

Mémoire présenté devant l'ENSAE Paris  
pour l'obtention du diplôme de la filière Actuariat  
et l'admission à l'Institut des Actuaire  
le 06/11/2024

Par : **Leela Thamaraiykkannan**

Titre : **Développement de méthodes simplificatrices pour  
le calcul de la marge pour risque classique et  
révisée en présence d'hétérogénéité des risques**

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de la filière*

*Entreprise : Addactis*

*Nom : Pierre Picard*

*Signature :*

*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuaire*

*Directeur du mémoire en entreprise :*

*Nom : Janick Jeminet*

*Signature : Janick JEMINET*

**Autorisation de publication et de  
mise en ligne sur un site de  
diffusion de documents actuariels**  
*(après expiration de l'éventuel délai de  
confidentialité)*

*Signature du responsable entreprise*

Secrétariat :

*Janick JEMINET*

*Signature du candidat*

Bibliothèque :

*Leela*

---

DÉVELOPPEMENT DE MÉTHODES SIMPLIFICATRICES POUR LE  
CALCUL DE LA MARGE POUR RISQUE CLASSIQUE ET RÉVISÉE  
EN PRÉSENCE D'HÉTÉROGÉNÉITÉ DES RISQUES

---

# Table des matières

Résumé	4
Abstract	5
Remerciements	6
<b>1 Introduction</b>	<b>7</b>
<b>2 Contextualisation</b>	<b>8</b>
2.1 Introduction à la Solvabilité II . . . . .	8
2.1.1 Pilier 1 . . . . .	10
2.1.2 Pilier 2 . . . . .	14
2.1.3 Pilier 3 . . . . .	16
2.2 Marge pour Risque ( <i>Risk Margin</i> ) . . . . .	17
2.2.1 Les méthodes simplificatrices . . . . .	19
2.2.2 Discussion sur les hypothèses . . . . .	22
2.3 Révision 2020 - Introduction du paramètre $\lambda$ . . . . .	27
2.3.1 Les méthodes simplificatrices : l'impact du Lambda . . . . .	29
2.4 Les données utilisées et les produits modélisés . . . . .	30
2.4.1 Les données . . . . .	30
2.4.2 Les produits modélisés . . . . .	30
<b>3 Analyse des méthodes simplificatrices face aux risques modélisés</b>	<b>32</b>
3.1 Comparaison des ratios - Avec le BE total . . . . .	33
3.2 Revue du calcul du BE . . . . .	34
3.3 Comparaison des ratios - Avec le BE à flux sortants positifs . . . . .	36
3.3.1 Décès . . . . .	37

3.3.2	Rente de Conjoint . . . . .	38
3.3.3	Santé . . . . .	44
3.3.4	Auto . . . . .	50
3.3.5	Obsèques . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Développement de nouvelles méthodes simplificatrices</b>	<b>56</b>
4.1	L'équivalence des méthodes simplificatrices . . . . .	56
4.2	De nouvelles méthodes face à l'hétérogénéité des risques . . . . .	58
4.2.1	Alternatives au coefficient de diversification . . . . .	62
4.3	Introduction du paramètre $\lambda$ . . . . .	64
4.4	Aménagements et approfondissements des nouvelles méthodes . . . . .	66
4.4.1	Corrections et précisions . . . . .	66
4.4.2	Approfondissements . . . . .	68
4.5	Récapitulatif des nouvelles méthodes . . . . .	69
<b>5</b>	<b>Analyse des résultats</b>	<b>70</b>
5.1	Vérifications préliminaires . . . . .	72
5.2	Comparaison des méthodes en présence d'homogénéité . . . . .	73
5.2.1	Santé . . . . .	73
5.2.2	Non-Vie . . . . .	75
5.2.3	Vie . . . . .	76
5.3	Comparaison des méthodes en présence d'hétérogénéité des risques . . . . .	79
5.3.1	Santé et Non-Vie . . . . .	79
5.3.2	Santé, Non-Vie et Vie . . . . .	81
5.4	Comparaison des méthodes en présence d'hétérogénéité des risques et d'hétérogénéité des périodes de couverture . . . . .	84
5.4.1	Vie . . . . .	84

5.4.2	Santé, Non-Vie et Vie . . . . .	86
5.5	Introduction du paramètre $\lambda$ . . . . .	89
5.5.1	En présence d'homogénéité . . . . .	89
5.5.2	En présence d'hétérogénéité . . . . .	91
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>92</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>94</b>
	<b>Annexe</b>	<b>95</b>
	<b>Note de Synthèse</b>	<b>96</b>
	<b>Executive Summary</b>	<b>100</b>

# Résumé

**Mots-clés** : Marge pour risque, Méthodes simplificatrices, Révision 2020, Lambda, SCR, Formule standard, Solvabilité II, Hétérogénéité des risques

Introduit dans le cadre de la réglementation Solvabilité II, la marge pour risque est une estimation du coût de transfert d'un portefeuille d'engagements d'un premier assureur à une entité de référence fictive. Elle contribue à garantir que les assureurs disposent de fonds suffisants pour couvrir les risques auxquels ils sont exposés.

Son calcul implique d'effectuer des projections de SCR (*Solvency Capital Requirement*) jusqu'à l'échéance du portefeuille d'engagements de l'assureur, une tâche complexe. Ce calcul complexe est aggravé par des révisions en 2020, introduisant un paramètre  $\lambda$  dépendant du temps.

Pour alléger le calcul, plusieurs méthodes simplificatrices sont mises en place, mais elles reposent sur des hypothèses d'homogénéité des risques qui ne reflètent pas la réalité des portefeuilles diversifiés des assureurs.

Ce mémoire propose de développer des méthodes simplificatrices adaptées aux portefeuilles hétérogènes. Pour ce faire, nous modélisons cinq segments de produits d'assurance dont les caractéristiques sont hétérogènes : ils sont exposés à différents risques et ont des périodes de couverture différentes.

Les nouvelles méthodes simplificatrices sont construites à partir des méthodes existantes mais sont appliquées au niveau des segments et non pas au niveau de l'entité d'assurance. Cela demande une analyse profonde des segments, qui nous mène à une revue du calcul de la meilleure estimation, une différenciation des risques selon leur nature persistante ou non persistante et une prise en compte holistique de la diversification qui intervient aux différents niveaux de l'entité d'assurance.

Les résultats témoignent d'une amélioration par rapport aux méthodes existantes et notamment, une robustesse face à l'hétérogénéité des portefeuilles.

## Abstract

Introduced within the framework of the Solvency II regulation, the risk margin is an estimate of the cost of transferring an insurer's liability portfolio to a hypothetical reference entity. It helps ensure that insurers hold sufficient funds to cover the risks to which they are exposed.

Its calculation involves the complex task of projecting the SCR (*Solvency Capital Requirement*) until the insurer's liability portfolio reaches maturity. This complexity is exacerbated by revisions in 2020 that introduce a time-dependent parameter,  $\lambda$ , to the calculation.

To ease the calculation, several simplification methods have been established by regulators, but they rely on assumptions of risk homogeneity that do not reflect the reality of insurers' diversified portfolios.

This thesis aims to develop simplification methods adapted to heterogeneous portfolios. To achieve this, we model five insurance product segments with heterogeneous characteristics : they are exposed to different risks and have varying coverage periods.

The new simplification methods are built upon existing methods but are applied at the segment level rather than at the insurance entity level. This requires a thorough analysis of the segments, leading us to a review of the best estimate calculation, a differentiation of risks based on their persistent or non-persistent nature, and a holistic consideration of diversification that occurs at various levels of the insurance entity.

The results demonstrate an improvement over existing methods, particularly in terms of robustness in dealing with portfolio heterogeneity.

## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon tuteur d'entreprise Janick Jeminet dont l'expertise, l'accompagnement et la bienveillance m'ont permis de développer mes compétences et de mener à bien ce mémoire.

Je remercie également Marielle de la Salle, ainsi que mes collègues d'addactis dont le soutien et la sympathie m'ont permis de travailler dans un cadre agréable et convivial.

Je souhaite également remercier mon tuteur pédagogique M. Pierre Picard pour son suivi, ainsi que mes enseignants de l'ENSAE, dont les conseils avisés ont contribué à la rédaction de ce mémoire.

Enfin, je souhaite adresser une pensée toute particulière à ma famille et à mes amis, pour leur soutien indéfectible, leur patience et leurs encouragements constants qui m'ont porté durant tout ce parcours.

# 1 Introduction

La marge pour risque est un élément essentiel du cadre réglementaire Solvabilité II, contribuant à garantir que les compagnies d'assurance disposent de fonds propres suffisants pour couvrir les risques liés à leurs engagements. Depuis son introduction en 2016, la marge pour risque a suscité de nombreux débats en raison de la complexité de son calcul, qui repose sur des projections lourdes de capital de solvabilité requis futurs. Cette complexité est accentuée par les révisions de 2020, qui ont renouvelé l'intérêt pour l'optimisation et la simplification de la marge pour risque, avec l'introduction d'un paramètre  $\lambda$  dépendant du temps. Calculer la marge pour risque de manière précise représente alors un enjeu majeur pour les assureurs.

Pour alléger la tâche, des méthodes simplificatrices ont été autorisées, permettant de réduire les charges de calcul tout en maintenant une certaine précision. Cependant, ces méthodes simplificatrices se prêtent difficilement à la réalité, car elles reposent sur des hypothèses sous-jacentes rarement vérifiables. Notamment, leur application nécessite une homogénéité des risques au sein du portefeuille des engagements des compagnies d'assurance.

Pour répondre à cette limitation, ce mémoire propose de développer de nouvelles méthodes simplificatrices adaptées à des portefeuilles hétérogènes. En particulier, il explore l'application des méthodes existantes au niveau des segments de produit, plutôt qu'au niveau global de l'entité d'assurance. Cette approche vise à améliorer l'applicabilité et la précision des estimations de la marge pour risque tout en maintenant la simplicité et la praticabilité des méthodes existantes.

Nous commencerons par un rappel du cadre réglementaire et des méthodes simplificatrices de la marge pour risque, avant et après la révision 2020, pour discuter des hypothèses sous-jacentes et de la nécessité de nouvelles méthodes plus robustes face à l'hétérogénéité. Ensuite, nous analyserons les risques et produits à modéliser pour identifier les spécificités à intégrer dans les nouvelles méthodes proposées. Nous expliciterons ces méthodes en intégrant des corrections et aménagements pour renforcer leur robustesse. Enfin, nous analyserons les résultats des calculs de ces nouvelles méthodes avec des jeux de données variés pour évaluer leurs capacités et leurs limites.

## 2 Contextualisation

### 2.1 Introduction à la Solvabilité II

Solvabilité II est un cadre réglementaire qui s'impose aux entreprises d'assurance et de réassurance européennes. Entrée en vigueur le 1<sup>er</sup> janvier 2016, cette réglementation vise à garantir une protection adéquate des assurés, tout en améliorant la compétitivité du secteur des assurances européen à l'international, à travers une gestion des risques chez les assureurs à la fois holistique et rigoureuse et une harmonisation des réglementations au sein de l'Union Européenne, facilitant l'intégration des marchés européens en un marché unique et permettant aux assureurs de s'étendre au-delà de leurs frontières nationales.

Elle remplace la réglementation Solvabilité I, mise en place dans les années 1970s. Celle-ci engageait une vision comptable du bilan, se concentrait principalement sur les provisions que les assureurs devaient constituer pour honorer leurs engagements et définissait une marge de solvabilité simpliste (une fonction de pourcentages sur les primes et les sinistres) non entièrement en phase avec la nature et la diversité des risques portés par l'assureur. Elle s'est révélée inadéquate, notamment durant la crise financière de 2008, avec de nombreux assureurs se retrouvant en difficulté en raison de mauvaises évaluations et gestions des risques.

Dans la lignée de Bâle II pour le secteur bancaire, la réglementation Solvabilité II vise à mieux adapter les fonds propres exigés des assureurs, afin que ceux-ci soient représentatifs de leurs profils de risque. Elle adopte donc une vision économique du bilan, en valorisant les actifs et les passifs aux valeurs de marché, et intègre différents types de risques, chacun comptabilisé et quantifié selon sa nature, son échelle et sa complexité. Elle vise également l'établissement d'un système de gouvernance efficace chez les assureurs, capable de faire tenir une gestion des risques saine et prudente de leurs activités. Autant d'importance est donnée à la nécessité de transparence, à la fois envers les autorités de contrôle et le public.

Le cadre de Solvabilité II repose sur trois piliers fondamentaux, chacun jouant un rôle crucial dans la régulation et la supervision des assurances :

#### – **Pilier 1 : Exigences quantitatives**

Celui-ci fixe les exigences quantitatives pour les assureurs en matière de capital et de solvabilité, déterminant le montant de capital qu'ils doivent détenir pour couvrir les risques liés non seulement aux contrats d'assurance détenus, mais également aux marchés financiers et aux opérations internes de l'entreprise.

#### – **Pilier 2 : Exigences qualitatives**

Celui-ci se concentre sur la gouvernance et la gestion des risques. Il exige que les assureurs évaluent régulièrement leurs besoins en capital via un processus d'auto-évaluation, mettent en place des systèmes de gestion des risques robustes et créent des fonctions dédiées au contrôle vis-à-vis des multiples aspects de leur activité.

#### – **Pilier 3 : Transparence et reporting**

Celui-ci vise à renforcer la transparence et la discipline de marché en imposant des exigences de reporting et de divulgation aux assureurs. Ces derniers doivent publier des rapports financiers

détaillés, ainsi que des informations sur leur solvabilité, pour permettre aux acteurs, tels que les autorités de contrôle et les assurés, de prendre des décisions informées.

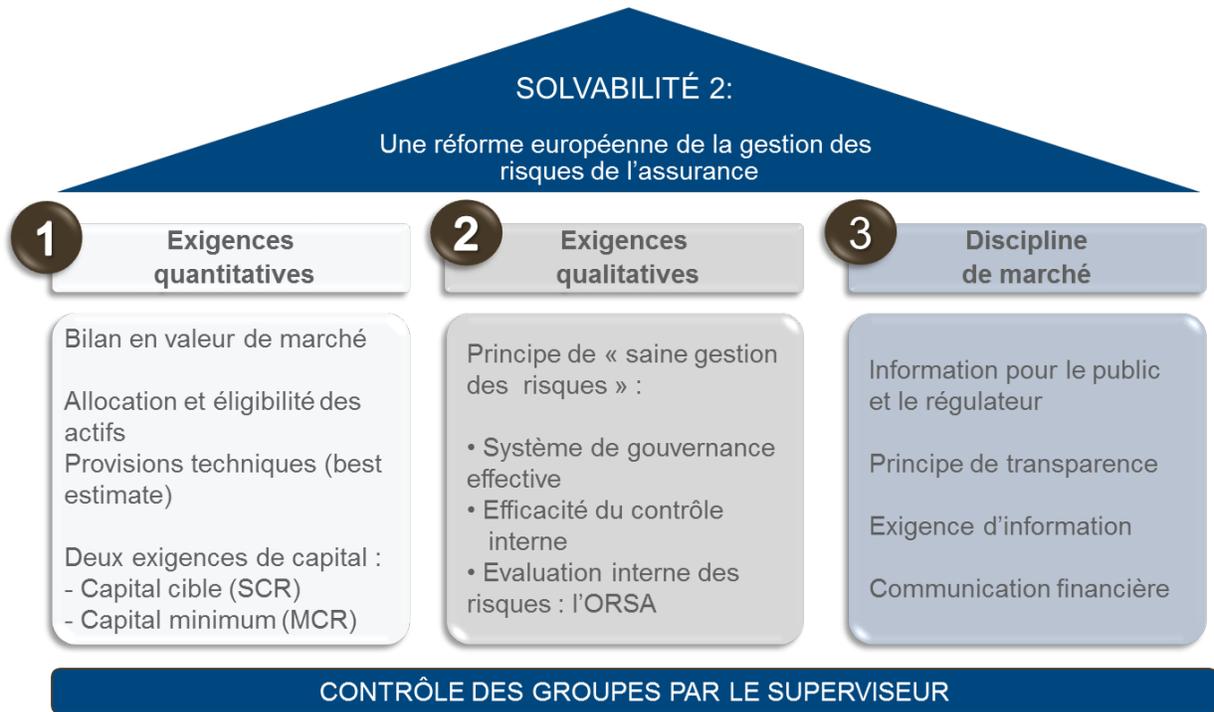


FIGURE 1 – Les trois piliers de la réglementation Solvabilité II [7]

Ainsi, la réglementation Solvabilité II améliore la régulation des assurances en Europe. Elle impose des exigences rigoureuses et sophistiquées en matière de capital et promeut une gestion proactive des risques. Ce cadre garantit que les assureurs peuvent remplir leurs obligations, tout en augmentant la transparence ainsi que la stabilité et la confiance dans le secteur.

### 2.1.1 Pilier 1

Le Pilier 1 se concentre sur les exigences quantitatives en matière de capital. Il vise à garantir que les assureurs disposent de réserves financières suffisantes pour absorber les pertes imprévues et protéger les assurés. Ce pilier repose sur plusieurs éléments clés définis dans les règlements délégués : le *Solvency Capital Requirement* (SCR, Capital de Solvabilité Requis), qui dépend lui-même des provisions techniques.

#### Provisions Techniques

Celles-ci représentent la valeur de marché des engagements de l'assureur. Elles jouent un rôle crucial dans le calcul du SCR, et par conséquent, dans l'évaluation de la solvabilité de l'assureur. Elles sont évaluées régulièrement et sont ajustées en fonction de l'évolution des conditions économiques et des informations disponibles. Elles sont divisées en deux composantes principales : la *Best Estimate* (BE, Meilleure Estimation), la meilleure estimation des flux de trésorerie futurs et la *Risk Margin* (RM, Marge pour Risque), le coût d'immobilisation du capital.

Le BE représente une estimation des flux de trésorerie futurs, attendus de tous les contrats d'assurance en cours ou déjà engagés. Selon l'Article 77 de la directive Solvabilité II, il se calcule en sommant les flux de trésorerie futurs espérés actualisés. Cette estimation inclut, entre autres, les paiements pour sinistres, les frais de gestion des sinistres, et les primes futures à recevoir.

$$BE = \sum_{t>0} \frac{E[F_t]}{(1+r_t)^t}$$

où  $E[F_t]$  est l'espérance des flux de trésorerie futurs à la date  $t$  et  $r_t$  est le taux d'actualisation pour l'année  $t$ .

La RM est un montant qui s'ajoute au BE. C'est une estimation du coût de transfert d'un portefeuille d'engagements d'un premier assureur à un second, appelé entreprise de référence, ou *reference undertaking* (RU). Selon l'Article 37 des règlements délégués, elle se calcule comme une part fixe de la somme des SCR futurs actualisés.

$$RM = CoC * \sum_{t \geq 0} \frac{SCR^{RU}(t)}{(1+r_{t+1})^{t+1}}$$

où  $CoC$  est un coefficient représentant le coût du capital,  $SCR^{RU}(t)$  est le montant du SCR de l'entreprise de référence à la date  $t$  et  $r_{t+1}$  est le taux d'actualisation à la date  $t+1$ . Le  $SCR^{RU}$  fera l'objet d'une description précise ultérieurement. Il découle du SCR, lui-même présenté dans la section qui suit.

## *Solvency Capital Requirement (SCR)*

Celui-ci représente le niveau de capital que les assureurs doivent détenir pour couvrir les risques majeurs auxquels ils sont exposés. L'Article 101 de la directive définit le SCR comme le niveau de capital permettant de limiter la probabilité de ruine économique de l'assureur à 0,5 % à horizon d'un an, c'est-à-dire, l'assureur est supposé faire faillite au maximum une fois tous les 200 ans. Il est basé sur la VaR des fonds propres de base de l'assureur au niveau de 99,5% à horizon d'un an :

$$SCR = VaR_{99,5\%}(FP_0)$$

Il existe deux approches pour déterminer le SCR :

### – La formule standard

C'est une méthode générale, standardisée et réglementée pour calculer le SCR. Elle décompose les risques en plusieurs catégories, ou modules, principales, chacune ayant des sous-composantes spécifiques. Les principales catégories de risques sont :

- **les risques de souscription (santé, vie, non-vie)** : ce sont des risques liés aux garanties fournies par les contrats d'assurance, incluant les risques de mortalité, de longévité, de catastrophe, etc.
- **le risque de marché**
- **le risque de défaut**
- **le risque opérationnel**

La formule standard utilise une approche modulaire, où chaque module correspond à un type de risque. Pour chaque module, des chocs ou des scénarios sont appliqués (comme énoncés dans les règlements délégués) aux expositions de l'assureur afin d'estimer ses pertes potentielles en matière de fonds propres, en comparant le BE en temps normal et celui sous choc.

Les résultats de ces calculs par module de risque sont ensuite agrégés pour obtenir un SCR global pour toute l'entité d'assurance. L'agrégation se fait via des matrices de corrélation qui reflètent les relations entre les risques et permettent de tenir compte des effets de diversification ou de concentration des risques.

Le SCR se calcule de la façon suivante :

$$SCR = BSCR + Ajustements + SCR_{Op}$$

Où :

- *BSCR*, ou *BasicSCR*, représente le capital requis de base
- *Ajustements* représente les ajustements au titre de la capacité d'absorption des pertes
- *SCR<sub>Op</sub>* représente le besoin en capital au titre du risque opérationnel

C'est  $BSCR$  qui s'obtient via l'agrégation des modules de risque décrite ci-dessus. Il se calcule comme suit :

$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} SCR_i SCR_j} + SCR_{Intangibles}$$

Où :

- $SCR_i$  représente le besoin en capital lié au module de risque  $i$
- $Corr_{i,j}$  représente le niveau de corrélation entre les modules de risque  $i$  et  $j$
- $SCR_{Intangibles}$  représente le besoin en capital pour le risque lié aux immobilisations incorporelles

Il faut noter que dans le cadre de ce mémoire, afin de simplifier nos analyses, nous ne prenons pas en compte  $SCR_{Intangibles}$ , nous le supposons nul. Il en sera de même pour le risque de défaut.

L'objectif est d'assurer que le SCR global soit suffisant pour couvrir les risques combinés auxquels l'assureur est exposé.

Bien qu'elle présente des avantages en termes de simplicité et de comparabilité, elle nécessite une application judicieuse et parfois des ajustements spécifiques pour refléter de manière adéquate les profils de risque individuels des assureurs.

#### – **Les modèles internes**

Les assureurs peuvent utiliser leurs propres modèles, développés en interne et plus adaptés à leurs profils de risque spécifiques, pour calculer le SCR, pourvu que ceux-ci soient approuvés par l'autorité de contrôle, conformément à l'Article 223 des règlements délégués.

Il est également possible pour les assureurs d'adopter une modélisation partielle de leurs activités, s'appuyant sur des modèles internes simplifiés accompagnés d'éléments de standardisation.

Dans le cadre de ce mémoire, nous allons travailler sur la formule standard et non sur les modèles internes.

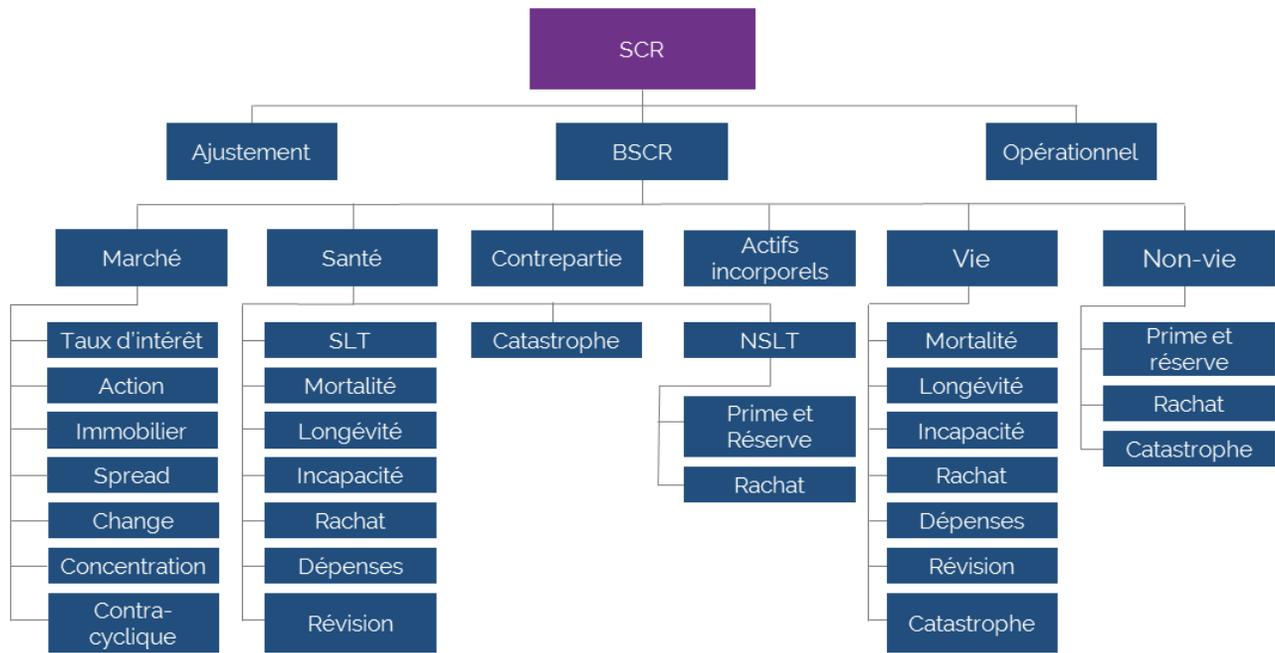


FIGURE 2 – La formule standard - modules de risques et agrégation [6]

### 2.1.2 Pilier 2

Le Pilier 2 est axé sur les exigences de gouvernance, les contrôles internes, et un processus continu d'auto-évaluation et de surveillance. Il se concentre sur la qualité des systèmes de gestion des risques des assureurs et sur la façon dont ils sont gérés au quotidien. Il complète les exigences quantitatives du Pilier 1 en intégrant également des aspects qualitatifs essentiels à une gestion efficace des risques. Il se décline en deux parties :

#### L'ORSA (*Own Risk and Solvency Assessment*)

C'est une évaluation interne des risques et de la solvabilité propre à chaque assureur. L'ORSA implique une analyse prospective et continue des risques auxquels l'assureur est exposé et de la suffisance de ses fonds propres pour couvrir ces risques.

Il exige que les assureurs identifient tous les risques matériels auxquels ils sont exposés, qu'ils soient liés à la détention de contrats d'assurance, aux marchés ou opérationnels. Cette évaluation inclut à la fois les risques quantitatifs (par exemple, le risque de marché et de longévité) et qualitatifs (par exemple, le risque de réputation).

Concrètement, les assureurs doivent projeter leur situation financière et leur solvabilité sur un horizon à moyen terme, généralement de trois à cinq ans, en prenant en compte les évolutions possibles de leur environnement économique et commercial. Il s'agit d'une évaluation du besoin global de solvabilité ayant pour but de s'assurer du respect permanent des exigences de capital.

Notamment, l'ORSA inclut l'analyse de scénarios défavorables, y compris des tests de résistance (*stress tests*), pour évaluer l'impact de chocs extrêmes sur la solvabilité de l'assureur. Ces scénarios aident ces derniers à comprendre les conditions adverses auxquelles ils peuvent faire face, la façon dont ils devraient réagir et à planifier en conséquence.

Cette nécessité de projeter l'ensemble des indicateurs de Solvabilité II implique en particulier la projection de la RM. Or, cette dernière nécessite la projection du SCR en situation de *run-off* (décrite dans la section 2.2). Les organismes sont donc confrontés à une situation de double projection, qui peut alourdir les processus, les performances, voire dans certains cas ne pas être gérée par leur modélisation. L'approche de ce mémoire permet donc également d'alléger ce cas de figure.

#### Gouvernance et Contrôles Internes

Sans relation immédiate avec ce mémoire, mais afin de compléter la description du Pilier 2, notons que ce dernier met un accent fort sur les aspects qualitatifs de la gestion des risques et de la gouvernance chez les assureurs. Ceux-ci doivent établir un système de gouvernance solide, comprenant des structures organisationnelles appropriées, des politiques de gestion des risques, des procédures de contrôle interne et des fonctions clés.

Des fonctions clés, telles que la gestion des risques, l'audit interne, l'actuariat et la conformité, sont identifiées. Celles-ci doivent être indépendantes et dotées des ressources nécessaires pour fonctionner efficacement.

L'autorité de contrôle évalue la qualité du système de gouvernance, la transparence des procédures et la culture de gestion des risques chez l'assureur. Ce processus inclut des examens réguliers et des dialogues avec les assureurs pour assurer une compréhension commune des risques et des pratiques de gestion.

### 2.1.3 Pilier 3

Le Pilier 3 se concentre sur la communication des informations des deux piliers précédents de façon harmonisée au niveau européen. Il s'agit de la publication de rapports quantitatifs et narratifs. Les premiers reprennent les informations calculées dans le cadre des Piliers 1 et 2, ainsi que des informations plus globales concernant la situation financière de l'assureur, et les derniers cherchent à expliquer et donner du contexte à ces chiffres. Ces rapports sont soumis tous les ans, et pour certains, tous les trimestres également. Certains de ces rapports sont à destination du public, et d'autres ne sont accessibles qu'à l'autorité de contrôle. Parmi ces rapports, nous retrouvons le SFCR (*Solvency and Financial Conditions Report*), le RSR (*Regular Supervisory Report*) et les QRT (*Quantitative Reporting Templates*). La RM, ainsi que les quantités qui en dépendent, telles que les fonds propres disponibles de l'assureur et son ratio de solvabilité, sont alors publiées dans ces différents rapports.

## 2.2 Marge pour Risque (*Risk Margin*)

L'Article 77 de la directive Solvabilité II définit la RM comme étant calculée « de manière à garantir que la valeur des provisions techniques est équivalente au montant que les entreprises d'assurance et de réassurance demanderaient pour reprendre et honorer les engagements d'assurance et de réassurance ».

Comme évoqué dans la section 2.1.1, la RM est une estimation du coût de transfert d'un portefeuille d'engagements d'un premier assureur à une deuxième entreprise de référence. Dans un simple transfert « neutre », l'assureur s'engage à payer la valorisation de marché/le coût de ce portefeuille à l'entreprise de référence pour que celle-ci le prenne en charge parmi ces passifs jusqu'à son échéance.

Or, un tel transfert ne prend pas en compte le coût additionnel pour l'entreprise de référence que représente la prise en charge de ce portefeuille. En acceptant un nouveau portefeuille d'engagements, elle s'expose également aux risques associés à celui-ci jusqu'à son échéance. Pour se couvrir contre ces risques additionnels, l'entreprise de référence doit immobiliser un certain niveau de capital parmi ses fonds propres, augmentant ainsi son SCR.

Cette immobilisation de capital représente également un coût d'opportunité : en prenant en charge ces engagements, l'entreprise de référence est obligée d'investir ce capital dans une catégorie restreinte de véhicules d'investissements, considérés éligibles pour couvrir le SCR, car ils sont plus liquides et moins risqués, et par conséquent, moins rémunérateurs également. Sans la prise en charge du portefeuille, elle serait libre d'investir ce capital dans des véhicules plus risqués et plus rémunérateurs.

Ainsi, lors du transfert du portefeuille d'engagements, l'assureur paie un montant additionnel, la RM, à l'entreprise de référence, pour compenser son coût d'opportunité en termes d'investissement suite à l'augmentation de SCR due à la prise en charge d'engagements, et ainsi, de risques supplémentaires.

L'Article 37 des règlements délégués nous donne la formule suivante de la RM. Celle-ci s'applique au portefeuille global d'engagements de l'assureur.

$$RM = CoC * \sum_{t \geq 0} \frac{SCR^{RU}(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

Où :

- *CoC*, ou *Cost of Capital*, est un coefficient représentant le coût d'immobilisation du capital, fixé aujourd'hui à 6% dans l'Article 39 des règlements délégués
- $SCR^{RU}(t)$  est le montant du SCR de l'entreprise de référence projeté pour l'année d'évaluation  $t$
- $r_{t+1}$  est le taux d'intérêt sans risque pour l'année d'évaluation  $t+1$ , choisi en fonction de la monnaie dans laquelle les évaluations de l'assureur sont faites

L'Article 38 énonce les hypothèses sous-jacentes à ce calcul de RM, portant notamment sur l'entreprise de référence. Elles permettent la création d'une approche standardisée et prudente pour gérer les risques, sans dépendre de variables ou de conditions qui pourraient varier d'un assureur à l'autre.

L'entreprise de référence est une entité théorique utilisée pour faciliter le calcul de la RM. Elle n'existe pas réellement, mais elle est imaginée comme un véhicule qui aurait pour seule mission de gérer les

engagements en cours de l'assureur sans en prendre de nouveaux, permettant de se concentrer uniquement sur les risques actuellement en cours de l'assureur et non sur les incertitudes liées à de futures souscriptions. Elle est donc conçue pour être neutre, sans aucun biais dû à de nouvelles activités. Son objectif est d'administrer les risques de manière à maintenir une gestion optimale, en ayant éventuellement recours à la réassurance ou tout autre instrument financier, tout en ne souscrivant aucun nouveau contrat d'assurance.

Ainsi, il est important de retenir que les évaluations qui vont suivre seront effectuées en situation de *run-off*, c'est-à-dire, une situation où l'assureur ne prend plus de nouveaux contrats en charge et ne fait qu'honorer ses engagements existants jusqu'à leur échéance.

Il est également important de distinguer  $SCR(t)$  de  $SCR^{RU}(t)$ . Une autre hypothèse sur l'entreprise de référence est que celle-ci ait une gestion plus conservatrice et prudente de ses actifs et de ses passifs, et notamment de son risque de marché. En effet, comme évoqué plus haut, l'entreprise de référence est supposée investir majoritairement dans des actifs éligibles au SCR. Ceux-ci sont moins volatils et en général mieux couverts contre les risques de marché. Ainsi, dans le cadre du  $SCR^{RU}(t)$ , celui-ci tend à montrer une moindre exposition au risque de marché, car il repose sur l'hypothèse d'une gestion de risque plus sécurisée par l'entité de référence, en opposition avec le portefeuille d'actifs actuel de l'assureur. Ainsi, la plupart du temps, il est approprié de supposer le risque de marché nul, et donc de calculer  $SCR^{RU}(t)$  avec la formule standard, en excluant seulement le module de risque de marché.

### 2.2.1 Les méthodes simplificatrices

La formule évoquée dans la section précédente pour le calcul de la RM est compliquée et coûteuse. En effet, son calcul nécessite de faire des calculs exhaustifs de SCR non seulement pour l'année  $t = 0$ , mais également pour les années suivantes. Ces calculs impliquent plusieurs types de données provenant de départements variés au sein de l'entreprise d'assurance, demandant un effort important de coordination. Il se peut aussi que les assureurs n'aient pas tous les éléments nécessaires pour projeter les SCR futurs au moment de l'évaluation. De plus, dans le cas de l'ORSA, l'assureur est également confronté à la double projection, rendant encore plus compliqués les calculs.

Pour répondre aux problèmes évoqués, l'ACPR publie les Orientations 61 et 62 :

« Les entreprises évaluent si une projection complète de la totalité du futur capital de solvabilité requis (SCR) est nécessaire afin de rendre compte de la nature, de l'ampleur et de la complexité des risques inhérents aux engagements d'assurance et de réassurance de l'entreprise de référence de manière proportionnée. Dans un tel cas, les entreprises effectuent ces calculs. Autrement, des méthodes alternatives peuvent être utilisées pour calculer la marge de risque, en s'assurant que la méthode choisie représente adéquatement le profil de risque de l'entreprise. »

Les méthodes alternatives proposées sont des simplifications de la formule initiale. Elles ont pour but de réduire la charge administrative de ce calcul, notamment pour les assureurs de taille petite et moyenne qui peuvent ne pas avoir assez de ressources pour effectuer des calculs détaillés, tout en permettant aux entreprises de se conformer aux exigences de la réglementation Solvabilité II sans compromettre la précision de l'évaluation des risques.

L'Orientation 62 énonce les différentes méthodes simplificatrices proposées dans les textes réglementaires :

#### – Simplification 1

Elle s'appuie sur l'utilisation d'approximations pour calculer les SCR associés aux différents modules de risque ou à l'intérieur des modules de risques, pour chaque sous-risque.

#### – Simplification 2 - Proportionnalité BE x SCR

Cette méthode suppose une relation de proportionnalité entre le SCR au pas  $t$  et le BE au pas  $t$  :

$$SCR^{RU}(t) = \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * BE(t)$$

Ainsi, selon cette méthode, la RM est calculée comme suit :

$$RM = CoC * \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} \frac{BE(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

#### – Simplification 3 - Duration

Cette méthode permet de calculer la somme des SCR futurs actualisés en même temps en utilisant la duration des engagements de l'assureur :

$$RM = CoC * SCR^{RU}(0) * \frac{Dur(0)}{1 + r_1}$$

où  $Dur(0)$  est la duration calculée au moment de l'évaluation au pas  $t = 0$

#### – Simplification 4

Celle-ci exprime la RM comme une part du BE initialement évalué au pas  $t = 0$ . La RM est calculée pour chaque ligne d'activité :

$$RM = \alpha_{LoB} * BE(0)$$

où  $\alpha_{LoB}$  est un coefficient à estimer selon la ligne d'activité concernée

Ces méthodes simplificatrices sont autorisées sous réserve de respecter un certain nombre d'hypothèses sous-jacentes. Le document [3] publié le 28/01/2013 par l'EIOPA détaille les hypothèses sous-jacentes spécifiques à chaque méthode simplificatrice :

#### – Simplification 1

Ce document propose des simplifications possibles pour plusieurs modules de risque et de sous-risques. Elles s'appuient, pour la plupart, sur des hypothèses conditionnelles aux montants d'exposition associés aux différents sous-risques.

A titre d'exemple, pour le risque de défaut de contrepartie, si l'hypothèse que l'exposition au défaut des réassureurs reste relativement stable au cours des années est vérifiée, alors l'assureur peut approximer la charge de risque pour les années futures en appliquant la part du BE cédé aux réassureurs au niveau de la charge de risque observée pour l'année initiale  $t = 0$ .

#### – Simplification 2 - Proportionnalité BE x SCR

Celle-ci s'appuie sur une hypothèse majeure selon laquelle le profil de risque lié aux engagements est considéré comme inchangé au cours des années. Pour que cette hypothèse soit vérifiée, plusieurs sous-hypothèses doivent être vérifiées :

- La composition et la proportion des risques et des sous-risques restent les mêmes au cours des années
- La proportion de la part des réassureurs et des véhicules de titrisation dans les engagements reste la même au cours des années
- La qualité de crédit (*credit standing*) moyenne des réassureurs et des véhicules de titrisation reste la même au cours des années
- Le risque de marché résiduel par rapport au BE net reste le même au cours des années
- La capacité d'absorption des pertes des provisions techniques par rapport au BE net reste la

même au cours des années

Il est important de noter que cette méthode nécessite des BE non-négatives, afin de ne pas retrouver des SCR négatifs qu'il serait impossible d'avoir en réalité.

– **Simplification 3 - Duration**

Celle-ci s'appuie sur les mêmes sous-hypothèses que la simplification 2, sauf la deuxième qui est remplacée par « La duration modifiée est la même pour les engagements bruts et nets de réassurance ».

– **Simplification 4**

Cette méthode étant très simpliste, il n'existe pas d'hypothèse sous-jacente à vérifier explicitement. Mais il est demandé aux assureurs d'utiliser cette méthode uniquement en dernier recours, lorsque les simplifications ci-dessus ne sont pas viables, et de documenter de manière approfondie toutes les justifications par rapport à la détermination des valeurs des coefficients  $\alpha_{LoB}$ .

Comme pour la méthode simplificatrice 2, il est nécessaire d'avoir des BE non-négatives pour pouvoir appliquer cette méthode.

### 2.2.2 Discussion sur les hypothèses

Il est pertinent d'analyser de plus près certaines des hypothèses évoquées ci-dessus.

Premièrement, nous nous focalisons sur la première hypothèse des simplifications 2 et 3 : « La composition et la proportion des risques et des sous-risques restent les mêmes au cours des années ». En effet, celle-ci est très difficilement vérifiable en raison de la diversité des produits d'assurance et des risques auxquels les assureurs sont exposés. Les produits d'assurance varient considérablement, allant de l'assurance vie à l'assurance de santé, entre autres, chacun ayant des profils de risque distincts. Nous dédions donc les prochains paragraphes à cette problématique.

Pour une analyse de RM, comme évoqué dans la section 2.2, il est crucial de se placer dans une situation de *run-off*. A titre d'exemple, nous pouvons observer que les SCR de santé et de vie réagissent différemment au cours du temps en raison des caractéristiques inhérentes aux risques associés à chacun de ces domaines.

Le risque de santé concerne les produits d'assurance liés globalement aux dépenses de santé et aux soins médicaux tels que les maladies aiguës, les accidents et les traitements médicaux.

Il est généralement associé à un BE relativement faible par rapport au volume de primes souscrites, cela peut également être constaté dans le rapport SFCR du groupe d'assurance sur lequel nous nous appuyons pour modéliser les produits (voir la section 2.4.1). C'est en raison de plusieurs facteurs. Premièrement, une part importante des sinistres qui se produisent ne s'élèvent pas à des montants très élevés (par exemple, les consultations médicales et les hospitalisations courantes). Ceci fait que les prestations à déboursier restent faibles. Deuxièmement, et plus important encore, les contrats d'assurance santé sont souvent de courte durée (à base annuelle, comme ce qui est modélisé dans ce mémoire) et de plus, les sinistres sont réglés dans un délai très court après leur survenance. Ceci fait que les restes à charge, c'est-à-dire, les prestations non encore payées, à régler après la fin du contrat restent minimales. Ceci fait que, en situation de *run-off*, le BE reste faible et notamment, il chute rapidement les années suivantes. D'autres facteurs, tels que des montants limités de couverture par rapport aux contrats vie (par exemple, il n'y a pas de capitaux décès importants), ainsi que le renouvellement annuel des contrats d'assurance santé, permettant aux assureurs d'ajuster les primes et les conditions de couverture selon la sinistralité et réduisant l'incertitude sur les engagements futurs, renforcent ce phénomène observé d'un BE relativement faible qui chute rapidement au cours des années.

Or, nous observons également que le risque de santé affiche un SCR relativement élevé par rapport à son BE. Ceci est en raison du fait que le risque de santé est particulièrement volatil, notamment en raison de l'incertitude liée à la fréquence et à la gravité des sinistres. Par exemple, des hospitalisations prolongées peuvent entraîner des coûts nettement plus élevés que prévu. Une épidémie, par exemple, peut entraîner une augmentation soudaine du nombre de réclamations, ce qui rend difficile la prédiction des coûts. Le risque de santé est ainsi particulièrement sensible à des événements extrêmes et imprévus tels que des épidémies, des pandémies et des évolutions soudaines dans les coûts des traitements médicaux. Ces événements sont rares mais peuvent générer des pertes significatives pour l'assureur, à la fois par leur nature extrême mais également en raison du phénomène de concentration, où un nombre important d'assurés sont affectés par un même événement (par exemple, la crise sanitaire liée à la Covid-19). Ces pertes sont peu facilement prévisibles. Ceci rend important le besoin en capital pour couvrir ce type de risque, d'où un SCR élevé pour le risque de santé.

Quant au risque de vie, si nous prenons le cas d'un produit d'épargne, celui-ci est associé à un BE

relativement élevé par rapport à celui de la santé (également vérifiable dans le rapport SFCR qui sera évoqué plus loin dans la section 2.4.1). C'est en raison du fait que les primes collectées sont en fait des montants épargnés, et ceux-ci peuvent être cumulés pendant plusieurs années, voire des décennies, du fait de la nature long-termiste des contrats de ce type. Ainsi, le montant épargné, c'est-à-dire, les engagements accumulés de l'assureur sont élevés, conduisant alors à un BE élevé. De plus, ces produits garantissent un capital au terme du contrat. Les primes investies sont augmentées par des rendements ou des intérêts, contribuant ainsi à un montant final garanti qui est élevé, autre facteur contribuant à un BE élevé. Pour ce type de produit, nous observons également que le BE en situation de *run-off* s'écoule progressivement au cours des années à cause des rachats et des décès progressifs des assurés, qui font que les prestations, c'est-à-dire les capitaux assurés, sont payées progressivement également.

Or, un tel risque de vie affiche un SCR relativement faible, d'une part parce que la mortalité est un phénomène relativement prévisible grâce à l'utilisation de tables de mortalité bien établies qui permettent d'estimer avec précision la probabilité des décès des bénéficiaires. Cette prédictibilité réduit le besoin de capital dans le cadre de pertes inattendues. D'autre part, c'est lié au fait que les prestations à verser sont plus ou moins égales à la provision mathématique, puisque les primes collectées constituent la majeure partie des prestations, c'est-à-dire, les capitaux assurés. La volatilité pour ce risque est moins importante puisqu'elle n'intervient que sur le rendement/la revalorisation des primes épargnées qui représente une part moins importante du capital assuré garanti qui sera versé à l'assuré. Ainsi, la prédictibilité du risque et la faible volatilité générale liée aux versements font que le besoin en capital pour couvrir le risque de vie reste relativement faible par rapport à celui de la santé.

Ainsi, les risques de santé et de vie évoluent distinctement l'un par rapport à l'autre, et nous déduisons concernant la première hypothèse des simplifications 2 et 3 que la composition et la proportion des risques ne reste pas la même au cours des années en raison de leurs évolutions distinctes.

Etant donné la grande difficulté de vérifier l'hypothèse en réalité, il serait impossible d'appliquer les simplifications 2 et 3 pour la majorité des assureurs qui ont affaire à des risques mixtes. Ainsi, cette hypothèse impose de facto une application uniquement pour des assureurs mono-risque, c'est-à-dire, il faut que l'assureur ait une homogénéité au niveau de ses risques pour pouvoir utiliser ces simplifications car celle-ci garantit de facto une stabilité de la proportion et de la composition du seul risque auquel l'assureur ferait face. En cas d'hétérogénéité des risques, la RM calculée à partir de ces simplifications ne sera ni fiable ni juste.

Illustrons ce point à travers un exemple exagéré :

Projection	$BE_{Santé}$	$BE_{Vie}$	BE	$SCR_{Santé}$	$SCR_{Vie}$	SCR	SCR - Simplification 2
0	1000	2000	3000	360	60	393	393
1	500	1800	2300	200	52	230	301
2	0	1600	1600	0	45	45	210
3	0	1400	1400	0	40	40	183
4	0	1200	1200	0	35	35	157
5	0	1000	1000	0	29	29	131
6	0	800	800	0	22	22	105
7	0	600	600	0	15	15	79
8	0	400	400	0	5	5	52
9	0	200	200	0	1	1	26

TABLE 1 – Comparaison des SCR projetés avec la méthode initiale et la méthode simplificatrice 2

Nous avons ici un assureur avec un portefeuille contenant des produits associés au risque de santé d'une part et au risque de vie d'autre part. Afin d'illustrer que la RM calculée en présence d'hétérogénéité des risques sera biaisée, nous calculons le SCR d'une part grâce à la formule habituelle, et d'autre part grâce à la formule donnée par la simplification 2. Nous remarquons que le SCR global projeté avec la simplification 2 évolue très différemment du SCR projeté avec la formule initiale. En effet, cette différence peut être expliquée par les différences d'évolution des risques évoquée ci-dessus : pour le risque de santé, initialement, le BE est faible alors que son SCR est important, et les deux quantités chutent rapidement, et pour le risque de vie, initialement, le BE est important alors que le SCR est faible, et les deux quantités diminuent progressivement.

En effet, l'année initiale, nous avons le ratio  $\frac{SCR}{BE}$  qui vaut 3% pour le risque de vie et 36% pour le risque de santé. En prenant les deux risques ensembles, le ratio  $\frac{SCR}{BE}$  de l'assureur vaut à peu près 13%. C'est ce coefficient de proportionnalité fixe qui sera appliqué dans le cadre de la simplification 2 au BE au pas  $t$  afin de calculer le SCR au pas  $t$  pour l'assureur. Or, il faut se rappeler que les BE n'évoluent pas dans les mêmes proportions pour les deux risques, celle de la santé étant faible au début et chutant rapidement, et celle de la vie étant importante au début et diminuant lentement. Ainsi, ce coefficient de proportionnalité, bien qu'elle reste adaptée l'année initiale, ne l'est plus les années suivantes puisqu'avec la disparition rapide du BE de santé, nous appliquons un coefficient de proportionnalité beaucoup trop important au BE de vie restant, c'est-à-dire, nous appliquons un coefficient de proportionnalité global (13%) qui est à 10 points de pourcentage de plus que celui adapté au BE de vie qui reste (3%). Ceci fait qu'il y ait une sur-représentation du BE de santé dans le coefficient qui continue de biaiser vers le haut le SCR projeté calculé par la méthode simplificatrice 2 au cours des années.

En essayant de réconcilier les évolutions à rythmes distincts des deux risques et la nature peu dynamique de cette méthode simplificatrice (coefficient de proportionnalité fixe), il se produit un SCR global projeté qui n'est pas en phase avec la réalité. Nous nous attendons alors à un calcul de RM également détaché de la réalité avec cette méthode simplificatrice en présence de risques hétérogènes.

Cependant, il ne suffit pas simplement d'appliquer les méthodes simplificatrices pour les assureurs avec homogénéité des risques. Il est important de noter que l'hypothèse demande aussi à ce que la proportion des sous-risques reste la même au cours des années. Or, il est quasiment impossible que ce soit le cas, même pour un assureur mono-risque et mono-produit car la plupart des produits d'assurance sont associés à plusieurs sous-risques qui, eux, n'évoluent pas de la même manière non plus. Par exemple, les produits de rentes associés au risque de vie sont associés aux sous-risques de vie tels que la longévité et la mortalité, et les contrats d'assurance santé sont associés aux sous-risques de santé tels que les sous-risques de primes et de catastrophe (par exemple, la pandémie). Donc, il n'y a pas d'homogénéité au niveau des sous-risques non plus. Ainsi, peu importe la composition du portefeuille d'engagements de l'assureur, il lui serait impossible de vérifier complètement cette première hypothèse. Nous pouvons alors affirmer que dans tous les cas cette méthode simplificatrice ne fonctionne jamais complètement.

Or, ceci ne signifie pas qu'il serait déconseillé d'appliquer cette méthode. Au contraire, même si elle ne fonctionne pas, elle reste prudente. Par exemple, dans le cadre d'un risque de vie, pour un contrat de rente de conjoint d'un an, il existe deux principaux sous-risques : celui de la mortalité et celui de la longévité. En situation de *run-off*, le premier n'est présent que la première année, puisque seuls les décès ayant lieu durant la période de couverture, c'est-à-dire, la première année, sont pris en compte. Au contraire, le second est présent depuis la première année jusqu'au décès du dernier conjoint bénéficiaire, jusqu'à l'échéance, en diminuant progressivement. Ainsi, le BE et le SCR établis l'année initiale pour ce risque et ce produit prennent en compte un risque qui cesserait d'être pertinent, c'est-à-dire, le risque de mortalité. Alors, le coefficient de proportionnalité établi, ainsi que le SCR projeté calculés pour la méthode simplificatrice 2 seraient biaisés vers le haut les années suivantes. Donc nous nous retrouvons

avec des projections prudentes de SCR plus élevées qu'elles ne devraient être, du fait de la prise en compte de tous les sous-risques impliqués.

Grâce à la prudence dans le cas mono-risque et étant donné l'impossibilité de nous placer dans un cas d'homogénéité des sous-risques, nous nous permettons donc d'appliquer les méthodes simplificatrices en présence de risques homogènes et de sous-risques hétérogènes.

Il est par ailleurs important de noter que dans ce mémoire, nous nous plaçons dans une situation de réassurance proportionnelle classique, c'est-à-dire, l'assureur cède une part de ses engagements au réassureur. Cette part est fixe au cours des années.

En nous plaçant dans un cas mono-risque et mono-produit comme évoqué ci-dessus, la réassurance proportionnelle implique la deuxième hypothèse de la simplification 2, c'est-à-dire, « La proportion de la part des réassureurs et des véhicules de titrisation dans les engagements reste la même au cours des années ». Elle implique également la deuxième hypothèse de la simplification 3, c'est-à-dire, « La durée modifiée est la même pour les engagements bruts et nets de réassurance ». Cette dernière implication est tout de suite évidente si nous comparons les expressions de la durée modifiée brut et net de réassurance dans un cas de réassurance proportionnelle fixe au cours des années. Il faut se rappeler que  $F_{u,p}$  représente les flux de trésorerie futurs associés au produit  $p$  pour l'année  $u$ , et dans le cadre d'un calcul de durée, ces flux doivent être strictement positifs, sinon nous risquons de nous retrouver avec des divisions par 0. Il faut également noter que la durée modifiée est égale à la durée à un facteur près.

$$Dur_{mod}^{brut}(0) = (1+r) * Dur^{brut}(0) = (1+r) * \frac{\sum_{u>0} u F_{u,p}^{brut} * actualisation}{\sum_{u>0} F_{u,p}^{brut} * actualisation}$$

$$Dur_{mod}^{net}(0) = (1+r) * Dur^{net}(0) = (1+r) * \frac{\sum_{u>0} u F_{u,p}^{net} * actualisation}{\sum_{u>0} F_{u,p}^{net} * actualisation}$$

Or,  $F_{u,p}^{net} = F_{u,p}^{brut} * cession$  pour tout  $u > 0$

⇒

$$\begin{aligned} Dur_{mod}^{net} &= (1+r) * \frac{\sum_{u>0} u (F_{u,p}^{brut} * cession) * actualisation}{\sum_{u>0} (F_{u,p}^{brut} * cession) * actualisation} \\ &= (1+r) * \frac{\sum_{u>0} u F_{u,p}^{brut} * actualisation}{\sum_{u>0} F_{u,p}^{brut} * actualisation} = Dur_{mod}^{brut}(0) \end{aligned}$$

Nous en déduisons alors qu'il existe une équivalence entre les hypothèses des simplifications 2 et 3 dans ces conditions, c'est-à-dire, dans un cas mono-produit et non au niveau de l'entité. Nous pouvons ainsi considérer que les deux méthodes reposent sur le même paquet d'hypothèses.

Il est important à ce stade de rappeler l'objectif du mémoire : nous cherchons à optimiser le calcul de la RM défini selon la formule dans les règlements délégués en s'appuyant sur les méthodes simplificatrices proposées par les régulateurs pour en construire des nouvelles.

Il est tout à fait possible et légitime de questionner la formule initiale pour la RM proposée dans les

règlements délégués. Entre autres, nous pouvons remettre en cause le fait que le facteur  $CoC$  soit unique et fixe et donc, décorrélé des taux d'intérêt sans risque qui sont en constante évolution [9]. Il serait également possible pour un assureur de prendre en compte ces critiques et de calculer sa RM d'une façon qui lui serait plus adaptée en passant par un modèle interne.

Dans le cadre de ce mémoire, nous nous restreignons à la formule initiale. Son objectif n'est pas de revoir cette formule, et donc n'est pas de revoir les calculs du  $CoC$  ou des taux d'actualisation. Son objectif est plutôt d'optimiser la formule à travers les méthodes simplificatrices pour qu'elle soit applicable pour un public plus large, c'est-à-dire, pour des assureurs qui utilisent la formule standard et qui possèdent des portefeuilles aux risques hétérogènes pour qui les méthodes simplificatrices existantes ne sont pas adaptées.

## 2.3 Révision 2020 - Introduction du paramètre $\lambda$

La révision 2020 de la réglementation Solvabilité II est réalisée pour adapter celle-ci aux évolutions économiques et aux retours d'expérience depuis sa mise en œuvre en 2016. Les principaux objectifs sont d'améliorer le calcul des engagements à long terme, d'ajuster les exigences en capital, de simplifier les règles pour les petits assureurs, et de renforcer la résilience du secteur face aux chocs financiers. La révision intègre également les risques liés au changement climatique et aux critères ESG. L'ensemble de ces modifications vise à rendre la réglementation plus proportionnée, efficace et adaptée aux réalités contemporaines. Elles entrent en vigueur en 2026.

Ainsi, parmi les évolutions entreprises dans le cadre de cette révision, il est introduit une modification de la formule de calcul de la RM. En effet, il s'agit d'une réduction du *CoC* et de l'introduction d'un paramètre  $\lambda$  :

$$RM = CoC * \sum_{t \geq 0} \frac{\max(\lambda^t, 0, 5) SCR^{RU}(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

Où :

- *CoC* passe de 6% à 4,5%
- $\lambda$  est fixé à 0,975

Ces changements sont principalement motivés par la volonté de rendre la RM moins sensible aux variations de taux d'intérêt. En effet, la période avant la publication de cette réforme a vu un environnement persistant de taux d'intérêt bas, voir négatifs. Notamment, il était constaté que la RM était trop élevée en présence de taux d'intérêt bas. Cette situation touchait de manière disproportionnée les assureurs vie qui ont naturellement une part plus importante d'engagements à long terme dont la valeur réelle est directement affectée par les taux d'intérêt : lorsque les taux sont bas, la valeur réelle augmente, augmentant ainsi la RM. En présence d'engagements à long terme, une petite variation des taux peut résulter en une augmentation significative des provisions que les assureurs doivent constituer. Cette volatilité impose des contraintes en termes de provisionnement que plusieurs acteurs trouvent injustifiées. La réforme du calcul de la RM est alors entreprise afin de résoudre ce problème.

Ainsi, en plus de la réduction du *CoC* dont le but est d'induire une réduction générale de la RM pour tous les assureurs en vue d'un coût du capital constaté en réalité inférieur au 6% initialement en vigueur, un paramètre  $\lambda$  est ajouté à la formule afin d'atténuer cette sensibilité aux taux. Il dépend du temps et conduit à une réduction exponentielle des sommes dans la formule de la RM. C'est un mécanisme simple par lequel les SCR projetés peuvent varier dans le temps via un seul élément supplémentaire à la formule. L'effet est que le numérateur (les SCR projetés) diminue progressivement dans le temps, réduisant la RM pour les durées plus longues par rapport à la méthode initiale. Cet effet de réduction dépend bien sûr de la valeur de  $\lambda$  : une valeur légèrement inférieure à 1, comme 0,975, permet de lisser les variations du SCR au cours du temps, réduisant la sensibilité de la RM aux fluctuations du marché.

Le paramètre  $\lambda$  a été fixé à 0,975 pour maintenir un équilibre entre prudence et flexibilité : il garantit que les assureurs conservent un niveau de capital suffisant pour couvrir les risques à long terme tout en permettant une certaine atténuation des exigences en cas de volatilité excessive des marchés. Cette décision s'appuie sur des analyses empiriques et des *stress tests* qui montrent que cette valeur réduit efficacement

les fluctuations indésirables du capital exigé, et donc la volatilité du bilan, sans compromettre la solvabilité à long terme des assureurs, en préservant la solidité des provisions techniques. Elle contribue également à une standardisation au sein de l'Union Européenne, facilitant ainsi la surveillance et la comparaison entre acteurs du secteur.

D'après le HIA, la réforme du calcul, avec notamment l'introduction du paramètre  $\lambda$  a conduit à une réduction de la RM d'environ 17 milliards d'euros au niveau de l'Espace économique européen (EEE), ce qui représente une réduction relative d'environ 15% de la RM. En France, la réduction constatée est plutôt de 17%. Pour les assureurs vie de l'EEE, une réduction de 9 milliards d'euros, ou 15%, a été constatée pour eux seuls.

### 2.3.1 Les méthodes simplificatrices : l'impact du Lambda

Cette révision adapte également les méthodes simplificatrices à ce changement de formule de la RM, notamment en ce qui concerne l'inclusion du paramètre  $\lambda$  dans le calcul. Nous obtenons ainsi les expressions suivantes pour celles-ci :

– **Simplification  $1_\lambda$**

Il s'agit d'appliquer le paramètre  $\lambda^t$  à chaque SCR futur projeté, comme dans la méthode initiale révisée.

– **Simplification  $2_\lambda$  - Proportionnalité BE x SCR**

De même que la première simplification, il s'agit d'appliquer le paramètre  $\lambda^t$  à chaque SCR futur projeté. Nous obtenons alors :

$$RM = CoC * \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} \frac{\lambda^t BE(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

– **Simplification  $3_\lambda$  - Duration**

Il s'agit d'appliquer un facteur  $\lambda^{\frac{Duration}{2}}$  à l'expression pour obtenir :

$$RM = CoC * SCR^{RU}(0) * \frac{Dur(0)}{1 + r_1} * \lambda^{\frac{Duration}{2}}$$

– **Simplification  $4_\lambda$**

Pour cette méthode, un simple facteur  $\lambda$  est appliqué à l'expression :

$$RM = \alpha_{LoB} * BE(0) * \lambda$$

Les mêmes hypothèses sous-jacentes propres à chaque méthode simplificatrice continuent de s'appliquer.

Il est intéressant de noter que le choix des adaptations proposées pour la simplification 3 n'est pas justifié dans les documents publiés par l'EIOPA, c'est-à-dire, le facteur choisi n'est basé ni sur une analyse empirique ni sur une formule analytique obtenue à partir du développement des expressions dans les publications.

## 2.4 Les données utilisées et les produits modélisés

### 2.4.1 Les données

Afin d'illustrer nos méthodes et nos analyses par rapport à la RM sur des données réalistes, nous nous appuyons sur l'activité d'un grand groupe assureur multi-activité représentatif du marché français. Les données utilisées proviennent de son rapport SFCR qui offre une vue détaillée sur les éléments financiers et les flux économiques du groupe, ce qui permet notamment d'alimenter les postes du bilan et du compte de résultat de notre modèle afin de pouvoir effectuer les calculs nécessaires à nos analyses.

A titre d'exemple, nous nous basons sur le rapport pour ventiler les primes encaissées en fonction des différentes branches d'activités dans lesquelles exerce le groupe : 46% des primes sont encaissées dans le cadre de l'assurance vie, 20% le sont pour la santé et 34% pour la non-vie. Nous adoptons la même approche afin de remplir les postes relatifs aux prestations et aux provisions, entre autres.

En utilisant les données du SFCR, nous nous assurons que le bilan et le compte de résultat modélisés reflètent de manière fidèle la situation financière du groupe, assurant ainsi que les analyses qui en découlent soient en adéquation avec la réalité du marché.

### 2.4.2 Les produits modélisés

Nous choisissons de modéliser cinq segments de produits différents, appartenant aux différentes branches d'activité citées. Nous en modélisons trois en assurance vie, un en assurance santé et un en assurance non-vie.

#### – Vie - Rente de conjoint

C'est un segment qui regroupe les rentes de conjoint à un an. Celui-ci est un produit d'assurance temporaire qui garantit le versement d'une rente au conjoint survivant en cas de décès de l'assuré survenant au cours de l'année contractuelle. Nous considérerons que les primes sont collectées sous forme d'un paiement annuel unique. En cas de sinistre, les prestations sont distribuées sous forme de rentes régulières, que nous considérerons à fréquence annuelle dans ce mémoire, au conjoint bénéficiaire jusqu'au décès de celui-ci. Ce produit est souvent utilisé comme une forme de protection financière à court-terme pour le conjoint survivant, lui offrant une sécurité en période de transition.

#### – Vie - Décès

Ce segment regroupe les contrats d'assurance décès à un an. Ces derniers sont des produits d'assurance temporaire qui versent un capital en cas de décès de l'assuré survenant au cours de l'année couverte. Nous considérons que les primes sont encaissées sous forme d'un paiement annuel unique. Si un sinistre survient, le capital assuré est versé aux bénéficiaires désignés en une seule fois. Ce produit est couramment utilisé pour couvrir les obligations financières à court-terme de l'assuré décédé, comme son prêt hypothécaire ou ses frais funéraires.

#### – Vie - Obsèques

Le segment Obsèques, contrairement aux segments précédents, regroupe des contrats vie entière

(pluriannuels). Il regroupe des contrats de garantie obsèques, qui existe pour couvrir les frais liés aux funérailles de l'assuré suite à son décès. Nous considérons que les primes sont encaissées sous forme de paiements annuels, une fois par an et sont capitalisées jusqu'à la survenance du sinistre. En cas de sinistre, c'est-à-dire, le décès de l'assuré, un capital est versé à un bénéficiaire désigné ou à une entreprise de pompes funèbres. Ce produit est utilisé afin de soulager les proches de l'assuré du fardeau financier que représentent les obsèques. Les différences de fonctionnement de ce produit par rapport au contrat décès à un an viennent du caractère pluriannuel de ce produit, que nous analyserons plus profondément dans la section suivante.

#### – **Santé - Santé**

Le segment que nous nommons « Santé » regroupe ici les produits d'assurance santé à un an. C'est une couverture qui protège contre les dépenses de santé imprévues, telles que les hospitalisations, les consultations médicales et les médicaments. Les sinistres couverts incluent les maladies, les accidents et parfois, les soins préventifs. Nous considérons toujours que les primes sont encaissées sous forme d'un paiement annuel unique. En cas de sinistre, les prestations sont généralement remboursées sous forme de paiements directs aux assurés ou de paiements aux prestataires de soins. Ce produit est essentiel pour gérer les coûts de santé et offrir une protection contre les dépenses médicales importantes.

#### – **Non-Vie - Auto**

Le segment Auto regroupe les assurances auto à un an. Celles-ci couvrent les risques associés à la conduite de véhicule, tels que les accidents, les dommages matériels et la responsabilité civile. Les sinistres couverts peuvent inclure les collisions, le vol, l'incendie et les dommages causés à des tiers. Comme pour les autres segments, nous considérons les primes collectées sous forme d'un paiement annuel unique. En cas de sinistre, les prestations peuvent prendre la forme de réparations du véhicule, d'indemnisation pour perte totale ou de remboursement des frais médicaux ou juridiques.

A travers ces produits, nous construisons un portefeuille d'engagements avec de l'hétérogénéité par les différents modules de risques et par les différents périodes de couverture.

### 3 Analyse des méthodes simplificatrices face aux risques modélisés

Avant de commencer à construire de nouvelles méthodes simplificatrices, il est important d'analyser les méthodes existantes pour comprendre leur fonctionnement et leurs lacunes. L'ACPR préconise l'utilisation des simplifications 1 et 2 pour les assurances non-vie. Nous prenons alors la méthode simplificatrice 2 comme point de départ pour notre analyse.

*Notice sur les modalités de calcul des ratios prudentiels publiée par l'ACPR le 01/12/2023, section 2.2.6.2 :*

« L'orientation 61 relative au calcul des provisions techniques prévoit que l'entreprise peut avoir recours à des méthodes simplifiées pour calculer la marge de risque dans le cas où la projection complète de la totalité du futur capital de solvabilité n'est pas possible. Ces méthodes sont détaillées dans l'orientation 62 relative au calcul des provisions techniques. Cependant, une entreprise pratiquant les activités d'assurance non-vie ne recourt qu'aux simplifications 1 et 2 introduites à ladite orientation étant donné qu'elle dispose des informations nécessaires pour ces calculs. »

La méthode simplificatrice 2 suppose une proportionnalité entre  $SCR^{RU}(t)$  et  $BE(t)$  :  $SCR^{RU}(t) = \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} BE(t)$ . Nous souhaitons tout d'abord vérifier si cette proportionnalité est une hypothèse réaliste, c'est-à-dire, si elle est empiriquement vérifiée, et le cas échéant, pouvoir expliquer les sources de divergence par rapport à cette hypothèse.

Comme évoqué dans la section 2.2.2, même si cette méthode s'applique idéalement en présence d'homogénéité des risques et des sous-risques, nous nous permettons de l'appliquer seulement dans un cadre mono-risque, sans nous soucier, dans un premier temps, des sous-risques qui peuvent ne pas être homogènes en vue de contraintes pratiques liées à la nature des produits d'assurance.

Afin de simplifier notre analyse, nous vérifions l'hypothèse de proportionnalité de manière unitaire, au niveau de chaque gamme de produit, c'est-à-dire, chaque segment.

Soit  $ratio_{SCR} = \frac{SCR^{RU}(t)}{SCR^{RU}(0)}$  et  $ratio_{BE} = \frac{BE(t)}{BE(0)}$ . L'hypothèse de proportionnalité peut être réécrite de la manière suivante :  $ratio_{SCR} = ratio_{BE}$ .

Pour notre analyse,  $ratio_{SCR}$  est calculé à partir de SCR calculés avec la méthode initiale, c'est-à-dire, les SCR de référence calculés sans approximation ni simplification, et  $ratio_{BE}$  est calculé à partir de BE qui servent à calculer les SCR par la méthode simplificatrice 2.

Pour que l'hypothèse de proportionnalité  $ratio_{SCR} = ratio_{BE}$  puisse être considérée comme vérifiée, nous nous attendons à une évolution similaire des quantités situées à chaque côté de l'égalité, c'est-à-dire, que l'évolution des « vrais » SCR est similaire à celle des BE, ce qui suggérerait l'existence d'une proportionnalité. En conséquence, il peut être déduit que l'évolution des SCR obtenus à partir de la méthode simplificatrice 2 serait similaire à celle des « vrais » SCR.

### 3.1 Comparaison des ratios - Avec le BE total

Mesure	Segment	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7
SCR	Décès	382 938	2 132	762	184	-	-	-	-
SCR	Rente de Conjoint	559 211	377 294	370 923	363 903	357 100	350 483	343 935	337 410
SCR	Santé	2 893 794	424 011	152 521	50 420	-	-	-	-
SCR	Auto	9 590 765	3 514 215	851 629	-	-	-	-	-
SCR	Obsèques	5 202 365	4 697 860	4 090 108	3 543 818	3 053 390	2 618 718	2 233 041	1 900 104
ratio SCR	Décès	100,00%	0,56%	0,20%	0,05%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ratio SCR	Rente de Conjoint	100,00%	67,47%	66,33%	65,07%	63,86%	62,67%	61,50%	60,34%
ratio SCR	Santé	100,00%	14,65%	5,27%	1,74%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ratio SCR	Auto	100,00%	36,64%	8,88%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ratio SCR	Obsèques	100,00%	90,30%	78,62%	68,12%	58,69%	50,34%	42,92%	36,52%
		t=8	t=9	t=10	t=11	t=12	t=13	t=14	t=15
		-	-	-	-	-	-	-	-
		330 923	324 405	317 856	311 454	304 492	297 392	289 979	282 022
		-	-	-	-	-	-	-	-
		-	-	-	-	-	-	-	-
		1 606 993	1 351 561	1 128 527	938 131	774 062	634 773	516 880	417 664
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		59,18%	58,01%	56,84%	55,70%	54,45%	53,18%	51,86%	50,43%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		30,89%	25,98%	21,69%	18,03%	14,88%	12,20%	9,94%	8,03%

FIGURE 3 – Evolution de  $ratio_{SCR}$  pour chacun des segments

Mesure	Segment	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7
BE	Décès	963 791	621 300	228 211	57 076	-	-	-	-
BE	Rente de Conjoint	6 651 098	8 295 116	7 535 216	6 807 019	6 125 806	4 805 060	4 299 630	3 847 182
BE	Santé	1 759 671	2 479 594	891 934	294 851	-	-	-	-
BE	Auto	2 093 210	7 605 326	2 592 416	-	-	-	-	-
BE	Obsèques	4 480 723	5 598 623	6 914 987	7 770 700	8 249 478	8 416 838	8 331 644	8 048 158
ratio BE	Décès	100,00%	64,46%	23,68%	5,92%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ratio BE	Rente de Conjoint	100,00%	124,72%	113,29%	102,34%	92,10%	72,24%	64,65%	57,84%
ratio BE	Santé	100,00%	140,91%	50,69%	16,76%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ratio BE	Auto	100,00%	363,33%	123,85%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ratio BE	Obsèques	100,00%	124,95%	154,33%	173,43%	184,11%	187,85%	185,94%	179,62%
		t=8	t=9	t=10	t=11	t=12	t=13	t=14	t=15
		-	-	-	-	-	-	-	-
		3 439 654	3 074 499	2 756 647	2 481 895	2 247 480	2 032 992	1 836 164	1 649 035
		-	-	-	-	-	-	-	-
		-	-	-	-	-	-	-	-
		7 617 236	7 082 322	6 481 976	5 853 065	5 208 310	4 578 183	3 976 219	3 410 643
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		51,72%	46,23%	41,45%	37,32%	33,79%	30,57%	27,61%	24,79%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		170,00%	158,06%	144,66%	130,63%	116,24%	102,18%	88,74%	76,12%

FIGURE 4 – Evolution de  $ratio_{BE}$  pour chacun des segments

Nous remarquons immédiatement qu'il n'existe pas d'évolution parallèle entre les deux ratios. Il est visible au niveau du segment Décès pour lequel  $ratio_{SCR}$  chute brusquement et  $ratio_{BE}$  diminue progressivement. Il est particulièrement flagrant au niveau des autres segments pour lesquels  $ratio_{BE}$  dépasse 100% alors que nous sommes en situation de *run-off* et nous nous attendons intuitivement à ce que le BE, ainsi que  $ratio_{BE}$  diminuent. Ceci nécessite de regarder de plus près la façon dont  $ratio_{BE}$  est calculé, et par conséquent, la façon dont la méthode simplificatrice est calculée.

## 3.2 Revue du calcul du BE

En effet, si nous revenons à la définition du BE, il s'agit de la somme des flux de trésorerie futurs espérés actualisés :  $BE = \sum_{t>0} \frac{E[F_t]}{(1+r_t)^t}$ .

Les flux de trésorerie impliqués dans ce calcul sont décrits dans l'Article 28 des règlements délégués. Les plus importants d'entre eux peuvent être résumés dans les catégories suivantes :

- **Flux de primes** : Les flux futurs de primes que l'assureur s'attend à recevoir, en tenant compte de l'évolution des contrats d'assurance en cours.
- **Flux de prestations** : Les paiements futurs attendus pour les sinistres, y compris les sinistres déclarés et non réglés, ainsi que les sinistres non encore déclarés.
- **Flux de frais** : Les frais futurs liés à l'acquisition et à la gestion des contrats d'assurance, y compris les frais administratifs, les frais de gestion des sinistres, et autres coûts opérationnels.
- **Flux de réassurance** : Les flux entrants et sortants liés aux accords de réassurance, incluant les recouvrements attendus auprès des réassureurs pour les sinistres, ainsi que les paiements de primes de réassurance.

Dans une telle configuration, les flux de prestations et de frais peuvent être vus comme des flux sortants, puisque que ce sont des montants que l'assureur débourse au cours de la vie des contrats, et les flux de primes peuvent être vus comme des flux entrants, puisque ce sont des montants que l'assureur reçoit de la part des assurés.

Par ailleurs, le BE est aussi la valeur actuelle des engagements futurs de l'assureur vis-à-vis des assurés. Il peut donc être considéré comme une dette de l'assureur vis-à-vis des assurés, ce qui en fait un élément qui se trouve du côté passif du bilan de l'assureur.

Ainsi, du point de vue de l'assureur, le BE est constitué de flux sortants positifs et de flux entrants négatifs. Il existe alors des cas où le BE peut être négatif, notamment dans un cas où les flux entrants prévus excèdent les flux sortants prévus. Plus généralement c'est le cas au début d'un contrat excédentaire ou pour des contrats avec des mécanismes de recours.

Il est donc avant tout primordial d'ajuster la façon de modéliser le BE afin d'éviter de nous retrouver dans un cas de BE négatif qui rend immédiatement inexploitable la méthode simplificatrice 2 qui est préférée et utilisée par un nombre important d'assureurs.

Un ajustement que nous proposons consisterait à ne prendre en compte que les flux sortants positifs dans le calcul du BE. En effet, c'est une proposition légitime pour plusieurs raisons.

Premièrement, d'un point de vue mathématique, cela nous arrangerait mieux puisque lorsque nous projetons le SCR en fonction du BE à partir de cette méthode simplificatrice, les flux de primes contribuent à une réduction du BE, voire le rendent négatif, mais ces flux ne font pas diminuer le SCR. Nous souhaitons alors idéalement nous débarrasser de ces flux de primes dans le cadre de ce calcul de BE. Or, il faut d'abord s'interroger sur la justesse et la pertinence d'un tel choix, nous ramenant ainsi à notre deuxième point.

En effet, les flux sortants (prestations et frais) représentent les engagements futurs de l'assureur envers les assurés. En ne considérant que ces flux, nous nous concentrons directement sur les risques liés aux engagements de l'assureur. Ceci reflète de manière plus précise la véritable exposition de l'assureur, puisque c'est tout ce qu'il prévoit de dépenser au cours de la vie d'un contrat donné pour un produit donné qui a un profil de risque donné. Ils représentent le coût réel prévu d'un contrat, qui est le risque probabiliste quantifié en termes monétaires de ce qu'encourt l'assureur en s'y engageant.

De plus, cela ne signifie pas une exclusion totale des flux entrants, et notamment des primes, de la modélisation et des calculs. Les primes interviennent bien dans les calculs de SCR. Entre autres, elles interviennent directement dans le SCR de prime et de réserve. Il est essentiel de les prendre en compte afin d'avoir une vision précise du risque auquel fait face l'assureur.

Troisièmement, cet ajustement a l'avantage d'être simple puisqu'il nécessite moins de données, en ne prenant en compte que les sorties de trésorerie.

Ainsi, en excluant les flux entrants du BE, le risque, c'est-à-dire, le SCR, se projetterait en face des flux sortants, qui, comme évoqué plus haut, ont une meilleure représentativité du risque/du coût réel auquel fait face l'assureur, sans que les flux entrants viennent atténuer le risque futur calculé. Nous obtiendrons ainsi de meilleures projections de SCR en ne gardant que les flux sortants dans le cadre de la méthode simplificatrice 2.

### 3.3 Comparaison des ratios - Avec le BE à flux sortants positifs

Ainsi, nous revérifions l'hypothèse de proportionnalité avec cette fois-ci une BE calculée avec seulement des flux sortants positifs, notée  $BE^+(t) = \sum_{t>0} \frac{E[F_t^+]}{(1+r_t)^t}$  pour chaque année  $t$ . Nous posons alors  $ratio_{BE^+} = \frac{BE^+(t)}{BE^+(0)}$  et l'hypothèse de proportionnalité se réécrit :  $ratio_{SCR} = ratio_{BE^+}$ .

Mesure	Segment	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7
BE+	Décès	3 402 062	621 300	228 211	57 076	-	-	-	-
BE+	Rente de Conjoint	8 382 232	8 053 664	7 663 786	7 267 073	6 881 480	6 518 645	6 176 385	5 854 122
BE+	Santé	16 738 309	2 479 594	891 934	294 851	-	-	-	-
BE+	Auto	35 267 410	13 084 115	3 146 379	-	-	-	-	-
BE+	Obsèques	52 144 981	47 240 889	42 670 067	38 298 104	34 227 173	30 448 031	26 946 429	23 715 459
ratio BE+	Décès	100,00%	18,26%	6,71%	1,68%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ratio BE+	Rente de Conjoint	100,00%	96,08%	91,43%	86,70%	82,10%	77,77%	73,68%	69,84%
ratio BE+	Santé	100,00%	14,81%	5,33%	1,76%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ratio BE+	Auto	100,00%	37,10%	8,92%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ratio BE+	Obsèques	100,00%	90,60%	81,83%	73,45%	65,64%	58,39%	51,68%	45,48%
		t=8	t=9	t=10	t=11	t=12	t=13	t=14	t=15
		-	-	-	-	-	-	-	-
		5 552 633	5 271 326	5 010 862	4 775 075	4 553 517	4 353 983	4 157 177	3 959 884
		-	-	-	-	-	-	-	-
		-	-	-	-	-	-	-	-
		20 753 504	18 052 082	15 605 431	13 415 771	11 440 198	9 689 586	8 145 971	6 789 479
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		66,24%	62,89%	59,78%	56,97%	54,32%	51,94%	49,60%	47,24%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
		39,80%	34,62%	29,93%	25,73%	21,94%	18,58%	15,62%	13,02%

FIGURE 5 – Evolution de  $ratio_{BE^+}$  pour chacun des segments

Nous remarquons tout de suite que les chiffres sont positifs et décroissants pour tous les produits, ce qui est une amélioration par rapport à la situation précédente. Or, comme évoqué au début, nous n'observons pas d'évolution similaire des ratios pour tous les produits. Donc bien que nous ayons une amélioration des résultats, l'hypothèse de proportionnalité n'est pas vérifiée. Nous essayons d'expliquer pourquoi dans les paragraphes qui suivent.

### 3.3.1 Décès

Prenons d'abord le segment Décès qui regroupe les produits d'assurance décès à un an. Pour un tel produit, le BE peut être séparée en deux parties : le BE de sinistres passés et le BE de sinistres futurs. Le premier concerne les décès qui ont déjà eu lieu mais dont les capitaux décès ne sont pas encore payés. Le dernier concerne les décès qui peuvent survenir dans l'avenir.

Ainsi, le SCR correspondant à ce produit regroupe deux risques : un premier risque lié au provisionnement, c'est-à-dire, le risque que l'assureur évalue mal, ou plutôt sous-estime, les provisions pour les sinistres (décès) déjà survenus mais non encore réglés et un deuxième risque de mortalité, c'est-à-dire, le risque qu'il y ait plus de décès parmi les assurés que prévu, ce qui nécessiterait concrètement de payer plus de capitaux décès.

Dans un tel cas de figure, il faut tout d'abord noter que le risque est beaucoup plus important pour les événements portant sur le futur, c'est-à-dire, les décès qui n'ont pas encore lieu, soit, le risque de mortalité puisqu'un choc de mortalité implique de devoir déboursier des prestations entières supplémentaires alors qu'une mauvaise évaluation des provisions implique seulement d'augmenter les prestations qui doivent déjà être déboursées. Nous pouvons voir ce phénomène se matérialiser en comparant les volumes de provisions et de primes : le volume de provisions est faible par rapport au volume de primes. La volatilité est alors plus importante pour le risque portant sur le futur que celui portant sur le passé.

Deuxièmement, en situation de *run-off*, pour un tel produit, les risques s'écoulent différemment. En effet, le risque sur le futur, c'est-à-dire, le risque de mortalité, n'existe plus à partir de la première année car seulement les assurés qui décèdent la première année se verront attribuer un capital décès (ceux qui décèdent après ne sont pas pris en compte dans le périmètre du contrat). A l'inverse, le risque lié aux provisions existe au-delà de la première année, puisque le paiement des prestations est susceptible de prendre du temps, parfois quelques années, à être réglé pour certains contrats. Ainsi, au niveau du SCR, le risque de mortalité qui porte sur le futur s'écoule plus vite que le risque lié aux provisions. Nous observons donc une chute extrêmement rapide de  $ratio_{SCR}$  après la première année et un risque résiduel lié aux provisions qui affiche une résolution totale au bout de cinq ans.

A l'inverse, nous observons que  $ratio_{BE+}$  affiche une chute beaucoup moins brusque que  $ratio_{SCR}$ . C'est explicable par le fait que malgré un risque associé minime, le BE de sinistres passés constitue une part importante du BE, et il diminue progressivement avec le règlement progressif des prestations pour les sinistres non encore réglés.

Nous observons ainsi que le BE s'écoule plus progressivement que le SCR. Son évolution est donc prudente par rapport à celle du SCR. Nous concluons alors que malgré le manque de proportionnalité entre  $ratio_{BE+}$  et  $ratio_{SCR}$ , nous avons quand même de la prudence, qui permettrait tout de même de calculer une RM par la méthode simplificatrice 2, avec une sur-évaluation due à la prudence.

### 3.3.2 Rente de Conjoint

Regardons maintenant le segment Rente de Conjoint qui regroupe les produits de rente de conjoint à un an.

Nous observons tout d'abord que  $ratio_{BE+}$  est plus élevé que  $ratio_{BE}$  pour chaque année  $t$ . C'est effectivement dû au fait que le BE désormais utilisé ne prend en compte que les flux sortants. Donc, les flux de primes ne viennent plus réduire le BE utilisé dans le calcul, notamment ceux correspondant à la première année, la seule année où des primes sont collectées, puisque nous plaçons en situation de *run-off* dans le cadre d'un contrat à un an.  $BE^+(0)$  étant plus élevé que  $BE(0)$ , il en résulte donc que  $ratio_{BE+}$  est plus élevé que  $ratio_{BE}$  pour les années suivantes.

Or, nous observons que malgré ce changement,  $ratio_{SCR}$  et  $ratio_{BE+}$  n'évoluent toujours pas de la même manière pour ce segment.

En effet, le SCR associé à ce segment regroupe trois risques principaux : le risque de mortalité, le risque de longévité et le risque de catastrophe, et un autre risque, le risque de frais. Comme pour le segment Décès, en situation de *run-off*, le risque de mortalité cesse d'exister au-delà de la première année, puisque seuls les conjoints des assurés qui décèdent la première année se verront attribuer une rente. De la même manière, seuls les catastrophes survenues pendant la période de couverture, la première année, sont prises en compte. Ainsi, les risques de mortalité et de catastrophe ne sont plus présents à partir de la première année. A l'inverse, le risque de longévité persiste au-delà de la première année, car celui-ci concerne la longévité des conjoints bénéficiaires des assurés décédés. Donc, la durée de vie restante des conjoints a un impact sur la durée qu'il reste à l'assureur de payer des rentes. Nous observons donc une chute rapide de  $ratio_{SCR}$  après la première année liée à la disparition des risques de mortalité et de catastrophe. Les évolutions au-delà de la première année sont progressives : le risque de longévité diminue progressivement en vue du nombre de plus en plus faible de conjoints bénéficiaires restants suite aux décès progressifs de ceux-ci.

A l'inverse,  $ratio_{BE+}$  n'affiche pas de chute brusque comme nous pouvons constater pour  $ratio_{SCR}$ . Les sorties de trésorerie, c'est-à-dire, le BE à flux positifs, diminuent chaque année, puisque les destinataires des engagements/prestations, les conjoints bénéficiaires, décèdent progressivement, réduisant ainsi progressivement les prestations à sortir chaque année.

Nous concluons donc que malgré une amélioration par rapport à  $ratio_{BE}$ , il n'existe toujours pas de proportionnalité entre  $ratio_{SCR}$  et  $ratio_{BE+}$ . Cette situation est embêtante puisque nous observons, au-delà de la première année, une évolution progressive des deux ratios, attribuable quasi-totalement à la longévité des conjoints bénéficiaires. Il serait donc intéressant d'évaluer les deux ratios, et surtout de réévaluer  $ratio_{SCR}$ , en enlevant les risques de mortalité et de catastrophe, puisqu'un argument peut être émis que la prise en compte de ceux-ci pollue les calculs au-delà de la première année, même après qu'ils cessent d'exister.

Nous créons alors  $ratio_{SCR-mod}$  qui est calculé à partir d'un SCR modifié, n'incluant que les risques de longévité et de frais.

Nous constatons une amélioration : les évolutions de  $ratio_{SCR-mod}$  et  $ratio_{BE+}$  se sont rapprochées par rapport à avant. Or, nous pouvons également observer que les écarts entre ces deux ratios deviennent de plus en plus grands au cours des années, allant de 3 points de pourcentage à 27 points de pourcentage au bout de 15 ans. De plus, en calculant le SCR par la méthode simplificatrice 2, nous constatons que

Projection	$BE^+$	$ratio_{BE^+}$	$SCR - mod$	$ratio_{SCR-mod}$
0	883232	100,00%	380095	100,00%
1	850834	96,33%	377924	99,43%
2	7663786	91,43%	373903	98,37%
3	7267073	86,70%	363903	95,74%
4	6881480	82,10%	357100	93,95%
5	6518645	77,77%	350483	92,21%
6	6176385	73,68%	343935	90,49%
7	5854122	69,84%	337410	88,77%
8	5552633	66,24%	330923	87,06%
9	5271326	62,89%	324405	85,35%
10	5010862	59,78%	317856	83,63%
11	4775075	56,97%	311454	81,94%
12	4553517	54,32%	304492	80,11%
13	4353983	51,94%	297392	78,24%
14	4157177	49,60%	289979	76,29%
15	3959884	47,24%	282022	74,20%

TABLE 2 – Evolution de  $ratio_{SCR-mod}$  pour le segment Rente de Conjoint

celui-ci est moins élevé que le SCR de référence modifié, ce qui implique que la RM calculée par la méthode simplificatrice serait inférieure à la RM de référence. Ce n'est pas acceptable puisque la RM est le coût de transfert d'un portefeuille d'engagements et sous-estimer la RM veut dire que nous sous-estimons les provisions que l'assureur devrait constituer, mettant en péril sa solvabilité.

Nous cherchons alors la source de ces écarts en descendant au niveau des sous-risques de longévité et de frais. En effet, nous pouvons calculer le ratio  $\frac{SCR^{risque}}{BE^+}$  pour chacun de ces sous-risques,  $\frac{SCR^L}{BE^+}$  pour la longévité et  $\frac{SCR^F}{BE^+}$  pour les frais. Ce ratio représente le pourcentage de choc effectivement appliqué pour le sous-risque concerné. Intuitivement, nous nous attendons à une baisse de ces ratios au cours des années puisque la durée de cumul des chocs d'année en année serait de moins en moins importante, c'est-à-dire, en appliquant des chocs sur des durées (nombre d'années restants jusqu'à l'échéance des engagements) de moins en moins importantes, le risque de dérive de la longévité ou des frais serait moins important. Par exemple, en termes très simplifiés, si un choc de 20% est appliqué chaque année pendant 15 ans, les chocs se cumulent de façon exponentielle pendant 20 ans (un facteur 1,2 est appliqué au BE pour la première année, et 1,2\*1,2 pour la deuxième année, etc.), alors que si ce n'est que pendant cinq ans, les chocs se cumulent sur une durée moins importante donc le ratio dans ce cas serait moins important.

Or, ce n'est pas ce que nous observons en calculant les ratios :

Nous observons effectivement une réduction progressive de  $\frac{SCR-mod^F}{BE^+}$ , mais ce n'est pas le cas pour  $\frac{SCR-mod^L}{BE^+}$ . Nous en comprenons la cause en analysant la formule de calcul pour le risque de longévité. Pour l'illustrer de façon simplifiée, regardons la formule simplifiée proposée dans les textes réglementaires pour le calcul du risque de longévité :

$$SCR_{Longévité} = 0,2 * q * n * 1,1^{\frac{n-1}{2}} * BE_{Longévité}$$

Où :

Projection	$SCR_{Long\acute{e}vit\acute{e}}$	$\frac{SCR^L}{BE^+}$	$SCR_{Frais}$	$\frac{SCR^F}{BE^+}$
0	365 131	4,40%	48 302	0,58%
1	364 686	4,50%	47 945	0,59%
2	353 898	4,50%	47 176	0,58%
3	346 052	4,47%	46 324	0,57%
4	340 729	4,70%	35 026	0,46%
5	346 762	4,73%	37 314	0,49%
6	332 844	4,82%	36 000	0,50%
7	330 000	4,85%	35 500	0,51%
8	328 000	4,90%	35 000	0,52%
9	326 000	4,95%	34 500	0,53%
10	324 000	5,00%	34 000	0,54%
11	322 000	5,05%	33 500	0,55%
12	320 000	5,10%	33 000	0,56%
13	318 000	5,15%	32 500	0,57%
14	316 000	5,20%	32 000	0,58%
15	314 000	5,25%	31 500	0,59%

TABLE 3 – Evolution de  $\frac{SCR^L}{BE^+}$  et  $\frac{SCR^F}{BE^+}$  pour le segment Rente de Conjoint

- $q$  représente le taux de mortalité moyen des assurés pondéré par la somme assurée
- $n$  représente la duration modifiée, exprimée en années, des paiements aux conjoints bénéficiaires inclus dans le BE
- $BE_{Long\acute{e}vit\acute{e}}$  représente le BE des engagements soumis au risque de longévité

En effet, notre intuition capte bien les évolutions de la duration modifiée  $n$ , mais nous oublions de comptabiliser l'effet du taux de mortalité moyen  $q$  sur le calcul du risque. En supposant que les taux  $q$  restent constants au cours des années, nous avons toujours  $n$  qui diminue progressivement chaque année puisque la durée de vie restante des engagements diminue progressivement, et  $BE_{Long\acute{e}vit\acute{e}}$  qui diminue progressivement puisque nous sommes en situation de *run-off*, et par conséquent,  $SCR_{Long\acute{e}vit\acute{e}}$  qui diminue progressivement.

Or, en réalité, nous avons une évolution opposée de  $q$ . Celui-ci augmente d'année en année et de plus en plus fort lorsque les âges sont élevés, représentant l'augmentation de la probabilité de décès des conjoints bénéficiaires qui sont de plus en plus vieux d'année en année.

Voici un graphique qui montre l'évolution approximative des taux de mortalité :

Nous pouvons voir qu'à partir de l'âge de 65 ans, les taux de mortalité explosent. Cette évolution est pertinente dans le cas particulier des rentes de conjoint, puisque les rentes commencent généralement à être distribuées quand les conjoints bénéficiaires sont déjà vieux, après le décès de leurs conjoints assurés. Alors, nous avons dès le début, en première année, un portefeuille de conjoints bénéficiaires aux âges avancés, et donc un paramètre  $q$  déjà important. Et, plus nous nous situons à une échéance éloignée, plus les augmentations de  $q$  sont significatives d'année en année.

Par conséquent, l'évolution de  $\frac{SCR-mod^L}{BE^+}$  que nous observons témoigne du fait que l'évolution croissante de  $q$  est suffisante pour compenser, et même dépasser, la décroissance progressive de  $n$  et de  $BE_{Long\acute{e}vit\acute{e}}$ .

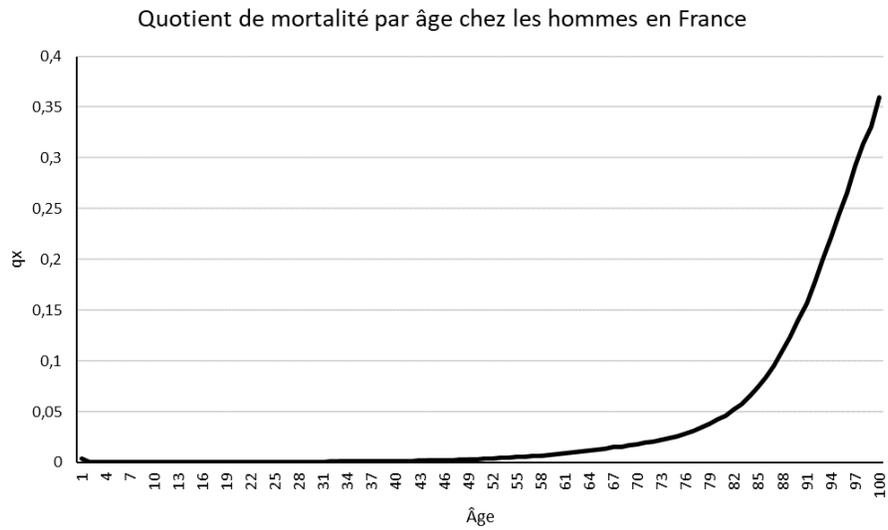


FIGURE 6 – Evolution du taux de mortalité selon l'âge

Ainsi, l'évolution de  $\frac{SCR-mod^L}{BE^+}$  est plutôt naturelle et attendue et par conséquent, celle de  $ratio_{SCR-mod}$  l'est aussi.

Il est donc peu probable de retrouver une proportionnalité entre  $BE^+$ , et  $SCR - mod$  et  $SCR$  dans une configuration classique du segment Rente de Conjoint que nous avons à notre disposition à travers un portefeuille typique où les âges des assurés, et leurs conjoints, sont élevés.

## Tests de sensibilité

Dans le cadre d'un test de sensibilité par rapport à la proportionnalité des divers ratios, notamment  $ratio_{SCR-mod}$  et  $ratio_{BE+}$ , nous pouvons essayer de tester la proportionnalité dans un cas où les taux de mortalité des conjoints, et donc le paramètre  $q$  sont limités.

Pour cela, il faut d'abord comprendre des subtilités par rapport aux produits de rente de conjoint. Pour de tels produits, il existe globalement deux options auxquelles les assurés peuvent souscrire : une rente temporaire et une rente viagère. La première est versée au conjoint bénéficiaire pour une période déterminée après le décès de l'assuré et la dernière est versée au conjoint bénéficiaire jusqu'à son propre décès, quel que soit le nombre d'années après le décès de l'assuré.

L'option la plus couramment choisie est la rente viagère, d'où notre supposition depuis le début du mémoire que les rentes sont distribuées jusqu'au décès du conjoint bénéficiaire. Mais dans le cadre de ce test de sensibilité, nous pouvons essayer de modéliser une rente temporaire et tester la proportionnalité dans ce cas.

Nous commençons alors par fixer un âge de fin pour la rente temporaire : nous choisissons l'âge de 65 ans, c'est-à-dire, les rentes sont cette fois-ci arrêtées quand le conjoint atteint 65 ans. C'est également à partir de cet âge que les taux de mortalité explosent, donc en fixant un plafond de 65 ans, nous créons une situation où le paramètre  $q$  connaîtrait une évolution croissante mais nettement moins forte que la situation précédente.

Il est alors possible que cette croissance relativement moindre ne suffirait pas pour compenser les baisses de  $n$  et du BE, et donc nous aurions une évolution décroissante de  $\frac{SCR^L}{BE+}$ , et du choc de longévité appliqué. Nous pouvons vérifier si c'est le cas en regardant les résultats obtenus dans un tel cadre de figure :

Projection	$BE^+$	$ratio_{BE+}$	$SCR - mod$	$ratio_{SCR-mod}$
0	9 027 929	100,00%	47 879	100,00%
1	8 295 116	91,88%	39 740	83,00%
2	7 535 216	83,47%	35 618	74,39%
3	6 807 019	75,40%	31 797	66,41%
4	6 125 806	67,85%	28 344	59,20%
5	5 498 020	60,90%	25 242	52,72%
6	4 925 320	54,56%	22 479	46,95%
7	4 407 203	48,82%	20 024	41,82%
8	3 943 443	43,68%	17 848	37,28%
9	3 525 786	39,05%	15 918	33,25%
10	3 151 593	34,91%	14 207	29,67%
11	2 825 821	31,30%	12 709	26,54%
12	2 544 068	28,18%	11 377	23,76%
13	2 303 525	25,52%	10 201	21,30%
14	2 083 445	23,08%	9 131	19,07%
15	1 881 488	20,84%	8 155	17,03%

TABLE 4 – Evolution de  $ratio_{SCR-mod}$  pour le segment Rente de Conjoint avec l'option rente temporaire

Projection	$SCR_{Long\acute{e}vit\acute{e}}$	$\frac{SCR^L}{BE^+}$	$SCR_{Frais}$	$\frac{SCR^F}{BE^+}$
0	20 611	0,23%	38 369	0,43%
1	18 612	0,22%	30 766	0,37%
2	16 526	0,22%	27 690	0,37%
3	14 603	0,21%	24 830	0,36%
4	12 879	0,21%	22 234	0,36%
5	11 350	0,21%	19 886	0,36%
6	10 000	0,20%	17 787	0,36%
7	8 818	0,20%	15 909	0,36%
8	7 781	0,20%	14 235	0,36%
9	6 875	0,20%	12 740	0,36%
10	6 084	0,19%	11 407	0,36%
11	5 397	0,19%	10 235	0,36%
12	4 789	0,19%	9 192	0,36%
13	4 251	0,18%	8 270	0,36%
14	3 765	0,18%	7 431	0,36%
15	3 325	0,18%	6 662	0,35%

TABLE 5 – Evolution de  $\frac{SCR^L}{BE^+}$  et  $\frac{SCR^F}{BE^+}$  pour le segment Rente de Conjoint avec l’option rente temporaire

Ainsi, en limitant la croissance potentielle de  $q$ , nous nous retrouvons dans une situation nettement améliorée : comme nous avons espéré, le choc de longévité est décroissante cette fois-ci. Donc, même si nous n’avons toujours pas de proportionnalité, nous avons au moins de la prudence et une évolution proche, signifiant que la RM calculée dans un tel cas de figure serait alors légèrement sur-estimée, ce qui est préférable à une RM sous-estimée qui mettrait en péril la solvabilité de l’assureur.

Afin de simplifier nos analyses dans la suite du mémoire, nous nous plaçons dans ce cas de figure où la rente de conjoint s’opère avec l’option rente temporaire.

### 3.3.3 Santé

Prenons ensuite le segment Santé qui regroupe les produits d'assurance santé à un an. Nous pouvons observer que  $ratio_{SCR}$  et  $ratio_{BE+}$  évoluent de façon similaire. En effet, pour un tel segment, le SCR est principalement composé de deux sous-risques : le risque de prime et de réserve et le risque de catastrophe. Comme pour le segment Rente de Conjoint, le risque de catastrophe n'est présent que la première année. Par souci d'harmonisation avec l'analyse des autres segments, nous pouvons exclure ce risque non persistant et construire un SCR modifié en ne gardant que le risque principal restant, soit le risque de prime et de réserve.

Nous comparons alors de nouveau  $ratio_{SCR-mod}$  et  $ratio_{BE+}$ . Nous observons cette fois-ci une évolution des ratios encore plus proche qu'avant, une quasi-proportionnalité. En effet, une telle évolution est attendue si nous analysons de plus près les formules du SCR du risque de prime et de réserve et du BE associé au segment Santé.

Projection	$BE^+$	$ratio_{BE+}$	$SCR - mod$	$ratio_{SCR-mod}$
0	16 738 309	100%	2 893 793	100%
1	2 479 594	14,81%	424 010	14,65%
2	891 934	5,33%	152 520	5,27%
3	294 851	1,76%	50 419	1,74%

TABLE 6 – Evolution de  $ratio_{SCR-mod}$  pour le segment Santé

Pour le SCR de prime et de réserve, sa formule est la suivante :

$$SCR_{P\&R}(t) = 3 * \sigma(t) * V_{P\&R}(t)$$

Où :

- $\sigma$  représente l'écart-type/la volatilité associé au risque de primes et de réserve de la ligne d'activité correspondant au segment santé
- $V_{P\&R}$  représente une somme de volumes : le volume de primes ( $V_{primes}(t)$ ) et le volume de provisions pour sinistres passés ( $V_{provisions,SP}(t)$ ), associés au segment santé pour l'année  $t$

$V_{provisions,SP}(t)$  est défini comme l'estimation des montants que l'assureur devra encore payer pour les sinistres qui ont déjà eu lieu mais qui ne sont pas encore entièrement réglés pour l'année  $t$ , et  $V_{primes}(t)$  est défini comme le montant total de primes émises par l'assureur pour l'année  $t$  pour l'ensemble des contrats d'assurance souscrits.

D'autre part le BE, toujours avec seulement les flux sortants, associé à ce risque est constitué du BE de sinistres passés ( $BE_{SP}^+(t)$ ), c'est-à-dire, la meilleure estimation du coût des sinistres qui ont déjà eu lieu mais qui n'ont pas encore été payés et du BE de sinistres futurs ( $BE_{SF}^+(t)$ ), c'est-à-dire, la meilleure estimation du coût des sinistres qui peuvent survenir dans l'avenir et dont le montant des prestations n'est pas encore connu.

Nous avons ainsi,  $V_{provisions,SP} = BE_{SP}^+(t)$ .

Quant à  $BE_{SF}^+(t)$ , celui-ci se calcule selon la formule suivante :

$$BE_{SF}^+(t) = V_{provisions,SF}(t) \approx \frac{S}{\frac{14}{12}P} * V_{primes}(t)$$

Où :

- $S$  représente le volume des pertes et des dépenses (sinistres et frais de gestion) et  $\frac{14}{12}P$  représente le volume de primes (assiette de primes égale à 14 mois et non 12 mois) et donc  $\frac{S}{\frac{14}{12}P}$  représente le ratio combiné,  $\frac{\text{sinistres+frais de gestion}}{\text{primes} + \text{FP futures}}$
- $V_{primes}(t)$  représente le volume de primes encaissées pour l'année  $t$
- $V_{provisions,SF}(t)$  représente le volume de provisions pour sinistres futurs pour l'année  $t$

Il est important de noter que  $V_{primes}(t)$  est utilisé puisqu'il y a moins d'incertitude par rapport à la collecte des primes, contrairement au volume de provisions pour les sinistres futurs ( $V_{provisions,SF}(t)$ ) qui est susceptible de beaucoup varier en fonction de la survenance des sinistres, et donc peu facilement prévisible pour une année future  $t$  donnée.

De plus, le ratio combiné que nous utilisons dans le cadre de ce mémoire est fixé à proche de 84%.

Nous avons alors grossièrement  $BE_{SF}^+(t) = V_{provisions,SF}(t) \approx V_{primes}(t)$ , et donc  $BE^+(t) = BE_{SP}^+(t) + BE_{SF}^+(t) \approx V_{P\&R}(t)$ .

Revenons à la formule du SCR de prime et de réserve. Le paramètre  $\sigma$  n'est pas constant, il se calcule comme suit :

$$\sigma = \frac{\sqrt{(\sigma_{primes} * V_{primes})^2 + (\sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP})^2 + \sigma_{primes} * V_{primes} * \sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP}}}{V_{primes} + V_{provisions,SP}}$$

Ainsi, le SCR se réécrit :

$$SCR_{P\&R}$$

$$= 3 * \sqrt{(\sigma_{primes} * V_{primes})^2 + (\sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP})^2 + \sigma_{primes} * V_{primes} * \sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP}}$$

Nous nous permettons de faire l'approximation suivante :

$$\sqrt{(\sigma_{primes} * V_{primes})^2 + (\sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP})^2 + \sigma_{primes} * V_{primes} * \sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP}}$$

$$\approx \sigma_{primes} * V_{primes} + \sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP}$$

Il faut noter qu'il manque un facteur de 2 au dernier terme dans la racine pour que cette approximation soit vraie.

Nous pouvons alors développer la formule du SCR comme suit :

$$SCR_{P\&R} = 3 * (\sigma_{primes} * V_{primes} + \sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP})$$

$\Rightarrow$

$$SCR_{P\&R} \approx 3 * (\sigma_{provisions,SP} * \frac{\sigma_{primes}}{\sigma_{provisions,SP}} * \frac{\frac{14}{12}P}{S} * V_{provisions,SF} + \sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP})$$

$\Leftrightarrow$

$$SCR_{P\&R} = 3 * \sigma_{provisions,SP} * (\frac{\sigma_{primes}}{\sigma_{provisions,SP}} * \frac{\frac{14}{12}P}{S} * V_{provisions,SF} + V_{provisions,SP})$$

Si  $\frac{\sigma_{primes}}{\sigma_{provisions,SP}} * \frac{\frac{14}{12}P}{S}$  tend vers 1, alors nous avons  $SCR_{P\&R} = 3 * \sigma_{provisions,SP} * (V_{provisions,SF} + V_{provisions,SP})$ , et donc  $SCR_{P\&R} = 3 * \sigma_{provisions,SP} * BE^+$ . Dans un tel cas, nous pourrions écrire :  $BE_{Health}^+ \propto SCR_{Health}$ .

$\sigma_{provisions,SP}$  et  $\sigma_{primes}$  sont donnés par l'EIOPA et sont fixés à 6% et 5% respectivement pour le segment Santé, alors  $\frac{\sigma_{primes}}{\sigma_{provisions,SP}}$  vaut 83%. D'autre part, le ratio combiné  $\frac{S}{\frac{14}{12}P}$  vaut 84%, donc nous avons  $\frac{\sigma_{primes}}{\sigma_{provisions,SP}} * P/S$  qui vaut 99%, très proche de 1, d'où la quasi-proportionnalité que nous observons entre  $ratio_{SCR-mod}$  et  $ratio_{BE^+}$ .

## Tests de sensibilité

Dans le cadre d'un test de sensibilité par rapport à la proportionnalité pour le segment Santé, nous souhaitons revenir sur les hypothèses faites lors du déroulement de la formule du SCR de prime et de réserve.

Premièrement, nous avons fait l'approximation suivante :

$$\sqrt{(\sigma_{primes} * V_{primes})^2 + (\sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP})^2 + \sigma_{primes} * V_{primes} * \sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP}}$$

$$\approx \sigma_{primes} * V_{primes} + \sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP}$$

Dans la première expression, le terme  $\sigma_{primes} * V_{primes} * \sigma_{provisions,SP} * V_{provisions,SP}$  représente grossièrement la corrélation entre le risque de prime, associé aux quantités  $V_{primes}$  et  $\sigma_{primes}$ , et le risque de réserve, associé aux quantités  $V_{provisions,SP}$  et  $\sigma_{provisions,SP}$ .

L'approximation revient à négliger la corrélation entre les primes et les provisions, en les supposant indépendantes les unes des autres. Donc, puisque les écarts-types sont fixés, l'approximation est acceptable seulement dans le cas où il y a un fort déséquilibre entre les volumes, c'est-à-dire, si le volume de primes est très élevé sans que le volume de provisions le soit de même, ou vice versa.

Deuxièmement, nous avons fixé le ratio combiné à 84%. Or, il est possible de se retrouver dans un cas où ce ratio est plus ou moins grand, ce qui rendrait plus ou moins éloigné de 1 le facteur  $\frac{\sigma_{primes}}{\sigma_{provisions,SP}} * \frac{14P}{S}$  et par conséquent, plus ou moins réaliste l'hypothèse de proportionnalité entre le SCR et le BE.

Nous souhaitons alors tester la robustesse de la proportionnalité en faisant varier les hypothèses faites. Notamment, pour la première, nous souhaitons faire varier les volumes de provisions et de primes et pour la deuxième, nous souhaitons faire varier le ratio combiné.

Pour rappel, voici les ratios initiaux ci-dessous. Nous faisons particulièrement attention aux écarts entre les ratios dans le cadre de ces tests.

Projection	$ratio_{BE+}$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta = ratio_{BE+} - ratio_{SCR-mod}$
0	100%	100%	0 pp
1	14,81%	14,65%	0,16 pp
2	5,33%	5,27%	0,06 pp
3	1,76%	1,74%	0,02 pp

TABLE 7 – Ecart des ratios pour le segment Santé

La quasi-proportionnalité à laquelle nous étions confrontés précédemment s'obtient dans les conditions suivantes :

$\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$	Ratio Combiné
8,37	84%

Nous souhaitons faire varier ces quantités de 10% afin de constater les variations correspondantes au niveau des ratios. Dans le cas des volumes, il s'agit d'augmenter et de diminuer le déséquilibre entre les volumes de primes et de provisions.

Nous appliquons alors les conditions suivantes :

Variation	$\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$	Ratio Combiné
+10%	9,2	92,4%
-10%	7,53	75,6%

### Les volumes de primes et de provisions pour sinistres passés

Toutes choses égales par ailleurs, une variation de +10% de  $\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$  nous donne les ratios suivants :

Projection	$ratio_{BE+}$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta$
0	100%	100%	0 pp
1	15,08%	15%	0,08 pp
2	5,40%	5,38%	0,03 pp
3	1,74%	1,73%	0,01 pp

Nous pouvons observer que les écarts entre les ratios ont diminué par rapport à la situation initiale. C'est une conséquence attendue, puisqu'une augmentation de  $\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$ , c'est-à-dire, une augmentation du déséquilibre entre les primes et les provisions, fait que l'impact de la corrélation entre primes et provisions sur le risque global de prime et de réserve est encore plus réduit. En conséquence, l'approximation faite serait encore plus acceptable, c'est-à-dire plus précise, d'où une diminution des écarts entre ratios.

De la même manière, une variation de -10% de  $\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$  nous donne les ratios ci-dessous. Nous observons se produire l'effet inverse ici, c'est-à-dire, une augmentation de l'impact de la corrélation entre primes et provisions sur le risque global qui fait que l'approximation est moins bonne, donnant alors lieu à des écarts plus importants entre les ratios.

Projection	$ratio_{BE+}$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta$
0	100%	100%	0 pp
1	14,59%	14,36%	0,23 pp
2	5,26%	5,18%	0,08 pp
3	1,78%	1,75%	0,03 pp

Nous pouvons alors déduire que la proportionnalité reste robuste face aux variations moyennes des volumes de primes et de provisions. Notamment, malgré une diminution de 10% de  $\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$ , les écarts entre les ratios n'augmentent que très peu (moins d'un point de pourcentage).

Il faut tout de même noter que l'effet des variations des volumes n'est pas linéaire à cause de l'intervention de la racine carrée dans l'approximation. Une telle robustesse que nous venons d'observer nécessite un déséquilibre  $\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$  déjà établi à un certain niveau (8,37 dans ce cas). Or, ce n'est pas une raison pour rejeter les résultats de ces tests puisque les volumes de primes et de provisions utilisés, et donc le déséquilibre  $\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$  utilisé sont des montants effectivement constatés par les assureurs dans la réalité (voir la partie 2.4.1).

## Le ratio combiné

Toutes choses égales par ailleurs, une variation de  $\pm 10\%$  du ratio combiné nous donne les résultats suivants :

Projection	$ratio_{BE+}$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta$
0	100%	100%	0 pp
1	14,73%	15,64%	-0,91 pp
2	5,31%	5,64%	-0,33 pp
3	1,80%	1,91%	-0,11 pp

(a) +10%

Projection	$ratio_{BE+}$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta$
0	100%	100%	0 pp
1	14,91%	13,66%	1,24 pp
2	5,34%	4,90%	0,45 pp
3	1,72%	1,58%	0,14 pp

(b) -10%

TABLE 8 – Variation du ratio combiné pour le segment Santé

Nous observons que la proportionnalité reste plutôt robuste à ces variations. Celles-ci donnent lieu à des écarts entre ratios autour d'un point de pourcentage au maximum. Dans le cas d'une augmentation du ratio combiné, nous perdons également la prudence,  $ratio_{BE+}$  est inférieur à  $ratio_{SCR-mod}$  pour chaque année de projection.

### 3.3.4 Auto

Prenons ensuite le segment Auto qui regroupe les produits d'assurance auto à un an. Nous pouvons observer que  $ratio_{SCR}$  et  $ratio_{BE+}$  évoluent de façon similaire. En effet, comme pour le segment Santé, pour un tel segment, le SCR est principalement composé de deux sous-risques : le risque de prime et de réserve et le risque de catastrophe. Et comme pour le segment Santé, le risque de catastrophe n'est présent que la première année. Nous faisons les mêmes aménagements que pour le segment Santé, soit, exclure ce risque non persistant et construire un SCR modifié en ne gardant que le risque principal restant, le risque de prime et de réserve.

En comparant  $ratio_{SCR-mod}$  et  $ratio_{BE+}$ , nous observons que, comme pour le segment Santé, il y a une évolution des ratios encore plus proche qu'avant, encore une fois, une quasi-proportionnalité. Une telle évolution est attendue à cause des raisons liées à la façon dont le SCR du risque de prime et de réserve et le BE associé au segment sont définis (voir la section 3.3.3).

Projection	$BE^+$	$ratio_{BE+}$	$SCR - mod$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta = ratio_{BE+} - ratio_{SCR-mod}$
0	35 267 410	100%	9 590 765	100%	0 pp
1	13 084 115	37,10%	3 514 215	36,64%	0,46 pp
2	3 146 379	8,92%	851 629	8,88%	0,04 pp

TABLE 9 – Evolution et écarts des ratios pour le segment Auto

## Tests de sensibilité

Nous souhaitons effectuer les mêmes tests de sensibilité que pour le segment Santé. Nous obtenons le cas de quasi-proportionnalité avec les conditions suivantes :

$\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$	Ratio Combiné
20,7	89%

De même, nous souhaitons appliquer des variations de  $\pm 10\%$  sur celles-ci :

Variation	$\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$	Ratio Combiné
+10%	22,76	97,9%
-10%	18,63	80,1%

## Les volumes de primes et de provisions pour sinistres passés

Nous observons les mêmes effets que pour le segment Santé, soit une augmentation des écarts entre ratios suite à l'augmentation de  $\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$  et vice versa.

Projection	$ratio_{BE+}$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta$
0	100%	100%	0 pp
1	37,02%	36,67%	0,34 pp
2	8,86%	8,85%	0,01 pp

(a) +10%

Projection	$ratio_{BE+}$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta$
0	100%	100%	0 pp
1	37,17%	36,61%	0,55 pp
2	8,97%	8,90%	0,07 pp

(b) -10%

TABLE 10 – Variation de  $\frac{V_{primes}}{V_{provisions,SP}}$  pour le segment Auto

## Le ratio combiné

De même, nous observons les mêmes effets que pour le segment Santé, soit une perte de prudence lorsque le ratio combiné est augmenté et un renforcement de la prudence lorsqu'il est diminué.

Projection	$ratio_{BE+}$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta$
0	100%	100%	0 pp
1	37,39%	40,13%	-2,74 pp
2	9,03%	9,76%	-0,73 pp

(a) +10%

Projection	$ratio_{BE+}$	$ratio_{SCR-mod}$	$\Delta$
0	100%	100%	0 pp
1	36,75%	33,15%	3,60 pp
2	8,80%	8,00%	0,80 pp

(b) -10%

TABLE 11 – Variation du ratio combiné pour le segment Auto

Nous constatons donc que la proportionnalité dans le cas du segment Auto reste plutôt robuste également, malgré des écarts globalement plus importants, qui peuvent être attribués à l'importance de l'exposition au risque pour ce segment par rapport au segment Santé ( $SCR_{P\&R,Auto} = 9\ 590\ 765$  vs.  $SCR_{P\&R,Santé} = 2\ 893\ 793$ ).

### 3.3.5 Obsèques

Prenons finalement le segment Obsèques qui regroupe des contrats de vie entière pour la garantie obsèques. Pour un tel produit, le SCR correspondant regroupe deux risques principaux, un premier risque de mortalité et un deuxième risque de rachat.

Le risque de mortalité couvre le risque qu'il y ait plus de décès parmi les assurés que prévu. En effet, puisque c'est un contrat de vie entière, le risque n'est pas sur le fait que l'assuré meure ou non (c'est certain qu'il meure à un moment donné) comme dans le cas du contrat décès à un an, mais plutôt qu'il meure plus tôt que prévu.

Pour comprendre cette subtilité, regardons le fonctionnement des primes et des prestations pour un tel produit. L'assuré paie une prime chaque année, qui est capitalisée. Donc pour chaque année  $t$ , le montant associé aux paiements de l'assuré augmente de deux façons : premièrement, le montant associé aux paiements de l'assuré pour l'année  $t - 1$  est revalorisé (capitalisation) et deuxièmement, à ce montant s'ajoute les primes que l'assuré verse au titre de l'année  $t$ . D'autre part, l'assureur s'engage à verser un capital au décès de l'assuré. Ce capital est fixe et n'est pas revalorisé. Afin de financer ce versement de capital, l'assureur s'appuie sur le montant associé aux paiements de l'assuré. Plus l'assuré vit longtemps, plus le montant associé à ses paiements augmente à la fois par capitalisation et par injection de nouvelles primes, et plus ce montant s'approche (et dépasse) du montant du capital que l'assureur aura à verser au décès de l'assuré. A l'inverse, moins l'assuré vit longtemps, moins le le montant associé à ses paiements a le temps d'augmenter, et moins il y a de chances que ce montant soit égal au montant du capital que l'assureur aura à verser au décès de l'assuré, et donc plus l'assureur risque de devoir sortir de l'argent de sa propre poche afin de combler la différence.

Donc s'il y a plus de décès que prévu, alors cela implique qu'il y a des assurés qui sont morts plus vite que prévu et donc que l'assureur devra payer plus d'argent en dehors de ce qu'il a collecté et fait capitaliser avec les primes.

Quant au risque de rachat, celui-ci couvre le risque qu'il y ait plus d'assurés que prévu qui rachètent leurs contrats, c'est-à-dire, qui mettent fin au contrat et retirent l'intégralité des sommes (primes) investies moins les frais et les pénalités éventuelles. Bien qu'il représente potentiellement des sorties d'argent importantes, il s'agit d'un risque plutôt moyen puisque ce que l'assureur aurait à payer à l'assuré vient uniquement de la somme des primes que l'assuré aurait investie. Du point de vue de l'assureur, des rachats imprévus lui font perdre du profit puisque son profit vient de la capitalisation des primes (il garde une partie des intérêts obtenus des primes investies). Celle-ci est plus rémunératrice pour des investissements à long terme donc les rachats raccourcissent la durée d'investissement potentielle, diminuant ainsi les profits potentiels de l'assureur. Donc ce risque n'implique pas tellement une perte d'argent, mais plutôt une perte de profit.

Contrairement aux segments précédents, ces risques sont présents au-delà de la première année de couverture, jusqu'à l'échéance. Nous ne faisons donc pas appel à *SCR - mod* pour la comparaison des ratios qui suivra.

Ces risques diminuent progressivement au cours du temps, en vue du nombre de plus en plus faible d'assurés pris en charge dans le portefeuille. Les risques diminuent également puisque plus le temps passe, plus l'assuré aurait payé de primes et plus l'assureur pourrait faire de profit et moins l'assureur aurait à payer de sa propre poche en cas de décès.

Quant à son BE ( $BE^+$ ), il est attendu qu'il diminue progressivement au cours du temps avec les décès et les rachats progressifs des assurés et les paiements progressifs des prestations.

Nous retrouvons ainsi les ratios suivants :

Projection	SCR	$ratio_{SCR}$	$BE^+$	$ratio_{BE^+}$
0	5 202 365	100,00%	52 144 081	100,00%
1	4 697 860	90,30%	47 240 889	90,60%
2	4 090 108	78,62%	42 670 067	81,83%
3	3 543 818	68,12%	38 298 104	73,45%
4	3 053 390	58,69%	34 227 173	65,64%
5	2 618 718	50,34%	30 448 031	58,39%
6	2 233 041	42,92%	26 946 429	51,68%
7	1 900 104	36,52%	23 715 459	45,48%
8	1 606 993	30,89%	20 753 504	39,80%
9	1 351 561	25,98%	18 052 082	34,62%
10	1 128 527	21,69%	15 605 431	29,93%
11	938 131	18,03%	13 415 771	25,73%
12	774 062	14,88%	11 440 198	21,94%
13	634 773	12,20%	9 689 586	18,58%
14	516 880	9,94%	8 145 971	15,62%
15	417 664	8,03%	6 789 479	13,02%
16	334 572	6,43%	5 602 178	10,74%
17	265 880	5,11%	4 578 422	8,78%
18	209 678	4,03%	3 705 706	7,11%
19	164 187	3,16%	2 972 186	5,70%
20	127 707	2,45%	2 363 444	4,53%

TABLE 12 – Evolution des ratios pour le segment Obsèques

Nous observons ainsi une évolution plutôt parallèle des deux ratios, avec une prudence du côté du BE qui nous permet d'entreprendre des calculs de RM via la méthode simplificatrice 2.

Cette évolution du SCR est effectivement attendue en vue de celle des sous-risques de mortalité et de rachat qui évoluent comme décrits au-dessus :

Projection	$SCR_{Mortalité}$	$ratio_{SCR_{Mortalité}}$	$SCR_{Rachat}$	$ratio_{SCR_{Rachat}}$
0	2 142 138	100,00%	4 740 015	100,00%
1	1 926 502	89,93%	4 262 240	89,92%
2	1 698 651	79,30%	3 701 411	78,09%
3	1 488 647	69,49%	3 199 524	67,50%
4	1 298 617	60,62%	2 749 445	58,00%
5	1 127 208	52,62%	2 351 791	49,62%
6	973 609	45,45%	1 999 526	42,18%
7	836 077	39,03%	1 697 798	35,82%
8	714 098	33,34%	1 432 532	30,22%
9	606 231	28,30%	1 202 099	25,36%
10	511 856	23,89%	1 000 909	21,12%
11	430 006	20,07%	829 786	17,51%
12	358 939	16,76%	682 551	14,40%
13	298 034	13,91%	557 815	11,77%
14	246 127	11,49%	452 388	9,54%
15	202 014	9,43%	363 852	7,68%
16	164 572	7,68%	289 932	6,12%
17	133 017	6,21%	229 128	4,83%
18	106 587	4,98%	179 707	3,79%
19	84 646	3,95%	140 011	2,95%
20	66 609	3,11%	108 434	2,29%

TABLE 13 – Evolution de  $ratio_{SCR}$  pour les sous-risques du segment Obsèques

## 4 Développement de nouvelles méthodes simplificatrices

### 4.1 L'équivalence des méthodes simplificatrices

Comme évoqué dans la section 3, l'ACPR préconise l'utilisation des simplifications 1 et 2 pour les activités non-vie. Mais, elle ne partage pas de justification pour cette préférence des deux premières méthodes simplificatrices. Or, nous pouvons tout d'abord remarquer que les simplifications 2 et 3 partagent les mêmes hypothèses sous-jacentes (c.f. la section 2.2.2). Il est également possible de montrer une équivalence entre les expressions de ces deux méthodes sous certaines conditions.

Nous commençons par poser  $df(0, t) = \frac{1}{(1+r_{0,t})^t}$ . C'est le facteur d'actualisation établi à la date initiale 0 à appliquer sur un flux ou un montant  $t$  années dans le futur, c'est-à-dire, établi à partir du taux sans risque calculé en 0 pour  $t$  années dans le futur,  $r_{0,t}$ . Par la nature de la courbe des taux sans risque, nous avons également :  $df(t_1, t_2) = \frac{df(0, t_2)}{df(0, t_1)}$  pour  $t_1, t_2 \geq 0$ .

Ceci nous aide à expliciter les expressions des montants  $BE(0)$ ,  $BE(t)$  et  $Dur(0)$  :

$$BE(0) = \sum_{u>0} F_u * df(0, u)$$

$$BE(t) = \sum_{u>t} F_u * df(t, u) = \sum_{u>t} F_u * \frac{df(0, u)}{df(0, t)}$$

$$Dur(0) = \frac{\sum_{u>0} u F_u * df(0, u)}{\sum_{u>0} F_u * df(0, u)} = \sum_{t \geq 0} \frac{\sum_{u>t} F_u * df(0, u)}{\sum_{u>0} F_u * df(0, u)} = \sum_{t \geq 0} \frac{\sum_{u>t} F_u * df(0, u)}{BE(0)}$$

Comme évoqué précédemment, les flux  $F_u$  doivent être strictement positifs pour le calcul de duration.

Prenons la méthode simplificatrice 2 comme point de départ :

$$RM_2 = CoC * \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} \frac{BE(t)}{(1 + r_{0,t+1})^{t+1}}$$

En explicitant cette formule, nous obtenons :

$$RM_2 = CoC * \frac{SCR^{RU}(0)}{\sum_{u>0} F_u * df(0, u)} * \sum_{t \geq 0} df(0, t+1) * \sum_{u>t} F_u * df(t, u)$$

$\Leftrightarrow$

$$RM_2 = CoC * SCR^{RU}(0) * \sum_{t \geq 0} df(0, t+1) * \frac{\sum_{u>t} F_u * \frac{df(0, u)}{df(0, t)}}{\sum_{u>0} F_u * df(0, u)}$$

⇔

$$RM_2 = CoC * SCR^{RU}(0) * \sum_{t \geq 0} \frac{df(0, t+1)}{df(0, t)} * \frac{\sum_{u>t} F_u * df(0, u)}{\sum_{u>0} F_u * df(0, u)}$$

⇔

$$RM_2 = CoC * SCR^{RU}(0) * \sum_{t \geq 0} df(t, t+1) * \frac{\sum_{u>t} F_u * df(0, u)}{\sum_{u>0} F_u * df(0, u)}$$

La méthode simplificatrice 3 s'écrit :

$$RM_3 = CoC * SCR^{RU}(0) * \frac{Dur(0)}{1 + r_{0,1}} = CoC * SCR^{RU}(0) * Dur(0) * df(0, 1)$$

Si nous avons une courbe des taux sans risque constante, nous avons  $r_{0,1} = r_{0,t}$  pour tout  $t$ . Nous pouvons alors écrire  $df(0, 1) = df(t, t+1)$ , ce qui nous permet de retrouver la méthode simplificatrice 3 à partir de la formule de la simplification 2 :

$$RM_2 = CoC * SCR^{RU}(0) * df(0, 1) * \sum_{t \geq 0} \frac{\sum_{u>t} F_u * df(0, u)}{\sum_{u>0} F_u * df(0, u)} = CoC * SCR^{RU}(0) * df(0, 1) * Dur(0) = RM_3$$

Nous retrouvons alors équivalence entre les méthodes simplificatrice 2 et 3 sous condition que la courbe des taux sans risque soit constante.

En réalité, cette condition ne joue pas un grand rôle dans le calcul de la RM dans des économies plutôt stables. En effet, dans une telle économie, nous retrouvons une courbe des taux sans risque légèrement croissante, donc il est plus facile de vérifier grossièrement cette hypothèse sur la courbe. De plus, pour un calcul de RM qui se fait en situation de run-off, il faut noter que pour les assurances non-vie et santé, les produits sont de courte durée, souvent à base annuelle, et le règlement de leurs prestations se fait relativement rapidement, avec une résolution complète au bout de sept ans pour la plupart des contrats non-vie et au bout de deux ans pour la plupart des contrats santé. Ainsi, les taux correspondant aux dernières années et appliqués aux derniers flux, dans le calcul ne vont pas beaucoup dévier par rapport au taux initial, étant donné le nombre faible d'années qui se sont écoulées et la stabilité de l'évolution de la courbe des taux.

Il est donc pertinent d'interroger cette orientation de l'ACPR concernant les méthodes simplificatrices 2 et 3 pour les assurances non-vie, notamment dans un pays tel que la France qui a une économie stable. Un argument peut ainsi être fait en faveur de la pertinence de la méthode simplificatrice 3. Par la suite, nous proposerons une méthode qui rend encore plus pertinent de pouvoir utiliser la simplification 3.

## 4.2 De nouvelles méthodes face à l'hétérogénéité des risques

Nous nous replaçons tout de même devant la méthode simplificatrice 2 afin d'être conforme à l'orientation de l'ACPR.

Comme évoqué dans la section 2.2.2, un problème majeur avec cette méthode simplificatrice (et la méthode simplificatrice 3), est de vérifier l'hypothèse sous-jacente concernant la stabilité de la proportion des risques de l'entité d'assurance. C'est une hypothèse forte qui est peu souvent vérifiée. C'est un point bloquant qui ne permet pas de profiter pleinement des méthodes simplificatrices proposées par la réglementation. Il est donc important de trouver une méthode alternative qui prend mieux en compte ces réalités.

Pour cela, nous nous appuyons sur le travail fait dans la section 3. En effet, nous avons vu que, avec des aménagements sur les risques non persistants tels que la mortalité ou la catastrophe, il nous était possible d'approcher une situation de quasi-proportionnalité, ou du moins rester dans la prudence par rapport aux ratios de  $BE^+$  et de  $SCR - mod$ . Mais il est aussi vrai qu'il est difficile de nous placer dans une situation d'homogénéité des sous-risques, même dans un cas mono-produit, et encore moins dans un cas mono-risque avec plusieurs produits, même avec les aménagements faits, ce qui rend la proportionnalité exacte hors de question. Nous acceptons cette réalité et cette marge d'erreur inévitable, et nous nous permettons d'appliquer les méthodes simplificatrices dans une telle configuration pour la suite du mémoire, étant donné que nous ne pouvons pas faire mieux au niveau des sous-risques.

Or, l'aspect sur lequel notre méthode peut intervenir est la difficulté de vérifier une homogénéité des risques au niveau de l'entité d'assurance. En effet, la méthode simplificatrice 2 n'a pas de mécanisme inné permettant de prendre en compte l'hétérogénéité des risques au niveau de l'entité, l'homogénéité des risques est alors exigée au niveau de l'entité pour pouvoir appliquer la méthode.

Nous proposons alors d'introduire un tel mécanisme dans la méthode simplificatrice 2. En effet, il s'agit d'appliquer cette méthode simplificatrice au niveau de chaque segment, c'est-à-dire approximer le SCR futur au niveau de chaque segment, et ensuite rajouter un facteur qui prend en compte la diversification, ou autrement dit, l'hétérogénéité, des segments.

En appliquant la méthode simplificatrice au niveau des segments et non au niveau de l'entité, nous nous assurons qu'il y ait homogénéité au niveau des risques, puisque chacun des segments n'appartient qu'à une branche d'activité (vie, santé, non-vie), et est donc, par définition, homogène au niveau des risques : l'hypothèse d'homogénéité exigée est vérifiée par défaut. En incluant un facteur de diversification, nous nous assurons de bien prendre en compte l'hétérogénéité des risques au niveau de l'entité, qui intervient au moment du calcul du SCR de l'entité, qui nécessite d'agrèger les SCR des segments individuellement homogènes mais dont les risques sont différents d'un segment à l'autre.

Pour retrouver une écriture sous forme analytique, nous commençons par réécrire  $SCR^{RU}(t)$  comme suit :

$$SCR^{RU}(t) = \sum_s SCR_s^{RU}(t) * \frac{SCR^{RU}(t)}{\sum_s SCR_s^{RU}(t)}$$

Ici, nous avons  $SCR_s^{RU}(t)$  le SCR pour chaque segment  $s$  pour l'année  $t$ . Nous voyons également

apparaître le facteur de diversification  $X(t) = \frac{SCR^{RU}(t)}{\sum_s SCR_s^{RU}(t)}$ , où  $SCR^{RU}(t)$  est le SCR de l'entité pour l'année  $t$  qui prend en compte la diversification par rapport aux différents risques au niveau des différents segments, une diversification qui n'est pas prise en compte en faisant simplement la somme des SCR des segments divers.

En appliquant la méthode simplificatrice 2 pour approximer chacun des  $SCR_s^{RU}(t)$ , nous retrouvons :

$$SCR_s^{RU}(t) = \frac{SCR_s^{RU}(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)$$

Nous avons alors, par notre nouvelle méthode adaptée de la méthode simplificatrice 2 :

$$SCR^{RU}(t) = X(t) * \sum_s \frac{SCR_s^{RU}(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)$$

La RM de cette nouvelle méthode simplificatrice, que nous surnomons la méthode 2\*, se calcule alors de la façon suivante :

$$RM_{2*} = CoC * \sum_{t \geq 0} \frac{X(t) * \sum_s \frac{SCR_s^{RU}(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)}{(1 + r_{0,t+1})^{t+1}}$$

Elle a l'avantage d'être simple et plus ou moins similaire à la méthode 2 classique proposée par la réglementation. Elle repose sur les mêmes hypothèses que cette dernière, sauf l'hypothèse d'homogénéité des risques qui est désormais vérifiée automatiquement, grâce à la façon dont la méthode est conçue. Cette similarité avec la méthode 2 nous permet également de faire la même démarche que dans la section 4.1, soit montrer une équivalence, sous certaines conditions, entre la méthode 2\* et une nouvelle méthode 3\* que nous allons pouvoir définir.

Pour cela, nous supposons deux choses, que la courbe des taux sans risque soit constante et que le coefficient de diversification  $X(t)$  soit constant, c'est-à-dire  $\frac{SCR^{RU}(0)}{\sum_s SCR_s^{RU}(0)} = X(0) = X(t)$  pour tout  $t$ . Nous avons alors :

$$RM_{2*} = CoC * \sum_{t \geq 0} \frac{X(t) * \sum_s \frac{SCR_s^{RU}(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)}{(1 + r_{0,t+1})^{t+1}}$$

⇔

$$RM_{2*} = CoC * X(0) * \sum_{t \geq 0} \sum_s \frac{SCR_s^{RU}(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t) * df(0, t + 1)$$

⇔

$$RM_{2*} = CoC * X(0) * \sum_{t \geq 0} \sum_s \frac{SCR_s^{RU}(0)}{\sum_{u > 0} F_{s,u} * df(0, u)} * \sum_{u > t} F_{s,u} * df(t, u) * df(0, t + 1)$$

⇔

$$RM_{2*} = CoC * X(0) * \sum_s SCR_s^{RU}(0) \sum_{t \geq 0} \frac{\sum_{u>t} F_{s,u} * df(0, u)}{\sum_{u>0} F_{s,u} * df(0, u)} * \frac{df(0, t+1)}{df(0, t)}$$

⇔

$$RM_{2*} = CoC * X(0) * \sum_s SCR_s^{RU}(0) Dur_s(0) * df(t, t+1)$$

⇔

$$RM_{2*} = CoC * df(0, 1) * \frac{SCR^{RU}(0)}{\sum_s SCR_s^{RU}(0)} * \sum_s SCR_s^{RU}(0) Dur_s(0)$$

⇒

$$RM_{3*} = CoC * df(0, 1) * SCR^{RU}(0) * Dur^*(0)$$

Nous avons alors équivalence entre les méthodes 2\* et 3\* sous condition d'une courbe des taux constante et un coefficient de diversification constant.

Ici, la duration du portefeuille des engagements de l'assureur n'est pas estimée comme la duration de l'ensemble des flux de prestations ( $Dur(0)$ ) mais comme la moyenne des durations par segment pondérées par les SCR marginaux de chaque segment ( $Dur^*(0) = \frac{\sum_s SCR_s^{RU}(0) Dur_s(0)}{\sum_s SCR_s^{RU}(0)}$ ).

En effet, en termes simples, une duration représente la durée moyenne pondérée des flux de trésorerie futurs. Pour chaque année, elle prend une moyenne simple de tous les flux de trésorerie futurs, sans distinguer entre les différents segments de produits. Dans le cadre d'un calcul de RM, ceci peut poser problème parce que tous les produits n'ont pas le même risque ni la même chronique des flux de trésorerie.

A titre d'exemple, prenons un produit d'épargne vie et un produit d'assurance santé. Comme évoqué dans l'exemple de la section 2.2.2, les premiers ont des flux de trésorerie qui peuvent s'étaler sur le long terme, mais ces flux sont relativement stables et peu risqués. Les derniers ont des flux de trésorerie qui s'arrêtent rapidement, dans le court terme, mais ils sont plus incertains et risqués.

Si nous utilisons la duration classique, elle donnerait trop de poids aux flux de long terme du premier produit d'épargne vie simplement parce que les flux de ceux-ci se produisent plus longtemps et plus tard. Cependant, ce produit et ses flux sont en réalité peu risqués, et donc associés à un SCR plus faible. La duration serait alors trop importante par rapport au niveau réel d'exposition aux risques. En conséquence, la RM serait surestimée.

Ce comportement est plus facile à appréhender si nous exprimons la duration classique différemment :

$$Dur(0) = \frac{\sum_{u>0} u F_u * df(0, u)}{\sum_{u>0} F_u * df(0, u)}$$

⇔

$$Dur(0) = \frac{\sum_s \sum_{u>0} \frac{u F_{u,s}}{BE_s} BE_s * df(0, u)}{\sum_s \sum_{u>0} F_{u,s} * df(0, u)} = \frac{\sum_s Dur_s(0) BE_s * df(0, u)}{\sum_s BE_s * df(0, u)}$$

La duration classique est une duration pondérée par les BE marginaux de chaque segment. Celle-ci, en pondérant par les BE, donne plus de poids aux segments dont les BE sont importants. Or, une telle pondération est détachée du risque réel associé à chaque segment puisqu'il existe des segments dont le BE est important mais le risque, c'est-à-dire, le SCR, est faible.

Pour éviter ce biais, nous choisissons d'utiliser une duration moyenne pondérée par les segments, ce qui signifie que la contribution de chaque segment à la duration totale est ajustée en fonction de son risque réel. Cette approche permet d'estimer la RM en évitant de surévaluer les risques liés aux segments à flux long terme qui sont en réalité moins coûteux/risqués à couvrir, c'est-à-dire, de ne pas surpondérer les segments dont le SCR est relativement faible par rapport à son niveau de BE.

Nous pouvons alors considérer que cette duration proposée par la méthode 3\* capte mieux l'hétérogénéité dans les segments, par rapport à celle utilisée dans la méthode 3 classique.

Il est aussi important de retenir que dans le cadre d'un calcul de RM, nous cherchons à projeter le SCR et non le BE. Une duration pondérée par les SCR nous rapproche à une projection simplifiée de SCR, puisque ce qui est calculée peut être vu comme la duration du SCR, et non pas la duration du BE comme c'est le cas avec la duration classique. Nous préférons alors pondérer par les SCR.

Nous avons alors une deuxième méthode simplificatrice, la 3\*, qui est simple à appliquer et qui a un périmètre d'utilisation plus large que la méthode 3 classique, puisqu'elle est applicable par les assureurs multi-activité et multi-risque, sans que ceux-ci aient besoin de vérifier une hypothèse d'homogénéité des risques contraignante.

Ainsi, nous avons deux nouvelles méthodes simplificatrices, 2\* et 3\*, qui font le parallèle des méthodes simplificatrices classiques, mais avec un périmètre d'utilisation plus large en raison d'une intégration d'une pondération par les segments.

Dans la section 5, nous vérifions si ces nouvelles méthodes, bien qu'elles s'adressent potentiellement à un plus large panel d'assureurs, sont aussi fiables que les méthodes simplificatrices existantes. Si elles le sont, nous pouvons effectivement dire que ce sont de meilleures méthodes par rapport à celles qui existent aujourd'hui.

### 4.2.1 Alternatives au coefficient de diversification

Il est important de noter que pour montrer l'équivalence entre les méthodes 2\* et 3\*, nous supposons le coefficient de diversification constant dans le temps. Or, celle-ci est une hypothèse peu vérifiée en réalité, en raison, entre autres, comme évoqué plusieurs fois, des différences d'évolution des risques spécifiques à chaque segment.

D'autre part, nous souhaiterions éviter de devoir calculer  $X(t)$  pour chaque année  $t$ , puisque ceci impliquerait de calculer des SCR futurs pour chaque année  $t$  à la fois pour chaque segment, et l'entité entière, ce qui va directement à l'opposé du but de ce mémoire, qui est de proposer des méthodes simples de calcul de RM.

Cependant, nous souhaitons aller plus loin dans la modélisation du coefficient de diversification  $X(t)$ , afin de trouver un juste milieu entre réalisme (par rapport à son évolution) et simplicité de calcul.

Nous proposons alors deux alternatives simples.

La première consiste à calculer  $X(t)$  par interpolation linéaire :

$$X(t) = \frac{1}{T} * (t + X(0) * (T - t))$$

Où :

- $T$  est la date d'échéance du portefeuille d'engagements de l'assuré
- $X(0)$  est le coefficient de diversification initial

L'intérêt de cette première approche est tout d'abord qu'elle permet au coefficient de diversification de varier dans le temps. En effet, nous avons à la première année  $X(t) = X(0)$ , avec  $X(0) < 1$  étant donné la diversification qui existe à ce stade. Au fur et à mesure que le temps s'écoule,  $X(t)$  tend vers 1. Nous arrivons alors, grâce à cette approche, de modéliser ce qui se passe en réalité, soit une diminution progressive de la diversification en raison de la diminution des risques, en situation de *run-off*.

Cette approche offre un coefficient de diversification qui varie dans le temps de façon linéaire. Or, la réalité n'est pas linéaire : le  $SCR(t)$  au numérateur qui est calculé avec, entre autres, une racine carrée, fait que celui-ci ne peut pas varier de façon linéaire au cours du temps.

Ceci nous pousse alors à explorer une deuxième approche qui permet de prendre en compte l'évolution non-linéaire de la diversification. Pour faire ceci, nous nous inspirons fortement de la méthode simplificatrice 1. En effet, il faut se rappeler que celle-ci s'appuie sur l'utilisation d'approximations pour calculer les SCR associés aux différents modules de risque ou à l'intérieur des modules de risques, pour chaque sous-risque. Ainsi, il s'agit de calculer le SCR comme dans la formule standard, avec notamment l'utilisation des corrélations entre les modules de risque, mais en approximant les SCR de ces modules.

Ce que nous proposons alors est d'approximer les SCR des modules comme dans la méthode 2\*, c'est-à-dire, de calculer les SCR des modules par le biais des segments faisant partie de ces modules. Nous appelons cette nouvelle méthode la 1\* :

$$SCR_{1*}^{RU}(t) = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * SCR_i(t) * SCR_j(t)} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * \sum_{s \in i} SCR_s(t) * \sum_{s \in j} SCR_s(t)}$$

Où :

- $SCR_i(t)$  représente le SCR associé au module de risque  $i$  pour l'année  $t$
- $Corr_{i,j}$  représente la corrélation entre les modules de risque  $i$  et  $j$
- $SCR_s(t)$  représente le SCR du segment  $s$  pour l'année  $t$ . Les segments  $s$  que modélisons appartiennent exclusivement à l'un des modules de risque (vie, santé, non-vie).

Il en résulte alors :

$$SCR_{1*}^{RU}(t) = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * \sum_{s \in i} \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t) * \sum_{s \in j} \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)}$$

Nous avons ainsi

$$RM_{1*} = CoC * \sum_{t \geq 0} SCR_{1*}^{RU}(t) * df(0, t + 1)$$

Nous aurions envie de dire que cette méthode est la plus précise parmi les nouvelles méthodes proposées puisqu'elle implique de monter dans la hiérarchie des simplifications proposées dans la réglementation et d'en adapter la plus sophistiquée, qui, notamment, prend explicitement en compte les corrélations entre modules de risque, et donc permettrait d'aborder la question de la diversification de la façon la plus précise, par rapport aux autres nouvelles méthodes jusque-là proposées.

Nous avons ainsi quatre nouvelles méthodes simplificatrices que nous pouvons comparer face aux méthodes classiques en modélisant les cinq segments de produits évoqués dans la section 2.4.2 et en calculant la RM de l'entité d'assurance contenant ces segments. Ces analyses de performance feront l'objet de la section suivante.

### 4.3 Introduction du paramètre $\lambda$

Les choses se complexifient avec l'inclusion du paramètre  $\lambda$  suite à la révision 2020, notamment à cause de sa dépendance au temps  $t$ . Il n'est plus possible de retrouver une équivalence entre les méthodes simplificatrices 2 et 3, comme nous avons vu dans la section 4.1, en incluant  $\lambda$  dans les expressions, c'est-à-dire, pour les méthodes  $2_\lambda$  et  $3_\lambda$ . En effet, en partant de la méthode  $2_\lambda$  et en supposant la courbe des taux sans risque constante ( $df(0, 1) = df(t, t + 1)$ ), nous avons :

$$\begin{aligned}
 RM_{2_\lambda} &= CoC * \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} BE(t) * \lambda^t * df(0, t + 1) \\
 \Leftrightarrow RM_{2_\lambda} &= CoC * \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} \lambda^t * df(0, t + 1) \sum_{u > t} F_u * df(t, u) \\
 \Leftrightarrow RM_{2_\lambda} &= CoC * \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} \lambda^t \sum_{u > t} F_u * df(0, u) * df(t, t + 1) \\
 \Leftrightarrow RM_{2_\lambda} &= CoC * \frac{SCR^{RU}(0) * df(0, 1)}{BE(0)} * \sum_{u=1}^{\infty} \sum_{t=0}^{u-1} \lambda^t * F_u * df(0, u) \\
 \Leftrightarrow RM_{2_\lambda} &= CoC * \frac{SCR^{RU}(0) * df(0, 1)}{BE(0)} * \sum_{u=1}^{\infty} \frac{1 - \lambda^u}{1 - \lambda} * F_u * df(0, u) \\
 \Leftrightarrow RM_{2_\lambda} &= CoC * \frac{SCR^{RU}(0) * df(0, 1)}{BE(0) * (1 - \lambda)} * \left( \sum_{u=1}^{\infty} F_u * df(0, u) - \sum_{u=1}^{\infty} \lambda^u * F_u * df(0, u) \right)
 \end{aligned}$$

Ainsi, nous ne retrouvons pas la méthode  $3_\lambda$  en déroulant les équivalences strictes à partir de  $RM_{2_\lambda}$ . Cependant, nous n'arrivons pas non plus à simplifier les expressions en appliquant un développement limité sur  $\lambda^t$  :  $\lambda^t = \exp(t \ln(\lambda)) \approx 1 + t \ln(\lambda)$ . En partant de la troisième égalité, nous avons :

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow RM_{2_\lambda} &= CoC * \frac{SCR^{RU}(0) * df(0, 1)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} (1 + t \ln(\lambda)) \sum_{u > t} F_u * df(0, u) \\
 \Leftrightarrow RM_{2_\lambda} &= CoC * \frac{SCR^{RU}(0) * df(0, 1) * \ln(\lambda)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} t \sum_{u > t} F_u * df(0, u) + CoC * SCR^{RU}(0) * Dur(0) * df(0, 1) \\
 \Leftrightarrow RM_{2_\lambda} &= CoC * \frac{SCR^{RU}(0) * df(0, 1) * \ln(\lambda)}{BE(0)} * \sum_{u=1}^{\infty} F_u * df(0, u) * \frac{u(u-1)}{2} + CoC * SCR^{RU}(0) * Dur(0) * df(0, 1)
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow RM_{2\lambda} = CoC * \frac{SCR^{RU}(0) * df(0,1) * ln(\lambda)}{2 * BE(0)} * \sum_{u=1}^{\infty} u^2 F_u * df(0,u) + CoC * SCR^{RU}(0) * Dur(0) * df(0,1) * (1 - \frac{ln(\lambda)}{2})$$

Ainsi, nous n'arrivons pas à montrer, de manière théorique, une équivalence entre les méthodes  $2_\lambda$  et  $3_\lambda$ . Nous retrouvons au mieux la méthode hybride ci-dessus, que nous notons  $\lambda_{hybride}$  qui reste cependant dépendante du temps.

Il est important de se rappeler que la méthode  $3_\lambda$  proposée par les textes réglementaires n'est pas justifiée, donc à ce stade, nous ne savons pas pourquoi elle est définie telle qu'elle, si elle est retrouvée à travers un jeu d'équivalences comme nous avons fait dans la section 4.1, ou si elle est définie ainsi à l'appui d'autres ressources.

Il serait intéressant de vérifier si notre méthode hybride développée directement à partir de la méthode  $2_\lambda$  se rapproche, au moins empiriquement, à la méthode  $3_\lambda$ , étant donné l'impossibilité de le démontrer théoriquement.

Nous nous retrouvons confrontés au même manque d'équivalence quant aux nouvelles méthodes : nous ne retrouvons pas l'équivalence entre les méthodes  $2_\lambda^*$  et  $3_\lambda^*$ , c'est-à-dire, les méthodes  $2^*$  et  $3^*$  avec le paramètre  $\lambda$  inclus. De même que dans le cas classique, en déroulant les équivalences à partir de la méthode  $2_\lambda^*$ , nous arrivons à définir une méthode hybride  $\lambda_{hybride}^*$  qui fait figurer la duration, mais qui reste dépendante du temps tout de même (voir l'annexe) :

$$RM_{2\lambda^*} = CoC * \sum_{t \geq 0} \lambda^t * X(t) * [\sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)] * df(0, t + 1)$$

$$RM_{\lambda_{hybride}^*} = CoC * df(0,1) * [(1 - \frac{ln(\lambda)}{2}) * SCR^{RU}(0) * Dur^*(0) + \frac{ln(\lambda)}{2} * X(0) * \sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * \sum_{u=1}^{\infty} u^2 F_{s,u} * df(0,u)]$$

$$RM_{3\lambda^*} = CoC * df(0,1) * SCR^{RU}(0) * Dur^*(0) * \lambda^{Dur^*(0)/2}$$

En plus de ces méthodes, nous avons également la possibilité d'adapter facilement la méthode  $1^*$  pour y inclure le paramètre  $\lambda$  :

$$RM_{1\lambda^*} = CoC * \sum_{t \geq 0} \lambda^t * SCR_{1^*}^{RU}(t) * df(0, t + 1)$$

## 4.4 Aménagements et approfondissements des nouvelles méthodes

### 4.4.1 Corrections et précisions

Jusque-là, plusieurs méthodes simplificatrices et des quantités qui en dépendent ont été définies. Il nous faut revenir sur certaines expressions qui ont été simplifiées par souci de clareté afin d'affiner leur notation pour bien prendre en compte une réalité plus complexe.

En effet, nous pouvons écrire :  $SCR(t) = X(t) * \sum_s SCR_s(t) = \frac{SCR(t)}{\sum_s SCR_s(t)} * \sum_s SCR_s(t)$ . Or, nous avons pu voir dans la section 2.1.1 que  $SCR(t) = BSCR(t) + Ajustements(t) + SCR_{Op}(t)$ .

Nous pouvons alors écrire :  $X(t) = \frac{BSCR(t)}{\sum_s SCR_s(t)} * \frac{SCR(t)}{BSCR(t)}$ . C'est effectivement le facteur que nous notons  $Y(t) = \frac{BSCR(t)}{\sum_s SCR_s(t)}$  qui représente un coefficient de diversification qui tend vers 1 au fur et à mesure que les risques diminuent au cours du temps. C'est  $Y(t)$  que nous essayons de modéliser par interpolation linéaire.

Le deuxième terme que nous notons  $\alpha(t) = \frac{SCR(t)}{BSCR(t)}$  représente plutôt la contribution des ajustements et du risque opérationnel. Il faut alors vérifier que  $\alpha(t)$  soit constant parce que nous nous attendons à ce que le risque opérationnel évolue proportionnellement au BSCR puisque celui-ci représente le risque de pertes financières, où les pertes sont liées à la taille de l'activité d'assurance, résultant de défaillances dans les processus internes, les systèmes, les erreurs humaines ou les événements externes. De plus, un facteur  $\alpha(t)$  constant permettrait de prendre en compte uniquement la diversification, sans effet de compensation attribuable au risque opérationnel. Il faut alors appliquer  $\alpha(t)$  une fois que le calcul du BSCR est fait.

Nous avons ainsi  $X(t) = Y(t) * \alpha(t)$ , qui permet de réécrire notamment les méthodes 2, avec diversification constante et diversification par interpolation linéaire.

La deuxième précision que nous avons besoin de faire concerne la méthode 1\*. En effet, cette méthode est établie afin de prendre en compte une diversification qui ne varierait pas de façon linéaire. C'est ce que nous croyons capter en recalculant le SCR en s'appuyant sur la structure de la formule standard, notamment avec la prise en compte des corrélations entre branches d'activité/modules de risque. Or, ces seules corrélations ne permettent pas de capter de façon précise la diversification effectivement constatée.

Nous avons jusque-là ignoré la diversification/les corrélations qu'il pourrait y avoir entre les segments eux-mêmes. Il est en effet important de les prendre en compte, puisque ces corrélations peuvent avoir un effet plus ou moins grand selon le module de risque. Nous pouvons voir un exemple clair dans le module de vie où les risques de mortalité et de longévité peuvent se compenser à l'intérieur du module.

Cela demande de retravailler un peu plus la formule du SCR de l'entité. Nous avons tout d'abord :

$$SCR(t) = \frac{SCR(t)}{\sum_s SCR_s(t)} * \sum_s SCR_s(t)$$

⇔

$$SCR(t) = X(t) * \sum_s SCR_s(t) = Y(t) * \alpha(t) * \sum_s SCR_s(t) = \frac{BSCR(t)}{\sum_s SCR_s(t)} * \alpha(t) * \sum_s SCR_s(t)$$

⇔

$$SCR(t) = BSCR(t) * \alpha(t)$$

C'est en fait  $BSCR(t)$  qui est égal au  $SCR_{1*}^{RU}(t)$  que nous avons explicité dans la section 3.2.1.

Dans le cadre de notre calcul de BSCR, nous pouvons faire des corrélations à trois niveaux. Au niveau le plus bas, il faut faire la corrélation entre sous-risques traités dans le cadre de chaque segment de produits. Le niveau supérieur demande de la faire entre les segments et le niveau le plus haut la fait entre les modules de risque qui contiennent les segments. Comme précisé en haut, il nous manque la prise en compte des corrélations entre segments. En effet, ce sont les seules qu'il nous reste à prendre en compte dans le calcul du BSCR.

Si nous posons  $SCR'(t) = BSCR(t) * \alpha(t)$ , qui est le SCR sans prise en compte de la diversification entre segments, nous pouvons écrire  $\beta(t) = \frac{SCR(t)}{SCR'(t)}$ . Ce facteur représente la diversification entre segments, le seul niveau qu'il reste à prendre en compte. Par souci de simplification, nous le supposons constant dans notre modélisation :  $\beta = \frac{SCR(0)}{SCR'(0)}$  est appliqué au calcul de SCR pour chaque année  $t$ .

Nous pouvons alors écrire :

$$SCR(t) = \beta * SCR'(t) = \beta * BSCR(t) * \alpha(t)$$

Le facteur  $\beta$  permet désormais une prise en compte complète des corrélations et sources de diversification qui rentrent en jeu.

## 4.4.2 Approfondissements

Nous pouvons approfondir et améliorer les méthodes simplificatrices développées en intégrant un traitement différencié des risques impliqués dans les différents segments. Cela demande en particulier de séparer les risques persistants des risques non persistants.

En effet, nous avons vu dans la section 3.3 que les risques de mortalité et de catastrophe ne sont présents que la première année, c'est-à-dire, non persistants pour les produits à un an en situation de *run-off*. Nous avons constaté que ces risques biaisaient les calculs de SCR pour les années suivantes quand ils cessent d'exister.

Nous proposons donc la solution suivante quant au calcul du SCR par segment qui s'appuie sur la proportionnalité au BE : à partir de la formule  $SCR_s(t) = \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)$ , nous développons une approche séparée en fonction du pas de temps  $t$ .

– Pour  $t = 0$

$$SCR_s(t) = \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)$$

Cela revient à la méthode simplificatrice 2\* pour ce pas de temps.

– Pour  $t > 0$

$$SCR_s(t) = \frac{SCR_s^*(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)$$

Ici,  $SCR_s^*(0)$  est le SCR du segment  $s$  qui ne prend en compte que les risques persistants.

Cette séparation permet d'appliquer un facteur  $\frac{SCR}{BE}$  qui ne prend en compte que les risques ayant un effet sur les calculs de l'année  $t$ . Ainsi, à titre d'exemple, pour le segment Rente de Conjoint, l'année  $t = 0$ , le facteur est établi à partir des risques de mortalité et de catastrophe et des risques de longévité et de frais. L'année  $t > 0$ , le facteur est établi seulement à partir des risques de longévité et de frais.

Il en découle que pour le segment Obsèques, cet aménagement ne change rien en termes de calculs puisque tous ses risques sont persistants.

## 4.5 Récapitulatif des nouvelles méthodes

Ainsi, nous pouvons intégrer les aménagements (réécriture du coefficient de diversification et du SCR) et les approfondissements (traitement différencié en fonction du pas de temps) aux formules établies pour les nouvelles méthodes simplificatrices à la fois dans le cadre classique et dans le cadre révisé.

Méthode	$Y(t)$	$\beta$	$\alpha$	Split Risques Persistants/Non Persistants
$1^*$ et $1_\lambda^*$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$	$\checkmark$
$2^{*c}$ et $2_\lambda^{*c}$	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$
$2^{*i}$ et $2_\lambda^{*i}$	$\checkmark$	$\times$	$\checkmark$	$\checkmark$
$3^*$ et $3_\lambda^*$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$

TABLE 14 – Tableau récapitulatif des nouvelles méthodes simplificatrices proposées corrigées, aménagées et approfondies

## 5 Analyse des résultats

Nous pouvons maintenant comparer les performances des méthodes simplificatrices classiques existantes et nouvelles. Nous allons effectuer ces comparaisons par ordre croissant de complexité. A travers les produits modélisés dans ce mémoire, nous avons deux sources d'hétérogénéité : l'hétérogénéité des modules de risque (santé, non-vie et vie) et l'hétérogénéité des périodes de couverture (un an vs. pluriannuel).

Nous allons commencer dans un premier temps par le cas le plus simple, c'est-à-dire, un cas sans hétérogénéité des modules de risque ni hétérogénéité des périodes de couverture. Pour ce faire, nous utilisons trois jeux de données, chacun permettant de modéliser un seul module de risque (santé, non-vie ou vie). Dans le cas du module de vie, nous retenons seulement les segments Décès et Rente de Conjoint, afin d'assurer une homogénéité des périodes de couverture.

Nous allons traiter dans un deuxième temps l'hétérogénéité des modules de risque. Pour ce faire, nous excluons provisoirement le segment Obsèques afin d'avoir seulement des produits ayant les mêmes périodes de couverture. Dans une telle configuration, nous utilisons deux jeux de données, un premier mélangeant les modules de santé et de non-vie et un deuxième mélangeant les trois modules auxquels nous avons affaire dans ce mémoire.

Ensuite, nous complexifierons le contexte en incluant le segment Obsèques afin de prendre en compte l'hétérogénéité des périodes de couverture. Nous faisons appel à deux jeux de données, un premier permettant de modéliser seulement le module de vie avec les trois segments de vie, et un deuxième permettant de modéliser tous les segments traités dans ce mémoire.

Nous nous attendons à ce que nos nouvelles méthodes soient plus performantes que les méthodes simplificatrices classiques, particulièrement la 2 qui est préconisée par l'ACPR dans ses orientations pour les assurances non-vie.

Il est important de commencer en comparant les performances dans le cas plus simple d'homogénéité, afin de vérifier que nos méthodes fonctionnent dans les cas les plus simples à modéliser, et d'établir une base de référence, pour faciliter la comparaison avec la méthode 2 classique, qui, comme nous avons vu dans la section 2.2.2, ne fonctionne pas en présence d'hétérogénéité. C'est ensuite que nous effectuons les comparaisons en présence d'hétérogénéité, la configuration qui nous intéresse le plus.

Afin d'effectuer les évaluations de performances des méthodes simplificatrices, nous comparons les écarts entre les résultats de calcul de celles-ci et de la méthode initiale complète.

Nous calculons les écarts de la façon suivante :

$$\frac{\Delta(Mesure^{Simplificatrice}, Mesure^{Initiale})}{Mesure^{Initiale}} = \frac{Mesure^{Simplificatrice} - Mesure^{Initiale}}{Mesure^{Initiale}}$$

Nous allons considérer un écart de moins de 5% par rapport à la méthode initiale comme acceptable, car il assure une estimation suffisamment proche sans compromettre la prudence nécessaire à la gestion des risques. Or, il est important de noter que même un écart de 5% peut être jugé trop élevé dans certains contextes, notamment pour des segments de risques plus volatils ou des portefeuilles où une précision accrue est essentielle. Dans ces cas, un seuil de 2% ou moins peut être recherché pour garantir une plus grande fiabilité des estimations. Mais en vue des analyses effectuées dans la section 3, nous jugeons ne pas

être dans ces cas cités.

## 5.1 Vérifications préliminaires

Avant de passer à la comparaison des performances, le tout premier aspect à traiter est de vérifier que les hypothèses que nous avons émises afin de définir les nouvelles méthodes soient vérifiées. Nous souhaitons alors vérifier que, dans chacun des jeux de données, le paramètre  $\alpha(t)$  soit constant et le coefficient de diversification  $Y(t)$  tend bien vers 1.

Nous obtenons ainsi les résultats suivants :

Jeu de Données	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7
Homogénéité - Santé	1,14	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
Homogénéité - Non-Vie	1,10	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
Homogénéité - Vie	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
Hétérogénéité (Risques) - Santé et Non-Vie	1,14	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
Hétérogénéité (Risques) - Santé, Non-Vie et Vie	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
Hétérogénéité - Santé et Non-Vie	1,14	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
Hétérogénéité - Santé, Non-Vie et Vie	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12	t=13	t=14	t=15
	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30

FIGURE 7 – Evolution du paramètre  $\alpha(t)$  pour chacun des jeux de données

Jeu de Données	t=0	t=1	t=2	t=3	t=4	t=5	t=6	t=7
Homogénéité - Santé	1,0000	0,9998	0,9993	0,9979	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Homogénéité - Non-Vie	1,0000	1,0000	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Homogénéité - Vie	0,9466	0,9947	0,9978	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Hétérogénéité (Risques) - Santé et Non-Vie	0,7946	0,8929	0,8540	0,9979	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Hétérogénéité (Risques) - Santé, Non-Vie et Vie	0,7516	0,8836	0,8257	0,8040	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Hétérogénéité - Santé et Non-Vie	0,6202	0,6297	0,8308	0,9985	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Hétérogénéité - Santé, Non-Vie et Vie	0,5907	0,5997	0,7913	0,9564	0,9666	0,9785	0,9924	0,9999
	t=8	t=9	t=10	t=11	t=12	t=13	t=14	t=15
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

FIGURE 8 – Evolution du coefficient de diversification  $Y(t)$  pour chacun des jeux de données

Nous avons donc  $\alpha(t)$  qui est plutôt stable dans le temps. La seule variation a lieu entre l'année  $t = 0$  et  $t = 1$  et ce, en présence des branches de santé et de non-vie. Mais au-delà de l'année  $t = 1$ , le paramètre reste constant, donc nous nous permettons de considérer cette hypothèse comme vérifiée, alors nous pouvons écrire :  $\alpha(0) = \alpha(t) = \alpha$ .

Quant au coefficient de diversification  $Y(t)$ , celui-ci vaut 1 pour les branches contenant un seul segment, soit la santé et la non-vie. Elle tend éventuellement vers 1 pour les jeux de données contenant plus d'un segment. Cette évolution n'est ni linéaire, ni toujours croissante pour ces jeux de données. Or, une telle évolution est attendue en présence de plusieurs segments, puisque les risques associés à chacun des segments n'évoluent pas de la même manière, dans les mêmes proportions, comme évoqué dans la section 2.2.2.

Nous considérons cette hypothèse comme vérifiée également.

Pour chacun des jeux de données, nous constatons que les hypothèses sous-jacentes aux nouvelles méthodes simplificatrices proposées sont vérifiées. Nous pouvons alors procéder à l'analyse et à la comparaison des performances de celles-ci.

## 5.2 Comparaison des méthodes en présence d'homogénéité

### 5.2.1 Santé

Nous commençons par la branche de santé. Pour celle-ci nous obtenons les calculs de RM suivants :

Méthode	Ecart
Initiale	RM = 256 744
2	148,02%
2 <sup>+</sup>	-0,45%
3	1,22%
1*	-1,18%
2 <sup>*c</sup>	-1,18%
2 <sup>*i</sup>	1,15%
3*	1,22%

TABLE 15 – Résultats de calcul de RM pour la branche santé

Nous constatons alors que la méthode 2 n'est pas du tout performante, elle donne à une RM qui vaut plus de deux fois celle de la méthode initiale. Celle-ci est calculée à partir du BE total et non avec le BE à flux sortants positifs. De plus, des aménagements ne sont pas faits pour différencier le traitement des risques persistants et non persistants pour ces deux méthodes. Il est donc sans surprise de voir une mauvaise performance pour la méthode 2. Nous nous attendons alors à une performance similaire pour les autres branches d'activité.

Une RM calculée avec la 2<sup>+</sup> donne un écart de -0,45%, une amélioration immense par rapport à la méthode avec le BE total, et qui est tout à fait acceptable. Il en est de même pour la méthode 3 classique dont l'écart est de 1,22%.

Quant aux nouvelles méthodes simplificatrices, celles-ci ont des performances qui ne peuvent pas être ignorées. La méthode 1\* affiche une performance comparable à celle de la méthode 3 classique : elle a un écart de moins de -1,18% par rapport à la RM de référence. Il en est de même pour la méthode 2<sup>\*c</sup> qui est, par définition, équivalente à la 1\* dans le cas homogène.

Or, celles-ci sous-estiment la RM, ce qui est moins acceptable. En effet, il est plus facile d'accepter une sur-estimation, comme c'est le cas de la méthode 3, car une sur-estimation assure un certain niveau de prudence par rapport à la RM de référence, ce qui résulterait, au pire, en une allocation non optimale des fonds propres de l'assureur, alors que sous-estimer la RM peut éventuellement mettre en péril la solvabilité de l'assureur, allant à l'encontre du but même de constituer des provisions.

La méthode 2<sup>\*i</sup> se démarque avec sa performance, donnant lieu à un écart minime (1,15%) et de la prudence, ce qui est précisément la situation que nous recherchons avec nos nouvelles méthodes simplificatrices.

Quant à la méthode 3\*, elle est équivalente, par définition, à la 3 classique dans ce cas homogène qui n'implique qu'un seul segment, donc affiche un écart de 1,22% également.

Il serait intéressant de descendre au niveau inférieur du détail du calcul, afin d'analyser les écarts entre les SCR projetés par les différentes méthodes. En effet, nous souhaitons nous assurer que les bonnes

performances, c'est-à-dire les petits écarts, que nous constatons, notamment pour les méthodes  $2^+$ ,  $1^*$ ,  $2^{*c}$  et  $2^{*i}$ , ne sont pas dues à un effet de compensation entre les SCR des différents pas de temps. Il est plutôt facile d'appréhender la motivation derrière le fait que nous voudrions éviter un tel effet dans nos calculs :

Rappelons-nous de la formule de la RM par la méthode initiale :

$$RM = CoC * \sum_{t \geq 0} \frac{SCR^{RU}(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

Si le SCR pour la première année est sur-estimé par rapport au SCR de référence et que le SCR projeté pour la deuxième année est sous-estimé, les écarts peuvent se compenser au moment de la somme des SCR, ce qui résulterait en une RM plutôt acceptable. Mais la bonne performance dans un tel cas serait due au hasard et surtout, l'instabilité de la méthode simplificatrice, ce qui ne permettrait pas d'affirmer que la méthode serait applicable de façon généralisée.

Ainsi, nous obtenons les écarts suivants pour chacune des méthodes impliquant un calcul de SCR projeté, soit toutes les méthodes sauf la 3 et la  $3^*$  :

Projection	SCR Initial	$2^+$	$1^*$	$2^{*c}$	$2^{*i}$
0	3 638 238	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
1	551 260	-2,23%	-6,30%	-6,30%	6,82%
2	198 324	-2,25%	-6,31%	-6,31%	6,69%
3	65 592	-2,29%	-6,36%	-6,36%	6,53%

TABLE 16 – Ecart de SCR pour chaque année de projection pour la branche santé

Nous constatons que les écarts de SCR pour la méthode  $2^+$  restent minimes, autour de -2,20%, ce qui montre qu'il n'y a pas d'effet de compensation qui joue et que cette méthode est effectivement précise dans la configuration actuelle.

Nous constatons alors que pour les méthodes  $1^*$  et  $2^{*c}$ , les écarts pour les SCR sont autour de -6,30%, ce qui est plutôt acceptable. A l'inverse, les écarts pour la  $2^{*i}$  sont autour de 6,60%, ce qui est largement plus acceptable puisque l'estimation est cette fois-ci prudente.

Il est important de comprendre que ces écarts ont moins d'impact sur le résultat final au niveau de la RM. Premièrement, l'actualisation atténue les écarts effectivement comptabilisés pour les SCR au-delà de l'année initiale. Deuxièmement, les méthodes  $1^*$  et  $2^{*c}$  évaluent bien le SCR de l'année initiale  $t = 0$  qui chute rapidement et est sept fois plus important que le SCR pour l'année  $t = 1$ . Ainsi, une mauvaise évaluation des SCR au-delà de l'année initiale a moins d'impact sur les calculs en valeur absolue puisque celle-ci ne représente qu'une petite part du SCR total pour toutes les années d'évaluation confondues.

Il est alors important de comprendre que dans le cadre de la branche de santé où les SCR ont tendance à chuter rapidement, les méthodes simplificatrices que nous proposons nécessitent une bonne évaluation du SCR initial, qui compenserait les écarts des SCR des années suivantes.

### 5.2.2 Non-Vie

Quant à la branche de non-vie, nous obtenons les résultats qui suivent :

Méthode	Ecart
Initiale	RM = 939 458
2	278,19%
2 <sup>+</sup>	-4,58%
3	-2,82%
1*	-4,58%
2 <sup>*c</sup>	-4,58%
2 <sup>*i</sup>	-1,49%
3*	-2,82%

TABLE 17 – Résultats de calcul de RM pour la branche non-vie

Projection	SCR Initial	2 <sup>+</sup>	1*	2 <sup>*c</sup>	2 <sup>*i</sup>
0	10 682 727	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
1	4 568 480	-13,25%	-13,25%	-13,25%	-4,17%
2	1 107 118	-13,92%	-13,92%	-13,92%	-4,98%

TABLE 18 – Ecart de SCR pour chaque année de projection pour la branche non-vie

Nous arrivons à des conclusions similaires à celles pour le segment Santé, puisque les segments dans les deux branches font face aux mêmes risques et aux mêmes évolutions de ceux-ci. Mais nous remarquons également que les écarts sont plus grands et que les performances sont moins bonnes (sous-estimation de RM) en non-vie qu'en santé. C'est explicable par le fait que les montants (SCR et BE) impliqués dans le calcul pour la non-vie sont plus grands qu'en santé, donc les mauvaises estimations auraient plus d'impact sur le calcul de RM. De plus, le SCR initial de l'année  $t = 0$  est seulement deux fois plus important que celui de l'année  $t = 1$ . Ainsi, les écarts effectivement comptabilisés dans la RM représentent une plus grande part.

Le souci dans le cas de ce module de risque est que ces méthodes sous-estiment la RM, ce qui est moins acceptable, même si les écarts restent plutôt faibles (moins de 5%).

### 5.2.3 Vie

Nous passons ensuite à la branche de vie. Celle-ci a deux particularités qui permettent de tester la robustesse de nos nouvelles méthodes. La première est que cette branche contient deux segments, donc nous pourrions évaluer les méthodes dans une situation où il existe une source de diversification supplémentaire venant de l'existence de multiples segments. La deuxième est que les risques existent plus longtemps pour cette branche, notamment pour le segment Rente de Conjoint, ce qui permet de mettre à l'épreuve la stabilité temporelle de ces méthodes.

Méthode	Ecart
Initiale	RM = 82 965
2	621,18%
2 <sup>+</sup>	370,54%
3	369,15%
1*	4,70%
2 <sup>*c</sup>	4,70%
2 <sup>*i</sup>	23,50%
3*	281,38%

TABLE 19 – Résultats de calcul de RM pour la branche vie

Projection	SCR Initial	1*	2 <sup>*c</sup>
0	1 062 046	0,00%	0,00%
1	54 146	12,22%	12,22%
2	47 191	9,37%	9,37%
3	41 551	8,38%	8,38%
4	36 848	8,50%	8,50%
5	32 814	9,35%	9,35%
6	29 223	10,00%	10,00%
7	26 032	10,49%	10,49%
8	23 203	10,92%	10,92%
9	20 693	11,20%	11,20%
10	18 469	11,37%	11,37%
11	16 522	11,63%	11,63%
12	14 790	12,26%	12,26%
13	13 261	13,37%	13,37%
14	11 871	14,55%	14,55%
15	10 602	15,82%	15,82%
16	9 427	16,97%	16,97%
17	8 359	18,01%	18,01%
18	7 398	19,07%	19,07%
19	6 540	20,07%	20,07%
20	5 782	21,18%	21,18%

TABLE 20 – Ecart de SCR pour chaque année de projection pour la branche vie

Nous remarquons tout de suite que les méthodes 3 et 3\* ne sont plus aussi performantes en vie par rapport à la santé et à la non-vie. Nous nous doutons que c'est lié à la diversité des segments. En effet, les flux dans le segment Décès ne durent que quelques années (quatre ans dans notre cas) alors que ceux de la Rente de Conjoint durent des décennies (50 ans). De plus, les montants (SCR et BE) concernant le

segment Décès sont beaucoup moins importants que ceux de la Rente de Conjoint. Par conséquent, même la duration pondérée par les segments de la méthode 3\*, dont l'avantage à la conception était d'éviter la sur-pondération pour les segments aux flux de longue durée, n'est pas capable de réconcilier des différences aussi vastes entre les deux segments, ce qui résulte en une duration importante, représentant surtout les évolutions relatives à la rente de conjoint. Nous nous retrouvons ainsi avec une RM trop importante. Cette sur-estimation est exacerbée avec la méthode 3 qui n'a pas de mécanisme permettant de contrer la sur-pondération de la rente de conjoint.

Cette branche d'activité permet de montrer la nécessité de vérifier l'hypothèse d'homogénéité dans le cas des méthodes classiques. Outre la méthode 3, la méthode 2<sup>+</sup> n'affiche pas non plus de bonnes performances en raison de la diversité des segments.

Il en est de même pour la méthode 2<sup>\*i</sup> dont la performance est beaucoup moins bonne par rapport aux branches de santé et de non-vie. Nous pouvons en déduire que la diversification à l'intérieur de la branche de vie n'évolue pas de façon linéaire et que la 2<sup>\*i</sup> la modélise mal.

Par ailleurs, les performances des méthodes 1\* et 2<sup>\*c</sup> sont toujours acceptables (moins de 5% d'écart), et dans le cas de la vie, prudentes.

Pour la plupart des années de projection, les écarts de SCR évoluent lentement, avec une déviation supplémentaire de moins d'un point de pourcentage chaque année. Nous nous retrouvons toujours face à la situation où la précision de l'estimation du premier SCR initial éclipe tout écart pouvant venir des SCR suivants beaucoup moins importants.

## Conclusion

Ces nouvelles méthodes simplificatrices présentées dans cette section démontrent une performance semblable à celle de la méthode 2 classique, notamment pour les branches d'activité de santé et de non-vie. En effet, les écarts entre les calculs de SCR obtenus par ces nouvelles méthodes et ceux de la méthode initiale restent autour de 10% en valeur absolue, que ce soit en santé ou en non-vie. Cette stabilité est remarquable, car la sous-estimation ou la sur-estimation persiste tout au long de la chronique des SCR projetés estimés, permettant d'éviter un effet de compensation (sur-estimation/sous-estimation) entre les années, ce qui garantit une certaine robustesse.

Cependant, seules les méthodes 1\* et 2\*c restent robustes face à l'hétérogénéité introduite par la diversité des segments dans la branche de vie. Les autres, classiques et nouvelles, sont tout de suite débordées et n'affichent plus de bonnes performances.

Donc les méthodes telles que la 2+, la 3 et la 3\* peuvent être mieux adaptées à de la modélisation moins hétérogène et plus court-termiste.

Il est intéressant de noter un phénomène spécifique lié à l'évaluation précise du premier SCR initial. Cette évaluation, lorsqu'elle est bien effectuée, peut atténuer les écarts pour les SCR des années suivantes, faisant apparaître les méthodes comme plus performantes qu'elles ne le sont réellement. Cela peut sembler une dépendance excessive sur le premier SCR, mais il est également possible d'argumenter que c'est justifiable de chercher à obtenir une estimation précise du SCR initial, car c'est une exigence naturelle pour assurer une estimation juste de la RM.

## 5.3 Comparaison des méthodes en présence d'hétérogénéité des risques

### 5.3.1 Santé et Non-Vie

Pour ce premier jeu de données en présence d'hétérogénéité des modules risques, nous nous retrouvons face aux résultats suivants :

Méthode	Ecart
Initiale	RM = 1 001 623
2	203,01%
2 <sup>+</sup>	-7,55%
3	-5,89%
1*	-3,34%
2 <sup>*c</sup>	-6,53%
2 <sup>*i</sup>	-2,72%
3*	-6,38%

TABLE 21 – Résultats de calcul de RM en présence des branches d'activité non-vie et santé

Projection	SCR Initial	2 <sup>+</sup>	1*	2 <sup>*c</sup>	2 <sup>*i</sup>
0	11 645 125	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
1	4 601 619	-24,27%	-10,13%	-20,49%	-8,93%
2	1 124 741	-19,60%	-10,73%	-17,43%	-5,34%
3	65 592	0,66%	-6,08%	-25,64%	-14,68%

TABLE 22 – Ecart de SCR pour chaque année de projection en présence des branches d'activité non-vie et santé

Il est tout d'abord sans surprise que la méthode 2 reste peu performante, en vue de l'impossibilité de l'appliquer en présence d'hétérogénéité des risques (voir la section 2.2.2). La méthode 2<sup>+</sup> commence à souffrir pour la même raison.

La méthode 3, bien que sous-estimant la RM, reste plutôt acceptable avec un écart de -5,89%.

Quant aux nouvelles méthodes, nous remarquons que les performances de 2<sup>\*c</sup> et 3\* se sont dégradées par rapport à la situation mono-risque, passant de -1,18% et -4,58% à -6,53% pour la première et de 1,22% et -2,82% à -6,38% pour la dernière. Donc même pour la plus faible des deux, la 2<sup>\*c</sup>, l'écart par rapport à la RM de référence hétérogène est proche de 5%, donc toujours proche du niveau acceptable. Mais nous constatons qu'effectivement, ces méthodes sont affectées par le passage à l'hétérogénéité, la RM estimée est plus sous-estimée, possiblement à cause d'une moins bonne prise en compte de la diversification qui a un impact plus fort dans le cas hétérogène.

La méthode 1\*, quant à elle, s'adapte bien au passage au cas hétérogène, faisant à peine augmenter les écarts au niveau de la RM estimée, passant de -1,18% en mono-risque de santé et de -4,58% en mono-risque de non-vie à -3,34% en présence d'hétérogénéité. Donc les écarts sont plus petits avec de l'hétérogénéité qu'en mono-risque de non-vie. Sachant qu'il n'y a pas de corrélation entre les modules de non-vie et de santé, c'est-à-dire, les risques ne s'aggravent pas mutuellement, il est possible de deviner que cette maintenance des écarts à un niveau semblable au cas homogène est en grande partie dû à l'effet de diversification. Cela est en effet le point fort de la méthode 1\* qui bénéficie à la fois de la structure de la formule standard, qui permet notamment une prise en compte exacte des corrélations entre modules, et

des aménagements que nous avons effectué afin de mieux prendre en compte des effets de diversification qui peuvent se produire à d'autres niveaux de la modélisation. C'est une méthode conçue pour traiter de l'hétérogénéité.

La meilleure performance est affichée par la  $2^{*i}$ , mais elle n'affiche pas de prudence non plus.

Si nous regardons plus en détail au niveau du calcul de SCR, nous pouvons voir qu'alors que les écarts fluctuent (et augmentent) pour la  $2^{*c}$  et la  $2^{*i}$ , ils diminuent pour la  $1^*$ , témoignant d'une certaine stabilité dans le temps, renforçant l'idée que les effets de diversification sont suffisamment bien pris en compte dans cette méthode. Cette stabilité pourrait nous amener à préférer cette méthode par rapport à la  $2^{*i}$ , mais nous avons besoin d'effectuer plus de comparaisons pour en être sûr.

### 5.3.2 Santé, Non-Vie et Vie

En ajoutant de la vie, qui a des risques de plus longue durée que les deux autres branches d'activité, au jeu de données précédent, nous obtenons les résultats suivants :

Méthode	Ecart
Initiale	RM = 1 115 303
2	452,72%
2 <sup>+</sup>	61,73%
3	62,86%
1*	0,95%
2* <sup>c</sup>	-3,64%
2* <sup>i</sup>	5,09%
3*	14,42%

TABLE 23 – Résultats de calcul de RM en présence de trois branches d'activité

Projection	SCR Initial	1*	2* <sup>c</sup>	2* <sup>i</sup>
0	13 352 859	0,00%	-3,00%	0,00%
1	4 603 593	2,02%	-13,56%	-12,47%
2	3 677 299	1,39%	-7,90%	19,95%
3	85 933	9,24%	2,45%	33,55%
4	36 848	14,54%	-14,15%	12,00%
5	32 814	15,43%	-13,48%	12,98%
6	29 223	16,12%	-12,97%	13,75%
7	26 032	16,64%	-12,58%	14,37%
8	23 203	17,09%	-12,24%	14,91%
9	20 693	17,39%	-12,02%	15,31%
10	18 469	17,57%	-11,88%	15,58%
11	16 522	17,84%	-11,68%	15,96%
12	14 790	18,51%	-11,18%	16,72%
13	13 261	19,68%	-10,30%	17,98%
14	11 871	20,92%	-9,37%	19,31%
15	10 602	22,26%	-8,36%	20,74%
16	9 427	23,47%	-7,46%	22,04%
17	8 359	24,58%	-6,63%	23,24%
18	7 398	25,70%	-5,79%	24,46%
19	6 540	26,75%	-5,00%	25,61%
20	5 782	27,93%	-4,12%	26,89%

TABLE 24 – Ecart de SCR pour chaque année de projection en présence des trois branches d'activité

Nous remarquons que les performances de la 3\* ont connu une baisse significative. C'est lié premièrement à l'ajout de plus d'hétérogénéité, et plus important encore, ses faiblesses quant à la modélisation pour la branche vie se sont reportées dans ce cadre de figure suite à l'ajout de celle-ci. Il en est de même, mais plus exacerbé, pour la méthode 3 classique.

La 1\* reste celle avec les meilleures performances en présence d'hétérogénéité des risques. Or, si nous regardons les écarts au niveau des SCR projetés, nous remarquons qu'ils sont plus importants que dans le cas mono-risque en vie, et ils connaissent une dégradation significative à la quatrième année, soit l'année

où la vie devient le seul risque qui existe, la non-vie et la santé ayant fini de s'écouler au bout de trois ans.

En analysant la formule complète de la  $1^*$  avec tous les aménagements effectués (voir le 1er tableau de la section 4.5), nous pouvons identifier le paramètre  $\beta$  comme celui susceptible de causer des pertes de performance, étant le seul paramètre de la formule qui est supposé fixe par souci de simplicité alors qu'il varie en réalité.

Dans tous les cas, en comparant les écarts des méthodes  $1^*$ ,  $2^{*c}$  et  $2^{*i}$ , nous observons que les écarts pour la  $1^*$  augmente progressivement au cours du temps alors que les écarts des deux autres méthodes fluctuent beaucoup, notamment au moment de l'écoulement des risques d'une des branches d'activité (à la 3ème et la 4ème année). Cette stabilité de la  $1^*$  est préférée, puisqu'elle témoigne d'une bonne prise en compte de la diversification entre segments et branches d'activité.

Il est par ailleurs intéressant que ses écarts de SCR restent minimales les trois premières années, où les risques sont les plus élevés, permettant d'éclipser les écarts qui suivent.

## Conclusion

En résumé, les méthodes simplificatrices que nous avons développées montrent des performances diverses en présence d'hétérogénéité des risques. La méthode 3\*, efficace en non-vie et santé, manque de robustesse en vie, où elle échoue à gérer la diversité des segments, limitant ainsi son utilisation.

La méthode 1\* se démarque par sa robustesse, bien qu'elle dépende du paramètre  $\beta$ , qui, bien que conçu pour éviter la projection des SCR futurs, pourrait introduire des imprécisions lorsque les risques évoluent de manière imprévisible, comme en témoigne la section 5.3.2.

Les méthodes 2<sup>\*c</sup> et 2<sup>\*i</sup>, bien qu'intéressantes, avec de bonnes performances, sont moins généralisables en raison de leur modélisation basée sur la condition forte qui est la diversification constante ou linéaire, ce qui réduit leur application à des situations spécifiques.

De plus, ces analyses montrent l'importance d'une bonne estimation initiale, mais soulèvent aussi la question de savoir si nos méthodes, bien qu'améliorant les performances initiales lorsque les SCR et BE sont les plus élevés, ne cachent pas les écarts à long terme, particulièrement en situation de *run-off*, où la précision est la plus cruciale au début.

C'est pour cette raison que nous souhaitons modéliser le segment Obsèques, une garantie vie entière dont le SCR s'écoule progressivement, afin de voir si nos méthodes restent performantes malgré des écarts à long terme associés à des montants de SCR relativement importants.

## 5.4 Comparaison des méthodes en présence d'hétérogénéité des risques et d'hétérogénéité des périodes de couverture

### 5.4.1 Vie

Méthode	Ecart
Initiale	RM = 2 008 103
2	184,87%
2 <sup>+</sup>	42,04%
3	40,62%
1*	15,88%
2* <sup>c</sup>	31,82%
2* <sup>i</sup>	78,99%
3*	35,00%

TABLE 25 – Résultats de calcul de RM en présence du segment Obsèques pluriannuel dans la branche de vie

Projection	SCR Initial	1*	2* <sup>c</sup>
0	7 032 626	0,00%	0,00 %
1	4 941 782	3,55%	15,05%
2	4 142 427	5,31%	23,90%
3	3 596 460	7,56%	28,05%
4	3 105 068	7,36%	32,54%
5	2 668 518	8,39%	37,21%
6	2 280 005	9,44%	42,13%
7	1 944 230	10,04%	46,72%
8	1 647 910	13,63%	51,51%
9	1 389 233	17,28%	56,37%
10	1 162 697	21,17%	61,57%
11	969 045	25,04%	66,72%
12	801 956	28,92%	71,89%
13	659 938	32,78%	77,04%
14	539 696	36,63%	82,17%
15	434 401	40,34%	87,11%
16	353 541	43,76%	91,68%
17	283 439	46,75%	95,67%
18	226 202	49,08%	98,78%
19	180 038	50,53%	100,71%
20	143 232	50,82%	101,10%

TABLE 26 – Ecart de SCR pour chaque année de projection en présence du segment Obsèques pluriannuel dans la branche de vie

Nous pouvons observer que toutes les méthodes, bien qu'elles soient prudentes, affichent des performances moins bonnes par rapport à la situation avec seulement l'hétérogénéité des risques. Ce n'est pas une surprise puisque l'inclusion du segment Obsèques ajoute une nouvelle source d'hétérogénéité. C'est également visible au niveau des écarts de SCR qui ont beaucoup augmenté par rapport à la situation précédente.

Mais il est intéressant de noter que même si la méthode 1\* affiche un écart de RM en dehors de la fenêtre acceptable définie au début de cette partie, un écart de 15,88% est tout de même remarquable étant donné le niveau d'hétérogénéité qui entre en jeu dans ce jeu de données : il existe une hétérogénéité de risques entre les segments et par rapport à la période de couverture.

Dans une telle situation, il est possible de considérer que cette performance n'est pas trop mauvaise et même acceptable. En effet, si nous revenons à l'objectif de ce mémoire, il s'agit de développer des méthodes simplificatrices afin de passer outre la projection de SCR futurs. Dans un tel cas de figure, la méthode 1\* permet d'éviter de calculer les SCR futurs projetés à partir de la formule initiale. Elle affiche une formule, certes moins précise, mais largement plus simple, qui ne demande pas de connaître des informations futures (qui seraient nécessaires pour une projection complète).

Il y a donc un arbitrage à faire entre la simplicité de calcul et la précision. Dans ce cas, il est possible de considérer qu'un écart de 15,88% serait intéressant, en considérant en plus le niveau d'hétérogénéité impliqué.

### 5.4.2 Santé, Non-Vie et Vie

Méthode	Ecart
Initiale	RM = 2 672 575
2	294,18%
2 <sup>+</sup>	48,43%
3	47,54%
1*	12,59%
2* <sup>c</sup>	-3,37%
2* <sup>i</sup>	27,21%

TABLE 27 – Résultats de calcul de RM en présence du segment Obsèques pluriannuel pour les trois branches d'activité

Projection	SCR Initial	1*	2* <sup>c</sup>
0	15 509 495	0,00%	-0,77%
1	7 674 104	3,68%	-12,05%
2	4 417 419	9,46%	-7,00%
3	3 651 521	15,89%	-17,06%
4	3 138 727	20,07%	-14,92%
5	2 699 339	24,21%	-11,99%
6	2 308 166	28,57%	-8,90%
7	1 969 969	32,60%	-6,04%
8	1 671 678	36,77%	-3,09%
9	1 411 323	40,95%	-0,12%
10	1 183 190	45,39%	3,02%
11	988 262	49,71%	6,08%
12	819 925	53,96%	9,09%
13	676 798	58,10%	12,02%
14	555 503	62,08%	14,84%
15	453 227	65,75%	17,44%
16	367 615	68,81%	19,62%
17	296 930	71,05%	21,20%
18	239 090	72,22%	22,03%
19	192 335	72,05%	21,91%
20	155 006	70,17%	20,58%

TABLE 28 – Ecarts de SCR pour chaque année de projection en présence du segment Obsèques pluriannuel pour les trois branches d'activité

Nous observons cette fois-ci une amélioration des performances des nouvelles méthodes en présence d'hétérogénéité des risques et de périodes de couverture. Or, seules les méthodes 1\* et 2\*<sup>c</sup> affichent un niveau d'écart par rapport à la RM de référence qui peut être considérée comme acceptable. Les écarts affichés par les autres méthodes sont trop importants.

Si nous descendons au niveau des SCR, nous remarquons immédiatement que la performance de la méthode 2\*<sup>c</sup> au niveau de la RM est trompeuse : son écart de -3,37% en plus d'être non prudent, est obtenu via un effet de compensation. Nous pouvons voir que ses écarts de SCR sont négatifs au début puis positifs sur le long terme. Nous ne pouvons donc pas accepter cette méthode.

A l'opposé, nous avons la méthode 1\* dont les écarts de SCR restent positifs et augmentent progressivement au cours des années, montrant que ses performances sont réellement acceptables dans ce cas de figure.

Bien que son écart de RM soit au-dessus de 5%, nous pouvons l'accepter en vue des diverses sources d'hétérogénéité qui interviennent : en plus d'une hétérogénéité entre les segments et une hétérogénéité par rapport à la période de couverture, il intervient également une hétérogénéité entre les modules de risque.

Comme précédemment, l'utilisateur de cette méthode doit faire un arbitrage entre simplicité et précision, notamment dans le cas hétérogène qui, rappelons-nous, n'est pas pris en compte dans les méthodes simplificatrices classiques.

## Conclusion

Finalemment, une source supplémentaire d'hétérogénéité, c'est-à-dire, les périodes de couverture, empire les performances des méthodes. Mais étant donné le contexte dans lequel s'inscrit ces méthodes, il peut valoir le coup de les utiliser malgré les performances moins bonnes.

En effet, l'utilisateur doit faire un arbitrage entre la simplicité de calcul qu'offrent ces méthodes et la précision qui s'obtient avec la formule initiale. Étant donné la simplicité, et le fait que les méthodes classiques ne fonctionnent pas en présence d'hétérogénéité et que les écarts de ces nouvelles méthodes ne sont pas trop élevées, il est possible d'être convaincu de la pertinence de ces méthodes.

C'est particulièrement le cas pour la méthode 1\* qui montre une robustesse marquante face à l'hétérogénéité, permettant de garantir à la fois simplicité de calcul et précision à un certain niveau, s'approchant ainsi à une situation parfaite.

## 5.5 Introduction du paramètre $\lambda$

Il est important de noter que le facteur  $\lambda$  est externe au calcul du SCR mais il a un effet sur la façon dont celui-ci est comptabilisé au niveau de la RM. Plus le temps s'écoule, plus il atténue l'impact du SCR projeté.

### 5.5.1 En présence d'homogénéité

Méthode	Ecart - $RM_\lambda$	Ecart - Sans Révision
Initiale	255 124	-0,63%
2	143,81%	-2,31%
2 <sup>+</sup>	-0,43%	-0,61%
3	0,29%	-1,55%
1*	-1,13%	-0,59%
2 <sup>*c</sup>	-1,13%	-0,59%
2 <sup>*i</sup>	1,13%	-0,65%
3*	0,29%	-1,55%

(a) Santé

Méthode	Ecart - $RM_\lambda$	Ecart - Sans Révision
Initiale	913 002	-2,82%
2	1,85%	-2,57%
2 <sup>+</sup>	279,16%	-0,92%
3	0,37%	-1,85%
1*	0%	-0,92%
2 <sup>*c</sup>	-2,71%	-0,92%
2 <sup>*i</sup>	7,43%	-0,98%
3*	-1,85%	-1,85%

(b) Non-Vie

Méthode	Ecart - $RM_\lambda$	Ecart - Sans Révision
Initiale	1 817 536	-9,49%
2	164,49%	-15,696%
2 <sup>+</sup>	38,06%	-12,03%
3	42,32%	-8,40%
1*	12,92%	-11,49%
2 <sup>*c</sup>	28,92%	-11,49%
2 <sup>*i</sup>	65,76%	-16,18%
3*	37,11%	-8,08%

(c) Vie

TABLE 29 – Résultats de calcul de RM en présence d'homogénéité

Nous observons alors qu'en intégrant le facteur  $\lambda$  à nos nouvelles méthodes, la RM calculée diminue pour toutes les méthodes par rapport à leurs pairs non révisés sans  $\lambda$ , ce qui est une évolution naturelle, nous rassurant que les méthodes sont suffisamment souples pour lui permettre d'accomplir sa tâche principale dont l'effet est l'atténuation de la RM. Nous observons que la diminution est de l'ordre de 1% (Ecart - Sans Révision) pour les trois méthodes qui projettent le SCR (1\*, 2<sup>\*c</sup> et 2<sup>\*i</sup>) en santé et en non-vie, et

est plus importante en vie, ce qui est sans surprise puisque les risques sont de plus longue durée dans nos segments de vie, donc l'atténuation du SCR projeté à travers le facteur  $\lambda$  agit plus longtemps sur ceux-là.

Par rapport à la RM de référence révisée, nous observons les mêmes tendances que dans le cas classique sans  $\lambda$ , c'est-à-dire, 1\* affichant des performances allant d'excellentes à moyennement acceptables et 2\*c en deuxième position affichant des performances acceptables pour les branches de santé et de non-vie, et 3\* faisant de même.

Il est cependant intéressant de noter que les écarts ont diminué pour les méthodes qui projettent le SCR : par exemple, pour le segment de vie, l'écart enregistré était de l'ordre de 15,88% pour la méthode 1\* dans le cas non révisé alors qu'il est de 12,92% dans le cas avec révision. Ceci remet sous lumière ce que nous avons soulevé avant par rapport à l'importance de l'estimation initiale pour ces méthodes. En effet, l'inclusion du  $\lambda$  accentue l'importance donnée à l'estimation initiale puisqu'il applique une atténuation exponentielle au cours du temps, donc dans les cas révisés, il est moins conséquent d'avoir des écarts de SCR non négligeables et croissants au cours du temps.

Est-il réellement un inconvénient que nos méthodes, bien qu'elles affichent de bonnes performances initiales, masquent les écarts potentiels à long terme? Cette question est rendue plus intéressante dans le cas révisé puisqu'il y a un coût associé au perfectionnement de nos méthodes simplificatrices mais une telle démarche est moins pertinente avec les révisions actuelles.

### 5.5.2 En présence d'hétérogénéité

Méthode	Ecart - $RM_\lambda$	Ecart - Sans Révision
Initiale	991 727	-0,99%
2	198,41%	-2,49%
2 <sup>+</sup>	-7,40%	-0,83%
3	-6,61%	-1,75%
1*	-3,27%	-0,91%
2 <sup>*c</sup>	-6,39%	-0,85%
2 <sup>*i</sup>	-2,67%	-0,93%
3*	-5,44%	-1,78%

(a) Santé et Non-Vie

Méthode	Ecart - $RM_\lambda$	Ecart - Sans Révision
Initiale	2 476 155	-7,35%
2	263,12%	-14,65%
2 <sup>+</sup>	43,50%	-11,64%
3	50,64%	-5,41%
1*	9,44%	-9,50%
2 <sup>*c</sup>	-4,00%	-7,95%
2 <sup>*i</sup>	20,30%	-12,38%
3*	3,68%	-3,69%

(b) Santé, Non-Vie et Vie

TABLE 30 – Résultats de calcul de RM en présence d'hétérogénéité

Nous arrivons aux mêmes conclusions quant aux performances des différentes méthodes. Donc l'inclusion du facteur  $\lambda$  n'a pas particulièrement modifié le fonctionnement des nouvelles méthodes simplificatrices.

Ainsi, comme dans le cas classique sans  $\lambda$ , en vue des performances des différentes méthodes, nous affichons une préférence pour la méthode 1\* pour sa robustesse par rapport aux trois branches d'activité et par rapport à l'hétérogénéité, étant donné que les autres méthodes promettantes, la 2<sup>\*c</sup> et la 3\*, ont un périmètre d'application moins large, la 3\* ne pouvant pas être appliqué aux risques de vie de longue durée et la 2<sup>\*c</sup> et la 2<sup>\*i</sup> nécessitant des conditions sous-jacentes particulièrement fortes.

## 6 Conclusion

Ce mémoire s'inscrit dans le cadre des travaux visant à améliorer les méthodes de calcul de la marge pour risque (RM) sous la réglementation Solvabilité II, en mettant l'accent sur la gestion des portefeuilles d'assurance diversifiés. L'objectif était de développer et de tester des méthodes simplificatrices capables de mieux s'adapter aux spécificités des portefeuilles comportant une hétérogénéité, tout en restant conformes aux exigences réglementaires.

Les méthodes classiques faciles d'accès, la 2 et la 3, nécessitent de l'homogénéité et révèlent leurs limites lorsqu'elles sont appliquées à des portefeuilles diversifiés. C'est ce qui a conduit à la proposition de nouvelles méthodes simplificatrices, les méthodes 1\*, 2\*<sup>c</sup>, 2\*<sup>i</sup> et 3\*, qui intègrent des mécanismes pour mieux gérer la diversification et l'hétérogénéité des risques. Ces approches ont l'avantage de s'appuyer sur les structures et les formats des méthodes existantes classiques, les rendant alors faciles à implémenter.

Elles ont été testées sur des jeux de données variés, incluant des portefeuilles homogènes et hétérogènes, et ont montré des performances globalement supérieures aux méthodes classiques, avec une robustesse accrue, en particulier pour la méthode 1\*. C'est le cas en présence d'hétérogénéité des risques, mais face à l'hétérogénéité des périodes de couverture, les nouvelles méthodes sont moyennement performantes, ce qui demanderait des analyses plus profondes.

Un apport significatif de ce mémoire réside dans l'analyse approfondie des divergences entre la meilleure estimation (BE) totale et celle basée uniquement sur les flux sortants. Il a été démontré que l'inclusion des flux entrants dans le calcul du BE peut mener à une divergence notable entre l'évolution du BE et celle du SCR. Pour remédier à cela, des ajustements ont été proposés, notamment l'exclusion des flux entrants, afin de mieux aligner le BE sur les engagements et les coûts réels de l'assureur et d'améliorer la cohérence des projections de SCR.

Par ailleurs, ce mémoire a permis de différencier plus clairement les risques persistants des risques non persistants, et de montrer comment cette distinction pouvait influencer le calcul de la RM. Les risques persistants, qui continuent d'affecter le portefeuille sur une longue période, nécessitent une gestion distincte par rapport aux risques non persistants, qui ont un impact plus temporaire. Cette distinction a conduit à des aménagements spécifiques des méthodes simplificatrices pour mieux refléter la nature de chaque type de risque et ainsi améliorer la précision des estimations de la RM.

Dans la même veine, d'autres améliorations et corrections ont été identifiées, basées sur les analyses effectuées sur les risques spécifiques également. En particulier, les ajustements apportés à la méthode 1\*, qui intègrent une meilleure gestion de la diversification des risques qui se trouve à plusieurs niveaux de la modélisation (entre modules de risque, entre segments, à l'intérieur des segments), ont montré une robustesse accrue dans les estimations de RM.

Un autre point important abordé dans ce mémoire est l'introduction du paramètre  $\lambda$  dans la révision de 2020, qui vise à réduire la volatilité excessive de la RM dans un contexte de taux d'intérêt bas. Bien que l'intégration du paramètre  $\lambda$  ait ajouté une complexité supplémentaire aux méthodes simplificatrices, les aménagements et travaux effectués au préalable, notamment sur la méthode 1\*, ont permis de les adapter de manière à fonctionner sans trop de difficultés. Ces ajustements ont ainsi réussi à intégrer le paramètre  $\lambda$  tout en maintenant l'efficacité et la simplicité relative de ces méthodes.

En conclusion, ce mémoire a contribué à enrichir la réflexion sur les méthodes simplificatrices pour le calcul de la RM dans un contexte d'hétérogénéité. Toutefois, ces avancées nécessitent des réflexions et des

aménagements continus, afin d'assurer la robustesse des nouvelles méthodes face à chaque nouvelle source d'hétérogénéité introduite. Il serait intéressant de poursuivre ces travaux en introduisant d'autres sources d'hétérogénéité, comme la modélisation d'un segment d'arrêt de travail dont l'appartenance aux branches d'activité change au cours de la vie du produit.

## Bibliographie

- [1] Règlements délégués de Solvabilité II
- [2] Directive Solvabilité II
- [3] Technical Specification on the Long Term Guarantee Assessment (Part I), EIOPA, 2013
- [4] Background Document on the Opinion of the 2020 Review of Solvency II - Impact Assessment, EIOPA, 2021
- [5] Consultation Paper on the Opinion on the 2020 review of Solvency II, EIOPA, 2019
- [6] <http://www.linksconsulting.fr/assurance-2/>
- [7] <https://riskattitude.net/solvabilite-2-risk-broker-vous-aide-a-votre-conformite/>
- [8] Graphique construit à partir de la source suivante : Mortalité en 2021 - État civil et estimations de population ; <https://www.insee.fr/fr/statistiques/7626408?sommaire=7624746figure1,radio2>
- [9] A review of the risk margin - Solvency II and beyond, Institute and Faculty of Actuaries, 2019
- [10] An investigation of the hierarchy of simplifications for risk margins in the Solvency Assessment and Management framework, Carswell et al., 2018

## Annexe

### Développement de la méthode $\lambda_{hybride}^*$ à partir de la méthode $2_\lambda^*$

En supposant constants le coefficient de diversification ( $\frac{SCR(t)}{\sum_s SCR_s(t)}$ ) et la courbe des taux sans risque, nous avons :

$$RM_{2_\lambda^*} = CoC * X(0) \sum_{t \geq 0} \lambda^t \sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t) * df(0, t + 1)$$

$\Leftrightarrow$

$$RM_{2_\lambda^*} = CoC * df(0, 1) * X(0) \sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} \sum_{t \geq 0} \lambda^t \sum_{u > t} F_{s,u} * df(0, u)$$

En appliquant un développement limité sur  $\lambda^t$  :

$\Rightarrow$

$$RM_{2_\lambda^*} = CoC * df(0, 1) * X(0) \sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} \sum_{t \geq 0} (1 + t \ln(\lambda)) \sum_{u > t} F_{s,u} * df(0, u)$$

$\Leftrightarrow$

$$RM_{2_\lambda^*} = CoC * df(0, 1) * X(0) \sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} \left[ \sum_{t \geq 0} \sum_{u > t} F_{s,u} * df(0, u) + \ln(\lambda) \sum_{u=1}^{\infty} F_{s,u} * df(0, u) \sum_{t=0}^{u-1} t \right]$$

$\Leftrightarrow$

$$RM_{2_\lambda^*} = CoC * df(0, 1) * X(0) \sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} \left[ \sum_{t \geq 0} \sum_{u > t} F_{s,u} * df(0, u) + \ln(\lambda) \sum_{u=1}^{\infty} F_{s,u} * df(0, u) * \frac{u(u-1)}{2} \right]$$

$\Leftrightarrow$

$$RM_{2_\lambda^*} = CoC * df(0, 1) * X(0) \sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} \left[ \sum_{t \geq 0} \sum_{u > t} F_{s,u} * df(0, u) + \frac{\ln(\lambda)}{2} \sum_{u=1}^{\infty} F_{s,u} * df(0, u) * (u^2 - u) \right]$$

$\Leftrightarrow$

$$RM_{2_\lambda^*} = CoC * df(0, 1) * X(0) \sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} \left[ \sum_{t \geq 0} \sum_{u > t} F_{s,u} * df(0, u) + \frac{\ln(\lambda)}{2} \sum_{u=1}^{\infty} u^2 F_{s,u} * df(0, u) - \frac{\ln(\lambda)}{2} \sum_{u=1}^{\infty} u F_{s,u} * df(0, u) \right]$$

$\Rightarrow$

$$RM_{\lambda_{hybride}^*} = CoC * df(0, 1) \left[ \left(1 - \frac{\ln(\lambda)}{2}\right) * SCR^{RU}(0) * Dur^*(0) + \frac{\ln(\lambda)}{2} * X(0) \sum_s \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * \sum_{u=1}^{\infty} u^2 F_{s,u} * df(0, u) \right]$$

# Note de Synthèse

## Introduction et Contexte

Le secteur de l'assurance est fortement réglementé, avec Solvabilité II comme pilier central du cadre réglementaire en Europe. Solvabilité II repose lui-même sur trois piliers : exigences quantitatives (Pilier 1), exigences qualitatives (Pilier 2), et transparence/reporting (Pilier 3). Au sein du Pilier 1, le calcul de la marge pour risque (RM) est essentiel, car il représente le coût d'immobilisation du capital nécessaire pour couvrir les exigences de capital de solvabilité (SCR) relatives aux risques non couverts, jusqu'à l'échéance des contrats.

Cependant, les méthodes simplifiées actuelles de calcul de la RM ne capturent souvent pas la complexité des portefeuilles diversifiés qui contiennent un mélange de produits d'assurance vie, non-vie et santé. Leur application est donc limitée à des portefeuilles homogènes.

Cette limitation est d'autant plus embêtante à la lumière des révisions 2020 de Solvabilité II, qui introduisent un paramètre supplémentaire dépendant du temps dans le calcul de la RM, complexifiant ainsi les méthodes simplifiées actuelles.

L'objectif de ce mémoire est de développer de nouvelles méthodes de simplification qui pallient les lacunes des approches existantes, en particulier dans le contexte de portefeuilles hétérogènes. Ces méthodes doivent concilier conformité réglementaire et applicabilité pratique, offrant aux assureurs un moyen de gérer les risques de manière plus précise et efficace.

Ainsi, cinq produits d'assurance seront modélisés, introduisant une hétérogénéité par rapport à la branche d'activité (santé, non-vie, vie) et à la période de couverture (court terme, vie entière).

## Méthodes Existantes vs. Produits Modélisés

Le développement de nouvelles méthodes commence par une exploration approfondie des fondements théoriques du calcul actuel de la RM. Cela inclut une revue des modèles mathématiques et des hypothèses sous-jacentes aux approches actuelles, ainsi qu'un examen de la manière dont ces approches peuvent être adaptées ou étendues pour mieux gérer des risques divers.

Pour référence, voici les méthodes existantes qui sont analysées en profondeur dans ce mémoire :

### – Méthode 1

Elle repose sur des approximations pour calculer le SCR des modules de risque ou celui des sous-risques.

### – Méthode 2

Cette méthode suppose une proportionnalité entre le SCR et le BE :

$$SCR^{RU}(t) = \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * BE(t)$$

Ainsi, la RM est calculée comme suit :

$$RM = CoC * \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} \frac{BE(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

– **Méthode 3**

Cette méthode permet d'éviter de projeter les SCR futurs et de calculer la somme des SCR futurs actualisés en une seule fois, à l'aide de la durée :

$$RM = CoC * SCR^{RU}(0) * \frac{Dur(0)}{1 + r_1}$$

Une attention particulière est accordée à la deuxième méthode, fortement recommandée par les régulateurs et la plus souvent utilisée par les assureurs.

Ainsi, les principaux points à retenir de l'analyse en ce qui concerne les produits modélisés sont les suivants :

– **Revue du BE**

Il est nécessaire d'affiner le calcul du BE en ne prenant en compte que les flux de trésorerie sortants. Cet ajustement est proposé pour mieux aligner le BE avec les véritables engagements de l'assureur, car inclure les flux entrants dans le BE peut entraîner des écarts significatifs avec le SCR.

– **Différenciation des Risques**

Il est nécessaire de différencier les risques persistants (à impact long terme) et les risques non persistants (à impact transitoire). Cette distinction est cruciale pour développer des méthodes capables de refléter avec précision les variations au cours du temps des profils de risque au sein d'un portefeuille, même homogène.

– **Diversification Multi-Niveaux**

Il est vital d'identifier et de prendre en compte la diversification qui se produit à différents niveaux au sein d'une entité d'assurance. Cela garantit que l'hétérogénéité soit prise en compte à tous les niveaux de calcul, parmi les sous-risques, les modules de risque et les segments.

## Développement de Nouvelles Méthodes Simplificatrices

Le mémoire présente plusieurs nouvelles méthodes de simplification pour le calcul de la RM. Ces méthodes incluent :

– **Méthode 1\***

Conçue pour être robuste et simple, cette méthode introduit plusieurs mécanismes pour gérer plus efficacement la diversification des risques.

$$RM_{1*} = CoC * \sum_{t \geq 0} SCR_{1*}^{RU}(t) * df(0, t + 1)$$

où

$$SCR_{1*}^{RU}(t) = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * \sum_{s \in i} \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t) * \sum_{s \in j} \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)}$$

– **Méthodes 2<sup>\*c</sup> et 2<sup>\*i</sup>**

Ces méthodes, bien que moins sophistiquées, affinent les méthodes existantes en introduisant des ajustements pour mieux gérer la diversification des risques entre différents segments de produits. Cependant, leur applicabilité peut être limitée par les conditions strictes qu'elles imposent.

$$RM_{2*} = CoC * \sum_{t \geq 0} X(t) \sum_s \frac{SCR_s^{RU}(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t) * df(0, t + 1)$$

où  $X(t) = \frac{SCR_s^{RU}(0)}{\sum_s SCR_s^{RU}(0)}$  est constant dans le cas de 2<sup>\*c</sup> et  $X(t) = \frac{1}{T} * (t + X(0) * (T - t))$  dans le cas de 2<sup>\*i</sup>

– **Méthode 3\***

Comme parallèle à la méthode 3 existante, cette méthode repose sur l'utilisation d'une durée nouvellement définie qui pondère les durations des segments par leur SCR :

$$RM_{3*} = CoC * df(0, 1) * SCR^{RU}(0) * Dur^*(0)$$

$$\text{où } Dur^*(0) = \frac{\sum_s SCR_s^{RU}(0) Dur_s(0)}{\sum_s SCR_s^{RU}(0)}$$

Le mémoire fournit des explications détaillées sur chaque méthode, y compris leurs bases théoriques, leur application pratique et leurs éventuelles limites.

Les points à retenir précédents sont intégrés dans ces méthodes de diverses manières. Cela inclut, entre autres, l'établissement d'un calcul différencié dans le temps du SCR pour exclure les risques non persistants dans les projections futures, l'utilisation d'un BE basé uniquement sur les flux sortants pour mieux représenter l'exposition au risque réelle de l'assureur, etc.

## Résultats

Les nouvelles méthodes développées ont été appliquées à plusieurs jeux de données représentant des portefeuilles d'assurance réalistes, incluant l'assurance vie, les rentes, l'assurance santé et les produits d'assurance générale. Les tests ont été réalisés sur des jeux de données homogènes et hétérogènes.

Les nouvelles méthodes ont montré des performances prometteuses, en particulier la méthode 1\*, face à l'hétérogénéité au niveau des branches d'activité (modules de risque). Cependant, les méthodes n'ont

pas aussi bien réussi lorsqu'elles ont été confrontées à l'hétérogénéité des périodes de couverture.

Dans le cas de l'hétérogénéité des modules de risque, les nouvelles méthodes, notamment la méthode 1\*, se distinguent comme particulièrement robustes, offrant un bon équilibre entre simplicité et précision. La méthode 1\* gère efficacement la diversification des risques et fournit des estimations précises de la RM, même dans des structures de portefeuille complexes.

De plus, nous avons également observé que l'introduction du paramètre  $\lambda$ , bien qu'ajoutant de la complexité, ne gêne pas de manière significative l'application pratique des méthodes. Les ajustements faits pour intégrer ce paramètre, notamment dans la méthode 1\*, montrent qu'il est possible de réduire la volatilité de la RM dans des environnements à taux d'intérêt bas sans introduire de défis opérationnels majeurs.

## Conclusion

Les méthodes proposées, en particulier la méthode 1\*, représentent une nette amélioration par rapport aux approches classiques, offrant une plus grande robustesse et précision dans le contexte de l'hétérogénéité au sein des portefeuilles d'assurance.

Bien que ces travaux soient prometteurs, il est important de reconnaître que des recherches et des mises à jour continues sont nécessaires pour réaliser pleinement le potentiel de ces méthodes et relever les défis restants, notamment en termes de généralisabilité et d'adaptabilité à de nouvelles sources d'hétérogénéité.

Dans l'ensemble, ce mémoire fournit une base pour de futurs travaux dans le domaine, avec des implications pratiques pour les assureurs cherchant à améliorer la gestion des risques dans le cadre de Solvabilité II. Les méthodes développées ici offrent une voie pour des calculs plus précis et plus efficaces de la RM.

# Executive Summary

## Introduction and Context

The insurance industry is heavily regulated, with Solvency II being a cornerstone of the regulatory framework in Europe. Solvency II is built on three pillars : quantitative requirements (Pillar 1), qualitative requirements (Pillar 2), and transparency/reporting (Pillar 3). Within Pillar 1, the calculation of the RM is critical as it represents the cost of holding capital to cover non-hedgeable risks until all obligations are settled.

However, current simplified RM calculation methods often fall short in capturing the complexities of diversified portfolios that contain a mix of life, non-life, and health insurance products. Thus, they are limited to only be applicable in the case of homogeneous portfolios.

This limitation becomes all the more relevant in light of the 2020 revisions to Solvency II, which add an additional time-dependent parameter to the RM calculation, complexifying the current simplified methods.

The thesis aims to develop new simplification methods that address the shortcomings of existing approaches, particularly in the context of heterogeneous portfolios. These methods must balance regulatory compliance with practical applicability, offering insurers a way to manage risk more accurately and efficiently.

As such, five different insurance products will be modelled, providing heterogeneity vis-à-vis risk type (health, non-life, life) and coverage period (short term, whole life).

## Existing Methods vs. Modelled Products

The development of new methods begins with a thorough exploration of the theoretical underpinnings of the current RM calculation. This involves a review of the mathematical models and assumptions behind current approaches, as well as an examination of how these might be adapted or extended to better handle diverse risks.

For reference, the following are the existing methods that are analysed in-depth for this thesis :

### – Method 1

It relies on approximations in order to calculate the SCR of various risk modules or that of sub-risks.

### – Method 2

This method assumes proportionality between the SCR and BE :

$$SCR^{RU}(t) = \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * BE(t)$$

Hence, the RM is calculated as follows :

$$RM = CoC * \frac{SCR^{RU}(0)}{BE(0)} * \sum_{t \geq 0} \frac{BE(t)}{(1 + r_{t+1})^{t+1}}$$

– **Method 3**

This method allows the user to avoid projecting the future SCR and calculate the sum of the discounted future SCR in one go, with the use of the Macaulay duration :

$$RM = CoC * SCR^{RU}(0) * \frac{Dur(0)}{1 + r_1}$$

Special attention is paid to the second method, which comes heavily recommended by regulators and is most often used by insurers.

As such, the key takeaways from the analysis with respect to the modelled products are the following :

– **BE Adjustments**

It is necessary to refine the calculation of the BE by considering only outgoing cash flows. This adjustment is proposed to better align the BE with the actual liabilities of the insurer, as including inflows in the BE can lead to significant discrepancies with the SCR.

– **Risk Differentiation**

It is necessary to differentiate between persistent risks (long-term, ongoing impact) and non-persistent risks (short-term, transient impact). This distinction is crucial for developing methods that can accurately reflect the varying risk profiles within a portfolio, even within a homogeneous one.

– **Multi-Level Diversification**

It is vital to identify and account for the diversification that occurs at different levels within an insurance entity. This ensures that heterogeneity is taken into consideration at all levels of calculation, such as among sub-risks, among risk modules and among product segments.

## Development of New Simplification Methods

The thesis presents several new simplification methods for RM calculation. These methods include :

– **Method 1\***

Designed for robustness and simplicity, this method introduces multiple mechanisms to manage risk diversification more effectively.

$$RM_{1*} = CoC * \sum_{t \geq 0} SCR_{1*}^{RU}(t) * df(0, t + 1)$$

where

$$SCR_{1*}^{RU}(t) = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} * \sum_{s \in i} \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t) * \sum_{s \in j} \frac{SCR_s(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t)}$$

– **Methods 2<sup>\*c</sup> end 2<sup>\*i</sup>**

These methods while comparatively less sophisticated, refine existing approaches, introducing adjustments to better handle the diversification of risks across different product segments. However, their applicability may be limited by the strong conditions they require to be fulfilled.

$$RM_{2*} = CoC * \sum_{t \geq 0} X(t) \sum_s \frac{SCR_s^{RU}(0)}{BE_s(0)} * BE_s(t) * df(0, t + 1)$$

where  $X(t) = \frac{SCR^{RU}(0)}{\sum_s SCR_s^{RU}(0)}$  is constant in the case of 2<sup>\*c</sup> and  $X(t) = \frac{1}{T} * (t + X(0) * (T - t))$  in the case of 2<sup>\*i</sup>

– **Method 3\***

As a parallel to the existing method 3, this method relies on the use of a specially defined Macaulay duration which involves weighting product segments' durations by their SCR :

$$RM_{3*} = CoC * df(0, 1) * SCR^{RU}(0) * Dur^*(0)$$

$$\text{where } Dur^*(0) = \frac{\sum_s SCR_s^{RU}(0) Dur_s(0)}{\sum_s SCR_s^{RU}(0)}$$

The thesis provides detailed explanations of each method, including their theoretical basis, practical application, and potential limitations.

The previous takeaways are integrated into these methods in a multitude of manners. This includes, but is not limited to, establishing a time-differentiated calculation of the SCR in order to exclude non-persistent risks in future projections, using a BE calculated solely based on outgoing cash flows for better representation of the actual risk exposure of the insurer, etc.

## Results and Findings

The newly developed methods were applied to several test cases that represent real-world insurance portfolios, including life insurance, annuities, health insurance, and general insurance products. Tests were conducted against datasets both homogeneous and heterogeneous.

The new methods showed promising performances, especially method 1\*, when faced with heterogeneity in risk type. However, the methods showed tepid performances when confronted with heterogeneity in coverage period.

In the case of heterogeneity in risk type, the new methods, especially method 1\*, stand out as particu-

larly robust, offering a good balance between simplicity and precision. Method 1\* effectively handles risk diversification and provides accurate RM estimates, even in complex portfolio structures.

Moreover, we could also observe that the introduction of the  $\lambda$  parameter, while adding complexity, does not significantly hinder the practical application of the methods. The adjustments made to accommodate this parameter, especially in method 1\*, demonstrate that it is possible to reduce RM volatility in low-interest-rate environments without introducing undue operational challenges.

## Conclusion

The methods proposed, particularly method 1\*, represent a substantial improvement over traditional approaches, offering greater robustness and precision in the context of heterogeneity within insurance portfolios.

While these works are promising, it is important to acknowledge that continuous research and updates are necessary to fully realise the potential of these methods and to address the remaining challenges, particularly in terms of generalisability and adaptability to additional sources of heterogeneity.

Overall, the thesis provides a foundation for future work in the field, with practical implications for insurers seeking to improve their risk management practices under Solvency II. The methods developed here offer a path forward for more accurate and efficient RM calculations, ultimately contributing to the stability and resilience of the insurance sector.