-a-long-terme.htm> (visité le 09/08/2022).
- R CORE TEAM (2022). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. URL : <https://www.R-project.org>.
- R. H. SHUMWAY, D. S. S. (2017). Time Series Analysis and Its Applications With R Examples. Springer Texts in Statistics. Springer New York.
- SCARDOVI, E. (2011). Jarrow-Yildirim model for inflation : theory and applications. Thèse. Université de Bologne.
- STATISTA (2022). Classement des principaux pays exportateurs de blé, farine de blé et de produits de blé dans le monde de 2014 à 2022. URL : <https://fr.statista.com/statistiques/550220/pays-exportateurs-de-ble-farine-de-ble-et-de-produits-de-ble-monde/#:~:text=La%20Russie%20%C3%A9tait%20le%20plus,se%20trouvaient%20les%20%C3%89tats%2DUnis>. (visité le 17/08/2022).
- UNION EUROPÉENNE (2022). Règlements, directives et autres actes législatifs. URL : https://european-union.europa.eu/institutions-law-budget/law/types-legislation_fr (visité le 17/08/2022).
- U.S. BUREAU OF LABOR STATISTICS (2022). Consumer prices up 9.1 percent over the year ended June 2022, largest increase in 40 years. Rapport. URL : <https://www.bls.gov/opub/ted/2022/consumer-prices-up-9-1-percent-over-the-year-ended-june-2022-largest-increase-in-40-years.htm> (visité le 18/07/2022).
- VITTINGHOFF E. GLIDDEN D., S. S. M. C. (2011). Regression Methods in Biostatistics: Linear, Logistic, Survival, and Repeated Measures Models. Springer New York.
- WIKIPÉDIA (2022). Encours en assurance. Wikipédia - L'encyclopédie libre [en ligne]. URL : <https://fr.wikipedia.org/wiki/Encours> (visité le 09/08/2022).

Annexe A

Annexes

A.1 Introduction à l'assurance et Solvabilité 2

En France, les organismes d'assurance sont répartis en trois groupes suivant le code qui les régit comme le montre le diagramme circulaire A.1.

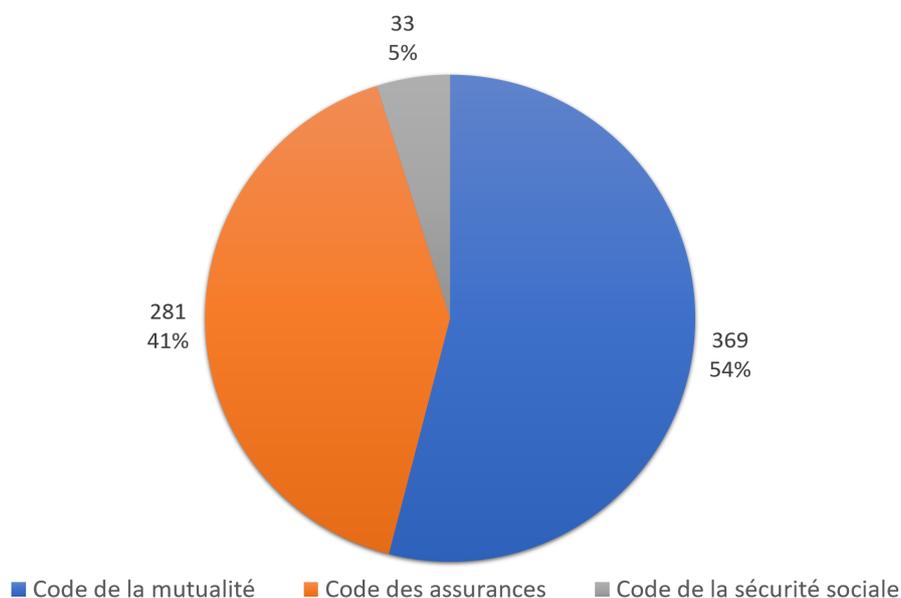


FIGURE A.1 : Répartition des organismes d'assurance en France en 2020 (en nombre) d'après l'AUTORITÉ DE CONTRÔLE PRUDENTIEL ET DE RÉOLUTION (2021)

Dans le cadre de la directive Solvabilité 2, la comptabilisation initiale d'un contrat d'assurance est modifiée par rapport à Solvabilité 1 comme le montre la figure A.2.

De 2000 à 2020, les taux d'intérêts des Obligations Assimilables du Trésor de durée 10 ans en France suivent une tendance à la baisse comme l'indique le graphique A.3.

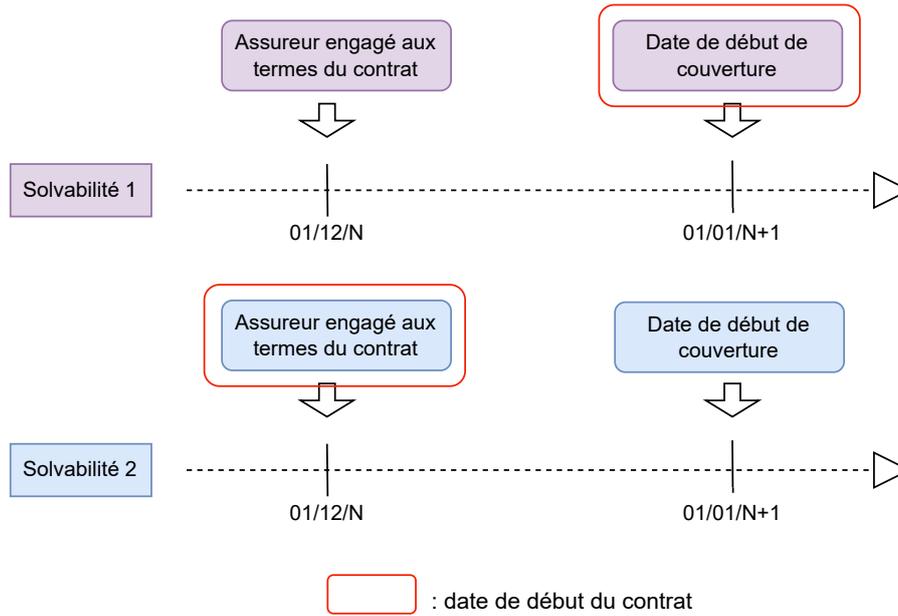


FIGURE A.2 : Comptabilisation initiale d'un contrat sous Solvabilité 1 et sous Solvabilité 2

Taux OAT 10 ans (%)

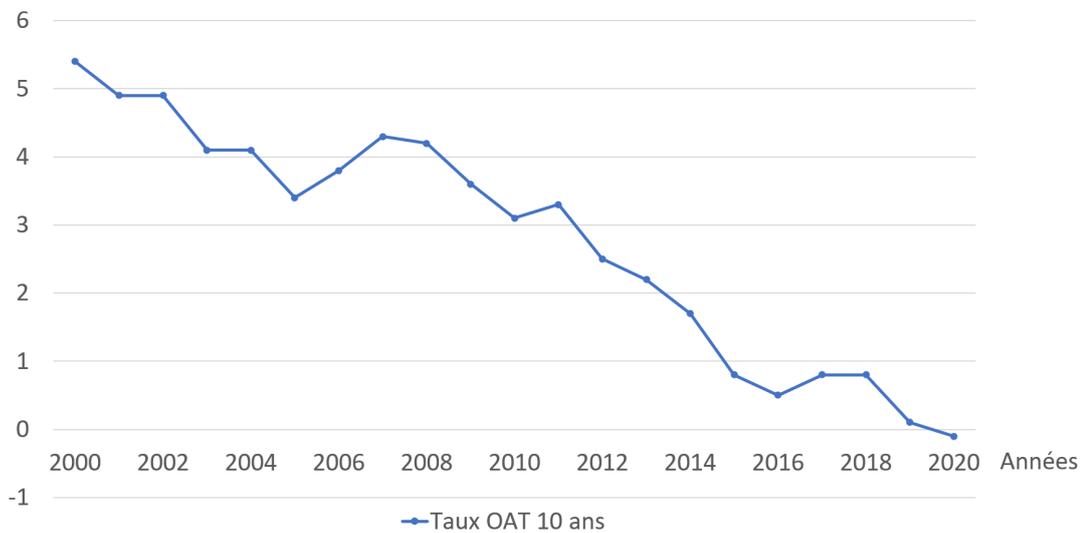


FIGURE A.3 : Taux d'intérêts des OAT 10 ans en France de 1981 à 2020 d'après l'ORGANISATION DE COOPÉRATION ET DE DÉVELOPPEMENT ÉCONOMIQUES (2022)

A.2 Implémentation du modèle de Vasicek pour l'IPCH

Après transformation des données des valeurs mensuelles de l'IPCH de Janvier 2006 à Août 2022 en indice de croissance sous la forme $r(t)$, l'étude des résidus de régression du nuage de points $(r(t+1), r(t))$ est présentée sur le Q-Q plot A.4.

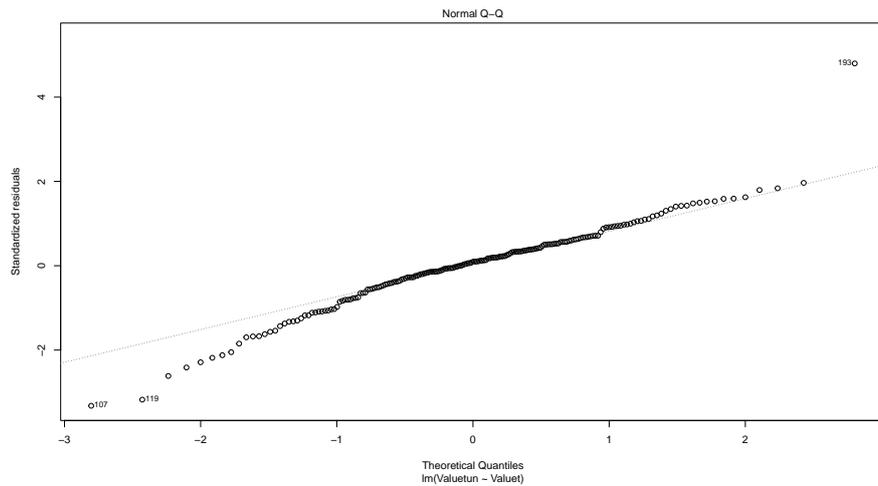


FIGURE A.4 : Q-Q plot des résidus de régression sur le nuage de points $(r(t+1), r(t))$

A.3 Étude des régresseurs du modèle de Séries Temporelles

Afin d'identifier la période éventuelle de la série temporelle des prix à la production dans l'industrie, le spectrogramme A.5 de la série est étudié afin d'identifier un pic significatif.

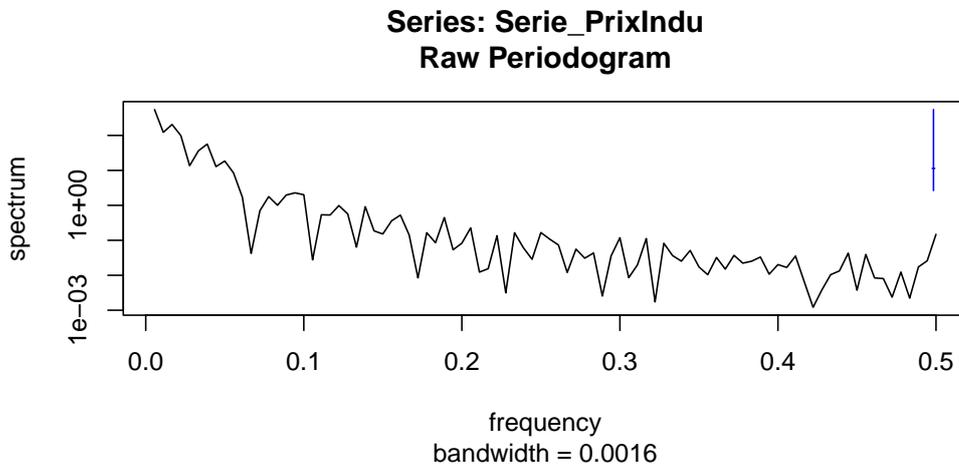


FIGURE A.5 : Spectrogramme de la série de l'indice des prix à la production dans l'industrie

L'étude de la périodicité de la série temporelle du taux de chômage en Europe est possible grâce à son spectrogramme A.6 indiquant un pic à la fréquence $0,0833 = \frac{1}{12}$.

Pour analyser la périodicité de la série du rendement des obligations AAA, l'intérêt est porté sur son spectrogramme A.7.

L'étude des caractéristiques de la série de l'indice de confiance des consommateurs européens nécessite l'analyse de son spectrogramme A.8 pour déduire l'existence ou non d'un phénomène de périodicité.

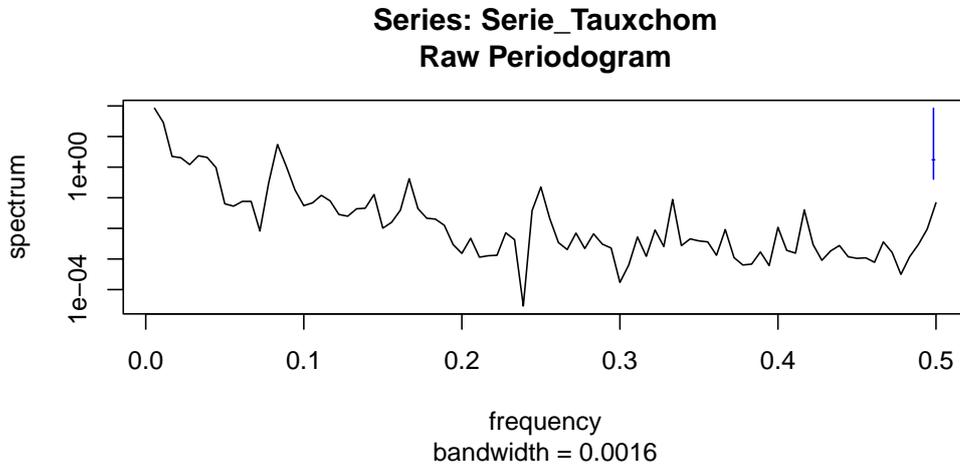


FIGURE A.6 : Spectrogramme de la série du taux de chômage

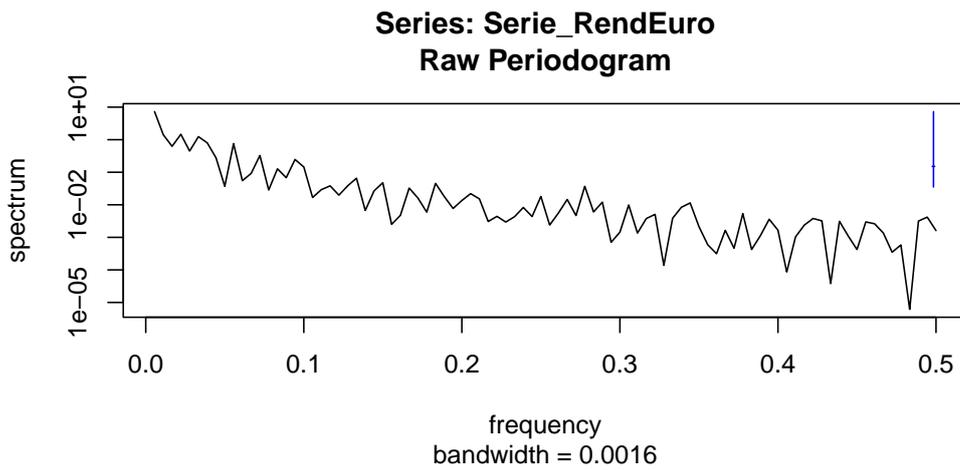


FIGURE A.7 : Spectrogramme de la série du rendement des obligations AAA

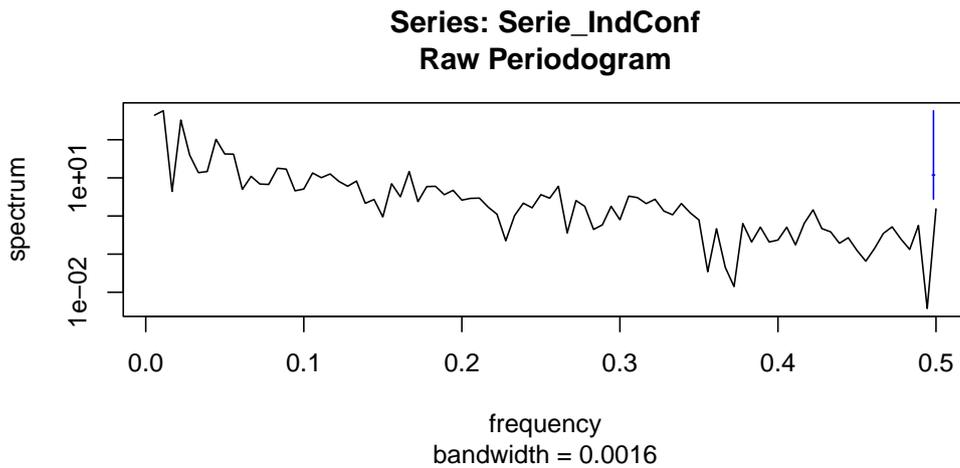


FIGURE A.8 : Spectrogramme de la série de l'indice de confiance

Le but des modèles de séries temporelles étant de pouvoir prédire les variations de l'inflation IPCH en fonction du temps, il est nécessaire d'analyser le spectrogramme A.9 de cette série dans l'optique de choisir le modèle optimal pour sa prédiction.

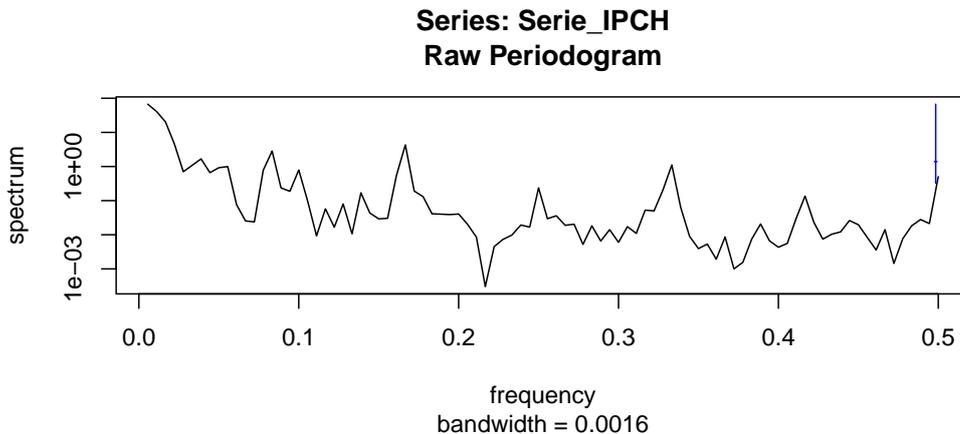
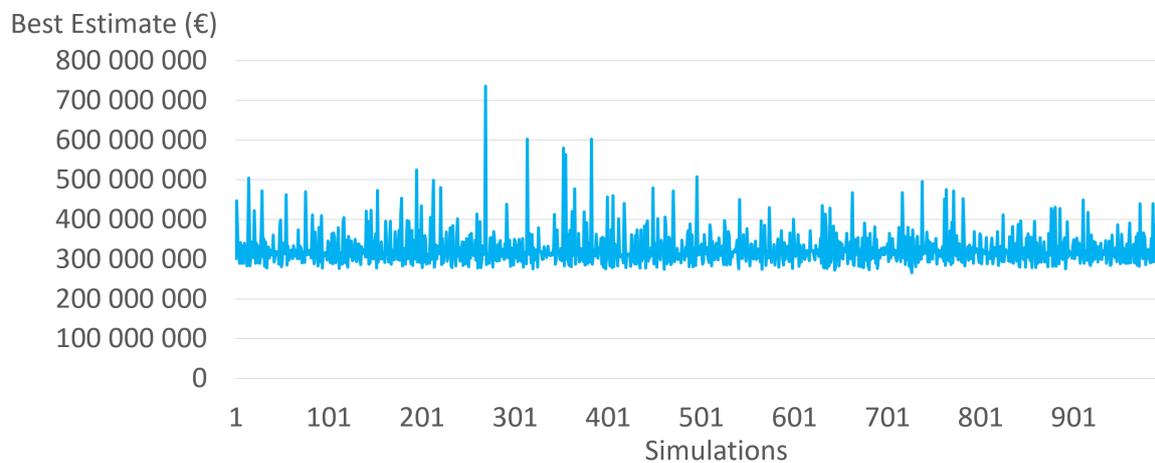
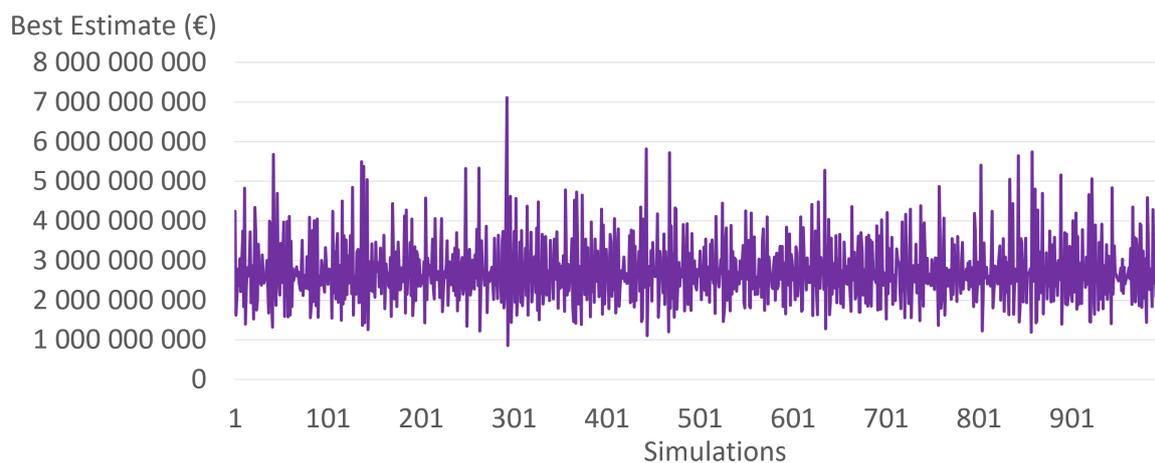


FIGURE A.9 : Spectrogramme de la série de l'IPCH

A.4 Best Estimates de l'assureur avec IPCH suivant le modèle de Vasicek

En calculant les passifs de l'assureur avec une modélisation de l'inflation des frais sous la forme d'un processus de Vasicek, les Best Estimates du fonds en euros B représentés sur le graphique A.10 sont obtenus sur chacun des 1000 scénarios.

Après projection de l'activité de l'assureur en considérant une inflation des frais suivant un modèle de Vasicek, le Best Estimate du fonds UC A prend les valeurs indiquées sur le graphique 3.12.

FIGURE A.10 : Best Estimates du fonds *B* sur les 1000 scénarios du modèle de VasicekFIGURE A.11 : Best Estimates du fond UC *A* sur les 1000 scénarios du modèle de Vasicek

Le Best Estimate du fonds UC *B* de l'assureur prend les valeurs indiquées sur le graphique A.12 sur chacun des 1000 scénarios considérés pour projeter l'activité de l'assureur avec une inflation des frais suivant un processus de Vasicek.

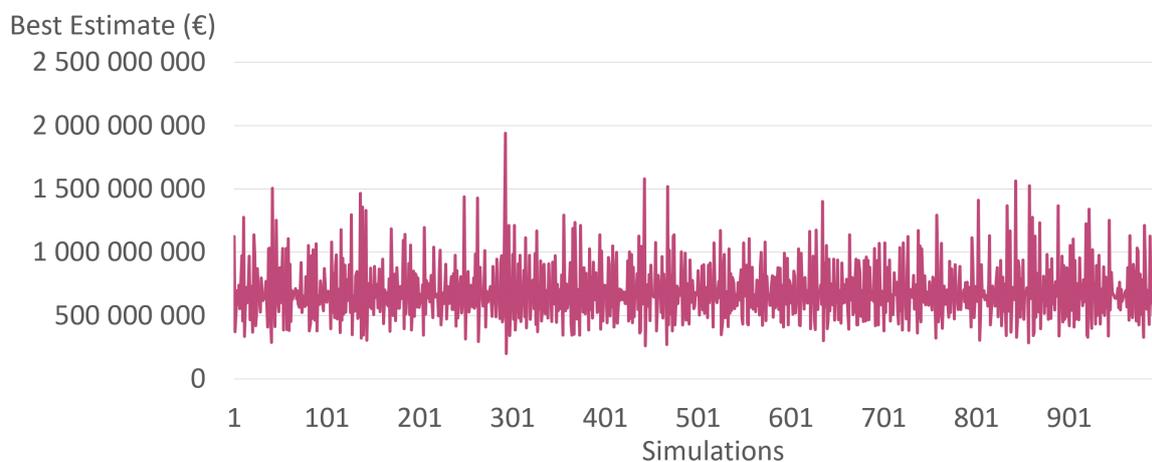


FIGURE A.12 : Best Estimates du fond UC *B* sur les 1000 scénarios du modèle de Vasicek

A.5 Étude du lien entre rachats et inflation IPCH

Après régression sur le nuage de points formé en exprimant les taux de rachats des fonds en euros en fonction de l'inflation IPCH entre 2011 et 2020, le Q-Q plot A.13 des résidus est obtenu.

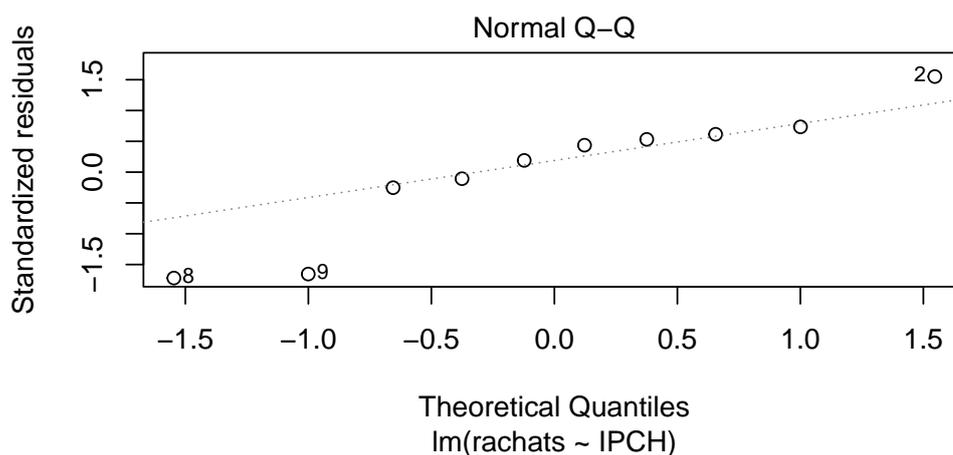


FIGURE A.13 : Q-Q plot des résidus de régression sur le nuage de points (*Taux de rachats, IPCH*)