

**Mémoire présenté le :
pour l'obtention du diplôme
de Statisticien Mention Actuariat
et l'admission à l'Institut des Actuares**

Par : Hugo LE JAN

Titre du mémoire :

*Anticipation de dérives de sinistralité sur les risques Santé et Incapacité invalidité
en Prévoyance Collective*

Confidentialité : NON OUI (Durée : 1 an 2 ans)

Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus.

Membres présents du jury de la
filière :

Signature :

Entreprise :

Nom : CNP Assurances

Signature :



Directeur de mémoire en
entreprise

Membres présents du jury de
l'Institut des Actuares :

Signature :

Nom : Anthony AMAT

Signature :



Invité :

Nom :

Signature :

**Autorisation de publication et de mise
en ligne sur un site de diffusion de
documents actuariels** (après expiration
de l'éventuel délai de confidentialité)

Signature du responsable
entreprise :



Signature du candidat :



Résumé

Le suivi de la sinistralité d'un contrat d'assurance est indispensable pour assurer un pilotage sain du portefeuille de l'assureur. L'objectif de ce processus est notamment d'anticiper les potentielles dérives de sinistralité le plus tôt possible. Cela afin de pouvoir utiliser les différents mécanisme de défense existants, tels que les révisions tarifaires ou les ajustements de garanties.

Sur les risques courts dits de fréquence, tel que le risque santé, la sinistralité finale peut s'estimer via des méthodes de cadencement. Cependant, ces méthodes nécessitent généralement un certain historique de données pour produire des estimations pertinentes. Sur les risques longs, tel que le risque invalidité, ces méthodes sont traditionnellement inadaptées. L'enjeu est ainsi de déterminer des solutions pour mener à bien ce suivi de sinistralité dès les premiers mois de vie du contrat.

Pour répondre à ces questions, ce mémoire s'articule en plusieurs étapes. Tout d'abord l'approche retenue consiste à identifier des critères discriminants permettant de catégoriser les contrats en groupes homogènes, ou "segments". Cette segmentation permet alors d'effectuer l'hypothèse stipulant que les contrats d'un même segment suivent la cadence moyenne de ce groupe de contrats. Ensuite différentes méthodes d'estimation de la charge ultime ont été explorées, à savoir des méthodes de cadencement ainsi que des méthodes par régression. Concernant le risque incapacité-invalidité, une étape intermédiaire d'estimation via la détermination d'un *tail-factor* est nécessaire. Enfin, l'ensemble de ces méthodes sont appliquées afin de déterminer laquelle ou lesquelles sont les plus adaptés compte tenu des deux risques étudiés. Pour cela, différentes métriques ont été utilisées, notamment le *Root Mean Square Error* (RMSE), le F1-Score ou encore la méthode *Bootstrap*.

Mots-clés : Chain Ladder, Curve fitting, Sherman, Skurnick, Exponential Decay, Cadencement, Tail-factor, Bootstrap, RMSE, F1-Score.

Abstract

Monitoring the claims experience of an insurance contract is essential to ensure sound management of the insurer's portfolio. The objective of this process is to anticipate any potential claims drift as early as possible. This is done in order to be able to use the various existing defense mechanisms, such as rate revisions or adjustments to coverage.

In the case of short term risks, such as health risks, the final loss experience can be estimated using timing methods. However, these methods generally require a certain amount of historical data to produce relevant estimates. For long term risks, such as disability, these methods are traditionally unsuitable. The challenge is therefore to determine solutions for monitoring claims from the first months of the contract's life.

In order to answer these questions, this paper is structured in several stages. First of all, the approach adopted consists of identifying discriminating criteria that allow the categorization of contracts into homogeneous groups, or "segments". This segmentation allows us to make the hypothesis that the contracts of a same segment follow the average rate of this group of contracts. Different methods of estimating the ultimate burden were then explored, namely timing methods and regression methods. For the disability risk, an intermediate step of estimation via the determination of a tail-factor is necessary. Finally, all these methods are applied in order to determine which one(s) are the most appropriate for the two risks studied. For this purpose, different metrics were used, notably the Root Mean Square Error (RMSE), the F1-Score or the Bootstrap method.

Keywords : Chain Ladder; Curve fitting; Sherman; Skurnick; Exponential Decay; Loss patterns; Tail-factor; Bootstrap; RMSE; F1-Score .

Note de Synthèse

Contexte et problématique

Le marché de la Santé Prévoyance est un marché dynamique à l'environnement économique riche et avec une réglementation en constante évolution. Cela participe à en faire un marché concurrentiel, où les marges, positionnées sur la vente du contrat, sont limitées.

Ce contexte implique une nécessité accrue de suivre la trajectoire de rentabilité des différents produits, de veiller à leur juste tarification. Ainsi, ce mémoire vise à effectuer un suivi de la sinistralité du portefeuille Prévoyance Collective. En particulier, l'objectif est **d'anticiper les dérives de sinistralité à la maille contrat** pour les produits d'assurance couvrant les risques Santé et Incapacité-Invalidité. En effet, la Santé (FSS) et l'Incapacité-Invalidité (IT) couvrent la majorité du périmètre de Prévoyance Collective de CNP Assurances, soit 69% de son CA à fin 2020.

CNP Assurances, en tant qu'entreprise multi-partenariale, a fait le choix de déléguer la gestion de ses contrats d'assurance à un tiers (gestionnaire spécialisé, courtier, mutuelle, etc.) contre rémunération. Ainsi, les données transmises à CNP Assurances par ses partenaires sont à une maille agrégée, nécessaire et suffisante notamment à la réalisation des comptes clients annuels. Par conséquent, ce mémoire se place dans un cadre de données disponibles limité.

Schématiquement, pour une Affaire Nouvelle par exemple, voici la marche à suivre :

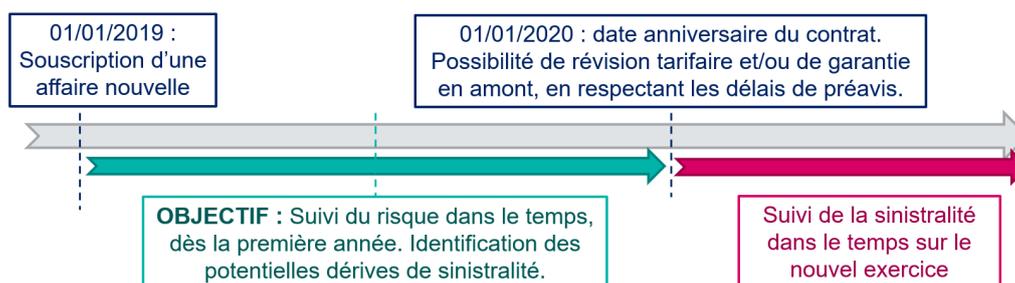


FIGURE 1 – Objectif et cadre temporel de l'étude

Méthodologie suivie : détermination de groupes de contrats à caractéristiques homogènes

Compte tenu des contraintes de données évoquées, l'approche étudiée a été de déterminer des groupes de contrats homogènes en fonction des caractéristiques disponibles. Cette étude des données agrégées a conduit à l'analyse des cadences des différents contrats en portefeuille. Les contrats FSS et IT ont ainsi été segmentés en différents groupes. Cette approche par segmentation permet de s'affranchir de la nécessité d'un historique de données conséquent sur les montants de prestations payées, notamment pour les contrats les plus récemment entrés dans le portefeuille. Ainsi la sinistralité d'un nouveau contrat pourra être estimée selon son groupe associé de contrats homogènes.

Méthodes d'estimation

Les données disponibles sont à une maille agrégée, ce qui a orienté le choix des méthodes d'estimation de sinistralité retenue, à savoir par cadencement ou par régression. En effet, les montants de primes et prestations payées sont régulièrement communiqués par les partenaires puis déversés dans le système d'information, permettant leur analyse mensuellement. Dans notre contexte d'assurance collective, l'aléa sur les primes est considéré inexistant.

Il s'agit alors d'estimer la charge ultime relative à chaque contrat.

La méthode par cadencement Chain Ladder nécessite un certain recul de données, car elle se base sur le rythme historique de paiement des prestations. Le recul minimal permettant son utilisation varie selon le risque étudié. L'historique de données requis est obtenu pour tout contrat à l'aide de la segmentation précédemment présentée.

Le Chain Ladder avec méthode complémentaire est une méthode introduite dans ce mémoire, adaptée au contexte interne de l'étude. En effet, la prédiction de la charge à l'ultime contrat par contrat de manière anticipée induit une certaine volatilité. Cette méthode complémentaire vise ainsi à capter l'incertitude induite par cette volatilité supplémentaire. L'objectif final est de traduire l'incertitude additionnelle en des intervalles de confiance. Pour un groupe homogène donné, ces intervalles reflètent la volatilité des ratios de Règlements à Primes Pures (R/PP) des différents contrats composants le segment selon différents niveaux de recul.

Dans un second temps, cette méthode est aussi adaptée aux données observées. En effet, pour des raisons opérationnelles, seule une année est utilisée pour calculer la cadence de référence servant aux prédictions de charge ultime. Or, sur le risque Santé notamment, la généralisation du tiers-payant a amélioré les délais de règlement des prestations aux assurés, modifiant potentiellement les cadences observées. Ainsi, l'utilisation de données récentes est supposément plus représentative du contexte actuel. Cependant la validation des hypothèses du Chain Ladder classique démontre que ces cadences ne sont en réalité pas en rupture avec le passé. Il sera important de vérifier l'évolution des cadences dans le temps compte tenu de la réforme du 100% Santé ou encore des impacts Covid.

Dans le cadre de cette étude, l'analyse du risque Santé démontre que deux années d'historique sont suffisantes pour qualifier un exercice de survenance de consolidé. Cependant sur le risque Incapacité-Invalidité, l'historique requis est supérieur aux données disponibles. Ainsi, une étape additionnelle est nécessaire : le calcul d'un tail-factor, ou facteur de queue de développement. Il permet de projeter les montants de prestations à l'ultime sans historique. Pour le calculer, différentes méthodes par régression (méthodes de l'Exponential Decay, Skurnick et Sherman) ont été confrontées à une méthode plus classique exploitant le calcul des Provision Mathématique pour Sinistres Connus (PMSC) des différents contrats. Le calcul des PMSC nécessite de disposer des données tête par tête des sinistrés. L'étude est ainsi réalisée sur un périmètre pour lequel ces données sont exhaustives et qualifiées.

Exercice de survenance pour la régression	Période de temps utilisée pour la régression	Exponential Decay	Sherman	Skurnick	PMSC
2010	1 - fin	1,01	1,102	0,855	1,371
	37 - fin	1,002	1,082	0,9	1,371
	0 -71 et 85 - fin	1,006	1,065	0,755	1,371
2012	1 - fin	1,029	1,193	0,938	1,371
	37 - fin	1,045	1,379	1,08	1,371
	0 -71 et 85 - fin	1,007	1,114	0,863	1,371

FIGURE 2 – Différents facteurs de queues calculés

Au travers différents ajustements sur les points sélectionnés pour ajuster les régressions, l'analyse des résultats démontre que la méthode de Sherman a un potentiel élevé pour le calcul du tail-factor sur ce risque. C'est donc une méthode envisageable pour une compagnie d'assurances développant un nouveau produit d'assurance sur lequel elle n'a pas de recul.

Les méthodes par régression peuvent également prédire la charge ultime d'un contrat. Ces méthodes reposent sur la projection des facteurs de développement des prestations connus sur l'exercice de survenance en cours. La fonction de régression est ce qui varie d'une méthode à l'autre. Ces méthodes, pour cet exercice, présentent l'avantage notable de ne pas nécessiter d'historique sur les années passées.

Cadre des travaux et métriques d'analyse

La méthode du back-testing est utilisée afin de déterminer la pertinence et l'efficacité de chacune des méthodes retenues.

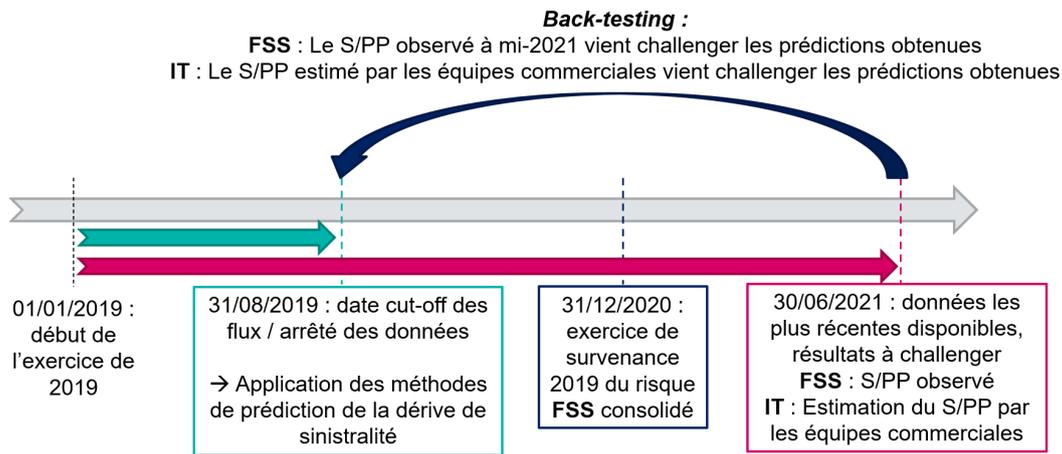


FIGURE 3 – Cadre temporel et données du back-testing

Un contrat est qualifié comme en dérive de sinistralité si son ratio S/PP est estimé supérieur à 105% et que la perte technique associée est escomptée supérieure à 100 000 €¹.

Plusieurs métriques ont été exploitées afin de définir la ou les méthodes les plus satisfaisantes.

La première métrique d'analyse utilisée est le RMSE, ou Rooted Mean Squared Error. C'est la métrique de référence pour quantifier l'écart moyen entre une valeur prédite, ici la charge en prestations à l'ultime, avec sa valeur réelle. Plus sa valeur est faible, meilleure est le résultat de la méthode utilisée.

La deuxième métrique analysée pour étudier la qualité de prédiction est le F1-Score. Elle permet de répondre précisément à la problématique : est-ce que la méthode observée est capable d'identifier les contrats en potentiel dérive de sinistralité ?

Cette métrique prend des valeurs allant de 0 à 1. Plus elle est proche de 1, meilleure est la capacité d'identification de la méthode. Elle est composée de deux métriques sous-jacentes. La Precision (PRE) permet de mesurer la pertinence des alertes de dérives émises. Elle répond à la question "Sur les contrats identifiés par la méthode comme en potentielle dérive de sinistralité, combien ont réellement dérivés?". Le Recall (REC) permet de quantifier le pourcentage de contrats sur lesquels la dérive est anticipée. Il répond à la question : "Sur les contrats qui ont connu une dérive de sinistralité, combien la méthode de prédiction en aurait-elle détecté?". Si ces deux mesures atteignent 100%, alors le F1-Score vaut 1, soit un résultat parfait.

La troisième et dernière métrique utilisée est la méthode bootstrap. Elle permet d'observer l'erreur de prédiction et de modèle des algorithmes prédictifs. Le schéma ci-après résume les principales étapes du bootstrap appliqué contrat par contrat :

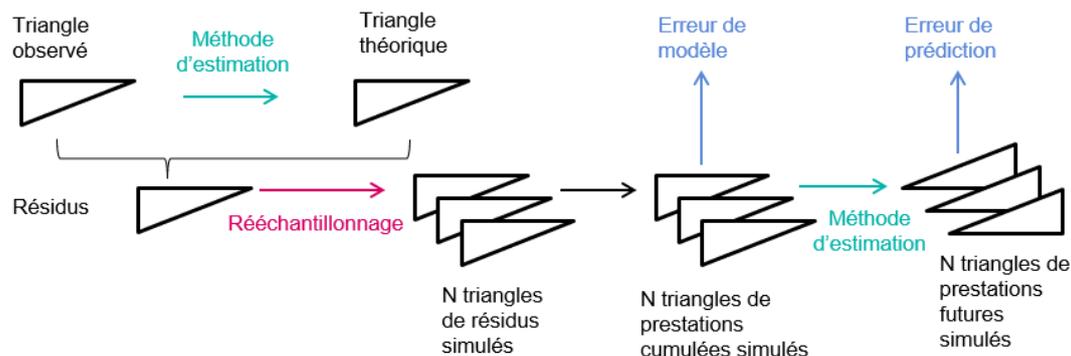


FIGURE 4 – Etapes principales de la méthode bootstrap

1. La perte technique est définie par la différence entre Primes pures et Prestations.

Résultats et interprétations

Concernant le RMSE, voici les résultats obtenus sur les risques FSS et IT :

	Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Skurnick	Sherman
RMSE Santé	219 350	196 691	2 003 161	/	1 914 413
RMSE Incapacité/Invalidité	5 547 790	6 643 245	12 573 961	/	6 602 900

FIGURE 5 – RMSE des différentes méthodes sur les risques Santé et Incapacité-invalidité

Sur le risque Santé, c'est le Chain Ladder avec méthode complémentaire qui obtient le plus faible et donc le meilleur RMSE. En parallèle, sur le risque IT, c'est le Chain Ladder classique qui obtient le RMSE le plus satisfaisant.

Les résultats obtenus concernant le risque Santé sont à nuancer dans le cas des méthodes par régression. En effet, ces méthodes ont pour dénominateur commun de chercher à déterminer un taux de décroissance des prestations dans le temps. Seulement, sur certains contrats particuliers, le taux calculé est anormalement faible. Cela se traduit par une estimation de charge ultime aberrantes, qui exclut de fait certaines méthodes. Ainsi, les résultats ici présentés sont obtenus au prix d'un écrêtement des données. Voici le taux de contrats sur lesquels une estimation non aberrante a pu être produite, selon les différentes méthodes testées :

	Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Skurnick	Sherman
FSS	100%	100%	76%	9%	48%
IT	100%	100%	100%	0%	74%

FIGURE 6 – Taux de contrats sur lesquels l'estimation fonctionne et/ou est cohérente

Ces méthodes par régression sont ainsi exclues car elles ne permettront pas de répondre à la problématique d'anticipation des dérives de sinistralité sur l'entièreté des contrats. Cependant, les résultats qu'elles délivrent sur ce périmètre écrêté sont tout de même observés. Seule la méthode de Skurnick est totalement exclue.

Sur le risque Incapacité-invalidité, un écrêtement similaire est appliqué. La méthode de Skurnick est aussi exclue à cause des résultats figure 6. La méthode par Exponential Decay revient, elle, à étudier une méthode qui prédit généralement 0€ de charge à l'ultime.

Les résultats du F1-Score et autres métriques sous-jacentes sont les suivants :

Méthode	FSS				IT			
	Accuracy	Precision	Recall	F1-Score	Accuracy	Precision	Recall	F1-Score
Chain Ladder - méthode complémentaire	0,95	0,50	1,00	0,67	0,47	0,20	0,14	0,17
Chain Ladder Classique	0,94	0,46	1,00	0,63	0,63	0,50	0,57	0,53
Exponential Decay	0,81	0,19	0,91	0,31	0,53	0,00	0,00	N/A
Sherman	0,86	0,19	0,55	0,28	0,47	0,29	0,29	0,29
Skurnick								

FIGURE 7 – F1-Score et autres métriques d'analyse de la prédiction de dérive

Sur le risque FSS, c'est la méthode de Chain Ladder avec méthode complémentaire qui obtient le F1-score le plus satisfaisant. Sur le risque Incapacité-invalidité, le Chain Ladder classique est meilleur au regard de cette même métrique.

Concernant le bootstrap, voici les résultats obtenus :

RISQUE SANTE :

Type d'erreur bootstrap	Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Sherman
Prédiction	51 828	49 926	16 872	29 808
Modèle	19 665	19 276	11 432	4 733

RISQUE INCAPACITE-INVALIDITE :

Type d'erreur bootstrap	Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Sherman avec écrêtement	Sherman sans écrêtement
Prédiction	277 281	768 311	2,44E-11	4,28E+14
Modèle	8 877	30 699	1,32E-12	4 592

FIGURE 8 – Résultats des analyses des erreurs bootstrap

Selon cette métrique, les méthodes précédemment identifiées restent les plus performantes. Sur le risque Santé, les méthodes Exponential Decay et Sherman ne sont pas retenues car elles ne sont applicables que sur un périmètre de contrats écrêtés. C'est la raison pour laquelle leurs erreurs bootstrap semblent plus faibles : elles sont calculées à partir d'un sous-échantillon de contrats pour lesquels les méthodes de l'Exponential Decay et Sherman sont respectivement concluantes. Sur le risque IT, la méthode de Sherman n'est pas retenue pour les mêmes raisons. Pour cette méthode, le résultat de qualité obtenu sur la base de données écrêtées est dû aux données retraitées et linéarisées sur ce segment. Notons que les résultats sur la méthode de Sherman sans écrêtement sont affichés afin de montrer l'impact de l'écrêtement.

Conclusion

Les conclusions de cette étude menée dans un contexte de données limitées sont les suivantes. La méthode Chain Ladder avec méthode complémentaire est l'approche la plus intéressante sur le risque Santé. Sur l'Incapacité-invalidité, c'est le Chain Ladder classique qui est identifié comme la méthode la plus adaptée au regard de l'ensemble des métriques étudiées. Toutefois, la méthode de Sherman reste une alternative intéressante sur les contrats où elle converge. Dans un contexte de qualité des données satisfaisante mais avec un recul disponible plus limité, c'est une méthode qui peut être mise en place opérationnellement pour détecter des dérives de sinistralité contrat par contrat.

La méthode d'estimation d'intervalles de confiance via l'approche Chain Ladder méthode complémentaire ne s'est pas révélée satisfaisante. Une piste d'amélioration possible serait la meilleure prise en considération de la volatilité amenée par les estimations en recul limité. En effet, plus l'estimation de charge ultime d'un contrat est réalisée tôt, plus l'incertitude associée à cette dernière est élevée, phénomène que les intervalles de confiance pourraient retranscrire de façon plus marquée. Enfin, différents chantiers sont en cours au sein de l'entreprise visant à disposer de données à une granularité plus fine. Cela devrait permettre la mise en place de nouveaux indicateurs de sinistralité, d'affiner les approches présentées dans ce mémoire ou encore d'explorer d'autres approches d'estimation.

Synthesis note

Contexte and problematic

The Health and Welfare market is a dynamic market with a rich economic environment and with constantly changing regulations. This makes it a competitive market, where margins, positioned on the sale of the contract, are limited.

This context implies an increased need to monitor the profitability trajectory of the various products, to ensure their fair pricing. Thus, this thesis aims to monitor the claims experience of the Group Pensions portfolio. In particular, the objective is to **anticipate claims drift at the contract level** for insurance products covering health and disability risks. Health (FSS) and Disability (IT) cover the majority of CNP Assurances' Group Pensions business, as they account for 69% of its revenues by the end of 2020.

As a multi-partner company, CNP Assurances has chosen to delegate the management of its insurance contracts to a third party (specialized manager, broker, mutual insurance company, etc.) in exchange for a fee. Thus, the data transmitted to CNP Assurances by its partners is aggregated, which is necessary and sufficient to produce the annual customer accounts. Consequently, this report is based on a limited amount of available data.

For example, for a recently underwritten contrat, here is the procedure to follow :

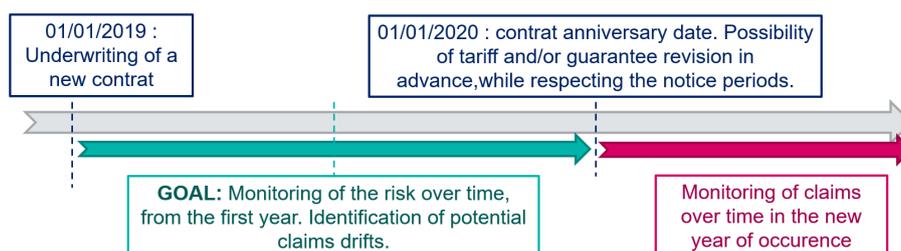


Figure 9 – Goals and time frame of the study

Methodology used: determination of groups of contracts with homogeneous characteristics

Given the data constraints mentioned above, the approach studied was to determine groups of homogeneous contracts according to the available characteristics. This study of aggregated data led to the analysis of the rates of the different contracts in the portfolio. The FSS and IT contracts were segmented into different groups. This segmentation approach eliminates the need for a substantial history of data on the amounts of benefits paid, particularly for the most recent contracts entered in the portfolio. Thus, the total future claims of a new contract can be estimated according to its associated group of homogeneous contracts.

Estimation methods

The data available is at an aggregate level, which has guided the choice of methods for estimating the loss experience, namely by cadence or by regression. Indeed, the amounts of premiums and benefits paid are regularly communicated by the partners and then delivered into the information system, allowing their analysis on a monthly basis. In our group insurance context the hazard on the premiums is considered non-existent.

It is then necessary to estimate the ultimate cost of each contract.

The Chain Ladder method requires a certain amount of data hindsight, as it is based on the historical rate of payment of the claims. The minimum hindsight required for its use varies according to the risk being studied. The required historical data is obtained for any contract using the segmentation previously presented.

The Chain Ladder with complementary method is a method introduced in this thesis, adapted to the internal context of the study. Indeed, the prediction of the total claims at the end of each contract in an anticipatory manner induces a certain volatility. This complementary method thus aims to capture the uncertainty induced by this additional volatility. The final objective is to translate the additional uncertainty into confidence intervals. For a given homogeneous group, these intervals reflect the volatility of the Claims over Pure Premium (C/PP) ratios of the different contracts in the segment at different levels of hindsight.

Secondly, this method is also adapted to the observed data. Indeed, for operational reasons, only one year is used to calculate the reference rate used for the ultimate load predictions. However, for health risks in particular, the generalization of third-party payment has improved the time required to pay benefits to the insured, potentially modifying the rates observed. Thus, the use of recent data is supposedly more representative of the current context. However, the validation of the classic chain ladder hypotheses shows that these rates are in fact not at odds with the past. It will be important to verify the evolution of the rates over time, taking into account the reform of the 100% health care system and the Covid impacts.

In the context of this study, the analysis of the Health risk shows that two years of history are sufficient to qualify a year of occurrence as consolidated. However, for the Disability risk, the required history is greater than the available data. Thus, an additional step is necessary: the calculation of a tail-factor. It allows us to project the claims amounts to the ultimate without history. To calculate it, various regression methods (Exponential Decay, Skurnick and Sherman methods) were compared to a more traditional method using the calculation of the Mathematical Provision for Known Claims (MPKC) of the different contracts. The calculation of the MPKC requires the availability of head-to-head data of the claimants. The study is therefore carried out on a perimeter for which these data are exhaustive and qualified.

Year of occurrence chosen for the regression	Time period used for the regression	Exponential Decay	Sherman	Skurnick	MPKC
2010	1 - end	1,01	1,102	0,855	1,371
	37 - end	1,002	1,082	0,9	1,371
	0 -71 and 85 - end	1,006	1,065	0,755	1,371
2012	1 - end	1,029	1,193	0,938	1,371
	37 - end	1,045	1,379	1,08	1,371
	0 -71 and 85 - end	1,007	1,114	0,863	1,371

Figure 10 – Different computed tail-factors

Through different adjustments on the points selected to fit the regressions, the analysis of the results that Sherman's method has a high potential for the calculation of the tail-factor on this risk. It is therefore a feasible method for an insurance company developing a new insurance product on which it has no experience.

Regression methods can also predict the ultimate cost of a contract. These methods are based on the projection of known claims development factors of the current year of occurrence over time. The regression function is what varies from method to method. These methods, for this study, have the significant advantage of not requiring a history of past years.

Framework of the study and analysis metrics

The back-testing method is used to determine the relevance and effectiveness of each of the methods used.

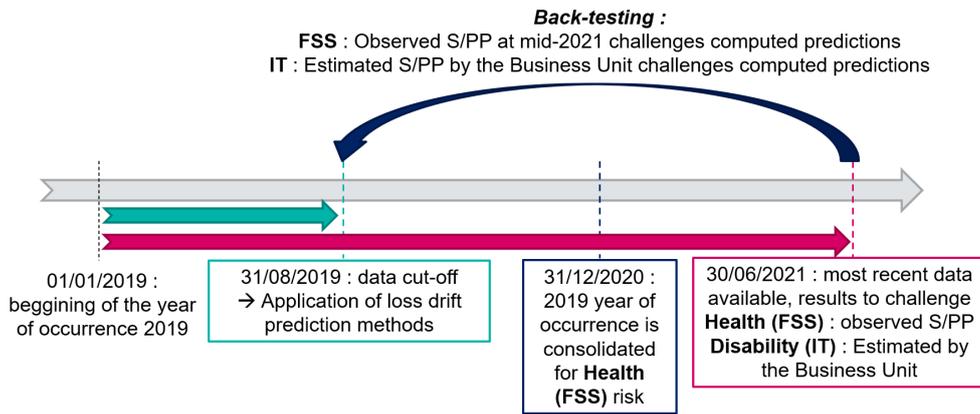


Figure 11 – Back-testing timeframe and data

A contract is considered to be in a claim drift if its S/PP ratio is estimated to be greater than 105% and the associated technical loss is expected to be greater than 100,000 €¹.

Several metrics were used to define the best performing method(s).

The first analysis metric used is the RMSE, or Rooted Mean Squared Error. This is the metric used to quantify the average difference between a predicted value, in this case the total future claims, with its actual value. The lower its value, the better the result of the method used.

The second metric analyzed to study prediction quality is the F1-Score. It allows us to answer the question: is the observed method capable of identifying contracts with potential claims contracts in potential claims drift?

This metric takes values ranging from 0 to 1. The closer it is to 1, the better the method's ability to the better the identification capacity of the method. It is composed of two underlying metrics. The Precision (PRE) measures the relevance of the drift alerts issued. It answers the question "On the contracts identified by the method as having a potential claims drift, how many have actually drifted?". The Recall (REC) allows to quantify the percentage of contracts on which the drift is anticipated. It answers the question: "Of the contracts that have experienced a loss drift, how many would the prediction method have detected?". If these two measures reach 100%, then the F1-Score is 1, a perfect result.

The third and final metric used is the bootstrap method. It allows us to observe the prediction and prediction and model error of the predictive algorithms. The following diagram summarizes the main steps of the bootstrap applied contract by contract:

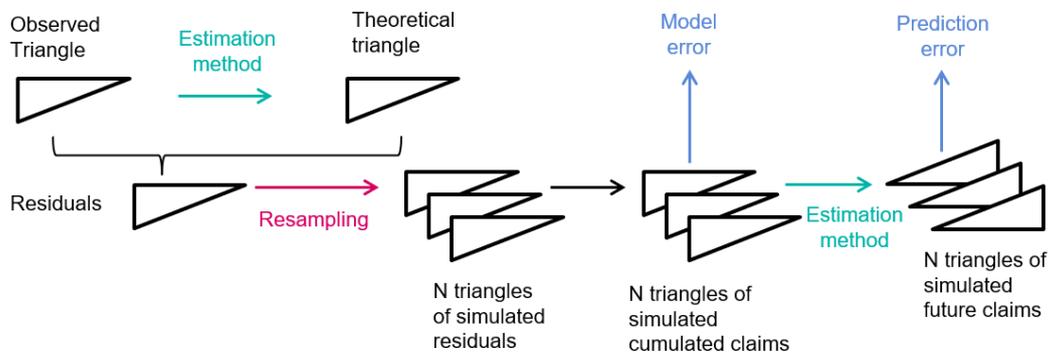


Figure 12 – Main steps of the bootstrap method

1. The technical loss is defined as the difference between Pure Premiums and Claims.

Results and interpretations

Concerning the RMSE, here are the results obtained on the FSS and IT risks:

	Chain Ladder	Chain Ladder - complementary method	Exponential Decay	Skurnick	Sherman
Health RMSE	219 350	196 691	2 003 161	/	1 914 413
Disability RMSE	5 547 790	6 643 245	12 573 961	/	6 602 900

Figure 13 – RMSE of the different methods on the Health and Disability risks

For the Health risk, the Chain Ladder with complementary method obtains the lowest and therefore the best RMSE. In parallel, for the IT risk, the classical Chain Ladder obtains the best RMSE.

The results obtained for the Health risk must be qualified in the case of the regression methods. Indeed, the common denominator of these methods is that they seek to determine a rate of decrease in benefits over time. However, for certain specific contracts, the rate calculated is abnormally low. This results in an aberrant ultimate cost estimate, which excludes certain methods. Thus, the results presented here are obtained at the cost of a data capping. Here is the rate of contracts for which a non-aberrant estimate could be produced, for each of the methods tested :

	Chain Ladder	Chain Ladder - complementary method	Exponential Decay	Skurnick	Sherman
Health	100%	100%	76%	9%	48%
Disability	100%	100%	100%	0%	74%

Figure 14 – Rate of contracts for which the estimate works and/or is consistent

These regression methods are thus excluded because they will not allow us to respond to the problem of anticipating claims drifts on the entirety of the contracts. However, the results they deliver on this capped perimeter are still observed. Only the Skurnick method is totally excluded.

A similar capping was applied to the disability risk. The Skurnick method is excluded given the results figure 14. The Exponential Decay method, on the other hand, is almost identical to a method that predicts 0€ of future claims.

The results of the F1-Score and other underlying metrics are as follows:

Method	Health				Disability			
	Accuracy	Precision	Recall	F1-Score	Accuracy	Precision	Recall	F1-Score
Chain Ladder - complementary method	0,95	0,50	1,00	0,67	0,47	0,20	0,14	0,17
Classic Chain Ladder	0,94	0,46	1,00	0,63	0,63	0,50	0,57	0,53
Exponential Decay	0,81	0,19	0,91	0,31	0,53	0,00	0,00	N/A
Sherman	0,86	0,19	0,55	0,28	0,47	0,29	0,29	0,29
Skurnick								

Figure 15 – F1-Score and other drift prediction analysis metrics

On the FSS risk, the Chain Ladder method with complementary method obtains the best F1-score. On the disability risk, the classical Chain Ladder is better with respect to this same metric.

Concerning the bootstrap, here are the results obtained:

HEALTH RISK :

Type of bootstrap error	Chain Ladder	Chain Ladder - complementary method	Exponential Decay	Sherman
Prediction	51 828	49 926	16 872	29 808
Model	19 665	19 276	11 432	4 733

DISABILITY RISK :

Type of bootstrap error	Chain Ladder	Chain Ladder - complementary method	Sherman with data capping	Sherman without data capping
Prediction	277 281	768 311	2,44E-11	4,28E+14
Model	8 877	30 699	1,32E-12	4 592

Figure 16 – Results of bootstrap error analysis

According to this metric, the previously identified methods remain the best performing. On the Health risk, the Exponential Decay and Sherman methods are not retained because they are only applicable to a perimeter of non-outliers' contracts. This is the reason why their bootstrap errors seem to be lower: they are calculated from a subsample of contracts for which the Exponential Decay method and Sherman method are respectively conclusive. For similar reasons, the Sherman method is not used for IT risk. With this method, the quality result obtained with capped data is due to the restated and linearized data on this segment. Note that the results for the Sherman method without eliminating outliers are displayed to show the impact of the data capping.

Conclusion

The conclusions of this study conducted with limited data are as follows. The Chain Ladder method with complementary method is the most interesting approach on the health risk. For the disability risk, the classic Chain Ladder is identified as the most suitable method across all the metrics studied. However, the Sherman method remains an interesting alternative for contracts where it converges. In a context of satisfactory data quality but with more limited available hindsight, it is a method that can be used operationally to detect operationally to detect claims deviations on a contract-by-contract basis.

The method of estimating confidence intervals via the complementary Chain Ladder method has not delivered great results. A possible improvement would be to better consider the volatility. One possible improvement would be to better consider the volatility brought about by the estimates in limited hindsight. Indeed, the earlier the estimate of the future claims of a contract is made, the greater the uncertainty associated with it. This is a phenomenon that the confidence intervals could reflect more clearly. Finally, several projects are underway within the company to obtain data at a finer granularity. This should allow the implementation of new loss indicators, the refinement of the approaches presented in this report or to explore other estimation approaches.

Remerciements

Mes premiers remerciements se tournent vers Anthony AMAT, mon tuteur de mémoire en entreprise, qui a su m'accorder tout l'accompagnement nécessaire à l'aboutissement de ce mémoire. Son aide sur toutes les réflexions aussi bien techniques que dans la relecture m'a été très précieuse.

Je remercie par ailleurs Ludovic BARTHELEMY, pour la confiance qu'il m'a accordée dans un premier temps ainsi que pour ses précieux conseils et sa disponibilité.

Un grand merci également à Cédric ATCHAMA, responsable du pôle Prévoyance Protection au sein de la Direction Technique de CNP Assurances, pour toutes les connaissances techniques et les orientations qu'il a pu apporter à ces travaux.

Merci également à Jacques ROUSSELOT, responsable de l'équipe Data, pour son aide sur toutes les problématiques de données.

Mes remerciements aux membres du pôle Prévoyance Protection de CNP Assurances pour leur accueil, la bienveillance dont ils ont fait preuve à mon égard, et les bons moments passés.

Enfin, je remercie le corps enseignant de l'Institut de Statistique de l'Université de Paris pour la qualité des enseignements dispensés, et plus particulièrement Guillaume BIESSY pour son accompagnement en tant que tuteur académique et son partage de connaissances en modèles statistiques actuariels.

Contents

Note de Synthèse	5
Synthesis note	10
Remerciements	15
Table des matières	15
Introduction	20
1 Généralités	21
1.1 Chiffres clés de CNP Assurances	21
1.2 Service UTP3 – domaines d’activités	22
1.3 La santé	23
1.3.1 Garanties et mécanismes de remboursement des contrats santé collectifs	23
1.3.2 Le marché français de la santé	25
1.4 L’incapacité et l’invalidité	26
1.4.1 Les garanties incapacité et invalidité (IT)	26
1.4.2 Le marché français de la prévoyance collective	28
2 Données	30
2.1 Présentation des données	30
2.1.1 Variables	30
2.1.2 Délégation de gestion et maille d’information	31
2.1.3 Métriques	32
2.2 Retraitements des données	33
2.3 Frais de soins de santé	37

<i>CONTENTS</i>	17
2.3.1	Statistiques descriptives 37
2.3.2	Consolidation des exercices de survenance 39
2.3.3	Délais de réception des flux réduits 40
2.4	Incapacité et invalidité 41
2.4.1	Des problématiques supplémentaires 41
2.4.2	Statistiques descriptives 42
2.5	Segmentation des contrats 43
2.5.1	Segmentation des contrats Santé 44
2.5.1.1	Segmentation par Chiffre d’Affaires 44
2.5.1.2	Segmentation par type d’affaire 45
2.5.1.3	Segmentation par Code produit 46
2.5.1.4	Segmentation : Institutions de Prévoyance et Courtage 47
2.5.2	Segmentation des contrats Incapacité et invalidité 48
2.5.2.1	Segmentation par Code produit 48
2.5.2.2	Perte de retraite 49
2.5.2.3	Mensualisation 50
2.5.2.4	Segmentation par type d’affaire 50
2.5.3	Conclusion sur la segmentation des contrats 50
3	Théorie mathématique et méthodes expérimentales 52
3.1	Notations 52
3.2	Les méthodes de cadencement 53
3.2.1	Chain Ladder 54
3.2.2	Méthode complémentaire 56
3.2.3	Méthodes explorées non retenues 60
3.2.4	<i>Curve fitting</i> 61
3.2.4.1	<i>Exponential Decay Method</i> 62
3.2.4.2	Méthode de Sherman 62
3.2.4.3	Méthode de Skurnick 63
3.3	Estimation de l’erreur de prédiction par le <i>bootstrap</i> 64
3.4	Estimation de la queue de développement 66

3.4.1	<i>Curve fitting</i>	67
3.4.2	Utilisation des tables réglementaires	68
4	Applications	69
4.1	<i>Back-testing</i>	69
4.1.1	Définition du <i>back-testing</i>	69
4.1.2	Cadre d'application des méthodes	69
4.2	Présentation des métriques d'analyse des résultats	71
4.2.1	Ecart entre valeur estimée et valeur réelle	71
4.2.2	Dérive d'un contrat	72
4.3	Validation des hypothèses du Chain Ladder	74
4.4	Résultats des différentes méthodes	76
4.4.1	Erreur de prédiction de la charge finale Santé	76
4.4.2	Calcul du facteur de queue sur le risque Incapacité-invalidité	78
4.4.3	Erreur de prédiction de la charge finale Incapacité-invalidité	84
4.4.4	Dérive des contrats	88
4.4.4.1	Dérives sur le risque Santé	88
4.4.4.2	Dérives sur le risque Incapacité-invalidité	89
4.4.5	Zoom sur la méthode complémentaire appliquée au risque FSS	90
4.5	Avantages et inconvénients de chaque méthode	96
4.6	Pistes d'amélioration des intervalles de confiance	97
	Conclusion	99
	Bibliographie	101
	Annexes	102
A	Facteurs de développements	103
A.1	Frais de soins de santé	103
A.1.1	Vision Août 2019	103
A.1.2	Vision 2021	104
A.2	Incapacité - Invalidité	105

<i>CONTENTS</i>	19
B Validation de l'hypothèse du Chain Ladder	106
B.1 FSS	106
B.2 IT	108

Introduction

Le marché de la Santé Prévoyance se situe dans un contexte réglementaire et économique riche. En 2019 notamment, la réforme du 100% Santé a vu le jour avec pour objectif de réduire le renoncement aux soins des Français pour des raisons financières dans les postes optique, dentaire et audioprothèses. C'est aussi un marché compétitif, où CNP Assurances, en tant qu'entreprise multi partenariale, se doit alors d'adapter ses tarifs ainsi que d'innover en matière de contrats et de services proposés. De plus, l'essentiel de la marge sur ce marché est positionné sur la vente du contrat. Ces marges y sont restreintes, ainsi la complexité est donc de déterminer la juste tarification pour rester bénéficiaire tout en restant compétitif.

Deux cas de tarification sont à distinguer : celle des contrats déjà en portefeuille et celle des Affaires Nouvelles (AN). Dans le cas des contrats déjà en portefeuille, l'expérience acquise permet de mieux maîtriser la sinistralité et ainsi de définir les révisions tarifaires et/ou de garanties lorsqu'elles sont nécessaire. Dans le cas des AN, des hypothèses à priori sont déterminées afin de réaliser la tarification. Ces dernières peuvent parfois ne pas être en adéquation avec la réalité observée, impliquant comme dans le cas précédent un ajustement tarifaire du contrat ou des baisses de garanties afin de rééquilibrer la rentabilité.

L'objectif de cette étude pour CNP Assurances est d'anticiper au plus tôt d'éventuelles dérives de sinistralité afin de pérenniser la rentabilité du portefeuille Prévoyance Collective, en particulier sur les risques Santé et Incapacité-Invalidité. Le tout dans un contexte de données disponibles limitées du fait d'une mise en délégation de gestion de l'essentiel des contrats sous risques.

Tout d'abord, nous introduirons les principales garanties étudiées dans le cadre de cette étude, à savoir la Santé et l'Incapacité-Invalidité en Prévoyance Collective. Puis nous ferons un état des lieux des données disponibles et de leurs limites, ainsi que l'approche retenue de segmenter les contrats en groupes homogènes. Ensuite, nous présenterons les approches mathématiques étudiées. Nous en analyserons alors les résultats obtenus selon différentes métriques en vue de dégager les méthodes les plus performantes. Enfin, nous proposerons des pistes d'amélioration de la robustesse et la précision des approches définies dans ce mémoire.

Chapitre 1

Généralités

Ce chapitre vise à poser le contexte global de l'étude. Ainsi, nous allons tout d'abord présenter l'entreprise CNP Assurances, suivi des domaines d'activités de l'équipe pour laquelle ces travaux ont été réalisés. Ensuite, nous allons nous concentrer sur l'assurance Santé en France en en donnant ses principales garanties, ses mécanismes de remboursement ainsi qu'une analyse du marché actuel. Enfin, nous réaliserons de nouveau cet exercice mais sur l'assurance Arrêt de Travail, à savoir couvrant les garanties Incapacité — Invalidité.

1.1 Chiffres clés de CNP Assurances

CNP Assurances est une entreprise d'assurance de personnes, leader des secteurs de l'assurance vie et de l'assurance emprunteur où elle est respectivement deuxième et première en France en termes de cotisations en affaires directes (chiffres 2020)¹. CNP Assurances est aussi une entreprise du secteur public. Sa particularité est de travailler avec un réseau multi-partenarial pour la commercialisation de ses produits. Notons parmi eux plusieurs grands noms, tels que La Banque Postale, actionnaire majoritaire de CNP Assurances depuis le 4 mars 2020, le groupe Banque Populaire Caisse d'Épargne (BPCE), ou encore AG2R La Mondiale.

CNP Assurances est une entreprise bien implantée en Europe et en Amérique Latine. Au Brésil, elle est par exemple codétenrice, avec la Caixa Econômica Federal – 2^{ème} banque publique brésilienne – du 3^{ème} assureur local : Caixa Seguridade.

Voici quelques chiffres clés concernant CNP Assurances :

- 38 millions d'assurés en prévoyance/protection dans le monde
- 12 millions d'assurés en épargne/retraite dans le monde
- 5350 collaborateurs à travers le monde
- 33,5 Md € de chiffre d'affaires en 2019
- 321 Md € d'encours en 2019

CNP Assurances s'oriente de plus en plus vers les métiers de la prévoyance et de la protection, proposant aussi des assurances santé, dépendance, ...

1. Classements 2020 de l'Argus de l'assurance

C'est également une entreprise engagée, qui a réduit de 51% l'empreinte carbone de son portefeuille d'actions depuis 2014, en conformité avec l'accord de Paris, et qui investit "vert" : elle a déjà investi 14,4 milliards d'euros en forêts, *green bonds*, immeubles à haute performance énergétique et infrastructures vertes.

1.2 Service UTP3 – domaines d'activités

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au sein de la Direction Technique Groupe (DTG), dans le pôle Prévoyance Protection (UTP) et plus précisément dans l'équipe Entreprise et Courtage (UTP3).



FIGURE 1.1 – UTP3 au sein de CNP Assurances

Ce service, dit Prévoyance Collective, s'occupe des risques de Prévoyance (Incapacité, Invalidité, Décès), Santé, et Dépendance. Un contrat collectif est un contrat souscrit par une entreprise à destination de ses salariés, par opposition au contrat individuel où il n'y a pas d'intermédiaire entre l'assureur et l'assuré. Ce service suit également la Prévoyance Individuelle.

Les missions de l'équipe UTP3 sont :

- la réalisation des comptes trimestriels en norme françaises (French Gaap)
- la production annuelle de la Marker-Consistent Embedded Value (MCEV), soit la détermination de la valeur du portefeuille
- le process de réalisation/validation des Situations Financières Clients ("SF Client"), correspondant au compte de résultat des contrats d'un client : le service UTP3 réalise celles des clients disposant de critères de rémunération variable, et valide les autres Situations Financières réalisées par les équipes commerciales.
- la définition de la position de la Direction Technique Groupe, assimilée à la Fonction Actuarielle, lors des comités d'engagements : ces comités sont réalisés au grès des opportunités commerciales présentées par les équipes commerciales selon différents critères de matérialité.
- les travaux de suivi du risque présentés lors des Comités des Risques Techniques (CRT).
- à partir de 2022 la réalisation des comptes IFRS17 viendra remplacer la MCEV.

Les outils développés au travers de ce mémoire ont pour vocation d'anticiper des dérives de sinistralité des risques Prévoyance et Santé. Ils auront ainsi une implication directe dans le cadre des travaux de suivi de risque, et de fait un impact sur la production des travaux d'inventaires et de projection de la valeur du portefeuille. Un des objectifs principaux des analyses produites dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre des CRT. Lors de ces derniers, l'actuariat des équipes commerciales produit des analyses de la sinistralité. Les outils développés viendront alors appuyer l'UTP3 pour *challenger* les estimations produites par ces équipes.

1.3 La santé

1.3.1 Garanties et mécanismes de remboursement des contrats santé collectifs

Il est important dans un premier temps de situer le cadre d'existence des contrats complémentaires santé. Il est ainsi nécessaire de se tourner vers le fonctionnement de la Sécurité Sociale.

Fondée en 1945, cette institution publique a pour objectif de protéger les individus de différents "risques sociaux". La plupart des Français sont couverts par le régime général, qui correspond à 75% du budget total de la sécurité sociale ainsi qu'à 61 millions de personnes couvertes. Dans notre cas, nous allons nous concentrer sur ce régime, et plus particulièrement la branche "Maladie". Cette branche assure la prise en charge des dépenses de santé des assurés et garantit l'accès aux soins. Elle favorise également l'accès à la santé des plus démunis et contribue au fonctionnement d'établissements médico-sociaux. Elle recouvre les risques :

- Maladie,
- Maternité,
- Invalidité,
- Décès.

La Sécurité Sociale prend en charge une partie des remboursements des soins effectués. Certains d'entre eux ne sont pas couverts par ce régime de santé. Le reste à charge des consommateurs peut ainsi être important, selon le type d'acte médical ou les tarifs pratiqués par le praticien. Voici un schéma détaillant la répartition du remboursement des prestations médicales à l'assuré :

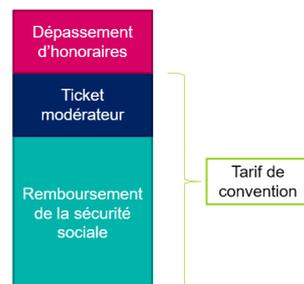


FIGURE 1.2 – Fonctionnement du remboursement des frais de soins de santé (FSS)

Ainsi, le reste à charge pour une personne disposant uniquement de l'Assurance maladie sera le ticket modérateur plus les éventuels dépassements d'honoraires. Il pourra alors se prémunir de payer ses frais supplémentaires en souscrivant à une mutuelle ou complémentaire santé.

Depuis la Loi Evin de 1989, dont le but était de protéger les consommateurs tout en permettant une concurrence loyale sur ce marché notamment en encadrant les tarifs, trois types d'acteurs sont habilités à assurer les risques liés à la protection sociale complémentaire (dont les complémentaires santé) :

- Les Sociétés d'Assurances
- Les Mutuelles
- Les Institutions de Prévoyance

Ces acteurs commercialisent deux types de contrats complémentaires santé :

- Contrats individuels : le souscripteur conclu à un accord directement avec l'assureur, sans passer par un intermédiaire.
- Contrats collectifs : ce type de contrat implique trois acteurs. Ici, c'est l'assureur qui trouve un accord avec une entreprise afin que celle-ci propose à tous ses employés de souscrire à ce contrat collectif. Ce contrat peut être conclu de plusieurs manières :
 - Par accord collectif : le contrat de prévoyance est issu de négociations avec les organisations syndicales
 - Par référendum : tous les salariés de l'entreprise sont amenés à voter afin de sélectionner un organisme ainsi qu'un niveau de garantie avec lequel le contrat sera négocié
 - Décision unilatérale : l'employeur sélectionne lui-même l'organisme et le niveau de garantie qui sera retenu.

La loi Evin a ainsi apporté trois mesures majeures concernant les contrats collectifs à adhésion obligatoire, qui sont :

- Le maintien des garanties de la complémentaire santé, sans condition de durée, pour les salariés sortants pour une raison indépendante de leur volonté (retraite, incapacité, invalidité ...) avec un tarif limité. Si c'est un ancien salarié ayant perdu son emploi et ayant droit au chômage, alors il peut conserver ces garanties sur une durée maximale de 9 mois.
- L'assureur a interdiction de refuser une personne en raison de ses antécédents médicaux.
- Le montant des rentes est maintenu au niveau atteint à la résiliation du contrat.

Depuis l'Accord National Interprofessionnel (ANI), rédigé en 2013 et ayant pris effet le 1^{er} Janvier 2016, les entreprises du domaine privé sont dans l'obligation de proposer à leurs salariés une complémentaire santé, et tout employé en CDI a l'obligation d'y souscrire (sauf exceptions). Ainsi, entre 2015 et 2017, le nombre de salariés ayant accès à une couverture complémentaire santé a progressé de 28%. Cette évolution se traduit par une évolution positive du nombre d'entreprise proposant une complémentaire santé suite à l'Accord National Interprofessionnel de 2016, passant de 51% à 84%. Cette croissance est surtout poussée par les très petits établissements (de 1 à 4 salariés), qui sont désormais 74% à proposer une complémentaire santé contre 37% avant cette loi.¹ Si le salarié considère le niveau de couverture de sa complémentaire santé d'entreprise insuffisant, il a le droit de souscrire à une deuxième complémentaire santé, individuelle cette fois : on parle de surcomplémentaire santé.

Les garanties proposées par les complémentaires santé varient d'un contrat à l'autre, elles présentent cependant un socle commun de garanties dites "responsables" :

- Prise en charge intégrale du ticket modérateur sauf exceptions (médicaments remboursés à 15% et à 35%, médicaments homéopathiques, cures thermales).
- Prise en charge du forfait journalier hospitalier, sans limitation de durée.
- Prise en charge des soins des paniers 100% santé (optique, prothèses dentaires et audioprothèses). Ce point sera détaillé plus bas.

Il existe différents niveaux de couverture selon les complémentaires pouvant couvrir tout ou partie des dépassements d'honoraires.

En 2019, la réforme 100% Santé a vu le jour, avec pour objectif de réduire le renoncement aux soins des Français pour des raisons financières dans les postes optique, dentaire et audioprothèses. En effet,

1. L'Argus de l'assurance, Complémentaire santé : ce que l'ANI a vraiment changé, 2018

parmi les 20% de Français les plus modestes, 65% renoncent à s'équiper d'appareils auditifs alors qu'ils en ont besoin, 17% renoncent aux soins dentaires et 10% ne s'équipent pas de lunettes¹.

L'objectif du gouvernement a donc été de proposer des paniers de soins dit « 100% Santé » pour lesquels il n'y a aucun reste à charge pour l'assuré, dit "reste à charge zéro". A noter que seules les complémentaire santé responsable peuvent proposer ce type de panier. Cette réforme a été mise en place progressivement :

- 1^{er} Janvier 2019 : la base de remboursement de la Sécurité sociale des aides auditives a été augmentée de 100€ et les tarifs plafonnés une première fois pour les aides auditives du panier 100% Santé.
- 1^{er} Avril 2019 : premier plafonnement des tarifs pour certains actes dentaires du panier 100% Santé.
- 1^{er} Janvier 2020 : le panier 100% Santé en optique est mis en place et garanti sans reste à charge ; de même pour certains soins prothétiques du panier 100% Santé dentaire. De plus, réduction de 200€ du plafond des tarifs pour les aides auditives du panier 100% Santé et augmentation de la base de remboursement de la Sécurité Sociale sur ces produits de 50€.
- 1^{er} Janvier 2021 : mise en place du panier reste à charge zéro sur le panier 100% Santé d'aides auditives.

Cette réforme devrait engendrer une hausse des coûts pour les assureurs dans les postes dentaires et audioprothèses, et en contrepartie une baisse sur le poste optique.² Un suivi spécifique des risques de ce type de contrats sera nécessaire afin de confirmer les impacts réels de cette réforme.

1.3.2 Le marché français de la santé

Le marché de la complémentaire santé est un marché très attractif, mais saturé du fait des réformes précédemment évoquées comme l'ANI. En conséquence, le nombre de Français bénéficiant d'une complémentaire santé se porte à 95% de la population en 2020. La croissance de ce marché est structurellement portée par la hausse des dépenses de santé (comme avec la réforme 100% Santé).³ Les cotisations sur ces garanties sont en hausse, avec une croissance de 4,1% en 2018 pour atteindre un montant total de 18,1 Md€ de cotisations sur les contrats collectifs.⁴ Le choix d'une meilleure couverture par les clients, ainsi que de nouvelles offres proposées par les assureurs constituent les autres leviers de croissance de ce marché.

Le marché de la complémentaire santé collective est partagé de manière égale entre les trois acteurs que sont les sociétés d'assurances, les mutuelles et les institutions de prévoyance. En 2017, les trois acteurs avaient des niveaux sensiblement équivalents en matière de montants de cotisations. Néanmoins, ce sont les sociétés d'assurances qui ont connu la plus grande croissance entre 2017 et 2018, croissance qui s'est confirmée sur la période 2018 à 2019. Sur la période de 2017 à 2018, les mutuelles ont enregistré une croissance moindre en cotisations tandis que le chiffre d'affaires des institutions de prévoyance a reculé. Les données cotisations pour les complémentaires santé collective sur l'année 2019 ne sont pas encore disponibles pour les mutuelles et institutions de prévoyance.

La part des Frais des soins de santé dans le périmètre de la Prévoyance Collective chez CNP Assurances représentait 40% du chiffre d'affaires à fin 2020. Ce risque sera suivi tout au long de ce mémoire.

1. Ministère des Solidarités et de la Santé, Améliorer l'accès aux soins : "Reste à charge zéro", 2018

2. Institut des Actuaire, Focus 100% Santé : Les enjeux, les impacts, 2018

3. L'Argus de l'assurance, Classement santé 2020 : les complémentaires maladie sous la contrainte, 2020

4. Etude de la Fédération Française de l'Assurance (FFA), 2020

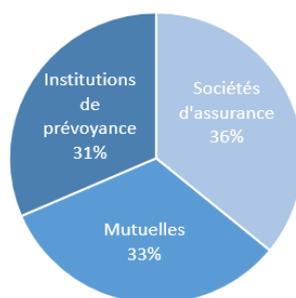


FIGURE 1.3 – Part de marché en complémentaire santé collective selon le type d'organisme en 2018, cotisations²

	2017	2018	2019
Sociétés d'assurance	6	6,5	7
Mutuelles	5,6	5,9	n.d.
Institutions de prévoyance	5,8	5,7	n.d.

FIGURE 1.4 – Evolution des cotisations en complémentaire santé collective, Md€²

1.4 L'incapacité et l'invalidité

1.4.1 Les garanties incapacité et invalidité (IT)

Un salarié peut souscrire à une garantie le couvrant en cas d'arrêt de travail et prenant en charge, tout ou partie, de la perte de revenus qu'il engendre. La Sécurité Sociale distingue deux états possibles d'arrêts de travail :

- l'Incapacité Temporaire de travail, ou Incapacité.
- l'Incapacité Permanente de travail, ou Invalidité.

De la même manière que l'assurance complémentaire santé, il est possible de bénéficier de cette garantie dans le cadre d'un contrat de prévoyance individuel ou collectif.

Les indemnités perçues au titre du contrat de Prévoyance viennent en complément des indemnités versées par la Sécurité Sociale ainsi que, depuis 1978 et la loi de mensualisation¹, de celle de l'employeur. Le montant des prestations perçues par l'assuré est régi par plusieurs paramètres contractuels et réglementaires : la franchise, la durée de prise en charge, le montant (un pourcentage du salaire) et l'assiette de calcul.

Trois causes peuvent expliquer la sortie d'un assuré de son état d'incapacité : le rétablissement, le passage en invalidité ou le décès. Dans le secteur privé, lorsqu'un individu atteint les 3 ans en état d'incapacité (durée maximale réglementaire), une visite médicale chez un médecin expert de la Sécurité Sociale est réalisée : soit l'individu est considéré comme rétabli, soit il est requalifié en invalidité (garantie décrite au paragraphe suivant).

La garantie invalidité, vient compenser la perte de revenu d'un assuré considéré invalide. Voici comment la Sécurité Sociale définit l'invalidité (article L341-1) :

1. La loi de mensualisation est détaillée page suivante.

"L'assuré a droit à une pension d'invalidité lorsqu'il présente une invalidité réduisant dans des proportions déterminées sa capacité de travail ou de gain, c'est-à-dire le mettant hors d'état de se procurer un salaire supérieur à une fraction de la rémunération soumise à cotisations et contributions sociales qu'il percevait dans la profession qu'il exerçait avant la date de l'interruption de travail suivie d'invalidité ou la date de la constatation médicale de l'invalidité." En pratique, le médecin expert de la Sécurité Sociale donnera le statut d'invalidé à un assuré qui voit sa capacité de travail ou de gain est réduite d'au moins 2/3 (66%).

Le contrat de prévoyance a pour objet de compléter la pension déjà versée par la Sécurité Sociale par le versement d'une rente d'invalidité jusqu'à la retraite de l'assuré. Trois catégories d'invalidité sont fixées par la Sécurité Sociale et régulent les montants de prestations perçues par l'assuré :

- 1^{ère} catégorie : invalides capables d'exercer une activité rémunérée.
- 2^{ème} catégorie : invalides incapables d'exercer une activité rémunérée.
- 3^{ème} catégorie : invalides incapables d'exercer une activité rémunérée et ayant l'obligation d'avoir recours à l'assistance d'une personne tierce pour effectuer des tâches ordinaires de la vie.

Selon les catégories, voici les montants de rentes invalidité versées par la Sécurité Sociale en 2021 :

Catégorie d'invalidité	Pourcentage du salaire annuel moyen	Montant minimum de rente	Montant maximum de rente
1 ^{ère} catégorie	30%	293,97€	1028,40€
2 ^{ème} catégorie	50%	293,97€	1714,00€
3 ^{ème} catégorie	50% majoré de 40% pour l'assistance tierce personne	1420,38€	2840,42€

Ainsi, la rente d'invalidité d'un sinistré dépendra fortement de sa profession et de sa catégorie d'invalidité. L'engagement assureur résultant de la perte de l'usage d'un doigt pour un chirurgien ou pour un employé de bureau, toute chose égale par ailleurs, sera significativement différent.

De plus, la loi de mensualisation de 1978 vient consolider ces compensations pour pertes de revenus. Cette loi impose à toute entreprise de maintenir un certain pourcentage du salaire du travailleur absent pour cause de maladie ou d'accident, et vient donc en complément des indemnités de la Sécurité Sociale. Cette compensation est soumise à deux critères : le salarié doit notamment avoir un an d'ancienneté dans l'entreprise au moment du début de son arrêt et l'arrêt de travail (pour maladie ou accident) doit être validé par la Sécurité Sociale. Le montant des indemnités, quant à lui, dépend de l'ancienneté de l'employé dans l'entreprise mais aussi de la durée de l'arrêt. Il varie de 66% du salaire brut à 90% de ce dernier.

Si, selon la loi de mensualisation, l'employeur a pour obligation de compenser la perte de revenu d'un salarié en arrêt, il peut toutefois s'en décharger. En effet, les contrats de prévoyance collective peuvent inclure une garantie mensualisation, et dans ce cas l'assureur devra rembourser à l'entreprise les éventuels maintien de salaires aux employés en arrêt de travail.

Voici schématiquement comment se décompose le reste à charge pour l'assureur en fonction du salaire du salarié en arrêt de travail, avec ou sans la garantie mensualisation :

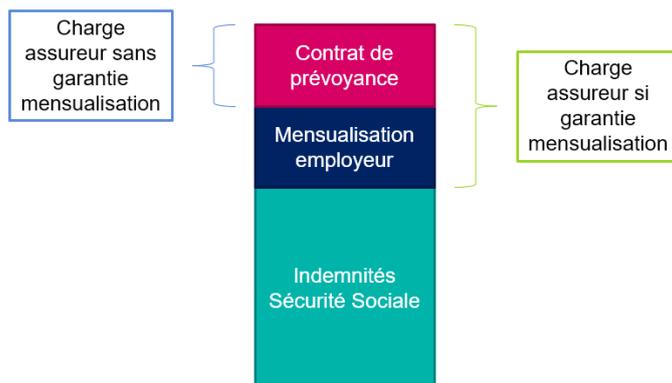


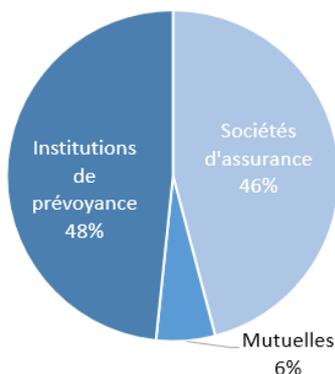
FIGURE 1.5 – Décomposition des indemnités en fonction du salaire

En complément, CNP Assurances commercialise une garantie "Perte de retraite". Celle-ci est majoritairement présente dans les contrats de prévoyance des clients fonctionnaires (secteur public). Elle permet de prendre le relais de la rente d'invalidité (qui n'est plus versée dès la date de départ à la retraite) et vient compenser la perte de retraite due à l'arrêt anticipée de toute activité professionnelle.

Nous ne traiterons pas dans ce mémoire les garanties spécifiques aux Collectivités Locales et à la Fonction Publique, à savoir les risques statutaires Maladie Ordinaire, Longue Maladie, Longue Durée ou encore Accident de Service.

1.4.2 Le marché français de la prévoyance collective

Le marché français de la prévoyance collective est un marché en croissance. Ainsi, sur l'année 2019, la croissance des cotisations sur ce périmètre a atteint plus de 4%. Plus largement, CNP Assurances se positionne à la 10^{ème} place du classement de la prévoyance 2020, avec 806,8M€ de cotisations encaissées. Ce chiffre englobe les cotisations concernant les garanties invalidité, incapacité et décès, assurance décès souscrites dans un cadre individuel ou collectif, ainsi que les garanties accidents de la vie (GAV), l'assurance dépendance et les couvertures « hommes clés ». ¹

FIGURE 1.6 – Parts de marché en prévoyance collective selon le type d'organisme en 2018²

1. Classement 2020 de la Prévoyance, l'Argus de l'assurance

	2017	2018	2019
Sociétés d'assurance	5,3	5,6	5,8
Mutuelles	0,7	0,7	n.d.
Institutions de prévoyance	5,9	5,9	n.d.

FIGURE 1.7 – Évolution des cotisations en Prévoyance collective, Md€¹

Les sociétés d'assurances se partagent le marché de la prévoyance collective avec les Institutions de Prévoyance, les mutuelles étant en retrait sur ce périmètre. Cependant, sur ces trois dernières années, les sociétés d'assurances gagnent des parts de marchés, comme en témoigne le tableau 1.7.

Chez CNP Assurances, le périmètre Incapacité et Invalidité représente 29% du chiffre d'affaires de la prévoyance collective. Ce risque est étudié, au même titre que le risque Santé, couvrant ainsi 69% de la prévoyance collective du portefeuille de CNP Assurances.

Le 2^{ème} chapitre permet de se focaliser sur les données Santé et Incapacité/Invalidité qui seront exploitées tout au long de ce mémoire.

Chapitre 2

Données

Les données jouent un rôle prépondérant dans notre étude. Dans une première sous-partie, nous allons décrire les données disponibles pour l'étude ainsi que les métriques de référence qui seront utilisées. Ensuite seront détaillés les principaux travaux de retraitements effectués afin d'améliorer la qualité de la base de données constituée. Dans les troisième et quatrième sous-parties, des statistiques descriptives sur les risques santé et incapacité-invalidité seront présentées, ainsi que les enjeux et problématiques associées à ces risques. Enfin, nous déterminerons quelle est la meilleure segmentation des contrats de notre portefeuille via l'analyse des cadences associées en étudiant les différents critères disponibles. Cette hypothèse de groupes homogènes sera structurante pour les travaux de ce mémoire.

2.1 Présentation des données

L'objectif principal des travaux présentés dans ce mémoire est de pouvoir anticiper les potentielles dérives de sinistralité des contrats en portefeuille. Les données disponibles jouent un rôle déterminant dans cette problématique. Dans cette partie sont ainsi présentées les données utilisées dans l'étude, à travers d'une part la description des différentes variables et leur intérêt, et d'autre part à travers des statistiques descriptives. De plus, les limites des données de l'étude seront exposées, ces dernières étant structurantes dans la démarche retenue tout au long de ce mémoire.

2.1.1 Variables

Les données disponibles pour mener l'étude comportent, pour chaque contrat santé ou incapacité-invalidité :

- Des informations sur les caractéristiques du contrat :
 - Le type d'affaire : affaire directe ou réassurance acceptée
 - Le code produit : représente le type d'organisme à qui est destiné le contrat (Mutuelles, Instituts de prévoyance, Courtage...)
 - Le code risque (santé, incapacité, invalidité ...)
- Les primes du contrat provenant des données de gestion :
 - Les primes brutes cumulées en vision la plus récente disponible
 - Les primes pures cumulées en vision la plus récente disponible

- L'exercice d'assurance rattaché à la prime
- Les flux de prestations agrégées du contrat, provenant des données de gestion :
 - Le montant des prestations
 - La date de paiement du flux
 - La date de génération du flux, i.e. la date à partir de laquelle nous avons eu connaissance du montant à payer
 - L'exercice de survenance rattaché au flux
- Les données estimées par exercice d'assurance par les équipes commerciales sur la base à la fois des données de gestion et des échanges avec les commerciaux et les partenaires :
 - Estimations de chiffres d'affaires (CA)
 - Estimations des taux de chargements

La construction de la base finale se fait ainsi en deux étapes.

- Base consolidée : Tout d'abord, nous construisons une base consolidée, à partir des différentes informations des sources présentées ci-dessus, à savoir les prestations, les primes, les estimations de CA et taux de chargements. Nous enrichissons ces données de référentiels internes ajoutant un degré d'information supplémentaire sur les contrats.
- Base retraitée : Cette base correspond à la base consolidée où ont été appliqués les retraitements présentés partie 2.2 pour améliorer la qualité des données utilisées.

Ci dessous un schéma permettant de visualiser ce processus :

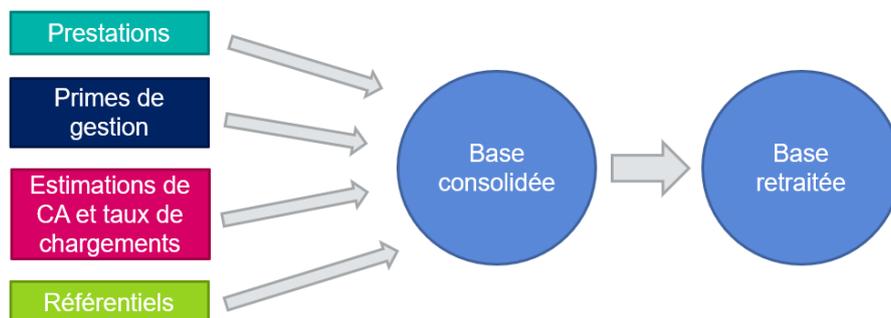


FIGURE 2.1 – Étapes de construction d'une base de donnée pour l'étude

La maille de travail retenue¹ est la maille Contrat-Collectivité x Risque x Exercice de survenance. Un contrat-collectivité représente une population assurée pour un client ou partenaire donné. Les raisons ayant conduit à ce choix sont abordées dans la partie suivante.

2.1.2 Délégation de gestion et maille d'information

La majeure partie du portefeuille de CNP Assurances est en délégation de gestion, en particulier concernant la gestion des sinistres. Cela signifie que la gestion des contrats est effectuée par un tiers (gestionnaire spécialisé, courtier, mutuelle, etc.) contre rémunération. Ainsi, l'essentiel des données transmises par nos partenaires sont à une maille agrégée, nécessaire et suffisante pour la bonne réalisation des comptes clients annuels, à savoir :

1. Sauf cas particuliers IT.

- les flux de primes couvrant l'année
- les flux de prestations couvrant l'année
- une photo des données sinistrées à date de la réalisation du compte client

Cela explique l'absence à ce jour de données démographiques concernant les assurés couverts, en particulier le nombre d'assurés, leur âge, leur sexe ou encore leur catégories sociaux professionnelles. Ainsi, des études d'incidence ou de fréquence ne peuvent être réalisées pour adresser notre problématique à partir des éléments disponibles à date.

Les données de prestations en Santé ne sont à ce jour pas ventilées par type d'acte. Cette information aurait permis une analyse plus fine du risque, notamment afin de mesurer les premiers impacts liés à la réforme du 100% Santé (dentaire, optique, audioprothèses ...).

Concernant le risque Incapacité-Invalidité, le fait de disposer uniquement d'une photo des données sinistrées à un instant donné sur la majorité des contrats constitue également une problématique qui sera abordée en partie 2.4.1.

Plusieurs projets sont en cours afin de disposer à terme des données assurées et des données sinistres à une granularité plus fine.

En conséquence, l'essentiel des travaux réalisés dans notre étude seront à une maille agrégée, tant au niveau des primes que pour les prestations payées¹.

2.1.3 Métriques

La métrique de référence est le ratio Sinistres à Primes Pures (S/PP). Le terme Sinistres correspond à la charge ultime, à savoir le montant total de prestations réglées auquel nous ajoutons les provisions. Ce ratio est donc à distinguer du ratio Règlements à Primes Pures (R/PP). Dans ce ratio, le terme Règlements correspond uniquement au montant total de prestations réglées. Ainsi, il faut comprendre que ces deux métriques se rejoignent à l'ultime, puisque les provisions s'effaceront progressivement pour être remplacées par les prestations payées aux sinistrés :

$$\frac{R}{PP} \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \frac{S}{PP},$$

et que

$$S = R + \text{Provisions}$$

Les provisions les plus importantes par risque sont :

- FSS :
 - Provisions pour Sinistres À Payer (PSAP)
 - Provisions pour Sinistres Non Connus (PSNC)
- IT :
 - Provision Mathématique pour Sinistres Connus (PMSC)
 - Provisions pour Sinistres Non Connus (PSNC)

1. Sauf cas particuliers IT.

2.2 Retraitements des données

Les données provenant de différentes sources d'informations étant elles-mêmes issues de différents partenaires, certains retraitements des données sont nécessaires afin de disposer d'une base de données exploitable. Ils seront présentés dans cette section.

Reprises d'antériorité

Une reprise d'antériorité correspond à l'acte d'intégrer des données historiques dans le système d'information de l'assureur. Deux catégories de reprises d'antériorité sont distinguables : celles faisant suite à une migration de données vers de nouveaux systèmes de gestion, et celles découlant de l'intégration de l'historique de données d'un nouveau portefeuille de contrats pour l'assureur.

Des montants de primes et de prestations sont constatés sur les contrats ayant fait l'objet d'une reprise d'antériorité, avec à chaque fois une unique date de paiement. Ces dates sont aberrantes, elles sont en effet antérieures aux exercices de survenance auxquels les montants sont associés. En l'état ces données sont inexploitable, notamment en ce qui concerne les données de prestations qui vont s'avérer centrales pour nos travaux.

Les primes et prestations correspondantes à ces périodes de reprises sont identifiables via une certaine codification. Ce phénomène n'est constaté que sur le risque IT. Aucune prestation associée à une reprise d'antériorité n'est constatée sur les exercices de survenances postérieurs à 2015. Enfin, sur les exercices de survenance antérieurs, les prestations des reprises d'antériorité représentent moins de 5% du total sur le portefeuille IT. Au regard de la problématique en termes de date de paiement, et compte tenu de leur poids non matériel, ces données ont été retirées de l'étude.

Calcul des primes pures

La prime pure est une métrique centrale de l'étude. Elle permet de mesurer le poids des contrats, et aussi de produire des indicateurs de sinistralité, type ratio Règlements à Primes pures (R/PP), ou ratio de Sinistres à Primes pures (S/PP).

Elle peut être déterminée de différentes manières :

- Application des taux de chargements donnés par les équipes commerciales à l'estimation de CA
- Application des taux de chargements déduits des données de gestion, à savoir $\frac{\text{Prime brute} - \text{Prime pure}}{\text{Prime brute}}$, aux estimations de CA des équipes commerciales
- Application des taux de chargements estimés par les équipes commerciales aux primes brutes de gestion
- Récupération des montants de Primes pures à partir des données de gestion

Les estimations de CA par les équipes commerciales sont établies pour les trois exercices d'assurance les plus récents (l'exercice en cours N, N-1 et N-2). Il est considéré que la totalité des primes est comptabilisée au-delà de trois ans de recul. Les estimations de taux de chargements indiquées dans un bordereau fourni par les équipes commerciales correspondent uniquement à l'exercice en cours. Or les contrats sont susceptibles de changer de taux de chargements d'une année à l'autre. Il est ainsi plus pertinent de récupérer les taux issus des référentiels d'entreprise pour les exercices antérieurs à N. En introduisant la notation Business Unit (BU) pour identifier les équipes commerciales, la méthode de détermination des primes pures retenues est alors la suivante :

- Exercice de survenance en cours N :
 $\text{MAX}(\text{Estimation de CA BU}; \text{Prime brute de gestion}) \cdot (1 - \text{Taux de chargements bordereau BU})$
- Exercice N-1 et N-2 :
 $\text{MAX}(\text{Estimation de CA BU}; \text{Prime brute de gestion}) \cdot (1 - \text{Taux de chargements gestion})$
- Exercice N-3 et antérieurs :
 Prime pure de gestion $\cdot (1 - \text{Taux de chargements gestion}_{N-2})$ si les taux de chargement de gestion à N-2 sont disponibles, sinon Prime pure de gestion

Linéarisation des flux trimestriels

Les travaux de cette étude nécessitent de disposer de prestations à la fréquence la plus faible possible afin d'être plus agile en cas d'estimation de dérive de sinistralité. Dans les faits, disposer de prestations mensuelles est un bon compromis en termes de significativité et robustesse. Il s'agit de la maille la plus fine disponible permettant d'apprécier le rythme de paiements des prestations entre les contrats. Or la transmission des flux de prestations est trimestrielle pour certains contrats. Pour ces contrats, les prestations par mois ont été linéarisées par trimestre.

Exemple :

Prenons un contrat ayant reçu un premier flux de prestations de 900€ en Janvier et un deuxième flux de 300€ en Avril. Ensuite, il n'a plus reçu de flux à ce jour. Ses prestations sont alors linéarisées par trimestre, c'est-à-dire qu'elles sont ventilées de telle sorte que :

- Janvier=Février=Mars=300€
- Avril=Mai=Juin=100€

Cette problématique a été rencontrée uniquement concernant les prestations payées. En effet, les primes considérées sont à chaque instant soit l'estimation annuelle de chiffres d'affaires, soit la vision cumulée la plus récente disponible des primes de gestion.

Date de prise d'effet des contrats

L'objectif ici est le même que dans le paragraphe précédent : comparer le rythme d'écoulement des règlements entre différents contrats. Les contrats de Prévoyance Collective sont en règles générales annuels à tacite reconduction, et débutent au 1^{er} Janvier. Il est possible qu'un nouveau contrat en portefeuille ne prenne pas effet au 1^{er} janvier. La comparaison des cadences entre les contrats est alors perturbée dans cette situation.

Exemple :

Prenons deux contrats :

- Contrat A prenant effet au 01/01/N
- Contrat B prenant effet au 01/07/N

Le calcul effectué pour mesurer le recul fait la différence en mois entre Janvier de l'exercice de survenance N et la date de paiement du sinistre. Ainsi, le premier mois perçu par le contrat A est bien identifié comme un montant à 1 mois de recul.

Le contrat B prenant effet au 1^{er} Juillet, les premiers montants de prestations pouvant être perçus sur ce contrat sont payés en Juillet. Ces montants sont alors assignés comme appartenant au 7^{ème} mois de recul (Juillet étant le 7^{ème} mois de l'année), suivant la méthodologie de calcul détaillée plus haut. En réalité, ce 7^{ème} mois devait correspondre à un 1^{er} mois.

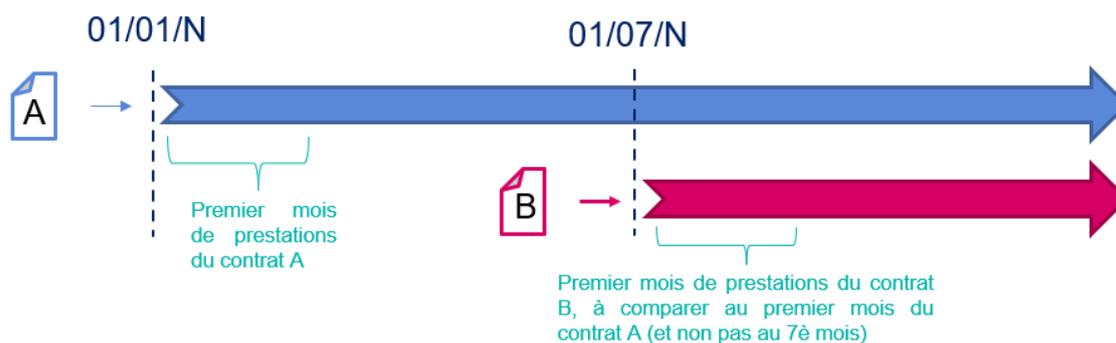


FIGURE 2.2 – Illustration de l'exemple

Tous risques confondus, le poids en primes pures des contrats dans cette situation est non matériel au regard du reste du portefeuille :

Exercice de survenance	Poids en prime pure des contrats à prise d'effet en cours d'exercice
2010	0,02%
2011	1,88%
2012	0,01%
2013	0,19%
2014	0,18%
2015	0,38%
2016	0,01%
2017	0,10%
2018	0,21%
2019	0,01%
2020	0,01%

FIGURE 2.3 – Poids en primes pures des contrats dont la date de prise d'effet est au milieu de l'exercice d'assurance étudié, tous risques confondus

Le premier exercice de survenance des contrats ne débutant pas au 1^{er} Janvier est ainsi exclu de l'étude menée au travers de ce mémoire.

Flux de prestations nuls

Des flux de prestations nuls sont constatés dans les données de gestion. Or il était nécessaire d'appréhender la signification de ces valeurs nulles : réel mois sans prestations payées, arrêt du contrat, anomalies de données, etc. En effet, le rythme d'écoulement des prestations d'un contrat pourrait être comparé à celui d'un segment de référence à un recul totalement différent, provoquant des biais significatifs d'estimation du S/PP.

Exemple :

Un contrat a pour flux de prestations 100€ de prestations en Janvier (1^{er} mois de recul), 80€ en Février. Dans la base de données de gestion, un flux de prestation de 0€ est enregistré sur Mars. Nous calculons alors le R/PP à 3 mois du contrat et on le compare à des cadences de référence à 3 mois pour estimer le S/PP final.

Dans le cas où ce flux du mois de mars serait une anomalie de données, cette approche aurait été erronée : il aurait fallu calculer un R/PP à 2 mois et le comparer à des cadences de référence à 2 mois.

L'estimation du S/PP aurait alors été biaisée.

Après échanges avec l'équipe Données, ces flux nuls correspondent bien à des périodes de couverture sans sinistre réglé.

Retraitement des valeurs extrêmes

Le ratio R/PP est une métrique factuelle permettant de comparer les différents contrats en portefeuille sans composante d'estimation des prestations restantes (provisions) pour atteindre la charge ultime¹. Ce ratio permet d'identifier des cas extrêmes ou des anomalies de données. Un cas classique de données posant problème sont les contrats ayant une prime non significative au regard d'un montant conséquent de prestations, et inversement. Ces cas impliquent des valeurs extrêmes de R/PP. Il peut s'agir soit de problématiques d'affectation des flux de prestations et de primes dans les systèmes de gestion, soit de clients à prime pure faible ayant subi un sinistre conséquent.

Nous avons écarté ces contrats en anomalie. Pour ce faire, la méthodologie suivante a été appliquée. Pour chaque exercice de survenance :

- Construction de l'ensemble des R/PP en vision ultime, c'est à dire à la vision la plus actualisée disponible à ce jour. Par exemple, pour un segment et un exercice de survenance donné avec 100 contrats, nous aurons un ensemble de 100 modalités de ratios R/PP.
- Calcul des quantiles à 1% et à 99% de cet ensemble de valeurs.
- Exclusion des contrats dont les R/PP sont inférieurs ou égaux au quantile à 1% ou supérieurs ou égaux au quantile à 99%. Dans notre exemple, cela revient à exclure au moins 4 contrats du segment.

La figure 2.4 de visualiser l'impact de cette opération sur les R/PP des contrats FSS en Affaire Directe :

1. La charge à l'ultime est le montant total de prestations au titre d'un exercice de survenance donné. Elle n'est connue qu'avec un recul important, dépendant du risque étudié. L'estimation de cette composante est centrale pour estimer un S/PP.

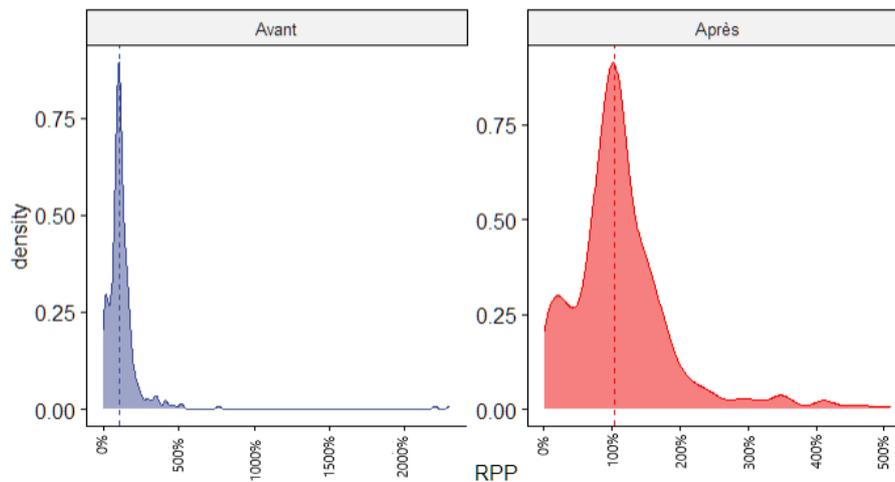


FIGURE 2.4 – Densités en R/PP du segment Affaire Directe sur le risque Santé pour l'exercice 2018 avant et après le retrait des R/PP extrêmes

L'écrêtement des valeurs extrêmes est visible sur la partie droite des densités affichées : un pic à environ 750% et un autre à environ 2250% ont été supprimés suite au retraitement explicite dans cette partie.

2.3 Frais de soins de santé

La démarche suivie dans ce mémoire nous a tout d'abord mené à se concentrer sur les risques courts, notamment sur les Frais de soins de santé. Les raisons qui ont motivé ce choix sont exposées dans cette partie.

2.3.1 Statistiques descriptives

Différentes statistiques descriptives se rapportant aux données agrégées par contrat des primes brutes et prestations par exercice de survenance sont présentées ci-après :

Année Date d'exercice	N	Min	Max	Somme	Moyenne	Médiane	Ecart-type
2013	300	1	28 210 539	271 803 418	906 011	81 562	2 799 039
2014	300	1	26 988 759	266 598 035	888 660	83 668	2 754 633
2015	353	0	29 426 108	242 266 274	686 307	52 419	2 427 451
2016	387	0	18 790 432	241 537 861	624 129	51 267	1 904 152
2017	416	0	16 887 879	233 634 694	561 622	32 450	1 764 828
2018	481	0	15 106 325	217 583 716	452 357	22 450	1 483 610
2019	390	21	13 194 188	181 972 640	466 597	26 833	1 386 377
2020	372	15	10 624 882	141 019 954	379 086	11 206	1 250 451

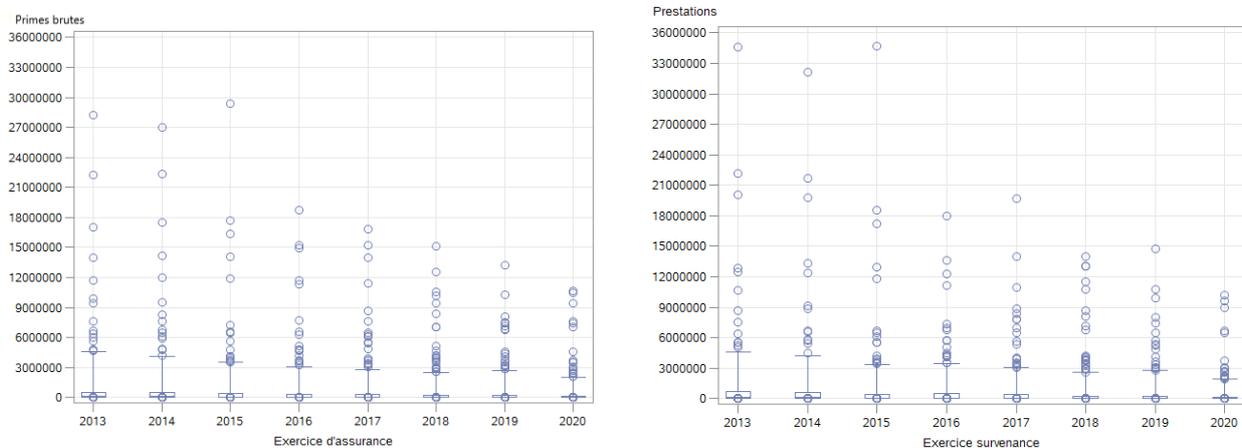
FIGURE 2.5 – Statistiques sur les primes brutes Santé

Année Date d'exercice	Min	Max	Somme	Moyenne	Médiane	Ecart-type
2013	0	34 612 525	276 017 950	1 003 702	106 750	3 180 486
2014	0	32 170 144	262 788 362	941 894	92 633	3 025 433
2015	0	34 712 950	240 414 105	746 628	65 909	2 720 118
2016	-7 711	17 977 380	229 918 364	653 177	59 632	1 801 900
2017	-3	19 732 853	234 568 053	615 664	41 151	1 794 594
2018	-0	13 992 161	228 546 074	510 147	26 087	1 623 608
2019	4	14 761 258	181 022 453	490 576	23 976	1 472 480
2020	0	10 194 318	118 760 663	334 537	14 407	1 116 025

FIGURE 2.6 – Statistiques sur les prestations Santé

La figure 2.5 montre que le nombre de contrats, entre 2013 et 2020, se situe entre 300 et 481. C'est une quantité suffisante de contrats pour appliquer des formules analytiques et procéder à des analyses statistiques. La profondeur d'historique de données utilisée s'étend jusqu'à 2013. L'année 2019 présente des sommes de prestations et de primes brutes plus faibles que les années précédentes, phénomène qui s'est encore accentué sur l'année 2020. En effet, la connaissance des sinistres de ces deux derniers exercices de survenance est moins complète que pour ceux qui les précèdent, et donc une certaine quantité d'information manque. Ce sujet est évoqué plus en détail partie 2.3.3. Il est nécessaire de rester prudent compte tenu de la mise en place progressive début 2019 du 100% Santé. Cela peut également refléter un effet des retards de gestion. De plus, cela peut traduire un impact de la crise de la Covid-19 qui a limité les besoins en dépenses de santé dûs aux confinements successifs.

Les boîtes à moustaches des primes et des prestations agrégées par contrat relatives au risque Frais de Soins de Santé sont les suivantes :



(a) Boîtes à moustaches sur les primes

(b) Boîtes à moustaches sur les prestations

FIGURE 2.7 – Boîtes à moustaches sur le risque FSS

Il y a un écart-type significatif concernant les primes brutes quel que soit l'exercice de survenance, ce qui suggère que les primes brutes sont dispersées, avec quelques contrats à prime élevée. Les valeurs médianes sont faibles avec 50% des contrats qui ont une prime inférieure à 23 184€ en 2018 par exemple. Le montant moyen de primes brutes est lui élevé au regard des valeurs médianes, et de l'ordre de 1M€. Nous pouvons en déduire qu'une minorité de contrats disposent de primes brutes significatives. Les barres horizontales des boîtes à moustaches, qui décrivent l'intervalle entre le quantile à 5% et le quantile à 95% des données, viennent confirmer notre analyse figure 2.7a. Cet outil de représentation graphique permet de traduire la réalité du portefeuille, à savoir de nombreux partenaires et clients avec un niveau de chiffres d'affaires modérés, et quelques partenaires et clients majeurs.

2.3.2 Consolidation des exercices de survenance

Le but de ce mémoire est d'anticiper le plus tôt possible les dérives de sinistres. Cependant, la sinistralité à l'ultime d'un risque long est plus difficile à appréhender uniquement à partir du cadencement des flux de prestations. L'analyse de ces risques à durées longues nécessite de disposer des données sinistrées à la maille tête par tête. Or les données présentées plus tôt ne comportent pas d'informations sur les assurés en portefeuille sur les contrats collectifs. Par conséquent, l'accent a été mis sur les méthodes de cadencement pour lesquelles les montants de prestations agrégés par contrats sont suffisants.

Les risques courts comportent par définition un deuxième avantage compte tenu de la limite exposée. Un exercice de survenance se dit consolidé lorsque toutes les prestations de l'exercice sont réglées. Sur le risque FSS, les exercices de survenance sont consolidés avec un recul court en termes d'années de développement, facilitant l'emploi des méthodes de cadencement. Ainsi, sur ce risque, une analyse descriptive montre que le ratio Règlements sur Primes Pures, qui tend vers le S/PP : $\frac{R}{PP} \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} \frac{S}{PP}$, est généralement stabilisé après deux années de développement :

		Mois de développement		
		M12	M24	M36
Exercice de survenance	2013	91,10%	99,59%	99,93%
	2014	91,49%	99,61%	99,89%
	2015	91,80%	99,55%	99,94%
	2016	92,20%	99,67%	99,98%
	2017	89,85%	99,65%	99,99%
	2018	91,54%	99,66%	100,00%
	2019	91,97%	99,91%	

FIGURE 2.8 – Pourcentage par trimestre des prestations totales payées sur FSS

Dans la figure 2.8, l'analyse des données par exercice de survenance montre que près de 99,5% des prestations ont été réglées après 24 mois de développement. Ainsi, il ne reste qu'un résidu de prestations à payer au-delà de cette période.

2.3.3 Délais de réception des flux réduits

L'intégration des flux de primes et prestations dans les systèmes d'information (SI) peut connaître un délai important, notamment car elle dépend des différents partenaires de CNP Assurances. Nous pouvons définir trois potentiels vecteurs de retard de gestion concernant les flux de prestations :

- Le délai entre la survenance du sinistre pour l'assuré et sa déclaration au partenaire
- Le délai entre la prise de connaissance du sinistre par le partenaire et sa déclaration aux gestionnaires de CNP Assurances
- Le délai d'entrée du sinistre dans les bases de gestion

Cette problématique de délai d'intégration des flux dans les SI de l'assureur ajoute une composante aléatoire dans les cadences de règlements de sinistres et vient perturber les estimations réalisés dans notre étude.

Cependant, les sinistres du risque FSS ont la particularité d'être pour la plupart automatiquement déclarés à la Sécurité Sociale via la télétransmission, qui a progressivement été mise en place depuis 2018. Elle consiste à transmettre automatiquement les feuilles de soins à la Caisse Primaire d'Assurance Maladie, qui, ensuite, se charge de faire parvenir les décomptes de la Sécurité Sociale à la complémentaire santé. Ainsi, le premier vecteur de retard de gestion évoqué plus haut tend à s'effacer. Cette amélioration est retranscrite dans les données à notre disposition, avec un délai moyen qui décroît de 139 jours à 108 jours entre 2017 et 2018 (-22%), passant en dessous des 128 jours moyens de retard de gestion sur le risque IT pour l'exercice de survenance 2018. Ce délai continue de baisser graduellement par la suite jusqu'à atteindre les 63 jours en moyenne sur l'exercice de survenance 2020, contre 104 pour le risque IT.

L'étude du risque FSS permet ainsi de diminuer cette composante aléatoire. Cependant, il s'agit de garder à l'esprit que ces retards existent en vue de l'analyse des résultats partie 4.

	FSS	IT
2013	125	120
2014	150	133
2015	150	112
2016	166	136
2017	139	128
2018	108	128
2019	75	110
2020	63	104

FIGURE 2.9 – Délai moyen en jours entre le paiement et l'entrée du flux dans les systèmes CNP

2.4 Incapacité et invalidité

Contrairement au risque Frais de Soins de Santé, l'incapacité- invalidité est un risque long. En effet, l'indemnisation d'un sinistre invalidité peut être pris en charge par l'assureur jusqu'au départ en retraite, voire jusqu'au décès de l'assuré. Il est ainsi nécessaire de résoudre de nouvelles problématiques afin de répondre à notre objectif central d'anticiper des dérives de sinistralité.

En effet, de fortes limites sur les données étaient exposées partie 2.1.2. Les conséquences de ces limitations seront détaillées dans cette partie. Pour résoudre cela, l'axe de travail retenu pour l'étude de ce risque est de consolider à minima un exercice de survenance via diverses méthodes présentées dans la section 3.4.

2.4.1 Des problématiques supplémentaires

Le risque incapacité-invalidité nécessite un historique plus profond pour appliquer des méthodes de cadencement. Par définition, les rentes d'incapacité et d'invalidité peuvent être versées par l'assureur jusqu'au départ en retraite de l'assuré¹. Ainsi les flux de prestations tombant encore aujourd'hui sur les exercices de survenances les plus anciens ne sont pas assez faibles pour être considérés comme résiduels.

La méthode standard pour estimer la charge finale en prestations sur un contrat est l'utilisation de tables règlementaires ou d'expérience de provisionnement.

Il s'agit là des tables suivantes :

- Maintien en incapacité
- Passage en invalidité
- Maintien en invalidité

Ces tables nécessitent de disposer des données tête par tête pour chaque sinistré, notamment :

- La date de naissance
- La date de survenance du sinistre (entrée en incapacité ou invalidité)
- Le montant de rente

1. Il existe une exception : la garantie Perte de retraite. Dans ce cas, le passage à la retraite change le montant de rente perçu par l'assuré mais l'assureur continue bien de verser une rente.

Or, comme détaillé en section 2.1.2, nous ne disposons pas d'une base de données centralisée, automatisée et exhaustive concernant les sinistrés vus à un instant t . Compte tenu de ces limites, une approche différente a été utilisée en vue d'anticiper des dérives de sinistralité.

Nous traiterons la garantie IT – Incapacité et Invalidité – dans son ensemble afin d'appréhender au mieux la sinistralité globale de cette garantie.

A noter que nous pourrions également traiter uniquement la partie Incapacité de la garantie IT. Cela reviendrait à appliquer les mêmes méthodes que celle qui seront utilisées pour la garantie FSS.

Franchises

La franchise est la durée à partir de laquelle les indemnités sont versées à l'assuré suite à un arrêt de travail. C'est à dire que seuls les jours d'arrêt au-delà de la franchise sont indemnisés. Ces franchises pourraient présenter un impact non négligeable sur les cadences de prestations payées. Nous ne disposons pas de cette donnée pour notre étude pour la même raison que celle évoquée plus haut sur les données sinistrées tête par tête, ce qui peut constituer un biais dans nos résultats.

2.4.2 Statistiques descriptives

Différentes statistiques descriptives concernant les données agrégées par contrat des primes et prestations par exercice de survenance sur le risque IT sont présentées ci-dessous :

Année Date d'exercice	N	Min	Max	Somme	Moyenne	Médiane	Ecart-type
2006	5	93	3 441	5 271	1 054	296	1 410
2007	31	0	22 649	101 416	3 271	723	5 043
2008	53	0	29 760	296 149	5 588	966	8 456
2009	126	0	1 514 454	5 711 714	45 331	1 737	191 878
2010	594	2	28 944 179	203 335 972	342 316	8 248	1 817 245
2011	552	0	31 922 200	239 961 891	434 714	10 035	2 161 749
2012	530	2	37 317 802	278 974 884	526 368	10 665	2 772 980
2013	494	2	39 582 100	253 593 108	513 346	10 287	2 848 551
2014	480	0	37 400 878	247 381 939	515 379	9 888	2 809 063
2015	529	0	37 719 089	250 754 917	474 017	10 360	2 708 988
2016	505	0	39 231 152	158 665 769	314 190	10 523	2 011 982
2017	451	5	38 489 745	172 638 234	382 790	10 322	2 328 629
2018	542	0	36 390 832	171 530 023	316 476	6 478	2 068 561
2019	470	77	34 492 802	138 285 859	294 225	7 511	1 937 362
2020	409	11	33 458 065	108 497 092	265 274	6 616	1 966 927

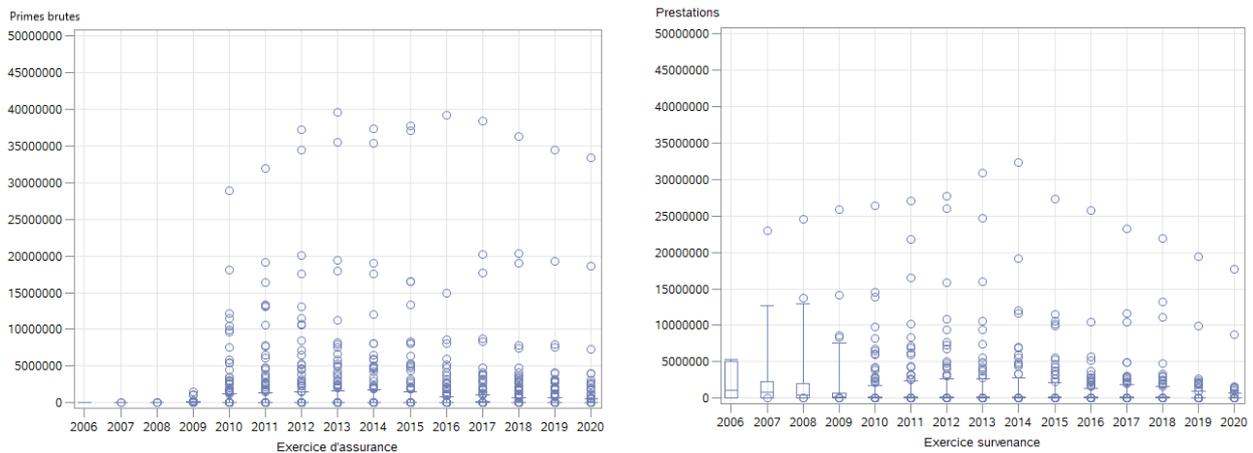
FIGURE 2.10 – Statistiques sur les primes brutes Incapacité et invalidité

Année Date d'exercice	Min	Max	Somme	Moyenne	Médiane	Ecart-type
2006	11 691	5 368 019	11 545 958	2 309 192	1 061 992	2 702 427
2007	15 008	23 056 514	75 451 441	2 794 498	767 347	5 136 657
2008	1 461	24 647 070	113 675 689	2 368 244	421 608	4 629 007
2009	380	25 962 702	115 646 134	1 204 647	156 824	3 365 221
2010	-0	26 462 364	179 167 486	476 509	24 294	1 985 947
2011	0	27 114 443	186 458 103	565 025	32 751	2 374 640
2012	0	27 685 163	204 292 339	619 068	33 155	2 546 517
2013	0	30 871 989	182 701 470	625 690	35 387	2 724 982
2014	-0	32 411 779	174 688 134	623 886	34 932	2 616 808
2015	-2 584	27 359 002	150 858 657	501 192	33 982	2 092 735
2016	-341	25 743 623	104 800 279	339 159	26 764	1 690 361
2017	0	23 328 391	108 408 497	404 509	31 488	1 805 031
2018	0	22 007 354	102 555 250	362 386	28 663	1 726 551
2019	-0	19 380 920	65 476 819	264 019	16 054	1 425 706
2020	18	17 733 363	42 750 935	220 366	8 791	1 429 573

FIGURE 2.11 – Statistiques sur les prestations Incapacité et invalidité

Les données relatives aux exercices de survenance 2006 à 2009 ont été exclues. En effet la volumétrie associée à ces années est anormalement faible comme en témoigne le nombre de contrats rattachés à cette période : 126 au maximum contre environ 500 sur les exercices de survenance 2010 et plus. Les montants de prestations négatifs peuvent être dûs à différents actes comme des recours, des corrections de flux ou bien des annulations de paiements.

A l'instar du risque FSS, l'écart-type est élevé et la moyenne bien plus significative que la médiane, ce qui indique la présence de valeurs extrêmes élevées. Cela se traduit visuellement à l'aide de *boxplots* :



(a) Boîte à moustaches sur les primes

(b) Boîtes à moustaches sur les prestations

FIGURE 2.12 – Boîtes à moustaches sur le risque Incapacité et invalidité

Contrairement aux contrats Frais de soins de santé, les primes pures sont globalement plus élevées que les prestations payées, la durée du risque Incapacité-Invalidité étant sensiblement plus longue.

2.5 Segmentation des contrats

Comme évoqué en partie 2.1, nous avons à notre disposition dans nos systèmes d'information des données agrégées de primes et prestations par contrat. Chaque contrat étant rattaché à un code produit représentatif d'une typologie de business (Courtiers, Institut de Prévoyance, Mutuelles, etc.).

L'axe de travail retenu est d'utiliser ces caractéristiques connues des contrats comme critère de segmentation en groupe de contrats homogènes en termes de cadences. Cette approche permet de comparer

les cadences d'un segment, sur lequel l'historique de données est suffisant, à un contrat. Elle propose ainsi une réponse à la problématique des nouveaux contrats pour lesquels, par définition, il n'existe pas d'historique. **C'est une hypothèse centrale de ce mémoire.**

Différentes segmentations sont ainsi étudiées dans cette partie. Les cadences de chaque groupement de contrats créés sont comparées afin de déterminer la présence d'un caractère discriminant, auquel cas la segmentation testée pourra être retenue comme segmentation effective. Ainsi le contrat à analyser sera rattaché à sa segmentation de référence compte tenu de ces propres caractéristiques. Il sera alors possible d'appliquer les méthodes présentées en partie 3 pour en déduire une potentielle dérive de sinistralité.

Au vu des différences en matières de garanties, d'enjeux et de données présentées précédemment, une segmentation par risque sera présentée dans les parties qui suivent, en commençant par le risque Santé.

2.5.1 Segmentation des contrats Santé

2.5.1.1 Segmentation par Chiffre d'Affaires

La première segmentation étudiée est celle par niveau de chiffres d'affaires.

Les contrats à faible chiffre d'affaires ont une variance plus importante en termes de cadences que le reste des contrats. Cela se retranscrit mécaniquement dans leur niveau de S/PP. En effet, un contrat collectif dont la population assurée serait composée d'un nombre faible de salariés a une probabilité plus importante de connaître une sinistralité irrégulière d'un exercice de survenance à l'autre.

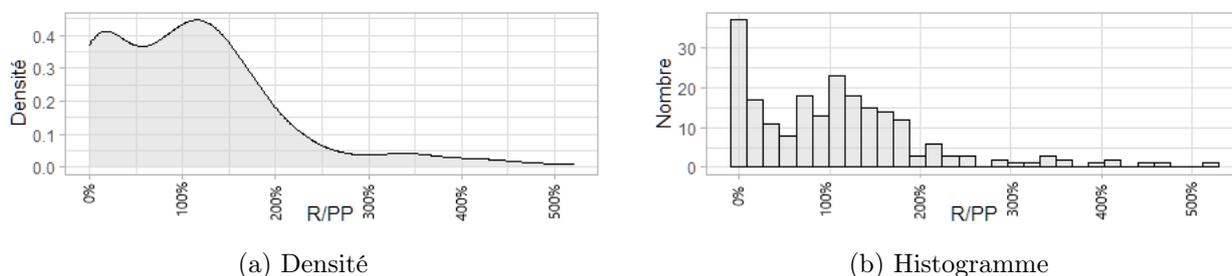


FIGURE 2.13 – Densité et histogramme des R/PP des contrats FSS dont la prime pure ne dépassait pas 20k€ en 2018

Exemple : Un contrat couvre dix salariés pour les exercices 2015 à 2017. En plus des soins de santé type consultations médicales, deux d'entre eux bénéficient de soins dentaires au titre de leur contrat santé collectif en 2015. Le S/PP estimé de cette survenance est de 40%. Lors de l'exercice de survenance 2016, aucun des dix salariés ne consomment de frais dentaires en plus des autres soins plus classiques. Le S/PP estimé de cette survenance est de 20%. Puis en 2017, cinq salariés sont amenés à des dépenses significatives en dentaire, amenant les estimations de S/PP à près de 80%.

La variance des cadences de prestations de ce contrat est erratique. A l'extrême, il est possible que sur un exercice de survenance donné, aucun des assurés n'aient eu recours à des frais de santé et alors le S/PP tomberait à 0%.

Suivant cet exemple, il semble naturel de segmenter selon le chiffre d'affaires. En effet, la consommation en frais de soins de santé erratique des contrats à faible CA complique l'exercice d'estimation de leur S/PP. Par ailleurs, les pertes susceptibles d'être induites par des contrats à faible CA sont

théoriquement faibles également.

CA de séparation	Quantité de données <	Quantité de données >	Pourcentage quantité	Pourcentage CA
729,62	93	369	20%	0%
17 776,72	231	231	50%	0%
160 126,79	324	138	70%	3%
428 278,50	370	92	80%	7%
1 440 451,59	416	46	90%	21%
18 933 527,84	462	0	100%	100%

FIGURE 2.14 – Répartition des contrats en fonction de différents seuils de CA

Les contrats de moins de 428,3k€ chiffres d'affaires, soit 80% du nombre de contrats en portefeuille représentent en moyenne 7% du CA total sur l'exercice d'assurance 2017. De la même manière, les contrats de moins de 160,2k€, soit 70% des contrats, correspondent à 3% du CA total sur cette même période.

Sur le plan théorique, nous devrions étudier la sinistralité de chaque contrat quel que soit son niveau de chiffre d'affaires. En pratique, au vu de la volumétrie des contrats et pour des raisons opérationnelles et de coût de structure, une alerte de dérive de sinistralité serait déclenchée à partir d'un niveau matériel de perte technique estimée¹. Ainsi un contrat à faible CA en dérive devrait atteindre un ratio sinistre à primes très élevé pour être détecté et franchir le seuil retenu. En outre, l'impact en matière de cadence de 80% des contrats sera non matériel sur les cadences de la globalité du portefeuille FSS au regard de leur poids en CA.

Enfin, pour des raisons qui seront précisées par la suite, il sera nécessaire de disposer d'une volumétrie suffisante de contrats dans les segmentations retenues. Ce critère n'aurait pu être assuré de manière satisfaisante avec ce type de segmentation appliquée au portefeuille étudié.

Cette segmentation par niveau de chiffre d'affaires n'a pas été retenue pour les différentes raisons détaillées précédemment.

2.5.1.2 Segmentation par type d'affaire

Il existe notamment deux types d'affaires chez CNP Assurances : les Affaires Directes (AFD) dans les systèmes d'informations, et la Réassurance Acceptée (Acceptation ou Accept). Les contrats en réassurance acceptée sont des contrats où CNP Assurances se positionne en réassureur et partage le risque avec une autre société. A contrario, les affaires directes sont des contrats où la gestion est effectuée soit directement au sein de CNP Assurances, soit par un partenaire, et où CNP Assurances est généralement porteur de la globalité du risque. Cette caractéristique est connue pour tous les contrats en portefeuille. Nous avons étudié et comparé les cadences de chacun de ces types d'affaires afin de voir si elles présentent un caractère discriminant permettant de retenir ce critère de segmentation pour le portefeuille santé.

1. Le niveau de perte technique déclenchant l'alerte sera discuté en partie 4 et/ou 5.

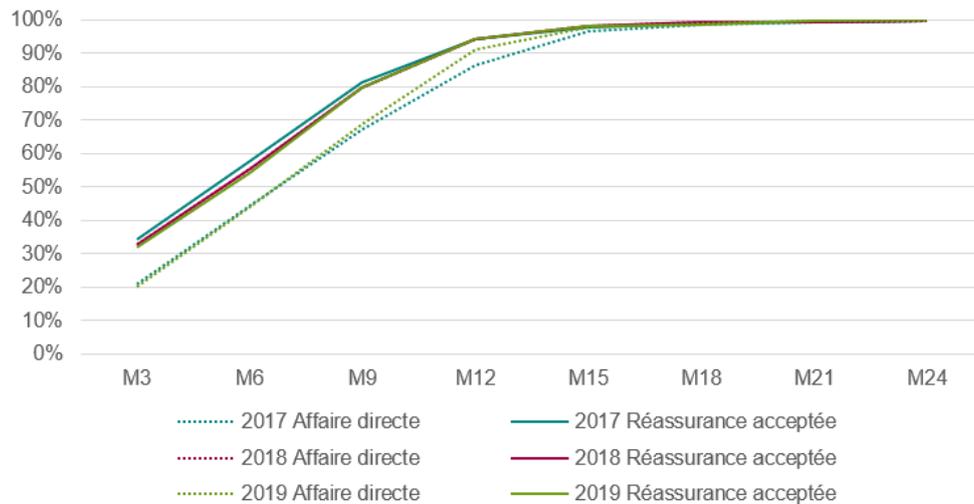


FIGURE 2.15 – Evolution des pourcentages de prestations payées par rapport à l'ultime selon le type d'affaire jusqu'à 24 mois

La figure 2.15 montre que les cadences des deux groupes de contrats étudiés sont distinctes et permettent de justifier d'une segmentation selon le critère "type d'affaire" pour le risque FSS. Par exemple au titre des survenances 2017 à 2019, au bout de 6 mois de développement, les contrats de type d'affaire Acceptation ont généralement déjà payé plus de 50% des prestations totales tout exercice de survenance confondu. Les contrats en AFD présentent un schéma de développement relativement plus lent : pour un recul similaire de 6 mois, le cadencement s'élève à environ 40% des prestations totales payées à l'ultime.

Une explication possible de cette différence de rythme est que les clients du portefeuille AFD sont principalement des clients plus modestes, souvent des courtiers ou des petites et moyennes entreprises. Ainsi, nous pouvons supposer qu'elles engagent moins de ressources pour assurer la gestion des sinistres comparativement aux clients en Acceptation. À contrario, ces derniers concentrent principalement de grands partenaires avec des moyens plus importants à allouer au traitement des sinistres et à la transmission des flux à l'assureur.

Cette différence se ressent également dans l'ampleur des montants en jeu qui sont significativement plus élevés pour les contrats en Acceptation au regard des contrats en AFD.

Cette segmentation est donc pertinente et nous la retiendrons par la suite.

2.5.1.3 Segmentation par Code produit

Le code produit est une autre information disponible sur l'ensemble des contrats. Les contrats ont un code produit assigné généralement en fonction du type d'organisme client.

Produit	Nombre de contrats	Poids en prime pure	Poids en prestations
1	1	2%	2%
2	1	0%	0%
CC	333	44%	47%
IP	89	48%	45%
3	2	1%	1%
4	4	5%	5%
5	1	0%	0%

FIGURE 2.16 – Répartition des contrats, primes pures et prestations par produit sur FSS

Les deux produits CC et IP correspondent à 97% des contrats couvrant le risque FSS. Ils concentrent à eux deux plus de 90% des primes pures et des prestations. Ainsi la part des autres produits couvrant FSS sont négligeables. La partie suivante va s'intéresser aux cadences de ces deux produits majoritaires.

2.5.1.4 Segmentation : Institutions de Prévoyance et Courtage

Comme évoqué dans la partie qui précède, les contrats FSS sont principalement regroupés en deux codes produits, à savoir : Institutions de Prévoyance (IP) et Courtage (CC). L'étude du rythme de paiement des prestations payées de ces deux potentiels futurs groupe de contrats est concluante, leurs cadences présentant un caractère discriminant.

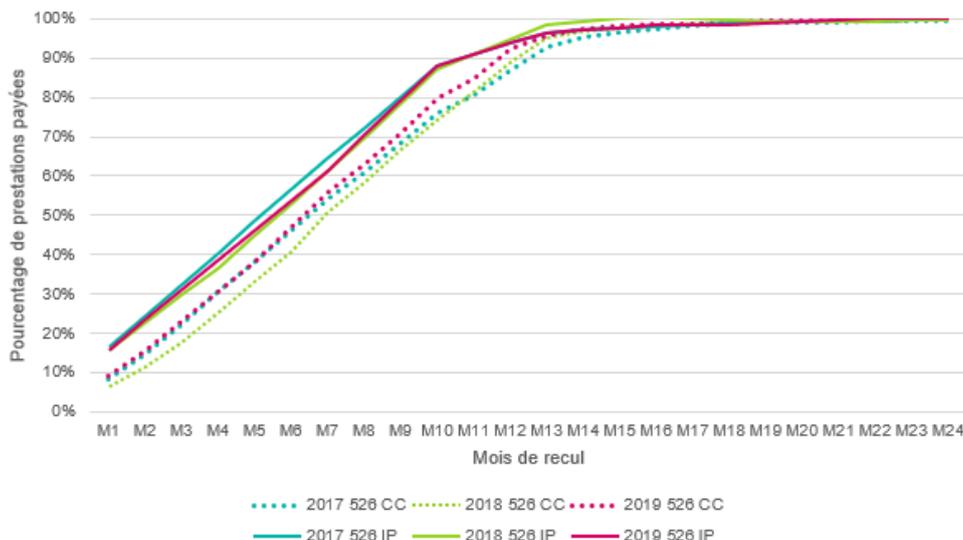


FIGURE 2.17 – Cadence des produits IP et CC sur la période 2017 à 2019

La poursuite des analyses a permis d'identifier une similarité entre les cadences des contrats IP et des contrats de Réassurance Acceptée (vu précédemment, figure 2.15). De même, les cadences des contrats Courtage se trouvent être sensiblement similaires à celles des contrats AFD.

Une étude de la répartition des contrats selon leurs caractéristiques confirme ces similitudes :

2017	CC	Accept	4%
		AFD	73%
2018	IP	Accept	20%
		AFD	3%
2019	CC	Accept	3%
		AFD	76%
2018	IP	Accept	18%
		AFD	3%
2019	CC	Accept	4%
		AFD	76%
2019	IP	Accept	18%
		AFD	2%

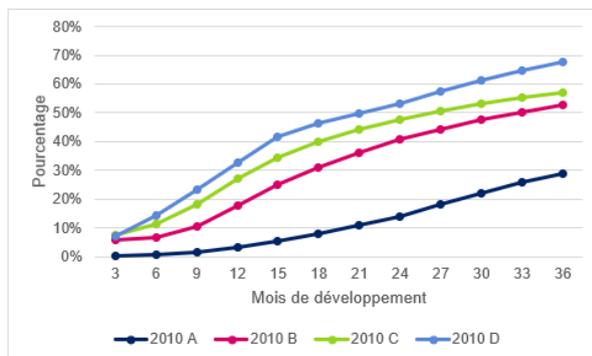
FIGURE 2.18 – Répartition des contrats sur FSS

La plupart des contrats Courtage sont des contrats en affaires directes, à contrario la plupart des contrats Institutions de prévoyance sont des contrats en réassurance acceptée. C'est ainsi la segmentation AFD — Acceptation qui est retenue et sera appliquée à l'ensemble du portefeuille de contrats FSS.

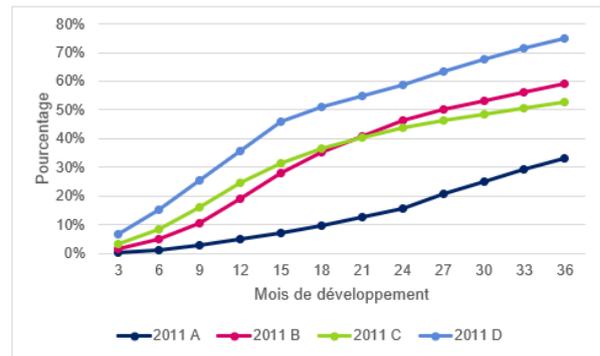
2.5.2 Segmentation des contrats Incapacité et invalidité

2.5.2.1 Segmentation par Code produit

La segmentation par code produit se révèle plus intéressante sur ce risque car les contrats sont mieux répartis entre eux. De plus les codes produits désignent des partenaires de nature distinctes. Les quatre produits les plus significatifs seront notés A, B, C et D.



(a) Exercice de survénance 2010



(b) Exercice de survénance 2011

FIGURE 2.19 – Évolution des pourcentages de prestations payées par rapport à l'ultime, pour les quatre produits les plus importants et sur les trois premières années de développement

L'analyse de la figure 2.19 montre que le code produit est un caractère discriminant en termes de cadences sur les prestations. Par exemple, les prestations payées à douze mois de recul relatives au produit A représentent seulement 3% du montant de charge ultime connu, contre à minima 18% pour les autres produits et jusqu'à 33% pour le produit D.

Il est à noter qu'il n'est pas idéal d'étudier les cadences sur des exercices de survénance trop récents dans le cas du risque incapacité et invalidité. En effet, il s'agit d'un risque long pour lequel la consolidation

des exercices récents prendra encore plusieurs années. Pour ces exercices de survivance nous captions essentiellement les sinistres incapacité.

Nous émettons l'hypothèse, pour l'étude des cadences, que les exercices de survivance 2010 à 2013 sont consolidés, c'est-à-dire qu'ils ne comportent plus qu'un reliquat de prestations à payées. En ce cas, la segmentation par code produit est pertinente.

2.5.2.2 Perte de retraite

Certains contrats comportent la garantie Perte de Retraite (PTR). Pour rappel, cette garantie entre en vigueur pour un individu sinistré invalide à compter de son départ en retraite. Cette garantie impacte ainsi les cadences de prestations en comparaison de contrats qui n'en bénéficient pas. En effet, elle intervient en bout de chaîne d'un sinistre d'invalidité, et donc prolonge de manière significative la durée d'indemnisation.

Ainsi, le pourcentage de prestations connues à un instant T pour un assuré en invalidité disposant de cette garantie est plus faible que pour un assuré ne disposant pas de cette garantie.

Les contrats IT comportant la garantie PTR représentent en moyenne 5% du CA du portefeuille IT sur l'exercice 2010, ainsi que 4% du nombre de contrats de ce portefeuille. Une segmentation sur ce critère engendrerait potentiellement une variance plus importante pour le groupement de contrats PTR en comparaison du groupement de contrat sans PTR. De plus, l'analyse de la répartition des contrats par code produit montre que l'essentiel des contrats avec garantie PTR correspondent au code produit A (99% du CA en moyenne sur la période étudiée).

Code produit	Garantie perte de retraite	Nombre de contrats	Poids en primes brutes sur le produit parent
A	non	8	1%
	oui	18	99%
B	non	171	100%
C	non	147	100%
D	non	215	99%
	oui	4	1%

FIGURE 2.20 – Répartition des contrats avec la garantie perte de retraite sur les produits en 2013

À noter que :

- les produits B et C ne comportent pas de contrats couvrant cette garantie ;
- les contrats avec perte de retraite sont minoritaires au sein du produit D (1% du CA en moyenne sur la période de référence).

Ainsi, la séparation par code produit refléterait déjà implicitement cette segmentation. Cela permet d'éviter de cumuler les couches de segmentations, ce qui engendrerait des problèmes de volumétrie plus tard dans l'étude, et *in fine* une variance plus significative dans les résultats obtenus. Cette segmentation n'est pas directement retenue compte tenu des différents éléments présentés.

2.5.2.3 Mensualisation

Comme expliqué dans le chapitre Généralités, les entreprises peuvent faire le choix de se couvrir face aux obligations légales de maintien de salaire de leurs employés en arrêt, c'est-à-dire face à la mensualisation. La mensualisation est une garantie limitée dans le temps, variant en fonction de l'ancienneté du salarié au sein de l'entreprise. Ces critères d'ancienneté peuvent varier selon les Conventions Collectives Nationales. Dans le cadre le plus général, cette garantie peut s'étendre jusqu'à 2 mois pour un salarié ayant 1 à 6 ans d'ancienneté, contre jusqu'à 6 mois pour un salarié ayant plus de 31 ans d'ancienneté. Par construction, cette garantie pourrait être un facteur discriminant en termes de rythme de paiement des prestations. Ainsi, le résultat attendu serait que le rythme de paiement des contrats avec mensualisation soit plus rapide que ceux sans mensualisation.

80% des contrats couvrant cette garantie sont rattachés à un unique code produit. Ainsi, la segmentation par code produit (retenue précédemment) reflète déjà cette segmentation. Pour cette raison, la segmentation par contrat avec ou sans garantie mensualisation n'est pas retenue.

2.5.2.4 Segmentation par type d'affaire

La segmentation par type d'affaire n'est pas retenue pour les mêmes arguments que dans la section Perte de retraite.

Code produit	Type d'affaire	Nombre de contrats	Poids en primes brutes sur le produit parent
A	Affaire directe	26	100%
B	Acceptation	3	13%
	Affaire directe	168	87%
C	Acceptation	101	98%
	Affaire directe	46	2%
D	Acceptation	20	91%
	Affaire directe	199	9%

FIGURE 2.21 – Répartition des contrats par type d'affaire sur les produits en 2013

La figure 2.21 montre que les codes produits sont toujours majoritairement composé d'un type d'affaire que ce soit en termes de nombre de contrats, ou en matière de poids de CA. La segmentation par type d'affaire n'est pas retenue.

2.5.3 Conclusion sur la segmentation des contrats

La segmentation des contrats est une hypothèse centrale de l'étude. Elle nous permettra d'appliquer diverses méthodes de cadencement à notre base de contrat afin d'estimer au plus tôt de potentielles dérives de sinistralité.

Cette partie est un récapitulatif des segmentations étudiées et retenues selon chaque risque (FSS, IT) :

Frais de soins de santé

Critère de segmentation étudié	Retenu ?	Justification
Chiffres d'affaires	Non	Faible intérêt pour le segment à CA faible + provoquerait un manque de volumétrie
Type d'affaire	Oui	Cadences significativement distinctes + information disponible sur tous les contrats
Code produit / Institutions de prévoyance et Courtage	Non	La segmentation par type d'affaire reflète déjà cette segmentation + provoquerait un manque de volumétrie

TABLE 2.1 – Tableau récapitulatif des segmentation FSS

Incapacité et invalidité

Critère de segmentation étudié	Retenu ?	Justification
Code produit	Oui	Cadences significativement distinctes + information disponible sur tous les contrats
Perte de retraite	Non	La segmentation par code produit reflète déjà cette segmentation + provoquerait un manque de volumétrie
Mensualisation	Non	La segmentation par code produit reflète déjà cette segmentation + provoquerait un manque de volumétrie
Type d'affaire	Non	La segmentation par code produit reflète déjà cette segmentation + provoquerait un manque de volumétrie

TABLE 2.2 – Tableau récapitulatif des segmentation IT

Chapitre 3

Théorie mathématique et méthodes expérimentales

Le ratio S/PP est une métrique standard pour l'analyse de la sinistralité du périmètre étudié (c.f. partie 2.1.3). Le niveau de qualité à disposition concernant l'appréciation des Primes Pures (PP) à l'ultime est important (c.f. 2.1). L'incertitude repose ainsi sur les Sinistres (S), appelés charge à l'ultime par la suite.

Cette partie vise à définir différentes méthodes d'estimation de la charge à l'ultime qui seront appliquées au Chapitre 4 pour en déduire des S/PP .

L'objectif principal de cette étude est d'anticiper au plus tôt possible des dérives de sinistralité. En ce sens, les flux de prestations les plus fins à notre disposition sont mensuels. C'est pourquoi les méthodes de cadencement présentées ont pour particularité d'avoir un développement mensuel.

Enfin, la prédiction de charge à l'ultime devra s'effectuer contrat par contrat. Pour les méthodes par cadencement, les contrats seront donc regroupés selon la segmentation proposée partie 2.5. Cette cadence pourra alors être utilisée comme cadence de référence pour tout nouveau contrat sans historique appartenant à un segment spécifique.

3.1 Notations

Ci-dessous est présentée une liste de notations usuelles qui seront reprises à travers tous les calculs décrits dans les parties suivantes :

I	Nombre total d'années de survénance
i	Indice indiquant l'exercice de survénance observé, $i \in \llbracket 1; I \rrbracket$
J	Nombre total de mois de développement.
j	Indice indiquant le mois de développement observé, $j \in \llbracket 1; J \rrbracket$
$X_{i,j}$	Montant décumulé de prestations payées au titre de l'exercice de survénance i et pour le mois de développement j .
$C_{i,j}$	Montant cumulé de prestations payé sur l'exercice de survénance i entre le mois de développement 1 et le mois de développement j : $C_{i,j} = \sum_{k=1}^j X_{i,k}$
$f_{i,j}$	Facteur de développement relatif à l'exercice de survénance i entre les prestations cumulées au mois de développement j et celles au mois de développement $j + 1$
f_j	Facteur de développement des prestations cumulées entre le mois de développement j et le mois $j + 1$
\hat{U}_i	Estimation de la charge ultime de prestations pour l'exercice de survénance i
PP_i	Primes pures totales au titre de l'exercice de survénance i .
S/PP_i	Ratio de sinistres à primes pures S/PP pour l'exercice de survénance i .

Une approche retenue pour répondre à la problématique de cette étude s'appuie sur des méthodes par cadencement. Le cadre habituel d'application de ces méthodes est d'avoir autant d'exercices de survénance que d'années de développement. Dans ce cas, $I = J$. Cependant, comme rappelé en introduction de cette partie, ce mémoire s'appuie sur des données à développement mensuel. Cela signifie que notre triangle ne sera pas rectangle et isocèle mais uniquement rectangle, avec $J > I$. Il faut finalement retenir que $J \simeq 12 \cdot I$. En effet, l'égalité n'est pas vérifiée à chaque instant car l'étude peut prendre place au milieu d'une année calendaire.

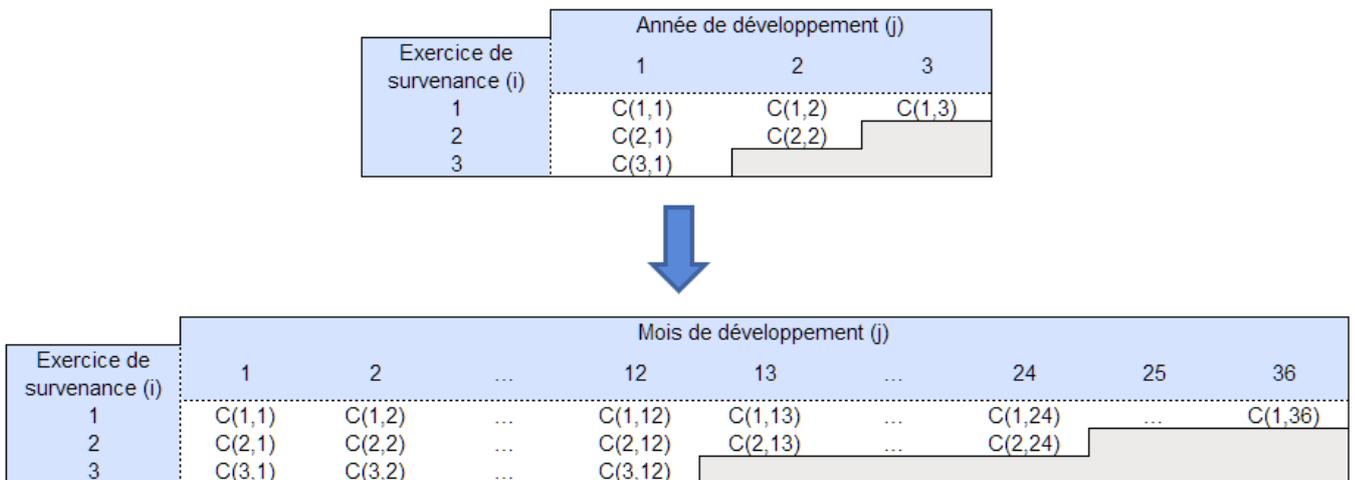


FIGURE 3.1 – Exemple de triangles de prestations cumulées dans le cas où il y a 3 exercices de survénance

3.2 Les méthodes de cadencement

Cette partie décrit la théorie mathématique sous-jacente aux différentes méthodes de cadencement utilisées dans le chapitre 4.

3.2.1 Chain Ladder

La méthode Chain Ladder est la méthode de provisionnement la plus utilisée. C'est une méthode simple à appréhender et à mettre en place. C'est un algorithme qui est apparu naturellement : il n'y a pas de théorie formelle et unique sur le Chain Ladder. Cependant, des modèles ont été définis par la suite afin de reproduire les résultats du Chain Ladder, donnant un cadre théorique valide à cette méthode mathématique. L'un d'entre eux est le modèle de Mack.

Tout d'abord, voici un schéma explicatif qui permettra de visualiser plus facilement le fonctionnement de l'algorithme :

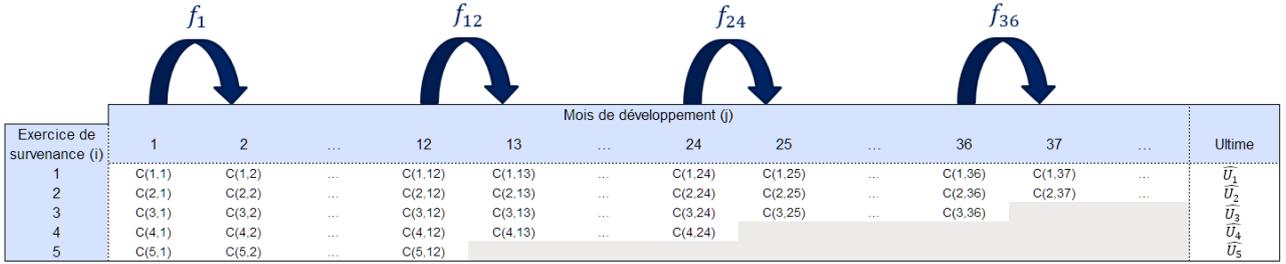


FIGURE 3.2 – Algorithme de Chain Ladder

L'objectif est d'estimer, pour chaque exercice de survénance i , la valeur de \hat{U}_i , c'est-à-dire la charge ultime en prestations. En s'appuyant sur le schéma ci-dessus, cela correspond à l'estimation de la partie grisée du triangle. Pour cela, Chain Ladder, que nous noterons CL par la suite, repose l'hypothèse fondamentale qu'il existe des facteurs de développement $f_1, \dots, f_{J-1} > 0$ tels que :

$$E[C_{i,j+1} | C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = C_{i,j} f_j, \forall 1 \leq i \leq I \text{ et } \forall 1 \leq j \leq J \quad (3.1)$$

Cette hypothèse est nécessaire et suffisante pour appliquer la méthode Chain Ladder (Mack, 1993). Les $(f_j)_{1 \leq j \leq J-1}$ correspondent aux flèches bleues dans la figure 3.2.

Pour estimer la charge ultime en prestations par la méthode de Chain Ladder, il faut ainsi déterminer les facteurs de développement f_j , $1 \leq j \leq J-1$. De manière classique, il y a autant d'années de développement que d'exercices de survénance. Alors $I = J$, et l'estimateur des f_j est alors

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{i=1}^{I-j} C_{i,j+1}}{\sum_{i=1}^{I-j} C_{i,j}}$$

En effet, dans ce cas, la partie du triangle connue est :

$$\{C_{i,j} \mid 1 \leq i \leq I, 1 \leq j \leq I - i\}$$

Mack prouve dans son étude que ces estimateurs des facteurs de développement f_j sont sans biais et non corrélés. Pour retourner dans le cadre particulier de cette étude où notre $I \neq J$, introduisons de nouvelles notations dont deux ensembles afin de mieux décrire l'information disponible :

$$A_i = \{j \mid C_{i,j} \text{ est connu}\}$$

$$a_i = \max A_i$$

$$B_j = \{i \mid C_{i,j} \text{ est connu}\}$$

$$b_j = \max B_j$$

Voici, visuellement, à quoi correspondent ces nouvelles notations dans les triangles de prestations :

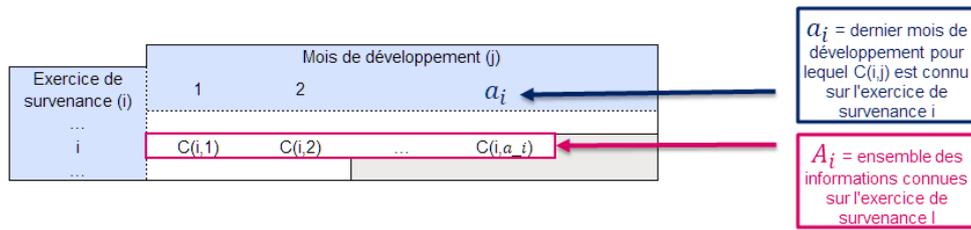


FIGURE 3.3 – Descriptif des variables A_i et des a_i

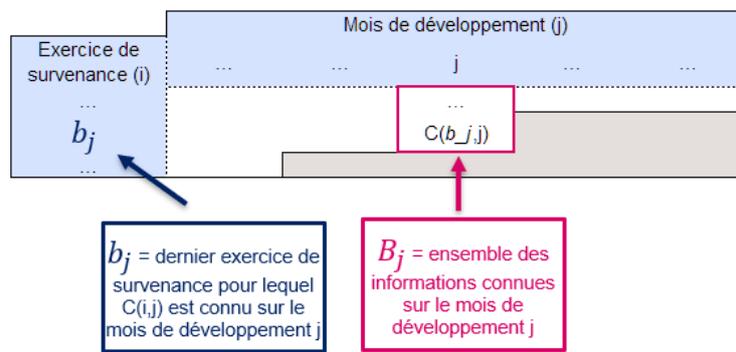


FIGURE 3.4 – Descriptif des variables B_j et des b_j

Avec ces notations, l'estimateur des f_j est alors :

$$\hat{f}_j = \frac{\sum_{k \in B_{j+1}} C_{k,j+1}}{\sum_{k \in B_{j+1}} C_{k,j}} \tag{3.2}$$

Ensuite, il est possible de déterminer la charge ultime en prestations

$$\hat{U}_i = C_{i,a_i} \cdot \hat{f}_{a_i} \cdot \dots \cdot \hat{f}_{I-1}$$

Cependant, comme vu dans la section 2, l'objectif dans le cadre de cette étude est de pouvoir estimer si un contrat ne disposant pas obligatoirement de données historiques est en dérive.

Il n'est pas possible de déterminer de facteurs de développement pour un contrat sans historique. Ainsi pour adresser la problématique de ce mémoire, **nous émettons l'hypothèse qu'en moyenne un contrat a un rythme de liquidation des prestations semblable à celui d'un certain groupe de contrats.** Nous avons alors étudié différentes segmentations (cf partie 2.5) de groupes de contrats à cadences similaires sur les risques étudiés (FSS et IT).

L'approche utilisée pour estimer la présence d'une dérive de sinistralité est d'appliquer au contrat étudié les facteurs de développement du groupe auquel ce contrat appartient. C'est une application découlant de l'hypothèse émise au paragraphe ci-dessus. Ainsi, il est possible de réaliser des estimations de charge finale et d'émettre si besoin une alerte de dérive de sinistralité pour tout contrat, avec ou sans profondeur historique. Voici un schéma détaillant la démarche qui est appliquée :

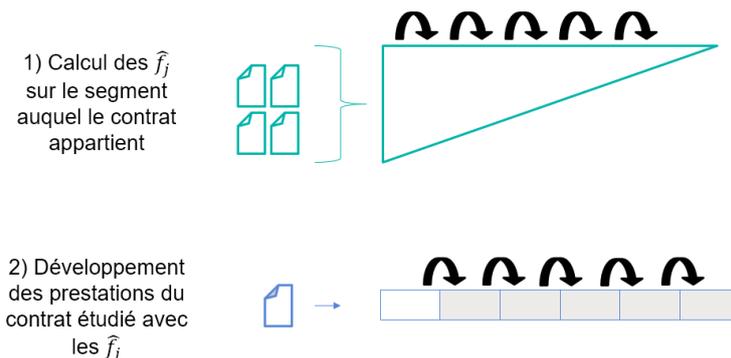


FIGURE 3.5 – Schéma explicatif de la méthode d'estimation de la charge ultime d'un contrat

3.2.2 Méthode complémentaire

La principale difficulté de l'adaptation de la méthode de Chain Ladder décrite ci-dessus est qu'elle dépend du dernier montant cumulé de prestations observé sur le contrat en question. En effet, les prestations étant à développement mensuel, la variance sur ce dernier montant connu est potentiellement élevée, plus élevée que si le développement était annuel. Les raisons pouvant expliquer cette variance sont nombreuses : retard en gestion concernant les flux de prestations, événement aléatoire entraînant une sur-sinistralité, ...

L'objectif est donc de mesurer l'incertitude associée à ce montant. Pour ce faire, nous pouvons nous appuyer sur les autres contrats composant le segment. Nous utiliserons une métrique comparable pour tous les contrats : le S/PP . Chaque contrat a , à chaque pas de temps, un niveau de R/PP , qui va évoluer progressivement vers le ratio S/PP consolidé :

$$\frac{R}{PP} \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} \frac{S}{PP}$$

L'aléa étudié existe uniquement sur la partie prestations. En effet, nous disposons soit d'une estimation robuste, soit de la valeur des primes pures afférente à chaque contrat et ce pour chaque exercice de survenance. Il est alors possible de s'inspirer de la méthode Chain Ladder en utilisant les ratios R/PP pour estimer les ratios S/PP contrat par contrat. Les notations suivantes seront utilisées par la suite :

N_i	Nombre de contrats total dans le segment étudié au titre de l'exercice de survenance i
k	Indice du contrat étudié, $k \in \llbracket 1; N_i \rrbracket$
$m_{i,k}$	Dernier mois de flux de prestations connu sur le contrat k et l'exercice de survenance i
D_j	Ensemble des couples Exercice de survenance – Contrat dont le dernier flux de prestations enregistré dans les systèmes d'information CNP est reçu avec au moins j mois de recul par rapport au 1 ^{er} Janvier de l'exercice de survenance en question
$PP_{i,k}$	Primes pures du contrat k au titre de l'exercice de survenance i
$C_{i,j,k}$	Prestations cumulées du contrat k pour l'exercice de survenance i et le mois de développement k
$RPP_{i,j,k}$	Valeur du R/PP du contrat k pour l'exercice de survenance i et le mois de développement j
RPP_j^{ref}	Valeur du R/PP du segment auquel appartient le contrat étudié au mois de développement j , appelé R/PP de référence
$SPP_{i,k}$	Valeur du S/PP du contrat k pour l'exercice de survenance i
SPP_i^{ref}	Valeur du S/PP du segment auquel appartient le contrat étudié pour l'exercice de survenance i

Ces notations induisent les égalités suivantes :

$$RPP_{i,j,k} = \frac{C_{i,j,k}}{PP_{i,k}} \quad (3.3)$$

$$RPP_j^{ref} = \frac{\sum_{i \in B_j} C_{i,j}}{\sum_{i \in B_j} PP_i} \quad (3.4)$$

On souhaite obtenir, par analogie avec la méthode Chain Ladder classique :

$$\hat{f}_j = \frac{RPP_{j+1}^{ref}}{RPP_j^{ref}} = \frac{\sum_{i \in B_{j+1}} C_{i,j+1}}{\sum_{i \in B_{j+1}} C_{i,j}}$$

Or l'ensemble B_j ne permet pas d'avoir cette égalité. Ainsi, plutôt que de travailler avec plusieurs exercices de survenance, il est possible de se baser sur un seul exercice de survenance sous condition que ce dernier soit consolidé. Sur le risque FSS, par exemple, si l'on suppose que l'année au moment de l'étude est N , il est possible de retenir uniquement l'exercice $N-2$ selon la section 2.3.2. Donc B_j et B_{j+1} ne sont désormais tous égaux qu'à un singleton (2019, par exemple).

Posons donc $B_j = \{i\}$, $\forall j \in \llbracket 1; J \rrbracket$. Alors, il est possible d'écrire :

$$RPP_j^{ref} = \frac{C_{i,j}}{PP_i} \quad (3.5)$$

L'estimateur des f_j , les \hat{f}_j , sont alors :

$$\begin{aligned}
\widehat{f}_j &= \frac{RPP_{j+1}^{ref}}{RPP_j^{ref}} \\
&= \frac{C_{i,j+1}}{PP_i} \cdot \frac{PP_i}{C_{i,j}} \\
&= \frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}}
\end{aligned}$$

L'estimation du S/PP du contrat étudié est alors :

$$\widehat{SPP}_{i,k} = RPP_{i,m_{i,k},k} \cdot \widehat{f}_{m_{i,k}} \cdot \dots \cdot \widehat{f}_{J-1} \quad (3.6)$$

Ce qui revient à effectuer le calcul :

$$\widehat{SPP}_{i,k} = RPP_{i,m_{i,k},k} \cdot \frac{RPP_J^{ref}}{RPP_{m_{i,k}}^{ref}} \quad (3.7)$$

En effet, il s'agit de remarquer que

$$\begin{aligned}
\frac{RPP_3^{ref}}{RPP_1^{ref}} &= \frac{RPP_3^{ref}}{RPP_1^{ref}} \\
&= \frac{RPP_3^{ref}}{RPP_2^{ref}} \cdot \frac{RPP_2^{ref}}{RPP_1^{ref}} \\
&= \widehat{f}_2 \cdot \widehat{f}_1
\end{aligned}$$

Puis de conclure par récurrence pour obtenir l'équivalence entre l'équation 3.6 et 3.7.

Multiplier $\widehat{SPP}_{i,k}$ de l'équation 3.6 par les primes pures du contrat k revient exactement à appliquer la méthode de la section 3.2.1 et donnerait la même estimation de charge ultime en prestations. Cette affirmation est vérifiée sous réserve que le triangle utilisé pour le segment auquel appartient le contrat ne soit composé que d'une seule année (hypothèse $B_j = \{i\}$).

Une nouvelle hypothèse est nécessaire pour la suite de l'étude : $RPP_J^{ref} = SPP^{ref}$. Cette hypothèse suppose qu'il n'y a plus de flux de prestations à payer après J mois de développement. En pratique, cette hypothèse est vérifiée sur le risque court qu'est le risque FSS (voir la section 2.3.2) car l'exercice de survenance utilisée pour calculer les RPP_j^{ref} est consolidé. Le risque Incapacité et invalidité étant à durée longue, il faut ajouter un facteur de queue pour que cette hypothèse soit vérifiée.

Pour prendre en compte l'incertitude dans l'équation 3.7, l'idée est d'assimiler les RPP_j^{ref} comme étant des moyennes pondérées par les primes pures des R/PP des différents contrats à la maille segment :

$$\begin{aligned}
RPP_j^{ref} &= \frac{C_{i,j}}{PP_i} \\
&= \frac{\sum_{k=1}^{N_i} C_{i,j,k}}{PP_i} \\
&= \frac{\sum_{k=1}^{N_i} \frac{C_{i,j,k}}{PP_{i,k}} \cdot PP_{i,k}}{PP_i} \\
&= \sum_{k=1}^{N_i} \left(\frac{C_{i,j,k}}{PP_{i,k}} \cdot \frac{PP_{i,k}}{PP_i} \right)
\end{aligned}$$

En identifiant

$$\begin{aligned}
\omega_{i,k} &= \frac{PP_{i,k}}{PP_i} = \frac{PP_{i,k}}{\sum_{k=1}^{N_i} PP_{i,k}} \\
\text{et } RPP_{i,j,k} &= \frac{C_{i,j,k}}{PP_{i,k}}
\end{aligned}$$

La moyenne pondérée par les primes pures apparaît :

$$RPP_j^{ref} = \sum_{k=1}^{N_i} (RPP_{i,j,k} \cdot \omega_{i,k})$$

Les $(\omega_{i,k})_{(k)}$ sont des poids, et les $(RPP_{i,j,k})_{(k)}$ représentent des réalisations de la variable aléatoire. Il est possible d'appliquer le Théorème Central Limite (TCL) à cette moyenne pondérée. Il existe deux façons de procéder :

- Analyser la distribution des $RPP_{i,j,k}$ avec j fixé avec pour but d'identifier la loi de probabilité suivie par cette variable aléatoire, afin d'en calculer sa moyenne et sa variance
- Déterminer et utiliser la moyenne empirique et la variance empirique.

Nous détaillerons pourquoi nous avons fait le choix de travailler avec les moments empiriques dans le chapitre 4 – Applications. Ainsi, RPP_j^{ref} est la moyenne empirique et la variance empirique sera notée $\widehat{\sigma}_j^2$:

$$\begin{aligned}\widehat{\sigma}_j^2 &= \frac{\sum_{k=1}^{N_i} \omega_{i,k} (RPP_{i,j,k} - RPP_j^{ref})^2}{\sum_{k=1}^{N_i} \omega_{i,k}} \\ &= \sum_{k=1}^{N_i} \omega_{i,k} (RPP_{i,j,k} - RPP_j^{ref})^2 \quad \text{car} \quad \sum_{k=1}^{N_i} \omega_{i,k} = 1\end{aligned}$$

Ici, la volatilité prend bien en compte la distribution des R/PP au mois de développement j , ce qui était l'objectif de cette partie. Sous ces hypothèses, nous pouvons appliquer le TCL : en notant $\mu = \mathbb{E}[RPP_{i,j,k}]$,

$$\frac{\sqrt{N_i} \cdot (RPP_j^{ref} - \mu)}{\sqrt{\widehat{\sigma}_j^2}} \xrightarrow[N_i \rightarrow +\infty]{\mathcal{L}} \mathcal{N}(0, 1) \quad (3.8)$$

D'où un intervalle de confiance pour μ à $1 - \alpha\%$, avec $\alpha \in]0, 1[$ et $q_{1-\alpha/2}$ le quantile d'ordre $1 - \alpha/2$ de la loi normale centrée réduite,

$$\mu \in \left[RPP_j^{ref} - \frac{q_{1-\alpha/2} \cdot \widehat{\sigma}_j^2}{\sqrt{N_i}}; RPP_j^{ref} + \frac{q_{1-\alpha/2} \cdot \widehat{\sigma}_j^2}{\sqrt{N_i}} \right]$$

Notons $\beta_j = \frac{q_{1-\alpha/2} \cdot \widehat{\sigma}_j^2}{\sqrt{N_i}}$. Cet intervalle, une fois appliqué à l'équation 3.7, donne l'intervalle de confiance pour $\widehat{SPP}_{i,k}$ de niveau $1 - \alpha$ suivant :

$$\widehat{SPP}_{i,k} \in \left[RPP_{i,m_{i,k},k} \cdot \frac{RPP_j^{ref}}{RPP_{m_{i,k}}^{ref} + \beta_j}; RPP_{i,m_{i,k},k} \cdot \frac{RPP_j^{ref}}{RPP_{m_{i,k}}^{ref} - \beta_j} \right] \quad (3.9)$$

3.2.3 Méthodes explorées non retenues

D'autres méthodes classiques de cadencement ont été étudiées mais jugées non pertinentes dans le cadre de l'étude. Parmi ces méthodes se trouvent la méthode de Bornhuetter-Ferguson et la méthode de Benktander.

La méthode de Bornhuetter-Ferguson est une méthode qui a été mise au point par Bornhuetter et Ferguson en 1972 dans *The Actuary and the IBNR*. Cette méthode vise à s'affranchir du lien entre le dernier règlement cumulé connu et la charge ultime estimée par la méthode de Chain Ladder. Ainsi, pour plus de robustesse, la méthode Bornhuetter-Ferguson permet de s'appuyer sur le jugement d'expert ou des données de marché pour estimer la charge à l'ultime. Cette information extérieure se matérialise par un S/PP attendu, c'est-à-dire que la charge ultime estimée au mois de développement

j pour un exercice de survenance i sera calculée en fonction des primes pures de l'année (PP_i) et du montant de règlement connu au mois de développement k ($C_{i,j}$).

L'autre méthode étudiée, la méthode de Benktander, est une alternative à ces deux méthodes. Cette méthode a été introduite par Gunnar Benktander en 1976 dans *An approach to credibility in calculating IBNR for casualty excess reinsurance*, et étudiée par Thomas Mack en 2000 dans *Credible claims reserves : the Benktander Method*. Cette méthode se présente comme un barycentre entre la méthode de Bornhuetter-Ferguson et le Chain Ladder. Elle permet dans un premier temps de fiabiliser les estimations de charge ultime les plus anticipées (i.e. pour j proche de 0) en se reposant principalement sur les données exogènes liées à la méthode de Bornhuetter-Ferguson. Dans un second temps, à mesure que les estimations sont calculées pour des périodes plus avancées (i.e. pour j se rapprochant de J), les estimations se reposent davantage sur les triangles de liquidation.

Ces deux méthodes ne permettent pas de répondre à l'objectif de ce mémoire, à savoir d'anticiper les dérives de sinistralité par contrat. En effet, ces deux méthodes s'appuient sur une estimation à dire d'expert du S/PP à l'ultime pour déterminer l'écoulement des prestations. Or dans la problématique de ce mémoire s'est justement le S/PP à l'ultime qui constitue la variable inconnue.

3.2.4 Curve fitting

Une stratégie pour estimer les prestations jusqu'à l'ultime est de poser une relation entre les facteurs de développements (ou les montants cumulés de prestations). Cette relation est ensuite utilisée pour ajuster une courbe sur la suite des facteurs de développement. De cette courbe sont obtenus des coefficients caractérisant la relation posée. Il y est ensuite possible de projeter dans le temps les facteurs de développement. En les projetant sur une durée suffisamment longue, nous pouvons ainsi d'en tirer une estimation de la charge à l'ultime.

Ces méthodes sont appelées les *Curve fitting methods*, où méthodes par régression. Elles permettent de s'affranchir de la notion de segment et du besoin de données historiques. En effet, elles se basent directement sur les facteurs de développement $f_j = C_{j+1}/C_j$ calculés sur les prestations connues du contrat et de l'exercice de survenance dont la charge ultime est à estimer :

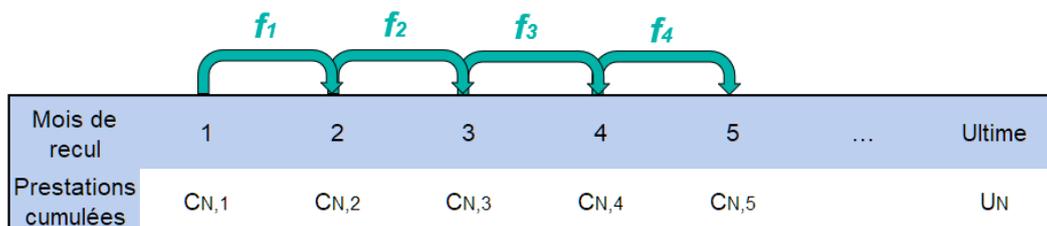


FIGURE 3.6 – Représentation schématique des quantités utilisées

Pour plus de lisibilité, dans cette partie, $i = N$, c'est-à-dire que nous nous intéressons à un contrat au titre de l'exercice de survenance N .

Dans cette section, nous allons détailler différentes méthodes de régression. La première sera l'*Exponential Decay method*, ou méthode par décroissance exponentielle. Ensuite, nous étudierons la méthode de Sherman pour enfin terminer avec la méthode de Skurnick.

3.2.4.1 Exponential Decay Method

L'*Exponential Decay Method*, ou méthode par décroissance exponentielle, utilise les facteurs de développements f_j plutôt que les montants de prestations cumulés $C_{N,j}$. Introduisons les variables v_j définies telles que :

$$f_j = 1 + v_j$$

La méthode par décroissance exponentielle suppose que les v_j décroissent à un rythme constant r : $\forall j \geq 1$,

$$v_{j+1} = v_j \cdot r$$

D'où, $\forall j \geq 1$,

$$v_j = v_0 \cdot r^j$$

Ainsi, si le dernier montant cumulé de prestations connu est $C_{N,m}$, alors la charge ultime en prestations peut être estimée par

$$\begin{aligned} \widehat{U}_N &= C_{N,m} \cdot \prod_{j=0}^{+\infty} (1 + v_m \cdot r^j) \\ &= C_{N,m} \cdot \prod_{j=0}^{+\infty} (1 + v_0 \cdot r^{(j+m)}) \\ &= C_{N,m} \cdot T_m \end{aligned}$$

où $T_m = \prod_{j=0}^{+\infty} (1 + v_m \cdot r^j)$ est le facteur de développement du dernier montant de prestation cumulé connu à l'ultime.

Il s'agit donc de déterminer le taux de décroissance r et la valeur de v_0 . Ce taux est peut être estimé numériquement en effectuant une régression. En effet,

$$\begin{aligned} v_j &= v_0 \cdot r^j \\ \Leftrightarrow \ln(v_j) &= \ln(v_0) + j \cdot \ln(r) \end{aligned}$$

Il faut donc effectuer la régression des facteurs v_j en fonction des mois de recul j . Cette dernière nous permettra d'extraire les valeurs de $\ln(r)$ et de $\ln(v_0)$, donc de r et v_0 , nécessaires au calcul de T_m .

3.2.4.2 Méthode de Sherman

La méthode de Sherman est une variation de l'*Exponential Decay Method*. Le raisonnement est le même, cependant les coefficients de développement sont ici ajustés à une fonction puissance de la forme $1 + aj^b$, où a et b sont des coefficients à déterminer par régression.

Ainsi, en reprenant les notations introduites dans la partie 3.2.4.1, dans cette méthode, l'hypothèse émise est qu'il existe a, b , tels que

$$f_j = 1 + aj^b \tag{3.10}$$

En passant au logarithme népérien, nous avons

$$\begin{aligned} \ln(v_j) &= \ln(f_j - 1) \\ &= \ln(1 + aj^b - 1) \\ &= \ln(aj^b) \\ &= \ln(a) + b\ln(j) \end{aligned}$$

Effectuer la régression des $\ln(v_j)$ en fonction de $\ln(j)$ permet d'obtenir les valeurs de a et de b . Ensuite, si le dernier montant cumulé sur le contrat est $C_{N,m}$ (donc si m est le recul atteint pour l'exercice de survenance N), voici l'équation permettant de calculer la charge ultime :

$$\begin{aligned} \widehat{U}_N &= C_{N,m} \cdot \prod_{j=m}^{+\infty} (1 + a \cdot j^b) \\ &= C_{N,m} \cdot T_m \end{aligned}$$

où $T_m = \prod_{j=m}^{+\infty} (1 + a \cdot j^b)$ est le facteur de développement du dernier montant de prestation cumulé connu à l'ultime.

3.2.4.3 Méthode de Skurnick

Cette méthode utilise les montants de prestations incrémentaux $X_{N,j}$. A la manière de la méthode par *exponential decay*, les montants sont supposés décroître à un rythme constant r_{sk} . Ainsi, les hypothèses émises dans cette méthode sont :

$$\begin{aligned} &\text{Il existe } 0 < r_{sk} < 1 \text{ et } X_0 \text{ tel que } X_{N,0} = X_0 \cdot (1 - r_{sk}) \\ &\text{et} \\ &\forall j \geq 1, X_{N,j} = X_{N,j-1} \cdot r_{sk} \end{aligned}$$

Donc,

$$\forall j \geq 0, X_{N,j} = X_0 \cdot (1 - r_{sk}) \cdot r_{sk}^j$$

Comme $0 < r_{sk} < 1$, nous avons $r_{sk}^j \xrightarrow{j \rightarrow +\infty} 0$, et donc un développement limité donne

$$\sum_{j=0}^{+\infty} r_{sk}^j = \frac{1}{1 - r_{sk}} \quad (3.11)$$

En parallèle, nous avons, suivant les hypothèses données précédemment,

$$\widehat{U}_N = \sum_{j=0}^{+\infty} X_0 \cdot (1 - r_{sk}) \cdot r_{sk}^j$$

Or, en utilisant le développement limité 3.11, nous obtenons $X_0 = \widehat{U}_N$. Ainsi, il s'agit de trouver la valeur de X_0 par régression pour obtenir l'estimation de charge ultime. Pour cela, remarquons que

$$\ln(X_{N,j}) = \ln(X_0(1 - r_{sk})) + j \ln(r_{sk}) \quad (3.12)$$

Donc la régression linéaire de $\ln(X_{N,j})$ en fonction de j donnera deux coefficients :

- La pente de la courbe $\alpha = \ln(r_{sk})$, de laquelle nous déduisons r_{sk}
- L'ordonnée à l'origine $\beta = \ln(X_0(1 - r_{sk}))$

La charge ultime vaut alors

$$\widehat{U}_N = X_0 = \frac{\exp(\beta)}{1 - \exp(\alpha)} \quad (3.13)$$

Il est également possible d'estimer une queue de développement à l'ultime comme pour les deux méthodes précédentes. Pour cela, en reprenant l'hypothèse que $X_{N,m}$ est le dernier montant de prestations incrémental connu sur le contrat, nous avons

$$\widehat{U}_N = T_m \cdot \sum_{j=0}^m X_0 \cdot (1 - r_{sk}) \cdot r_{sk}^j$$

Et donc $T_m = \frac{1}{1 - r_{sk}^{m+1}}$ puisque $\widehat{U}_N = X_0$ et que $\sum_{j=0}^m cq^j = \frac{cq^{j+1} - c}{q - 1}$ (suite géométrique).

3.3 Estimation de l'erreur de prédiction par le *bootstrap*

La méthode bootstrap a été introduite par Efron en 1979 pour pouvoir estimer l'erreur de prédiction lors du calcul d'un estimateur (Efron, 1979). Par la suite, cette méthode a été adaptée à plusieurs reprises, notamment pour le provisionnement. Dans notre cas, l'objectif est d'obtenir non pas une estimation de la charge finale \widehat{U}_i , mais d'en obtenir tout un échantillon : $\{\widehat{U}_1, \dots, \widehat{U}_N\}$ avec $N \in \mathbb{N}$.

La méthode Bootstrap telle que décrite par Renshaw et Verrall a l'avantage d'être située dans le cadre des *Generalized Linear Model* (GLM) (P.England et R.Verral, 1999). Cela permet de déduire des formules analytiques pour estimer les erreurs de prédiction lors de l'estimation de la charge ultime.

Le principe du bootstrap est le suivant : d'un échantillon de K observations de variables indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.) (X_1, X_2, \dots, X_K) , on souhaite créer N nouveaux échantillons. Pour cela, il s'agit de tirer aléatoirement avec remise K observations de l'échantillon initial. On parle alors de ré-échantillonnage.

Cette méthode vient donc en complément des autres méthodes présentées jusqu'à présent. Ci-dessous est décrit le protocole à suivre pour obtenir une estimation bootstrap de l'erreur de prédiction :

- Calculer les coefficients de développement \widehat{f}_j par l'algorithme dont l'erreur de prédiction est à estimer, c'est-à-dire le Chain Ladder, le Chain Ladder avec méthode complémentaire ou les méthodes par *curve fitting*.
- Calculer le triangle théorique : partir de la diagonale (ou, dans notre cas, les C_{i,a_i}) et appliquer les facteurs \widehat{f}_j par récursion inverse. Nous obtenons le triangle des $\widehat{C}_{i,j}$
- Décumuler le triangle théorique. Nous obtenons le triangle des $\widehat{X}_{i,j}$
- Calculer les résidus de Pearson standardisés $r_{i,j}$:

$$\forall 1 \leq i \leq I, \forall 1 \leq j \leq a_i, r_{i,j} = \frac{X_{i,j} - \widehat{X}_{i,j}}{\sqrt{\widehat{X}_{i,j}}}$$

- Effectuer la boucle itérative :
 - Effectuer un ré-échantillonnage sur les résidus. Nous obtenons alors un nouveau triangle de résidus, noté $(r_{i,j}^*)$. Ensuite, il s'agit de résoudre l'équation suivante :

$$r_{i,j}^* = \frac{X_{i,j}^* - \widehat{X}_{i,j}}{\sqrt{\widehat{X}_{i,j}}}$$

Nous obtenons ainsi le triangle "bootstrappé" des prestations décumulées $(X_{i,j}^*)$. Cumuler ce triangle pour en déduire le triangle "bootstrappé" des prestations cumulées $(C_{i,j}^*)$.

- Appliquer la méthode d'estimation étudiée sur le triangle $(C_{i,j}^*)$.
- Stocker dans une liste l'estimation de la charge ultime obtenue
- Répéter la boucle itérative N fois.

Schématiquement, voici les étapes qui ont été décrites ci-dessus :

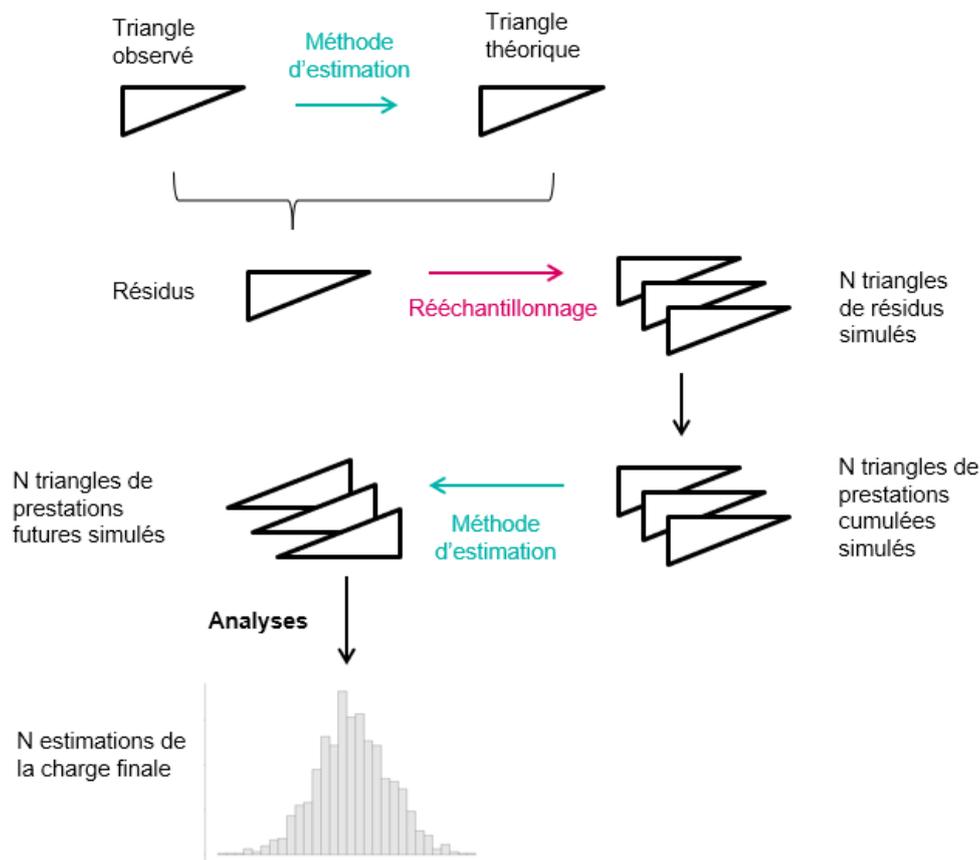


FIGURE 3.7 – Schéma du protocole Bootstrap pour estimer la charge ultime

Le ré-échantillonnage a été appliqué sur les résidus pour respecter l'hypothèse de variable i.i.d.. Les résidus de Pearson sont de meilleurs candidats vis-à-vis de cette hypothèse que les montants de prestations décumulées $(X_{i,j})$ ou les montants de prestations cumulées $(C_{i,j})$ (Efron et Tibshirani, 1993).

L'adaptation de la méthode Bootstrap à la problématique de cette étude suit la même logique que dans le schéma présenté en section 3.5. A partir du triangle de prestations cumulées du segment auquel

appartient le contrat, nous calculons les \widehat{f}_j (étape (1) du schéma 3.8 ci-dessous). Ensuite, on applique une récursion inverse au triangle du contrat étudié pour en obtenir son triangle théorique. De là sont calculés les résidus standardisés, le ré-échantillonnage effectué et N triangles de prestations du contrat sont simulés (2). Enfin, la méthode utilisée dans le calcul des \widehat{f}_j est utilisée sur ces N triangles pour obtenir N estimations de charge finale du contrat (3).

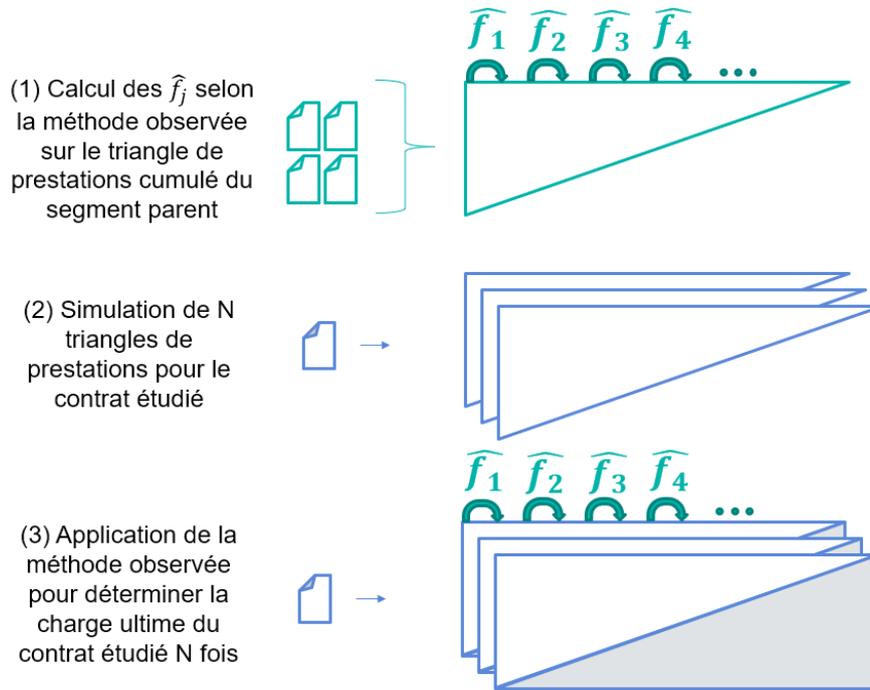


FIGURE 3.8 – Adaptation de la procédure bootstrap

A l'issue de toutes ces étapes on obtient l'ensemble des prédictions de la charge ultime $\{\widehat{U}_1, \dots, \widehat{U}_N\}$. Il est alors possible d'établir l'erreur de prédiction de cet ensemble en calculant son écart-type. De plus, un intervalle de confiance de l'estimation est déductible de ces résultats. Pour cela, il faut déterminer le quantile empirique à $\frac{\alpha}{2}$ et à $1 - \frac{\alpha}{2}$ de la liste d'estimations, avec α le niveau de confiance de niveau $1 - \alpha$.

L'erreur de prédiction se dissocie de l'erreur de modèle. L'erreur de modèle vise à mesurer l'adéquation entre les hypothèses du modèle utilisé et les données réelles. Cette erreur est aussi mesurable à l'aide de la méthode bootstrap. Pour cela, c'est l'écart-type des prestations cumulées simulées issues de la partie (2) de la figure 3.8 qui doit être calculé. En effet, les simulations obtenues dans l'étape (2) ne dépendent que des résidus obtenus à l'aide des différences entre triangles observés $X_{i,j}$ et triangles théoriques $\widehat{X}_{i,j}$. Or, plus les différences entre ces deux triangles sont fortes, plus les résidus sont grands, et donc plus les montants de prestations simulés varient.

3.4 Estimation de la queue de développement

Appliquer les méthodes basées sur le Chain Ladder nécessite à minima un exercice de surveillance entièrement consolidé. Sans cela, la méthode est incapable d'estimer une charge ultime, puisqu'elle ne peut pas déterminer les coefficients de développement \widehat{f}_j pour des j avancés.

Le risque IT ne disposant d'aucun exercice de survenance entièrement consolidé, l'estimation d'une queue de développement devient nécessaire à l'ultime. De plus, une anomalie dans la ventilation des prestations après 6 années de développement nous a amené à ajuster l'approche envisagée.

En effet, afin de contourner ce phénomène, l'approche finale retenue est de séparer l'estimation en deux étapes :

- Estimation de la charge en prestations cumulées jusqu'à 6 ans via les méthodes de cadencement présentées en partie 3.2, en s'appuyant sur l'historique disponible dans la limite de 6 années de développement.
- Estimation de la charge ultime à l'aide d'un facteur de développement à l'ultime. Ce facteur sera calculé soit par les méthodes *curve fitting*, soit par l'utilisation des tables réglementaires. Il sera unique à la maille segment.

C'est ce dernier point qui sera traité au long de cette partie. Voici l'approche proposée schématiquement :

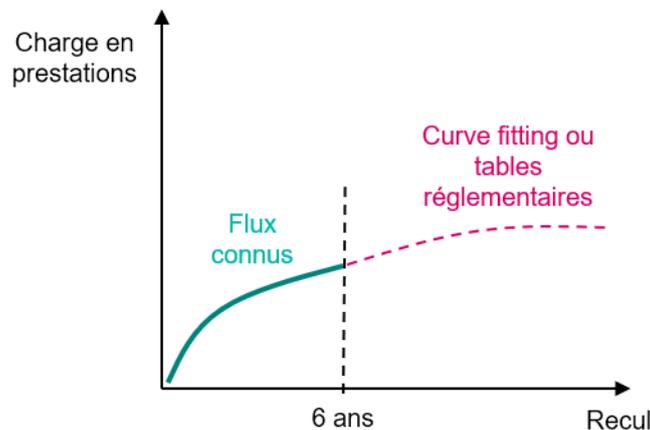


FIGURE 3.9 – Méthodologie de consolidation d'un exercice de survenance

Cette partie mauve de la courbe revient à calculer un coefficient de queue de développement à l'ultime. En pratique, la consolidation d'exercice de survenance sur le risque IT ne sera effectuée que pour les exercices disposant de 6 ans de recul. Ainsi le coefficient de queue de développement à l'ultime est un coefficient qui, en le multipliant au montant de prestations cumulé (connu) à 6 ans, donne une estimation de la charge ultime en prestations.

Les sections qui suivent visent à expliquer les méthodologies d'estimation la partie mauve de la courbe ci-dessus, ou plutôt le coefficient de queue de développement à l'ultime associé.

3.4.1 *Curve fitting*

Les méthodes appliquées dans la partie 3.2.4 peuvent être appliquées pour estimer la queue de développement à l'ultime d'un exercice de survenance.

En effet, il s'agit d'ajuster les approches en utilisant les données à la maille du segment plutôt que du contrat. Ensuite, les calculs de T_m détaillés dans la section indiquée correspondent à l'estimation recherchée, à savoir le coefficient de queue de développement à l'ultime (dans notre cas, $m = 72$ car $72 = 12 \text{ mois} \cdot 6 \text{ ans}$).

3.4.2 Utilisation des tables règlementaires

Cette section repose sur l'hypothèse suivante : **à six ans de recul, la part en sinistres inconnus est nulle**. Cela signifie que la Provision pour Sinistres Non Connus (PSNC) est nulle, et que la seule provision à estimer est la Provision Mathématique pour Sinistres Connus (PMSC).

Puisque la consolidation des exercices de survénances est réalisée après six années de recul, il ne reste plus que des têtes en invalidité dans les données sinistrées. La table réglementaire du maintien en invalidité du BCAC est une table donnée pour un âge d'entrée maximum de 61 ans. CNP Assurances proposant aussi des garanties couvrant l'invalidité jusqu'à l'âge de 65 ans (voir 67 ans pour les personnes n'ayant pas cumulé tous leurs trimestres), la table utilisée pour le calcul des PMSC est la table du BCAC prolongée grâce à la table TD 8890 aggravée.

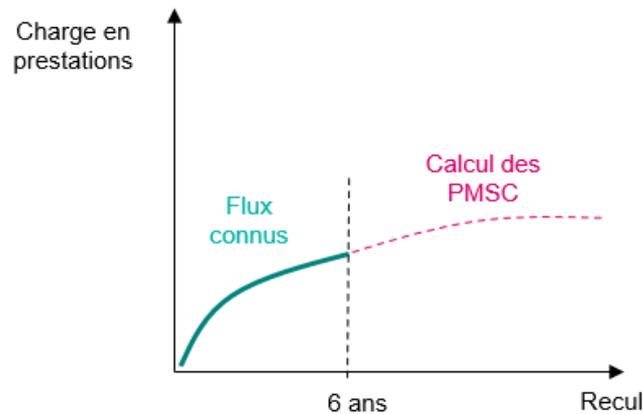


FIGURE 3.10 – Méthodologie de consolidation d'un exercice de survénance par les PMSC

Le calcul du montant de PMSC à 6 ans est réalisé via un outil interne. Nous pouvons en déduire le montant de T_m , le facteur de queue de développement à l'ultime, de la manière suivante :

$$T_m = \frac{C_{i,m} + \text{PMSC}}{C_{i,m}}$$

L'estimation du montant de charge à l'ultime est alors $C_{i,m} + \text{PMSC}$.

L'ensemble de ces méthodes sont mises en application dans le chapitre suivant. Ces applications s'appuieront sur le concept de *back-testing* ainsi que sur des métriques qui seront présentés dans les deux premières parties de ce chapitre.

Chapitre 4

Applications

Ce chapitre a pour but de mettre en application les méthodes décrites dans le chapitre 3 via *back-testing*. Ce processus nous permettra de mesurer la qualité des prédictions produites. Deux métriques d'analyse des résultats sont introduites, dans le but de classer les différentes méthodes entre elles et de retenir la plus robuste, en addition de la méthode Bootstrap déjà présentée, à savoir :

- Le *Rooted Mean Squared Error* (RMSE), permettant de mesurer l'écart entre les valeurs prédites et les valeurs réelles
- Le F1-Score, afin de quantifier la réussite des différentes méthodes sur l'exercice d'identification des contrats en dérive.

4.1 *Back-testing*

4.1.1 Définition du *back-testing*

Le *back-testing* consiste à valider un modèle en comparant ses résultats aux valeurs réelles ou aux estimations les plus récentes. Il s'agit d'appliquer le modèle en se positionnant dans les conditions du passé notamment en termes d'informations connues. Historiquement, cette méthode était surtout utilisée par les institutions financières afin de tester la pertinence de stratégies d'investissement ou de spéculation sur les marchés financiers.

4.1.2 Cadre d'application des méthodes

Cette partie vise à présenter le cadre et les différentes hypothèses retenues pour la réalisation du *back-testing* des méthodes d'estimation de la partie 3.

Dates utilisées pour le *back-testing*

Risque FSS

Les données les plus à jour à notre disposition sont arrêtées à Juin 2021. L'historique de données disponible concernant le risque FSS remonte à l'exercice de survenance 2013. Pour rappel nous avons établi qu'un exercice de survenance peut être considéré consolidé à partir de deux années de recul

(2.3.2). Ainsi, le *back-testing* relatif au risque FSS consistera à comparer les prédictions des méthodes retenues aux valeurs réelles des S/PP des contrats en portefeuille pour l'exercice de survenance 2019, l'exercice le plus récemment consolidé :

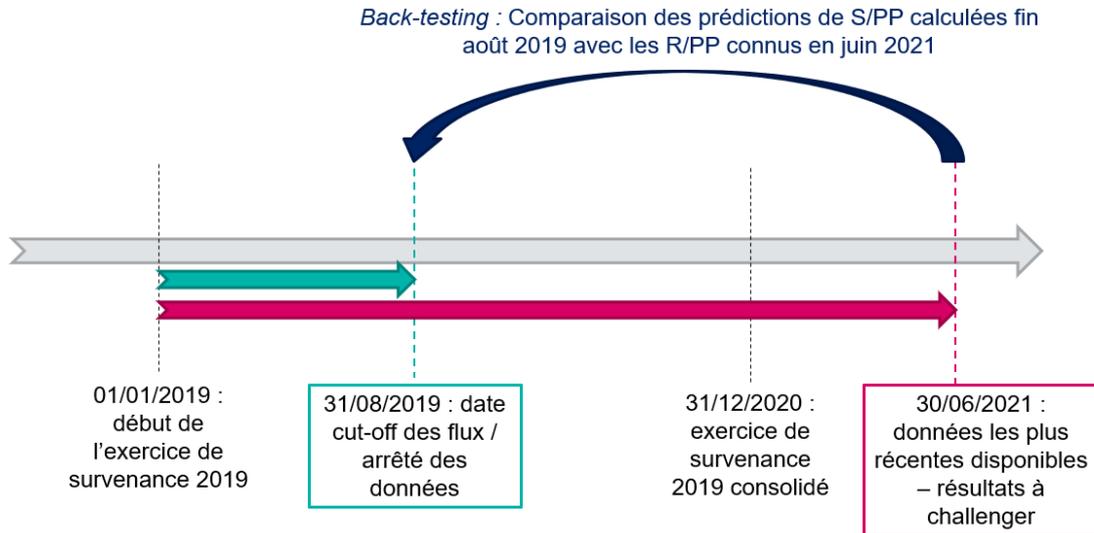


FIGURE 4.1 – Dates et données utilisées pour *back-tester* les estimations de charge ultime FSS

Risque IT

L'historique disponible concernant le risque IT ne permet pas d'obtenir un exercice de survenance entièrement consolidé. Ainsi, la stratégie de *back-testing* doit être adaptée. Rappelons que l'un des intérêts opérationnels de l'étude est de pouvoir *challenge* les estimations de S/PP des équipes produits lors des Comités des Risques Techniques. L'actuariat des équipes commerciales, ou Business Unit (BU), produit chaque année des estimations de S/PP à la maille contrat. Ce sont ces estimations qui sont utilisées pour évaluer la performance des différentes méthodes d'estimation de dérive de sinistralité appliquées.

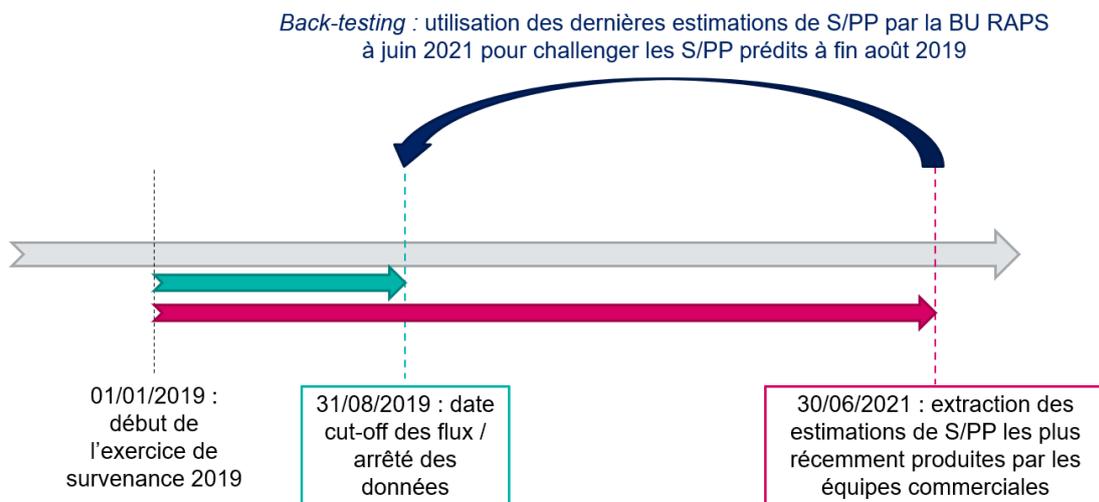


FIGURE 4.2 – Dates et données utilisées pour *back-tester* les estimations de charge ultime IT

Choix de l'indicateur de référence pour la méthode du Chain Ladder complémentaire

La section 2.3.2 a permis d'établir qu'un recul deux années de développement est suffisant pour consolider le S/PP d'un exercice de survenance donné concernant le risque FSS. De plus, la partie 3.2.2 relative à la méthode Chain Ladder complémentaire montre la nécessité de ne retenir qu'un exercice de survenance pour que la théorie développée soit valide, à condition que cet exercice soit stabilisé. Ainsi :

- Sur le risque FSS, c'est l'exercice N-2 qui est retenu comme indicateur de référence pour la construction des estimations N. Dans le cadre du *back-testing*, $N = 2019$, alors l'exercice de survenance retenu comme indicateur de référence est 2017.
- Sur le risque IT, l'exercice de survenance retenu comme indicateur de référence est l'exercice 2010. Il s'agit de l'exercice de survenance le plus récent susceptible d'être consolidé et pour lequel nous disposons d'une qualité de donnée satisfaisante¹. Les exercices de survenance antérieurs à 2010 ont été écartés de l'étude pour des questions de qualité des données (voir la section 2.4.2).

4.2 Présentation des métriques d'analyse des résultats

Les critères selon lesquels seront classées les différentes méthodes sont présentés dans cette section. Nous évaluerons dans un premier temps la précision des estimations de charge finale de chaque méthode afin de faire émerger la meilleure d'entre elles. Dans un second temps, nous comparerons les résultats de chaque méthode quant à leur capacité à détecter les contrats en dérive de sinistralité, notion qui sera définie dans cette partie.

4.2.1 Ecart entre valeur estimée et valeur réelle

La manière naturelle d'analyser la performance des méthodes est d'utiliser l'écart entre prédiction et valeur réelle (ou estimations des BU², voir la section 4.1.2) de la charge en prestations à l'ultime. Pour cela, la métrique de référence est l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM, ou plus traditionnellement MSE en anglais pour *Mean Squared Error*) :

$$\text{MSE} = \frac{1}{N_i} \sum_{k=1}^{N_i} (\widehat{U}_{i,k} - U_{i,k})^2$$

avec :

- N_i le nombre de contrats du segment étudié sur l'exercice de survenance i
- $\widehat{U}_{i,k}$ l'estimation de charge ultime en prestations du contrat k sur l'exercice de survenance i
- $U_{i,k}$ la valeur réelle finale de la charge ultime en prestations du contrat k sur l'exercice de survenance i

Notons que $(\widehat{U}_{i,k} - U_{i,k})$ correspond à l'erreur (en montant) de prédiction de la charge ultime sur le contrat k . Ainsi plus ces montants sont faibles, plus le MSE est faible, et donc meilleur est la méthode en matière de prédictions.

1. Sauf au delà de 6 ans de recul, c.f. partie 3.4.

2. *Business Unit*

Parfois, le RMSE, signifiant *Rooted Mean Squared Error*, est préféré au MSE. En effet, l'ordre de grandeur du RMSE est plus proche de celui de la variable à prédire que le MSE, en l'occurrence la charge ultime.

$$\text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}}$$

4.2.2 Dérive d'un contrat

Pour se replacer dans le contexte de l'étude, i.e. l'analyse de dérive, il faut introduire un autre critère d'analyse des résultats. En effet, si la charge ultime est le montant estimé par les méthodes de prédiction, elle ne suffit pas pour identifier les contrats en dérive.

Cette identification reposera à la fois sur le ratio S/PP et la perte technique estimée. Voici deux exemples illustrant la nécessité de combiner ces deux notions :

- Contrat à 10 000€ de prime pure et S/PP de 115% : en utilisant uniquement le S/PP pour caractériser la dérive de sinistralité, ce contrat pourrait être identifié comme en dérive de sinistralité. Sa perte technique est alors de $15\% \cdot 10\,000\text{€} = 1\,500\text{€}$. Ce montant de perte peut être jugé non significatif au regard du périmètre de contrat auquel il est rattaché.
- Contrat à 10 000 000€ de primes pures réalisant une perte technique de 100 000€ : si le seul critère de la perte technique est utilisé pour caractériser la dérive de sinistralité, alors ce contrat serait en dérive car le montant de perte pourrait être jugé significatif. Cependant, son S/PP n'est alors que de 101%. Ainsi, il est clair que la sur-sinistralité engendrant la perte technique de 100 000€ n'est peut-être due qu'à un phénomène aléatoire ne remettant pas en cause la juste tarification du contrat.

Il est donc nécessaire de combiner ces deux critères pour caractériser la dérive de sinistralité. Ainsi les niveaux retenus pour qualifier une dérive sont les suivants : si le S/PP¹ dépasse 105% ET que la perte technique est supérieure à 100 000€, le contrat est identifié comme étant en potentielle dérive de sinistralité.

Comment utiliser cela pour classer les algorithmes ?

Introduisons quelques notations. Pour chaque contrat, l'outil prédit si le contrat est susceptible d'être en dérive de sinistralité. De plus, pour chacun de ces contrats, nous connaissons soit la valeur réelle finale du S/PP (risque FSS), soit une estimation récente du S/PP provenant des Business Units (risque IT). Ainsi, en désignant les contrats en dérive comme "Positifs" (signalés par un "1" dans les programmes) et ceux n'étant pas en dérive comme "Négatifs" ("0"), nous pouvons segmenter l'ensemble des contrats de la manière suivante :

1. Estimé ou réel, selon ce qui est analysé

Acronyme	Valeur prédite	Valeur réelle	Signification
VP	1	1	Vrai Positif : Contrat prédit en dérive et étant réellement en dérive au regard des données réelles
FP	1	0	Faux Positif : Contrat prédit en dérive et n'étant pas en dérive au regard des données réelles
VN	0	0	Vrai Négatif : Contrat prédit non en dérive et n'étant pas en dérive au regard des données réelles
FN	0	1	Faux Négatif : Contrat prédit non en dérive et étant en dérive au regard des données réelle

Plusieurs métriques peuvent être utilisées pour mesurer leur performance prédictive. La première mesure généralement utilisée est l'exactitude (*accuracy* en anglais). Elle correspond au total de prédictions correctes rapporté au nombre total de prédictions à effectuer. Notons ACC l'exactitude :

$$ACC = \frac{VP + VN}{VP + FP + VN + FN}$$

Une des principales limites de cette métrique est qu'elle n'est pas assez représentative des contrats en dérive réelle. En effet, notre portefeuille est composé majoritairement de contrats n'étant pas en dérive de sinistralité. Ainsi, la précision est majoritairement calculée à partir de ces contrats (les "Négatifs"), et ne reflète pas suffisamment la qualité de prédiction des dérivés.

Introduisons alors les deux autres métriques suivantes, plus plébiscitées car facilement interprétables : la précision (*precision* en anglais, que nous noterons PRE) et le rappel (*recall* en anglais, que nous noterons REC).

La précision correspond à la pertinence des prédictions de dérive. Elle répond à la question "Sur les contrats identifiés par la méthode comme en potentielle dérive de sinistralité, combien ont réellement dérivés?". La formule de calcul de la précision est :

$$PRE = \frac{VP}{VP + FP}$$

Le rappel mesure le pourcentage de contrats que la méthode a bien identifié comme en dérive potentielle de sinistralité parmi les contrats réellement en dérive de sinistralité. Il répond à la question : "Sur les contrats qui ont connu une dérive de sinistralité, combien la méthode de prédiction en aurait-elle détecté?". La formule de calcul du rappel est :

$$REC = \frac{VP}{VP + FN}$$

Nous verrons en partie 4.4.4 qu'il est possible qu'une méthode ait une exactitude de 80% mais une précision et/ou un rappel de moins de 50%, d'où l'intérêt de ces deux nouvelles mesures.

Cependant, avoir plusieurs métriques peut rendre difficile la conclusion. Supposons qu'une méthode ait une précision élevée (proche de 1) mais un rappel faible (proche de 0), et que ce soit le scénario inverse pour l'autre méthode ; comment sélectionner la meilleure ? C'est à cette problématique que le F1-Score (noté F1) apporte une réponse.

$$F1 = \frac{2 \cdot PRE \cdot REC}{PRE + REC} = \frac{2 \cdot VP}{2 \cdot VP + FP + FN}$$

Le F1-Score est la moyenne harmonique entre la précision et le rappel. Plus il s'approche de 1, meilleure est la méthode. Inversement, plus il est proche de 0, et moins la méthode sera capable de répondre correctement à la problématique. C'est une mesure classiquement utilisée dans les problèmes de prédiction tels que celui-ci. Elle est cependant plus difficilement interprétable, car elle ne peut par exemple pas être synthétisée par une question simple comme la précision ou le rappel.

4.3 Validation des hypothèses du Chain Ladder

Avant de mettre en application le Chain Ladder, il faut valider l'hypothèse nécessaire à sa bonne utilisation, à savoir l'équation 3.1 :

$$E[C_{i,j+1}|C_{i,1}, \dots, C_{i,j}] = C_{i,j}f_j, \forall 1 \leq i \leq I \text{ et } \forall 1 \leq j \leq J \quad (3.1)$$

Une approche afin de valider cette hypothèse est l'étude de l'alignement des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1}), \forall 1 \leq i \leq I$ à un j donné et fixé. L'ensemble de ces couples à j fixé doit former une droite passant par l'origine.

Voici, pour le risque FSS, les courbes de régression obtenues en traçant les couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ pour $j = 1, 2, 3$:

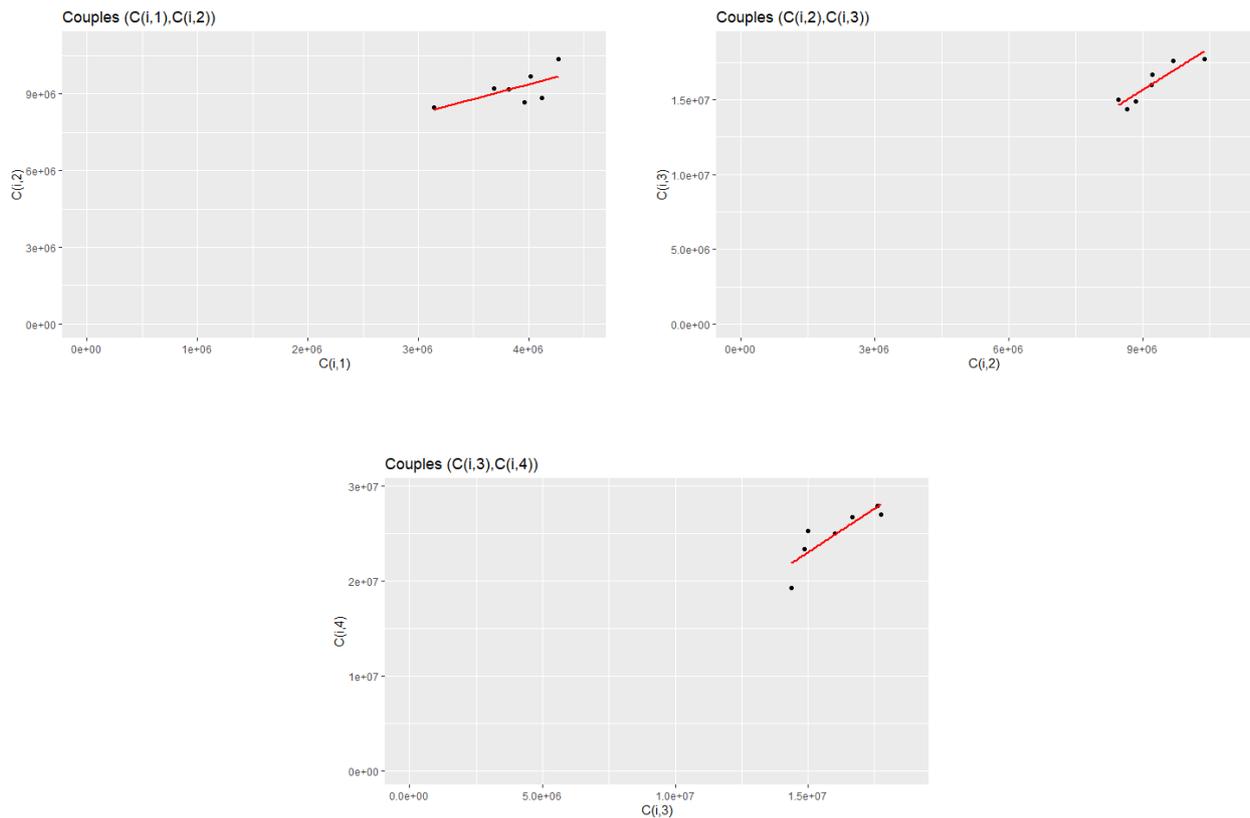


FIGURE 4.4 – Courbes de régression des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ pour $j = 1, 2, 3$ sur le risque FSS

En complément, les courbes obtenues pour j allant de 1 à 12 se trouvent en annexe B.1.

L'ensemble de ces courbes valident l'hypothèse centrale du Chain Ladder (équation 3.1), car les points les constituants sont bien alignés et qu'elles semblent bien passer par l'origine. La seule courbe pour lesquelles des réserves sont à émettre est la courbe pour $j = 1$, pour laquelle l'ordonnée à l'origine

semble éloignée de 0. Cependant, il s'agit de la courbe comparant les montants de prestations connus 0 et 1 mois de recul. Ainsi, puisque c'est la courbe la plus volatile, l'hypothèse est tout de même considérée comme étant validée.

Cet exercice est à répéter sur le risque IT. Voici les courbes obtenues sur ce risque pour $j = 1, 2, 3$:

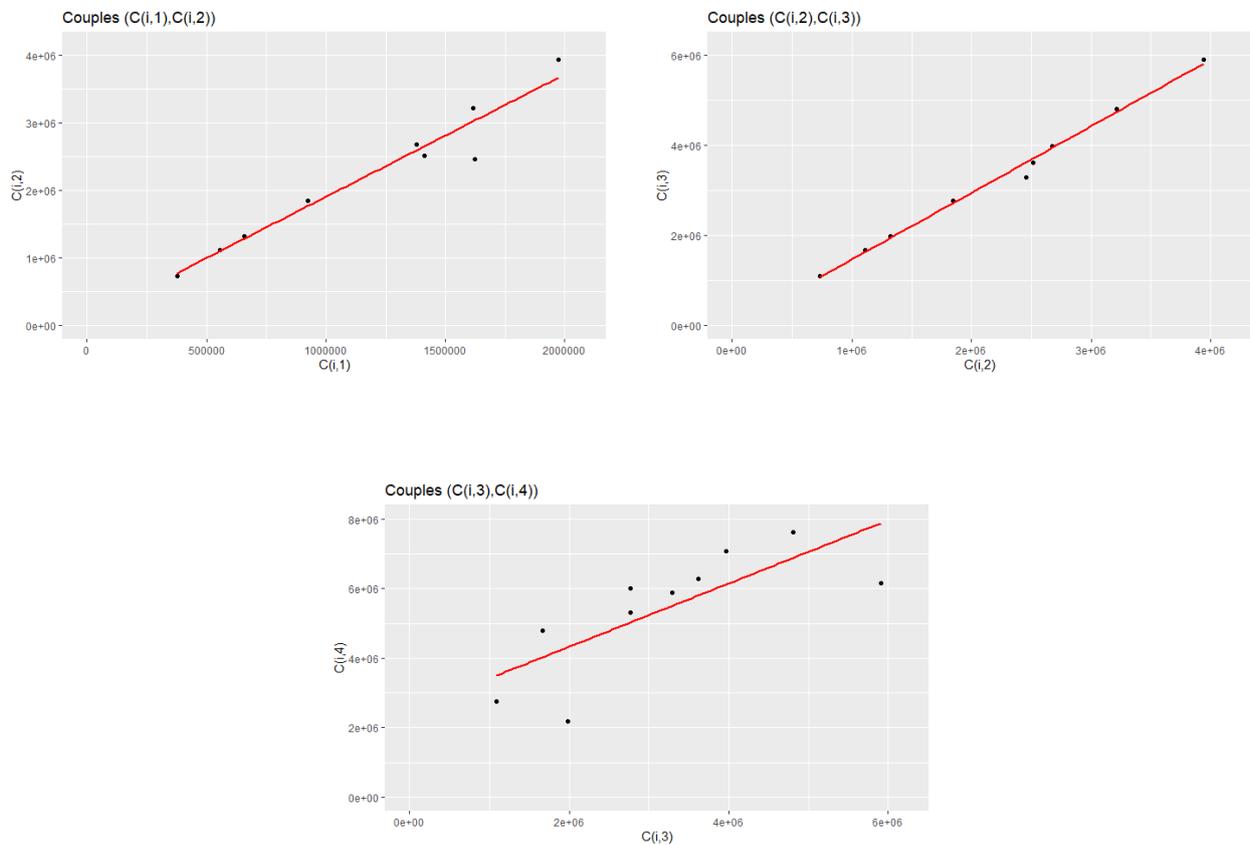


FIGURE 4.6 – Courbes de régression des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ pour $j = 1, 2, 3$ sur le risque IT

En complément, les courbes obtenues pour j allant de 1 à 12 se trouvent en annexe B.2.

L'ensemble de ces courbes valident l'hypothèse centrale du Chain Ladder (équation 3.1) sur le risque IT, car les points les constituants sont bien alignés et qu'elles semblent bien passer par l'origine.

4.4 Résultats des différentes méthodes

Dans cette partie, nous allons mettre en application les métriques citées dans la partie 4.2 afin de déterminer la ou les méthodes à retenir.

4.4.1 Erreur de prédiction de la charge finale Santé

Dans un premier temps nous calculons le MSE et le RMSE de chaque méthode à la maille segment. Commençons par le segment Affaire Directe sur la Santé :

	Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Sherman
MSE	4,81E+10	3,87E+10	4,01E+12	3,66E+12
RMSE	219 350	196 691	2 003 161	1 914 413

FIGURE 4.7 – MSE et RMSE des différentes méthodes implémentées sur le segment Affaire Directe en Santé

La méthode Chain Ladder avec méthode complémentaire dispose du meilleur RMSE. Afin de mieux appréhender les méthodes entre elles, vous trouverez ci-dessous les ratios des RMSE des méthodes implémentées divisés par celui de la méthode Chain Ladder avec méthode complémentaire :

Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Sherman
1,12	1,00	10,18	9,73

FIGURE 4.8 – Comparaison des RMSE avec celui du Chain Ladder – méthode complémentaire

Ainsi la méthode Chain Ladder classique dispose d'un RMSE 12% supérieur à celui du Chain Ladder complémentaire, faisant du Chain Ladder complémentaire la meilleure méthode au regard de cette métrique. Elle est de plus plus précise que les méthodes par *Exponential Decay* et de Sherman, puisqu'elle procure des résultats jusqu'à 10 fois plus exacts que ces méthodes au sens du RMSE.

Notons que les MSE et RMSE des méthodes par *Exponential Decay* et Sherman sont à lire avec un regard critique. En effet, sur de nombreux contrats, ces deux méthodes sont par construction dans l'incapacité de produire des résultats. La méthode par *Exponential Decay* consiste à effectuer la régression des $\ln(v_j)$ ¹ en fonction de j , avec j les mois de développement. Ainsi, s'il n'y a pas de nouvelles prestations incrémentales entre deux mois de développement j' et $j' + 1$, $v_{j'} = 0$ et donc $\ln(v_{j'})$ n'est pas définie. Cette situation est fréquente sur des contrats contenant peu d'assurés comme des contrats assurant des TPE/PME, impliquant de faibles volumes de primes et de prestations, i.e. où la volatilité des prestations mensuellement réglées est élevée. Ces mêmes $\ln(v_j)$ interviennent aussi dans la méthode de Sherman et sont responsables d'erreurs similaires.

De plus, parmi les contrats sur lesquels la régression aboutit, un écrêtement est réalisé afin d'écarter les résultats aberrants de l'analyse. Les contrats où les prestations cumulées ne convergent pas vers un

1. Rappel : $f_j = 1 + v_j$, avec f_j les facteurs de développements.

montant fixe sont ainsi écartés. Ainsi, le pourcentage des contrats sur lesquels les différentes méthodes ont pu délivrer une estimation sont :

Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Sherman
100%	100%	76%	48%

FIGURE 4.9 – Pourcentages des contrats sur lesquels une estimation a pu être produite

Nous pouvons aussi appliquer la méthode Bootstrap pour analyser l'erreur de prédiction de chacune des méthodes :

	Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Sherman
Erreur de prédiction Bootstrap	51 828,32	49 925,77	16 871,94	29 808,40

FIGURE 4.10 – Erreur de prédiction Bootstrap

Ici, les résultats de l'erreur de prédiction Bootstrap pour les méthodes de Sherman et Exponential Decay semblent meilleurs que les méthodes Chain Ladder, mais contiennent un biais significatif. En effet, l'erreur de prédiction Bootstrap est calculée seulement à partir des proportions de contrats indiquées figure 4.9. Or, ces contrats sont, dans le cas de l'Exponential Decay et de Sherman, les contrats qui n'ont pas provoqués d'erreurs et qui ont été conservés suite à l'écrêtement. Ainsi, il est cohérent de constater que l'erreur de prédiction de ces deux méthodes est plus faible.

Néanmoins, l'utilisation de ces deux méthodes n'est pas possible en pratique étant donné le constat dressé par la figure 4.9. Ainsi, c'est la méthode Chain Ladder - méthode complémentaire qui se dégage, tant sur l'erreur de prédiction Bootstrap que sur les RMSE calculés figure 4.7.

	Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Sherman
Erreur de modèle Bootstrap	19 665	19 276	11 432	4 733

FIGURE 4.11 – Erreur de modèle Bootstrap

Sur ce dernier critère, les méthodes Chain Ladder et Chain Ladder complémentaire aboutissent à des résultats similaires. Cela montre que les deux cadences de référence utilisées (2017 pour la méthode complémentaire contre tout l'historique disponible pour la méthode classique) par les deux méthodes s'ajustent aussi bien aux coefficients de développement connus sur les différents contrats. Par ailleurs, comme décrit plus haut et illustré par la figure 4.9, les erreurs de modèles des méthodes par *curve fitting* sont logiquement meilleures. Cependant, elles ne peuvent être comparées à celles des méthodes Chain Ladder, car elles ne sont pas exploitables sur une part non négligeable des contrats.

Aucuns résultats n'ont été représentés concernant la méthode de Skurnick. En effet cette méthode

échoue sur plus de 91% des contrats à fournir une estimation cohérente. Ce chiffre se décompose en :

- 32% des contrats sur lesquels la régression ne peut aboutir
- 49% des contrats sur lesquels la régression aboutit mais la charge à l'ultime estimée est négative
- 10% de contrats où l'estimation est aberrante car trop élevée (charge finale estimée supérieure d'au moins 50 fois au montant de prestation connu).

La régression n'aboutit sur aucun résultat si une des valeurs $X_{N,j}$ ¹ est nulle, car le logarithme népérien de cette valeur n'est alors pas défini. Donc, un montant de prestation nul sur un mois implique une erreur. Or le segment AFD étant composé d'un certain nombre d'affaires avec peu de têtes assurées, une somme des prestations nulle sur un mois de survenance donné est fréquente. D'où ce premier taux de 32% d'erreurs.

La part de 49% est due à une régression qui aboutit, mais est erronée, car l'estimation de charge ultime est négative. L'analyse de l'équation 3.13 montre que l'estimation de charge ultime est négative sur la méthode de Skurnick lorsque $exp(\alpha) > 1$, donc lorsque $\alpha > 0$, c'est à dire si $ln(r_{sk}) > 0$. Ce dernier coefficient découle directement de la régression effectuée par la méthode : c'est la pente de la régression.

Ainsi, le choix effectué est de ne pas retenir la méthode de Skurnick pour le risque Santé, car elle n'est exploitable que sur 9% des contrats du portefeuille AFD.

4.4.2 Calcul du facteur de queue sur le risque Incapacité-invalidité

Pour obtenir des résultats pertinents via les méthodes de cadencement, il est préférable de disposer d'au moins un exercice de survenance dont la totalité ou quasi-totalité des prestations ont été réglées. La durée longue du risque IT et les problématiques de données évoquées ne nous permettent pas de disposer de la consolidation d'un exercice de survenance. L'approche présentée en section 3.4.2 consiste à consolider un ou plusieurs exercices de survenance en déterminant un coefficient de queue de développement à partir de 6 ans de recul. Ainsi nous calculerons les PMSC à partir de données sur les personnes sinistrées arrêtées à différentes dates et des tables réglementaires.

Pour rappel, le critère de segmentation retenu sur le risque IT est le code produit. Un code produit est composé de plusieurs contrats. La multiplicité des clients et la part importante de délégation de gestion ne permettent pas de récupérer les données sinistrées par code produit à un format standardisé².

Un travail manuel de récupération et retraitement des données a été ainsi réalisé sur un échantillon représentatif de contrats composant le produit C. En effet, ce produit est composé de moins de clients que la plupart des autres produits, et il contient une sous-partie de contrats à la prime pure significative. Cet ensemble de quatre contrats représente sur chaque exercice de survenance à partir de 2012 plus de 50% de la prime pure totale du produit en question.

Si cet échantillon est considéré comme étant suffisamment représentatif de l'ensemble du produit, alors nous pouvons émettre l'hypothèse selon quoi le facteur de queue de développement du produit retenu est égal à celui calculé sur cet échantillon. L'échantillon identifié représente plus de 50% du produit, ce qui est jugé comme suffisamment représentatif de l'ensemble du produit. Néanmoins, sur les quatre contrats constituant cet échantillon, deux contrats ont une date de prise d'effet au 1^{er} Janvier 2012. Ainsi, pour les exercices de survenance 2010 et 2011, cette hypothèse simplificatrice n'est pas exploitable.

1. Montant de prestation sur l'exercice de survenance N et le mois de développement j

2. Ces données sont transmises annuellement par chaque partenaire, voir la partie 2.4.1

Exercice d'assurance	Poids en prime pure
2012	55,05%
2013	59,98%
2014	59,30%
2015	58,43%
2016	60,08%
2017	51,04%
2018	50,90%
2019	59,58%
2020	58,63%

FIGURE 4.12 – Poids en prime pure des contrats retenus pour calculer le facteur de queue de développement

La suite de l'étude se focalise ainsi sur le produit C.

Les derniers comptes clients réalisés auxquels ces contrats sont rattachés sont les comptes au 31/12/2019. La dernière photo des données sinistrées pour ce périmètre est ainsi fait à cette date. Compte tenu de la problématique indiquée précédemment, l'approche alternative proposée intervient à partir de 6 ans de recul. Il est ainsi possible d'estimer la charge restante relative à ces 4 contrats en calculant les PMSC des exercices de survenance 2012, 2013 et 2014.

Les facteurs de queue de développement déterminés pour ces trois exercices de survenance sont :

Exercice survenance	R/PP à 6 ans	S/PP estimé avec ajout des PMSC	Facteur de queue à l'ultime
2012	71%	95%	1,33
2013	74%	102%	1,37
2014	76%	104%	1,37

FIGURE 4.13 – Facteur de queue de développement – exercices de survenance 2012 à 2014

Le facteur de queue de développement retenu est la moyenne des deux dernières années. En effet, au vu des résultats il semble y avoir une dégradation de la sinistralité à partir de 2013. Le facteur de queue de développement utilisé vaut ainsi **1,371**.

L'autre approche pour calculer le facteur de queue de développement a été présenté en section 3.4.1 : ce sont les méthodes par *curve fitting*. Il semble naturel d'effectuer les différentes régressions sur l'exercice de survenance 2010. En effet, nous disposons d'un recul important au titre de cet exercice de survenance, ce qui devrait accroître la qualité des résultats obtenus via les méthodes de régressions. Les facteurs de queue de développement calculés selon les différentes méthodes présentées sont les suivants :

	Exponential Decay	Sherman	Skurnick	PMSC
Facteur de queue	1,01	1,1	0,86	1,371

FIGURE 4.14 – Facteurs de queue de développement avec régression effectuée sur l'exercice de survenance 2010

Et voici l'allure des régressions effectuées dans le cas des méthodes par *curve fitting* :

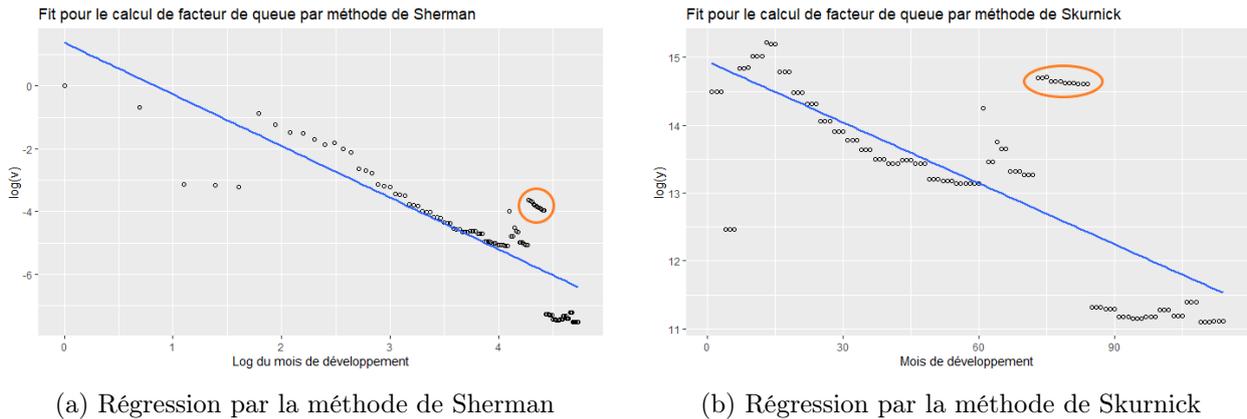


FIGURE 4.15

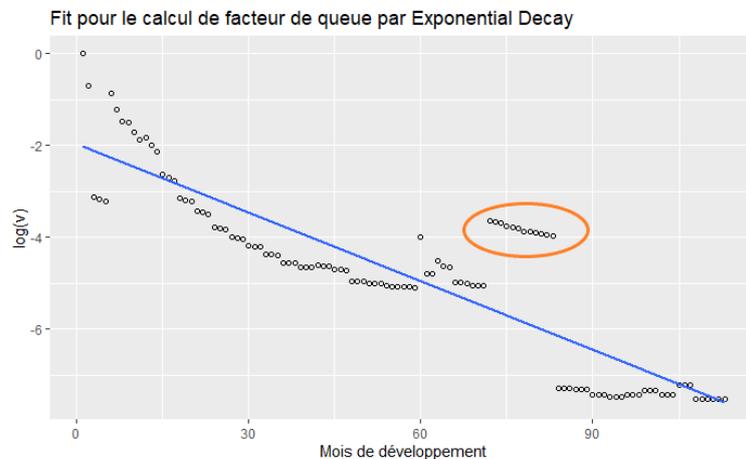


FIGURE 4.16 – Régression par la méthode de l'Exponential Decay

Les facteurs de queue de développement obtenus sont éloignés du niveau calculé via les PMSC. Cette dernière valeur semble cependant plus réaliste.

Cependant, il existe deux axes majeurs d'amélioration. D'une part, les régressions pourraient être effectuées sur l'exercice de survenance 2012. En effet, comme mentionné plus tôt, deux parmi les quatre contrats utilisés dans le calcul du coefficient de queue par les PMSC ont pour date de prise d'effet 2012. Or, ces contrats ont un poids en primes pures représentent 33% de la prime pure totale du produit C en 2012. Ils ont ainsi un impact significatif sur le triangle de prestations du segment au global, et donc sur les régressions effectuées. Par conséquent, effectuer les régressions sur l'exercice de survenance 2012 pourrait améliorer les facteurs de queue de développement obtenus à ce stade.

D'autre part, il est possible de modifier la période de temps utilisée dans les régression. Plutôt que de considérer l'ensemble des données du mois 1 au recul maximal (c'est à dire utiliser les $X_{i,j}$ pour $1 \leq j \leq J$), il est possible de se restreindre à un nombre réduit de mois. Par exemple, les 36 premiers mois (3 premières années) peuvent être ignorés, car ils sont composés en majorité de prestations associées à de l'incapacité. Ainsi, les régressions seraient calculées en majorité à partir de règlements de sinistres d'invalidité. Notamment, la figure 4.15a en témoigne, puisqu'il semble que cette régression pourrait être améliorée en retirant les premiers points.

Toujours sur cet axe d'amélioration, sur les figures 4.16 et 4.15b, les points correspondants aux mois 72 à 84 semblent anormalement élevés par rapport aux points les entourant. Ils sont identifiés dans les figures par un ovale orange. Ils correspondent à la sixième année de développement des sinistres, déjà identifiée précédemment comme présentant un caractère atypique. Ces derniers pourraient ainsi être supprimés de la régression.

Exercice de survénance pour la régression	Période de temps utilisée pour la régression	Exponential Decay	Sherman	Skurnick	PMSC
2010	1 - fin	1,01	1,102	0,855	1,371
	37 - fin	1,002	1,082	0,9	1,371
	0 - 71 et 85 - fin	1,006	1,065	0,755	1,371
2012	1 - fin	1,029	1,193	0,938	1,371
	37 - fin	1,045	1,379	1,08	1,371
	0 - 71 et 85 - fin	1,007	1,114	0,863	1,371

FIGURE 4.17 – Différents facteurs de queues calculés

La figure 4.17 recense les différents résultats obtenus en explorant les axes d'amélioration évoqués. Le facteur de queue de développement utilisant les PMSC est celui de référence, c'est-à-dire celui qui à priori est le plus proche de la réalité. La méthode par *curve fitting* la plus satisfaisante est la méthode de Sherman. Cela conforte la conjecture faite dans l'étude produite par la *Casualty Actuary Society* (CAS) (Herman *et al.*), selon laquelle cette méthode convient généralement mieux que les méthodes par Exponential Decay ou de Skurnick.

Ainsi, la régression effectuée sur la période allant du 37^{ème} mois de recul jusqu'à la fin de l'exercice de survénance 2012 aboutit à un résultat similaire à celui utilisant les PMSC : 1,379 contre 1,371. De même, les autres facteurs de queue de développement calculés via la méthode de Sherman sur l'exercice de survénance 2012 produisent des résultats convenables au regard des autres méthodes : 1,193 et 1,114 contre au mieux 1,045 pour la méthode par Exponential Decay, et 1,08 pour la méthode de Skurnick. Notons d'ailleurs que la méthode de Skurnick produit les résultats les moins satisfaisants, avec des facteurs de queue de développement incohérents et inférieurs à 1 dans 83% des cas.

Voici les régressions obtenues sur l'exercice de survie 2012 en utilisant la période temps du 37ème mois jusqu'au recul maximal :



FIGURE 4.18

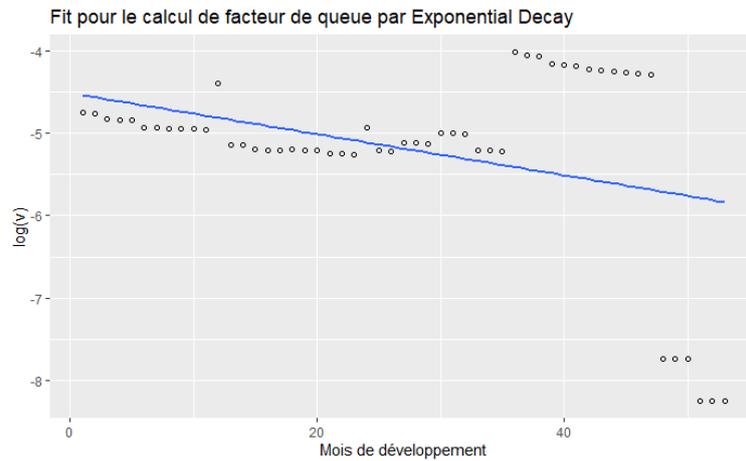


FIGURE 4.19 – Régression par la méthode de l'Exponential Decay

Et voici les régressions obtenues sur l'exercice de survenance 2012 en supprimant les points correspondants aux mois 72 à 84 :

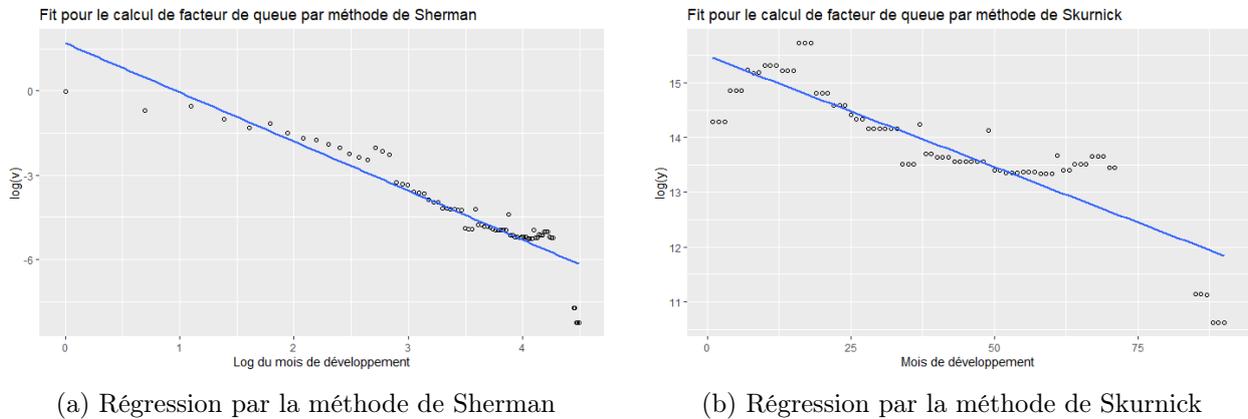


FIGURE 4.20

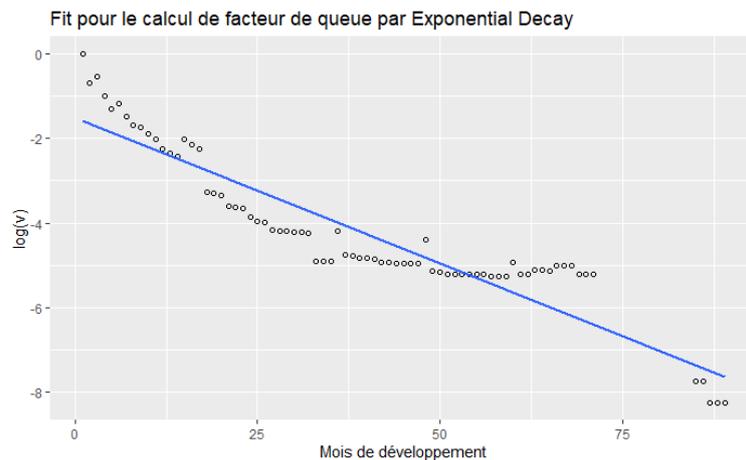


FIGURE 4.21 – Régression par la méthode de l'Exponential Decay

La méthode de Sherman est ainsi la plus adaptée dans notre cas d'étude, c'est-à-dire le calcul d'un facteur de queue de développement. Elle peut se révéler utile sur des segments où le volume de données disponibles est insuffisant. Surtout sur les risques courts, comme la santé, ou bien sur des risques IARD¹. Si une compagnie d'assurance de taille limitée lance un nouveau produit sur un de ces risques, et qu'elle détient une quantité restreinte de données, l'utilisation du Chain Ladder et des autres méthodes classiques de cadencement ne pourront être appliquées puisque les facteurs f_j ne seront pas calculables. Une alternative intéressante serait alors de calculer une provision à X ans, avec X le nombre d'années de recul déjà disponibles, et de compléter le résultat par un facteur de queue de développement calculé par la méthode de Sherman.

Dans le cadre de cette étude, le facteur de queue retenu est celui calculé par les PMSC (1,371). En effet, ce facteur de queue semble le plus pertinent.

1. IARD : Incendie, Accidents, Risques Divers

4.4.3 Erreur de prédiction de la charge finale Incapacité-invalidité

Après avoir appliqué les différentes méthodes d'estimation de la charge finale en prestations sur le risque Incapacité-invalidité, voici les RMSE calculés :

	Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Skurnick	Sherman
RMSE	5 547 790	6 643 245	12 573 961	/	6 602 900

FIGURE 4.22 – RMSE des différentes méthodes sur le risque Incapacité-invalidité

De même que sur le risque FSS, ces résultats sont obtenus au prix d'un écrêtement :

Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Skurnick	Sherman
100%	100%	100%	0%	74%

FIGURE 4.23 – Taux de contrats sur lesquelles l'estimation de charge ultime abouti ou est cohérente

Sur la figure 4.22, la méthode de Chain Ladder obtient le RMSE le plus faible. C'est ainsi, au regard de ce critère, la meilleure méthode. Comme en santé, voici le tableau comparant les RMSE des autres méthodes par rapport à celui obtenu par la méthode Chain Ladder :

Chain Ladder	Chain Ladder - méthode complémentaire	Exponential Decay	Skurnick	Sherman
1,00	1,20	2,27	/	1,19

FIGURE 4.24 – Comparaison des RMSE avec celui du Chain Ladder

Le Chain Ladder a le RMSE le plus faible sur le risque IT. La méthode de Sherman produit un résultat satisfaisant grâce à l'écrêtement. En pratique, la méthode de Sherman surestime fortement le facteur de développement à l'ultime du contrat sur 26% des contrats. Le critère d'écrêtement retenu est le suivant : si le facteur de développement à l'ultime du contrat observé est supérieur à 500, alors il n'est pas retenu dans le calcul du RMSE (et du bootstrap pour la suite). Cette valeur de 500 est choisie arbitrairement par l'observation des différents facteurs de développement à l'ultime. Ce taux de 21% de contrats écrêtés correspond au taux de contrats ayant une caractéristique particulière, et l'explication sera abordée quelques paragraphes plus bas.

Sans cet écrêtement, le RMSE de la méthode de Sherman serait $2,45 \cdot 10^9$ fois supérieur à celui du Chain Ladder, ce qui rendrait cette méthode non pertinente.

La méthode de Skurnick ne peut être retenue, car 100% des estimations produites par cette méthode sont écrêtées car jugées aberrantes. C'est une conséquence du fait que la méthode de Skurnick raisonne avec les montants de prestations incrémentaux, tandis que les autres travaillent avec les facteurs v_j ($f_j = 1 + v_j$). Or les calculs sont appliqués à des données à moins d'un an de recul, et le risque IT induit la plupart du temps le versement d'une rente mensuelle au montant constant dans le temps. Dans ce dernier cas, la modélisation de la charge ultime par la méthode de Skurnick sur un tel contrat donne un facteur $r_{sk} \approx 1$ dans l'équation 3.12. En d'autres termes, la méthode considère que, $\forall j \geq 1$, $X_{N,j} =$

$X_{N,j-1} \cdot r_{sk} \approx X_{N,j} = X_{N,j-1} \cdot 1$. Ainsi les montants de prestations incrémentaux sont stables dans le temps, et donc ce contrat a une charge ultime largement surestimée par la méthode de Skurnick.

Cet effet est accentué par la linéarisation des prestations qui a été effectuée. Cette étape est détaillée en section 2.2. L'idée était de linéariser les contrats pour lesquels la transmission des flux de prestations est trimestrielle ou semestrielle. Cela permettait d'une part d'avoir des cadences plus lissées et cohérentes, évitant ainsi des pics de cadence à chaque fin de trimestre, mais d'autre part de pouvoir appliquer les méthodes par *curve fitting* sur ces contrats. En effet, des mois sans évolution de prestations impliquent que $v_j = 0$ et donc $\ln(v_j)$ non défini dans les équations des méthodes par *curve fitting*.

Or sur ce segment étudié du risque IT, la plupart des contrats ont leurs flux de prestations trimestrialisés. Ainsi, le cas évoqué deux paragraphes plus haut de prestations stables dans le temps est très fréquent.

Par ailleurs, l'utilisation d'un écrêtement similaire à celui appliqué pour la méthode de Sherman se révèle impossible, car cela reviendrait à écrêter 100% des contrats.

Sur ce même type de contrat où les flux ont été linéarisés, la méthode de Sherman raisonnera sur les montants cumulés. Comme les montants de prestations incrémentaux sont stables, les facteurs f_j décroissent progressivement. Cela fait finalement converger les prestations incrémentales vers 0, et la régression obtenue est cohérente en ce sens.

La méthode par Exponential Decay aboutit à une décroissance trop abrupte des montants dans le temps. Ainsi, son RMSE peut sembler acceptable, mais en réalité, elle n'est pas plus efficace qu'une méthode prédisant systématiquement 0€ de charge finale supplémentaire. En effet, le RMSE d'une telle méthode prédisant systématiquement 0€ de charge finale supplémentaire vaut 13 529 791. Cela représente une dégradation de seulement 7,6% par rapport au RMSE de la méthode par Exponential Decay.

Les erreurs de prédictions peuvent être étudiées via la méthode Bootstrap présentée en section 3.3. Les calculs ne sont effectués que sur les méthodes Chain Ladder, Chain Ladder - méthode complémentaire et de Sherman, puisque les deux autres méthodes par *Curve fitting* produisent des résultats inexploitable sur le périmètre IT étudié.

Voici les résultats de calculs des erreurs de prédiction Bootstrap sur ces deux méthodes :

Chain Ladder	Chain Ladder - Méthode complémentaire	Sherman avec écrêtement	Sherman sans écrêtement
277 281	768 311	2,44E-11	4,28E+14

FIGURE 4.25 – Calcul des erreurs de prédictions par la méthode Bootstrap

Et leurs erreurs de modèle :

Chain Ladder	Chain Ladder - Méthode complémentaire	Sherman avec écrêtement	Sherman sans écrêtement
8 877	30 699	1,32E-12	4 592

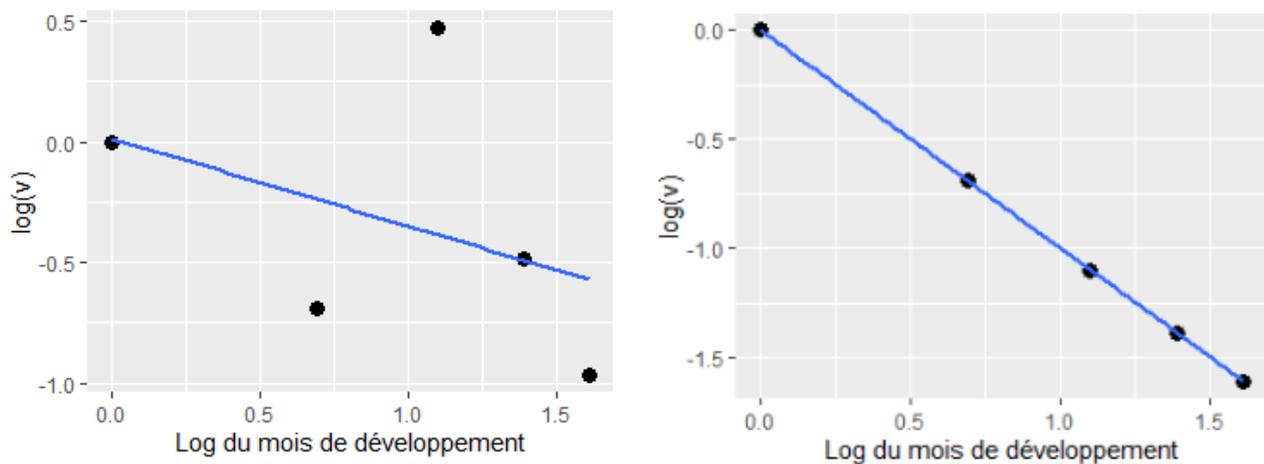
FIGURE 4.26 – Calcul des erreurs de modèle par la méthode Bootstrap

Plusieurs constats peuvent être dressés à partir de ces tableaux. Le résultat de la méthode de Sherman avec écrêtement, selon l'erreur de modèle et l'erreur de prédiction, semble parfait. Il s'agit cependant d'un effet de l'écrêtement effectué, comme en témoignent les résultats associés à la méthode de Sherman

sans écrêtement. Cette dernière dispose d'une faible erreur Bootstrap de modèle, meilleure que le Chain Ladder et Chain Ladder - méthode complémentaire. Cependant, son erreur de prédiction est très élevée, rappelant le RMSE très dégradé indiqué plus haut lorsque cette méthode est utilisée sans écrêtement.

L'observation de l'impact de l'écrêtement est clef afin de mieux interpréter les erreurs Bootstrap pour cette méthode. Plus précisément, l'étude du périmètre de contrats écrêtés permettra d'identifier précisément les contrats induisant la méthode en erreur et produisant des estimations aberrantes.

L'analyse de ce périmètre montre que les contrats filtrés sont les contrats dont les prestations n'ont pas été linéarisées, tandis que les contrats non-écrêtés sont ceux dont les prestations sont linéarisées. Sur ce segment du risque IT, 79% des contrats ont vu leurs prestations être linéarisées sur l'entièreté du recul disponible. Par conséquent, 21% des contrats du segment sont écrêtés – d'où le taux de 21% avancé sous la figure 4.24. Mais pourquoi ces contrats aux prestations non linéarisées créent autant d'erreur ? Afin de le comprendre, les deux graphiques suivants présentent la régression appliquée d'une part à un contrat dont les prestations sont linéarisées, d'autre part à un contrat dont les prestations ne sont pas linéarisées. Dans les deux cas, ils disposent de 6 mois de recul (soit 5 points pour la régression) :



(a) Régression par la méthode de Sherman sur un contrat aux prestations non linéarisées

(b) Régression par la méthode de Sherman sur un contrat aux prestations linéarisées

FIGURE 4.27

La figure 4.27b démontre que la linéarisation amène la régression à suivre parfaitement les points du plan (coefficient de régression $R^2 = 1$). La figure 4.27a représentant une régression sur un contrat aux prestations non linéarisées est plus proche de la réalité. Cependant, force est de constater que cette régression est loin d'être optimale (coefficient de régression $R^2 = 0,16$).

La méthode de Sherman avec écrêtement produit des erreurs Bootstrap faibles parce que l'écrêtement restreint l'analyse à un périmètre où les régressions sont parfaites. Il est néanmoins intéressant de constater que la méthode de Sherman sans écrêtement donne une erreur de modèle meilleure que les méthodes de Chain Ladder, bien qu'une erreur de prédiction rédhibitoire.

Au regard de ces métriques, la méthode de Chain Ladder classique donne de meilleurs résultats que le Chain Ladder avec méthode complémentaire. Pour rappel, cette dernière méthode a la particularité d'utiliser les facteurs de développements de l'exercice de survenance 2010. Ce choix avait été fait afin d'avoir une suite de facteurs de développement avec le maximum de recul possible.

Pourquoi est-ce que la méthode de Chain Ladder complémentaire est moins performante que le Chain Ladder classique au regard des erreurs Bootstrap ? Pour comprendre, il faut revenir à l'explication faite

de la méthode Bootstrap section 3.3. La méthode Bootstrap mesure, pour un contrat donné, l'erreur de prédiction par l'écart-type des différentes estimations de sa charge finale à l'ultime $\{\widehat{U}_1, \dots, \widehat{U}_N\}$. Ainsi, figure 4.25 est calculée la moyenne des écart-types des estimations de charge ultime pour chaque contrat. Notons :

- $\widehat{U}_{(i,k)}$ la $k^{\text{ème}}$ estimation de charge finale en prestations du contrat i ,
- N le nombre total de contrats sur le segment,
- $\overline{U}_{i,\cdot}$ la moyenne empirique de l'ensemble des estimations de charge finale en prestations pour le contrat i ,
- $\widehat{\sigma}(\widehat{U}_{i,\cdot})$ la variance empirique de l'ensemble des estimations de charge finale en prestations pour le contrat i

Alors la formule utilisée pour les calculs de la figure 4.25 est :

$$\begin{aligned} \text{Erreur de prédiction Bootstrap} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{k-1} \sum_{j=1}^k \left(\widehat{U}_{i,j} - \overline{U}_{i,\cdot} \right)^2 \right) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\widehat{\sigma}(\widehat{U}_{i,\cdot}) \right) \end{aligned}$$

Les estimations produites par la méthode du Chain Ladder classique sont ainsi moins volatiles. La différence avec la méthode complémentaire découle de la différence dans les facteurs de développement utilisés.

La volatilité des facteurs de développement peut être visualisée dans les données en annexe A.2. En effet, l'exercice de survénance 2010 a pour particularité d'avoir un facteur de développement \widehat{f}_3 (pour rappel, c'est le facteur de passage du 3^{ème} mois de développement au 4^{ème} mois de développement) égal à seulement 1,04, contre en moyenne 1,94 pour les autres exercices. Il existe aussi un écart équivalent sur les coefficients \widehat{f}_4 et \widehat{f}_5 . Cet écart se synthétise en comparant les facteurs de développement du 3^{ème} mois à l'ultime ($\widehat{f}_3 \cdot \widehat{f}_4 \cdot \dots \cdot \widehat{f}_{J-1}$).

Méthode	Valeur queue à 3 mois
CL Classique	42,59
CL Complémentaire	20,65

FIGURE 4.28 – Comparaison du facteur de développement du 3^{ème} mois à l'ultime entre les deux méthodes

Or, la volatilité d'une estimation Bootstrap (les $\widehat{\sigma}(\widehat{U}_{i,\cdot})$) découlent des résidus de Pearson calculés¹. Pour rappel, ceux-ci représentent l'adéquation du triangle de liquidation connu d'un contrat avec le triangle théorique obtenu via la méthode étudiée. Ainsi, dans le cas des facteurs de développement inconsistants de l'exercice de survénance 2010, les résidus voient leur valeur augmenter, faisant intrinsèquement croître la valeur des erreurs Bootstrap (de modèle comme de prédiction).

1. Le processus bootstrap et formule complète des résidus de Pearson sont présentés en partie 3.3

Plusieurs raisons peuvent justifier les écarts observés sur l'exercice de survenance de 2010. Tout d'abord, c'est l'exercice de survenance le plus ancien disponible dans cette étude, ainsi il est possible qu'il y ait eu des mouvements dans les contrats en portefeuille, suite à des entrées et sorties de clients ou partenaires. En section 4.4.2 étaient évoqués notamment deux contrats entrés en portefeuille dès 2012 et à la prime pure significative. Ensuite, depuis 2010, des évolutions réglementaires et structurelles ont très certainement impacté le rythme d'écoulement des prestations IT.

Par ailleurs, l'écart présenté figure 4.28 est aussi à l'origine de la différence entre les RMSE des deux méthodes Chain Ladder. Comme expliqué figure 4.2, les contrats sont étudiés avec une date *cut-off* des données au 31/08/2019. Couplé aux éventuels retards dans la réception des flux de prestations, le recul en mois des prestations payées et connues sur certains contrats peut parfois être de 3 mois. Dans ces cas, la charge ultime en prestations est sous-estimée avec la méthode Chain Ladder complémentaire, participant à l'augmentation de son RMSE.

Mois de recul	Fréquence
3	59%
6	41%

FIGURE 4.29 – Proportion de contrats en fonction du recul disponible

Ainsi, 59% des contrats voient potentiellement leur charge ultime être sous-estimée par le Chain Ladder complémentaire.

Finalement, au regard d'une part des différents RMSE, d'autre part des erreurs de prédiction bootstrap, la méthode du Chain Ladder classique semble plus efficace pour déterminer une estimation de la charge ultime sur ce segment.

Par ailleurs, il a été montré que les méthodes par *Curve fitting* ne sont pas adaptées à notre problématique concernant ce risque. Compte tenu du recul limité depuis lequel les calculs sont effectués, le nombre de points disponible pour effectuer les régressions est insuffisant et donne généralement des résultats extrêmes.

4.4.4 Dérive des contrats

4.4.4.1 Dérives sur le risque Santé

Les résultats précédents démontrent, sur le risque Santé, que la méthode de Chain Ladder complémentaire produit des estimations plus satisfaisantes que les autres méthodes. L'objectif est désormais de repositionner ces résultats dans un contexte opérationnel. Les métriques présentées partie 4.2.2 permettent ainsi d'évaluer et de classer les différentes méthodes par rapport à des critères susceptibles d'être appliqués de façon opérationnelle. En effet, compte tenu de la volumétrie des contrats, il n'est pas possible de les étudier individuellement de manière approfondie. Pour cela, pour qualifier un contrat comme étant "en dérive de sinistralité", deux seuils ont été retenus. Ils sont là aussi définis et expliqués dans la section 4.2.2, mais rappelons les ici :

- Ratio S/PP supérieur à 105%
- Montant de perte technique supérieur à 100 000€

Voici les résultats obtenus sur le risque Santé :

Méthode	Accuracy	Precision	Recall	F1-Score
Chain Ladder - méthode complémentaire	0,95	0,50	1,00	0,67
Chain Ladder Classique	0,94	0,46	1,00	0,63
Exponential Decay	0,81	0,19	0,91	0,31
Sherman	0,86	0,19	0,55	0,28

FIGURE 4.30 – Métriques d'analyse de la dérive contrat par contrat sur le risque FSS

Diverses conclusions intéressantes peuvent être tirées de ces résultats. Premièrement, ceux sur les méthodes de Sherman et de l'Exponentiel Decay démontrent l'intérêt des *Precision*, *Recall* et F1-Score. Prenons l'exemple de la méthode de Sherman. Son *Accuracy* s'élève à 0,86. Cela signifie concrètement que 86% des contrats sont correctement décrits comme en dérive ou non. Cependant, ce résultat se voit contrasté par la Précision : seulement 19% des contrats étant prédit par la méthode comme "en dérive" le sont dans la réalité. Le *Recall*, ou Rappel, indique que la méthode de Sherman a réussi à identifier seulement 55% des contrats qui étaient à prédire en dérive. Le Rappel combiné à la Précision donne alors un F1-Score de 0,28, ce qui est un résultat peu satisfaisant.

Le constat est le même pour la méthode par Exponential Decay : son *Accuracy* s'élève 81%, tandis que la Précision est de seulement 19%. Le Rappel est de 91%, ce qui est élevé et signifie que la méthode identifie correctement les contrats à prédire en dérive. Le F1-Score est de 0,31, soit un peu plus que la méthode par Exponential Decay.

Les méthodes de cadencement par Chain Ladder sont plus convaincantes. Les deux méthodes s'illustrent par une *Accuracy* élevée. Ainsi, l'*Accuracy* du Chain Ladder complémentaire est à 0,95, et l'*Accuracy* du Chain Ladder classique est à 0,94. Leur Rappel, ou *Recall*, est à 1. Par conséquence, 100% des contrats qui étaient en dérive selon la méthodologie de back-testing utilisée ont été décrits comme étant en dérive. La Précision de la méthode complémentaire est légèrement plus élevée : 50% contre 46% pour la méthode classique. Cela se traduit par un meilleur F1-Score pour le Chain Ladder complémentaire par rapport au Chain Ladder classique : 0,67 contre 0,63.

Pour conclure, les méthodes par Chain Ladder sont à privilégier au regard de ces métriques, et plus précisément le Chain Ladder complémentaire. Elles sont meilleures que les méthodes par *curve fitting* sous tous les angles, ce qui se caractérise par leurs F1-Score au moins deux fois supérieurs.

4.4.4.2 Dérives sur le risque Incapacité-invalidité

Précédemment, les RMSE et erreurs de prédiction Bootstrap ont montrés que la méthode de Chain Ladder classique est la meilleure sur le risque IT. Ces résultats peuvent aussi être traduits de manière opérationnelle via les critères définis en section 4.2.2.

Méthode	Accuracy	Precision	Recall	F1-Score
Chain Ladder - méthode complémentaire	0,47	0,20	0,14	0,17
Chain Ladder Classique	0,63	0,50	0,57	0,53
Exponential Decay	0,53	0,00	0,00	N/A
Sherman	0,47	0,29	0,29	0,29
Skurnick				

FIGURE 4.31 – Métriques d’analyse de la dérive contrat par contrat sur le risque IT

Le meilleur F1-Score revient au Chain Ladder classique : 0,53. Ensuite vient la méthode de Sherman, avec un F1-Score de 0,29. Notons le faible F1-Score du Chain-Ladder méthode complémentaire : 0,17.

Ce faible F1-Score vient ainsi conforter le constat dressé par le calcul des erreurs de prédictions bootstrap, figure 4.25. La volatilité des coefficients de développements de l’exercice de référence 2010 sur ce segment conduit à des estimations trop instables et peu fiables de la charge à l’ultime. Cela conduit parfois à des surestimations, parfois à des sous-estimations, impactant à la baisse de 30 points le *Precision*, de 43 points le *Recall* et dans un second temps le F1-Score de 36 points.

Le Chain Ladder avec méthode complémentaire, quant à lui, affiche un F1-Score de 0,17. Ce faible résultat est explicable par la tendance à sous-estimer la charge ultime en prestations. Cette tendance découle des coefficients $\hat{f}_3, \hat{f}_4, \hat{f}_5$ anormalement faibles sur l’exercice de survenance 2010 (Annexe A.2).

Finalement, la méthode la plus satisfaisante est le Chain Ladder classique. Son *Accuracy* est de 63%, c’est-à-dire que la prédiction réalisée est correcte 63% du temps. Sa Précision est de 50%, et son Rappel de 57%. Contrairement à la méthode de Skurnick, cette dernière métrique satisfaisante n’est pas due à une surestimation constante de la charge ultime en prestations. Enfin, son F1-Score est de 0,53.

4.4.5 Zoom sur la méthode complémentaire appliquée au risque FSS

La méthode complémentaire au Chain Ladder a été introduite pour deux raisons :

- Le souhait de mieux maîtriser l’année sélectionnée en tant qu’exercice de survenance de référence
- La volonté d’obtenir des intervalles de confiance sur les prédictions

Cette section est destinée à traiter ce deuxième point. La formule correspondant aux intervalles de confiances qui ont été calculés est rappelée dans l’équation 3.9. Le niveau de confiance retenu est de 95%, soit :

$$\alpha = 0,05$$

$$q_{1-\alpha/2} = 1,96$$

Les intervalles de confiance ne seront étudiés que sur le risque FSS. Plusieurs raisons motivent ce choix. La première est que la méthode retenue sur le risque IT est le Chain Ladder classique. Or aucune méthode de création d’intervalles de confiance n’a été élaborée sur cette méthode.

Dans un second temps, le Chain Ladder et plus globalement les méthodes de cadencement sont généralement destinées à être appliquées sur des risques à développement court. La santé fait partie de ces types de risques, mais pas l’incapacité-invalidité.

Un intervalle de confiance est calculé pour chaque contrat, au niveau de recul maximal atteint à date de l'extraction. La date de cut-off des données est fixée au 31/08/2019, comme définie en section 4.1.

Sur le segment AFD¹, 20,5% des contrats étudiés convergent dans l'intervalle de confiance prédit. Ce taux de réussite n'est pas satisfaisant mais il est à replacer dans le contexte de l'étude.

Tout d'abord, il est possible qu'un choc sur les coefficients de développement de l'exercice de survenance 2019 ait eu lieu. En effet, une différence non négligeable avec les coefficients de développement de l'année 2017 entraînerait de mauvaises prédictions.

Pour cela, la figure ci-dessous présente les coefficients T_m définis comme suite :

$$T_m = \prod_{j=m}^J \hat{f}_j$$

Par exemple, pour un contrat dont le recul maximal atteint à date d'estimation est de 7 mois, T_7 représente le coefficient à appliquer aux prestations connues pour obtenir l'estimation de sa charge ultime.

Les deux exercices de survenance à comparer sont ceux définis dans la section 4.1, à savoir l'exercice de survenance 2017 vision 31 Août 2019 (date d'estimation) par rapport à l'exercice 2019 vision 30 Juin 2021 (vision actualisée pour le *back-testing*).

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_7	T_8	T_9	T_{10}
2017 vision 2019	25,9	10,7	6,2	4,1	3,2	2,6	2,2	1,9	1,7	1,5
2019 vision 2021	26,1	11,2	6,5	4,6	3,4	2,6	2,1	1,8	1,6	1,4

	T_{11}	T_{12}	T_{13}	T_{14}	T_{15}	T_{16}	T_{17}	T_{18}	T_{19}	T_{20}
2017 vision 2019	1,4	1,2	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
2019 vision 2021	1,3	1,1	1,1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0

FIGURE 4.32 – Comparaison entre les coefficients de développement à l'ultime utilisés pour l'estimation et la réalité

1. Rappel : Affaire Directe

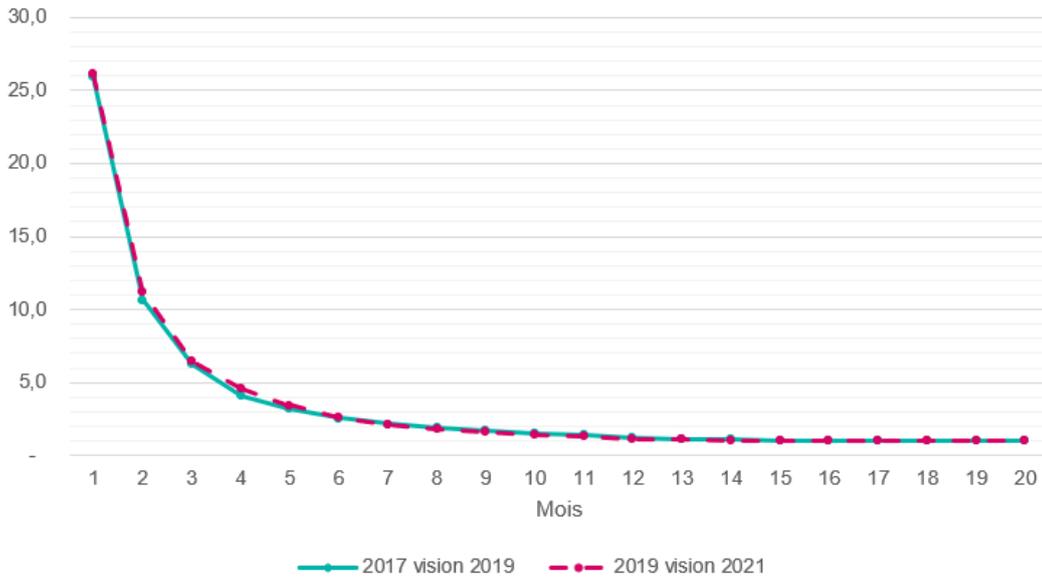


FIGURE 4.33 – Comparaison entre les coefficients de développement à l’ultime utilisés pour l’estimation et la réalité sous forme de courbes

L’hypothèse effectuée porte sur les écarts entre ces deux courbes. Pour chaque mois m , nous calculons la différence entre le coefficient T_m vu avec les coefficients de développement de 2017 vision 2019 et le T_m vu avec les coefficients de développement de l’exercice de survénance 2019 vision 2021.

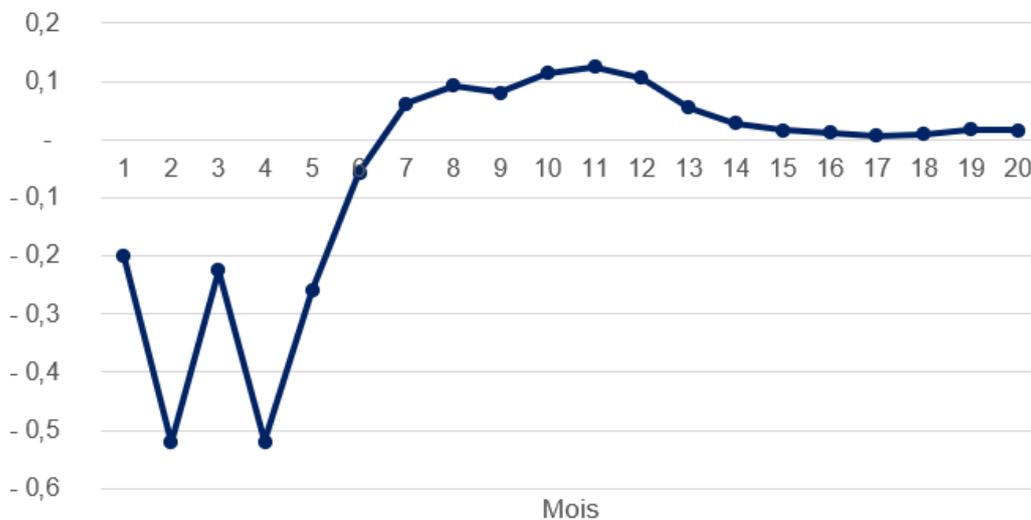


FIGURE 4.34 – Différences entre les deux visions des coefficients de développement à l’ultime T_m par mois

Ces différences ne vont pas impacter les analyses de la même manière selon le mois observé. En effet, cela dépend de la ventilation des contrats du segment AFD en fonction de leur recul atteint :

M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9
0,0%	0,9%	9,6%	1,8%	1,8%	17,5%	61,6%	3,1%	3,9%

FIGURE 4.35 – Ventilation du recul atteint par contrat

61,6% des contrats du segment ont un recul de données de 7 mois. 17,5% atteignent, eux, 6 mois de recul, et 9,6% ont 3 mois de recul au plus. En mettant en relation ces informations avec la figure 4.34, le constat est que, pour les contrats à 7 mois de recul, c'est-à-dire plus de la moitié des contrats du segment, il y a une légère tendance à surestimer la charge ultime en prestations. Cependant cette différence n'est pas significative et ne suffit pas à justifier le taux de 79,5% des contrats n'atterrissant pas dans leur intervalle de confiance estimé.

Autre potentielle source d'erreur : les retards de gestion. Sur un contrat donné, des retards de gestion accrus en 2019 peuvent être responsables de montants cumulés en prestations connues anormalement faibles au moment de l'estimation. Cela entraînerait alors un biais d'estimation de la charge ultime, et de facto des intervalles de confiance. Alors, lorsque les coefficients de développement entrent en jeu, le montant de charge ultime et l'intervalle de confiance est mal estimé. Dans la même logique, d'autres phénomènes plus classiques peuvent être à l'origine d'une sur ou sous-sinistralité et donc provoquer des écarts d'estimations.

Enfin, la volatilité dans le paiement des prestations contrat par contrat peut pénaliser la qualité des estimations réalisées. Pour cela, il est possible d'aller observer les résultats sur l'autre segment du risque FSS : le segment Acceptation. Ce segment était laissé de côté car il est composé de moins de contrats. Cependant il contient des contrats plus importants individuellement en matière de primes pures. En moyenne, les contrats du segment Acceptation ont une prime pure dix fois supérieure à celle des contrats en Affaire Directe (AFD).

L'avantage est que les contrats plus significatifs ont des R/PP moins volatiles. En effet, ils comportent un nombre plus importants de tête et les frais de soins de santé rares ou coûteux sont alors généralement compensés par les autres assurés présents sur le contrat. Ainsi, les intervalles de confiance de la méthode de Chain Ladder complémentaire peuvent se révéler plus pertinents sur ce segment.

En reprenant les mêmes hypothèses que celles pour l'étude du segment AFD, 75% des R/PP finaux des contrats convergent dans l'intervalle de S/PP estimé. Cela peut être une conséquence d'intervalles de confiances insuffisamment larges.

Plus précisément, la largeur de l'intervalle de confiance dont la formule est rappelée dans l'équation 3.9 dépend du facteur β_j :

$$\beta_j = \frac{q_{1-\alpha/2} \cdot \widehat{\sigma}_j^2}{\sqrt{N_i}}$$

En effet, si $\beta_j = 0$, alors la borne basse et la borne haute sont égales. De plus, β_j est positif par définition, ainsi l'intervalle de confiance s'élargit avec β_j croissant. Comme le facteur $q_{1-\alpha/2}$ est un nombre déterminé, et que $\sqrt{N_i}$ est fixe pour un segment et un exercice de survenance donné, il ressort que β_j croît lorsque $\widehat{\sigma}_j^2$ croît. Or, $\widehat{\sigma}_j^2$ est la variance empirique des $RPP_{i,j,k}$.

La représentation visuelle de ce constat peut être réalisée en observant l'évolution de l'estimation de S/PP mois par mois d'un contrat, agrémentée par le calcul de son intervalle de confiance mois par mois. De plus, cette analyse peut être produite en utilisant n'importe quel contrat du segment étudié. En effet, le paragraphe ci-dessus prouve que l'évolution de la largeur de l'intervalle de confiance dépend

du facteur β_j , qui est calculé à la maille segment.

Voici l'évolution de la largeur des intervalles de confiance dans le contexte de l'étude :

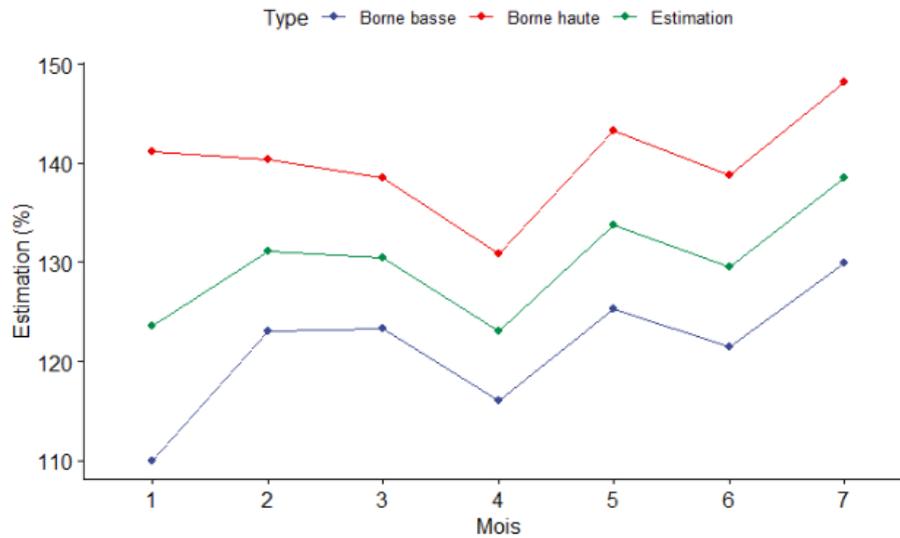


FIGURE 4.36 – Estimations de S/PP et intervalles de confiance, mois par mois, pour un contrat du segment AFD sur l'exercice de survénance 2019

La figure 4.36 démontre que les intervalles de confiance ne s'affinent pas dans le temps. L'observation d'un autre contrat du segment AFD (utilisant donc les mêmes β_j) disposant de plus de recul permettrait de confirmer cette analyse. Pour cela, dans le graphique qui suit, les montants de prestations sur l'exercice 2017 d'un contrat du segment AFD sont utilisées afin de calculer des estimations. L'objectif est d'obtenir une représentation visuelle de l'évolution de la largeur des intervalles de confiance sur une période de temps plus longue :

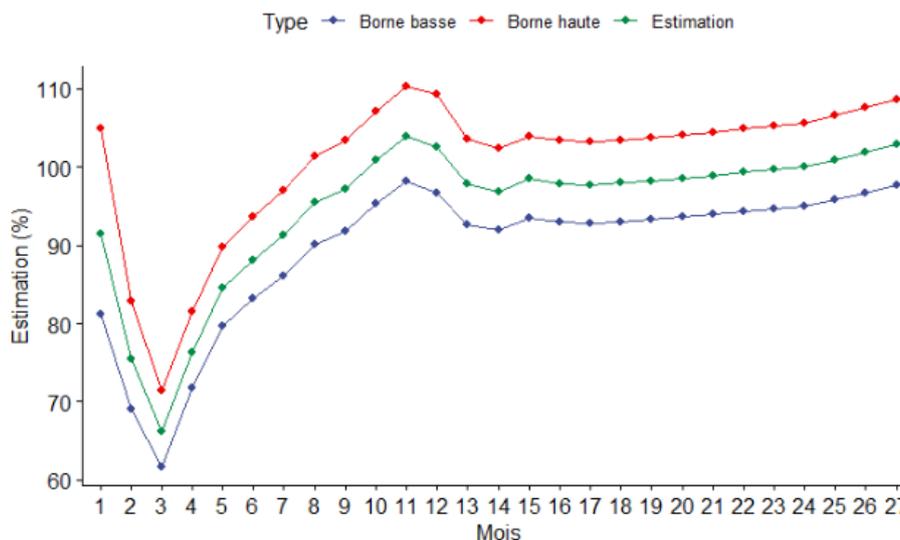


FIGURE 4.37 – Estimations de S/PP et intervalles de confiance, mois par mois, pour un contrat du segment AFD sur l'exercice de survénance 2017

Cette représentation graphique démontre à nouveau que la largeur des intervalles de confiance ne s'affine pas dans le temps. Plus particulièrement, sur les premiers mois de recul, les intervalles de

confiance ne semblent pas être suffisamment larges. L'estimation d'un S/PP avec seulement un mois de prestations connues est insuffisant et devrait provoquer plus de volatilité.

Un autre constat peut être dressé en observant cette figure : la largeur des intervalles de confiances ne tend pas vers 0. La raison de ce phénomène repose là aussi dans la formule de β_j . En effet, $\beta_j \not\rightarrow 0$ car $\widehat{\sigma_j^2} \not\rightarrow 0$. Concrètement, puisque $\widehat{\sigma_j^2}$ mesure la variance des différents R/PP atteints au mois de développement j par les contrats du segment étudié, sa valeur se stabilisera autour d'une valeur strictement positive. La seule possibilité pour que $\widehat{\sigma_j^2} \xrightarrow{j \rightarrow +\infty} 0$ serait que tous les contrats tendent vers un même S/PP, ce qui est en pratique impossible.

Plus haut, sur le segment Acceptation étudié, 75% de S/PP se retrouvaient dans l'intervalle de confiance prédit. Une représentation visuelle de l'évolution des intervalles de confiance dans le temps permet de comprendre pourquoi : 2017.

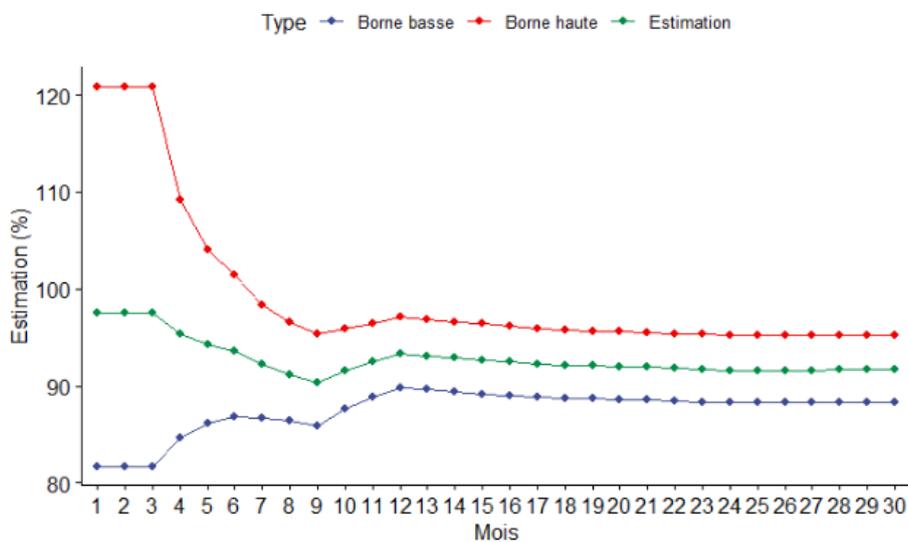


FIGURE 4.38 – Estimations de S/PP et intervalles de confiance, mois par mois, pour un contrat du segment Acceptation sur l'exercice de survivance 2017

Mois de recul	Fréquence
3	40%
6	60%

FIGURE 4.39 – Ventilation du recul atteint à date d'estimation pour le segment Acceptation pour l'exercice de survivance 2019

La figure 4.38 démontre clairement pourquoi le segment Acceptation a un taux de réussite supérieur au segment AFD. L'intervalle reflète mieux l'incertitude sur les estimations réalisées en début de période. En rapprochant cela avec le tableau 4.39, il est clair que les contrats sur lesquels le recul disponible est de 3 mois seront majoritairement dans l'intervalle prédit. De même, ceux à 6 mois de recul auront un intervalle de confiance suffisant d'environ $\pm 8\%$.

Une hypothèse ressort de ce constat. La méthode complémentaire introduite ne reflète peut-être pas suffisamment la volatilité de l'estimation de S/PP contrat par contrat avec des triangles non réguliers. Cela a pour conséquence de produire des intervalles de confiance insuffisamment larges sur le segment AFD. La méthode peut être améliorée.

De plus, la qualité globale des données peut être mise en cause, notamment sur le portefeuille AFD. Supposons que la prime pure est positivement corrélée à la taille du client, elle-même positivement corrélée aux moyens mis en oeuvre concernant la gestion du contrat. Alors puisque la prime pure moyenne du portefeuille AFD est inférieure à celle du portefeuille Acceptation, selon l'hypothèse émise, ce portefeuille contiendrait plutôt des clients avec une capacité de gestion moindre par rapport à celle des clients du portefeuille de Réassurance Acceptée¹. Ainsi, la qualité des données de montants de prestations connues contrat par contrat au moment de la prédiction sur le portefeuille AFD est supposément de moins bonne qualité que celle sur le segment Acceptation, notamment à cause des délais de gestions.

4.5 Avantages et inconvénients de chaque méthode

Cette section vise à résumer les différents avantages et inconvénients des méthodes d'estimations de S/PP utilisées dans cette étude.

Les méthodes de Chain Ladder

Leurs avantages sont que :

- Ce sont des méthodes simples à mettre en place, et facilement auditables
- Elles fournissent de bons RMSE :
 - Le meilleur RMSE en Incapacité-invalidité, le deuxième meilleur RMSE en Santé pour le CL classique
 - Le meilleur RMSE en Santé, le deuxième meilleur RMSE en Incapacité-Invalidité pour le CL complémentaire
- Offrent une réponse satisfaisante à notre problématique : elles permettent de détecter efficacement les potentielles dérives en sinistralité.
 - CL classique : F1-Score de 0,63 avec un taux de Rappel à 100% sur le risque Santé, et de 0,53 avec un taux de Rappel de 57% sur le risque Incapacité-Invalidité.
 - CL complémentaire : F1-Score de 0,67 avec un taux de Rappel à 100% sur le risque Santé.
- Les prédictions sont possibles sur 100% des contrats de manière anticipée, à condition de segmenter les contrats en groupes homogènes. Il suffit pour cela de connaître un mois de prestations sur le contrat.
- Paramétrage :
 - CL classique : Quasiment aucun paramétrage nécessaire à sa bonne utilisation
 - CL complémentaire : Paramétrage et hypothèses à valider, notamment lors de la sélection de l'exercice de survenance à utiliser comme référence, laissant la place au jugement d'expert

Leurs désavantages sont que :

- Elles sont sensibles à un choc dans les coefficients de développement, ce qui nécessiterait un ajustement à dire d'expert.
- Nécessite un historique de données suffisamment profond à la maille segment pour fournir une estimation pertinente (la profondeur nécessaire dépend du risque étudié ; par exemple, 2 ans pour le risque FSS).

1. Acceptation

- L'estimation de charge ultime réalisée dépend directement du dernier montant de prestations connu. Si ce dernier est anormalement faible, voire nul, alors l'estimation réalisée sera trop faible, et inversement.

De plus, la méthode de Chain Ladder complémentaire permet de déterminer des intervalles de confiance, cependant ces derniers ont une amplitude significative, notamment sur le segment Affaire Directe du risque Santé. La formule peut être améliorée pour palier à cela, améliorations détaillées en partie 4.6.

Les méthodes par *Curve fitting*

Leurs avantages sont que :

- Elles suivent le principe de la régression, une méthode simple à mettre en place et facilement auditable
- Elles peuvent être utilisées avec une profondeur d'historique très limitée, seulement deux ou trois mois de prestations peuvent suffire (deux pour Skurnick, 3 pour Sherman et l'*Exponential Decay*)
- Aucune segmentation n'est nécessaire car ces méthodes s'appliquent contrat par contrat
- Un jugement d'expert peut être introduit dans l'estimation, par exemple en écartant de la régression des points jugés aberrants
- Permettent de calculer un *tail factor*, ou facteur de queue à l'ultime, afin de palier à un manque de données lors de l'application de méthodes par cadencement comme le Chain Ladder

Leurs désavantages sont que :

- Une estimation sans profondeur historique se fera au prix d'une estimation de qualité potentiellement non satisfaisante
- Estimations impossibles sur certains contrats.
- Estimations aberrantes fréquentes. Un écrêtement est généralement nécessaire.
- Les RMSE sont généralement de mauvaise qualité. Seule la méthode de Sherman peut rivaliser avec les méthodes de Chain Ladder sur le risque IT, au prix d'un écrêtement de 21% des contrats.
- Résultats non satisfaisants pour la détection de dérive de sinistralité :
 - *Exponential Decay* : F1-Score de 0,31 sur le risque Santé, et non défini sur le risque Incapacité-invalidité à cause d'un taux Rappel et de *Precision* tout deux à 0%.
 - Sherman : F1-Score de 0,28 sur le risque Santé, et de 0,29 sur le risque Incapacité-invalidité.
 - Skurnick : F1-Score non calculé sur le risque Santé car méthode jugée non pertinente sur ce risque. F1-Score de 0,67 sur le risque IT, mais illusoire car en réalité cette méthode tend à placer la plupart du portefeuille comme en potentielle dérive de sinistralité, poussant le taux de Rappel à 100%.

4.6 Pistes d'amélioration des intervalles de confiance

Plusieurs pistes d'amélioration du calcul des intervalles de confiance existent. Il est notamment possible d'essayer d'y ajouter une composante de temps. Cette dernière ferait qu'en fonction des mois qui progressent, la largeur de l'intervalle s'affinerait. Nous pourrions d'ailleurs y ajouter un *offset* afin d'élargir l'intervalle de confiance sur les estimations les plus précoces. Cet *offset* permettrait par exemple de placer la largeur de l'intervalle de confiance à un niveau minimal de $\pm 30\%$ sur le premier mois, et son impact s'annulerait dans le temps.

Une autre manière de mieux représenter la volatilité intrinsèque du contexte d'estimation des S/PP serait de calculer la volatilité autrement. La formule présentée ici utilise la variance empirique des R/PP du segment à un mois de développement donné, ce qui présente deux inconvénients. Premièrement, les R/PP estimés aux premiers mois sont logiquement faibles, et la variance empirique calculée s'en retrouve également diminuée. Secondement, la largeur des intervalles ne tend pas vers 0 puisque la volatilité ne tend pas vers 0.

Une piste intéressante serait de calculer la volatilité en utilisant l'évolution des différents R/PP des contrats du segment d'un mois à un autre, à la manière des facteurs de développement. En effet, du premier au deuxième mois de développement, les R/PP des contrats progressent significativement, impliquant une volatilité importante. Inversement, le passage du treizième au quatorzième mois de développement impactera faiblement le ratio R/PP des contrats, ce qui impliquera une faible volatilité tendant vers 0.

Aussi, dans le cadre de la méthode complémentaire, nous avons utilisé l'hypothèse simplificatrice que nous n'utilisons les coefficients de développement que d'un seul exercice de survenance. Cela afin d'élaborer les formules mathématiques mais aussi pour plus de clarté dans les calculs. L'hypothèse laisse place au jugement d'expert en permettant de sélectionner un exercice de survenance jugé représentatif du rythme d'écoulement des prestations futures. La formule pourrait toutefois être généralisée afin de pouvoir utiliser un ensemble d'exercice de survenance formant une cadence de référence, ce qui permettrait d'utiliser la même cadence que le Chain Ladder classique.

L'ensemble des méthodes d'estimation présentées a été confronté aux données réelles du portefeuille Santé et Incapacité-Invalidité de CNP Assurances. Compte tenu des différents résultats obtenus, la section suivante vise à dresser les avantages et inconvénients de chacune de ces méthodes concernant les deux risques étudiés.

Conclusion

La Santé et l'Incapacité-Invalidité représentent près de 70% du CA 2019 de la Prévoyance Collective chez CNP Assurances. Ce sont donc deux risques stratégiques à suivre attentivement pour l'entreprise.

L'estimation de charge ultime dans son cadre classique de provisionnement via des triangles de liquidation à pas annuel est un exercice actuariel connu et maîtrisé. Toutefois, l'exercice peut se complexifier lorsque le triangle dispose d'une granularité plus fine en périodes de développement qu'en années de survenance. De plus, l'objectif de notre étude étant de produire des estimations sur des contrats avec potentiellement aucune profondeur d'historique, des hypothèses structurantes ont dû être prises.

La segmentation, partie clef de cette étude, a permis d'établir l'hypothèse selon quoi les différents contrats d'un même segment suivent la même cadence. Cette hypothèse donne la possibilité de mettre en application des méthodes de cadence sur les contrats sans aucun historique. Cela a aussi résolu les obstacles introduits par la maille agrégée de données, limitant la quantité d'informations disponible. Les méthodes utilisées sont le Chain Ladder et le Chain Ladder complémentaire. Cette dernière est un Chain Ladder où la cadence de référence retenue est composée des facteurs de développement d'une année à sélectionner. En retour, elle permet le calcul d'intervalles de confiance.

En parallèle, des méthodes par *curve fitting* ont été étudiées. Ces dernières reposent sur la projection des facteurs de développement par des régressions sur les facteurs déjà connus du contrat. Ces méthodes sont dénommées méthode par *Exponential Decay*, méthode de Sherman et méthode de Skurnick.

Une conclusion intermédiaire notable peut être faite via cette étude. En effet, les méthodes par *curve fitting* ont aussi été mises en application afin de déterminer le *tail factor* sur le risque Incapacité-invalidité. Notamment, la méthode de Sherman aboutit à une estimation de la queue de développement proche de celle visée, à savoir celle obtenue via l'outil interne de calcul des PMSC. Ce résultat s'obtient au prix d'un paramétrage correctement réalisé. Cette méthode représente ainsi une alternative potentielle à explorer pour une compagnie d'assurances de taille limitée développant un nouveau produit d'assurance sur lequel elle n'a pas de recul.

L'estimation de S/PP est équivalente dans notre cas à l'estimation de charge ultime. En effet, les primes pures à l'ultime sont connues avec un niveau de confiance élevé. Plusieurs métriques d'analyse de la prédiction de charge ultime ont été retenues. Premièrement, le RMSE, qui couplé au back-testing permet de quantifier l'écart moyen entre valeur prédite et valeur réelle. Dans un deuxième temps, le F1-Score, qui combine d'une part mesure de la pertinence des alertes de dérives émises et d'autre part taux de contrats en dérive effectivement anticipés. Enfin, la méthode bootstrap permet d'apprécier les erreurs de prédiction et de modèle.

Sur le risque Santé, deux conclusions principales sont à tirer. Dans un premier temps, le Chain Ladder avec méthode complémentaire a fourni les meilleurs résultats, toutes métriques confondues. Notamment, cette méthode est capable de détecter 100% des contrats susceptibles de dériver au regard des critères retenus, ce qui répond à l'objectif central, et valide l'utilisation de cette approche.

Sur le risque Incapacité-invalidité, la méthode de Chain Ladder classique est la plus convaincante. Opérationnellement, elle permet d'identifier une proportion non négligeable de contrats susceptibles de dériver (57%). Cependant, elle reste une méthode de cadencement, inadaptée par nature à ce type de risque long.

L'estimation d'intervalles de confiance des S/PP estimés aboutit à ce stade à un résultat mitigé. Sur le segment Santé principalement étudié des Affaires Directes, la méthode proposée ne reflète pas suffisamment la volatilité induite avec un faible recul en mois de développement disponibles pour estimer la charge ultime. Cette méthode est plus satisfaisante sur le segment de Réassurance Acceptée, dévoilant son potentiel.

Plusieurs pistes d'optimisation de cette méthode sont à explorer. Inclure une composante temporelle est une d'entre elle. Cette dernière ferait qu'en fonction des mois qui progressent, la largeur de l'intervalle s'affinerait. Cette composante de temps pourrait être intégrée dans le calcul de la volatilité. Notamment, le calcul de la volatilité pourrait mieux prendre en considération la volatilité amenée par les premiers mois d'estimation, par exemple en étudiant l'évolution des R/PP observés mois par mois.

De plus, de nouveaux axes d'analyse pourraient être développés à l'aide de données plus complètes. Par exemple, des données sinistres plus détaillées sur le risque Santé permettraient des segmentations plus fine, et de mieux apprécier les effets de la réforme du 100% Santé. Une alimentation au fil de l'eau des données sinistrées sur le risque IT permettrait de projeter les sinistres pour un suivi au plus proche de la sinistralité. Différents projets d'envergure sont en cours actuellement afin de pivoter vers une intégration de données à des mailles plus fine sur l'ensemble de la Prévoyance Collective.

Bibliographie

- Marion BERTHON : Calcul de la provision maintien garantie décès et problématiques associées. Mémoire de D.E.A., ISFA, 2020.
- R.L. BORNHUETTER et R.E. FERGUSON : The actuary and the ibnr. 1972.
- B. EFRON et R.J. TIBSHIRANI : *An introduction to the bootstrap*. Chapman And Hall, 1993.
- Bradley EFRON : Bootstrap methods : another look at the jackknife. *Ann. Statist.*, 7:1–26, 1979.
- Eric GETTLER : Sinistres attritionnels en non-vie : quelles méthodes de provisionnement ? Mémoire de D.E.A., Centre d’Etudes Actuarielles, 2016.
- H. GIBELLO et B. LEBRUN : Crédibilisation des méthodes de provisionnement non-vie. Mémoire de D.E.A., Centre d’Etudes Actuarielles, 2011.
- Juliette HANIN : La réforme 100 % santé : quelles origines et quels effets ? Mémoire de D.E.A., ISFA, 2018.
- Steven C. HERMAN, Mark R. SHAPL, Mohammed Q. ASHAB, Bertram A. HOROWITZ, Susan R. PINO, Joseph A. BOOR, Gloria A. HUBERMAN, Anthony J. PIPIA, Anthony R. BUSTILLO, Richard KOLLMAR, F. Douglas RYAN, David A. CLARK, Joshua MERCK, Scott G. SOBEL, Robert J. FOSKEY, Rasa V. MCKEAN, Nancy ARICO, Ryan ROYCE et Cas Committee RESERVES : The estimation of loss development tail factors : A summary report cas tail factor working party.
- Anh LE TUAN : Les méthodes de provisionnement en assurance non-vie. Mémoire de D.E.A., ISFA, 2017.
- Thomas MACK : Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. 1993.
- Thomas MACK : Credible claims reserves : the benktander method. *ASTIN Bulletin : The Journal of the IAA*, 30(2):333–347, 2000.
- Clémence MICHAUD : La mesure du risque de provisionnement à horizon un an en assurance non-vie – prise en compte du jugement d’expert et de données exogènes. Mémoire de D.E.A., ISFA, 2012.
- Ngoc Trung Phuong NGUYEN : Construction de bases de tarification pour des contrats complémentaires santé collectifs par le modèle linéaire généralisé. Mémoire de D.E.A., ISFA, 2013.
- P. ENGLAND et R. VERRAL : Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving. *Insurance : Mathematics and Economics*, 25:281–293, 1999.
- Simon ROBERT : Best estimate(s) : Qui se réservera la meilleure estimation ? Mémoire de D.E.A., ENSAE ParisTech, 2016.

Annexes

Annexe A

Facteurs de développements

A.1 Frais de soins de santé

A.1.1 Vision Août 2019

Exercice de survivance	M1->M2	M2->M3	M3->M4	M4->M5	M5->M6	M6->M7	M7->M8	M8->M9	M9->M10	M10->M11
2013	2,41	1,82	1,58	1,34	1,23	1,24	1,19	1,14	1,13	1,13
2014	2,40	1,74	1,56	1,35	1,29	1,23	1,18	1,14	1,13	1,13
2015	2,50	1,81	1,60	1,39	1,31	1,23	1,15	1,13	1,13	1,11
2016	2,15	1,68	1,57	1,32	1,32	1,24	1,14	1,15	1,14	1,11
2017	2,43	1,71	1,52	1,29	1,25	1,18	1,13	1,13	1,10	1,09
2018	2,69	1,78	1,68	1,41	1,25	1,31	1,18	1,17	1,12	1,14
2019	2,18	1,66	1,34	1,27	1,24	1,16	1,01	1,00		

Exercice de survivance	M11->M12	M12->M13	M13->M14	M14->M15	M15->M16	M16->M17	M17->M18	M18->M19	M19->M20	M20->Uitime
2013	1,11	1,06	1,04	1,04	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01
2014	1,10	1,07	1,05	1,04	1,01	1,01	1,00	1,01	1,00	1,01
2015	1,10	1,06	1,03	1,04	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,01
2016	1,10	1,05	1,03	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,01
2017	1,13	1,10	1,05	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,02
2018	1,13	1,08	1,03	1,02	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2019										

FIGURE A.1 – Triangle de développement FSS, segment AFD, vision 2019

La suite du développement n'est pas affichée car les coefficients de développement restants sont tous très proches de 1. En lieu et place, un coefficient de développement à l'ultime est calculé.

A.1.2 Vision 2021

Année de survénance	M1->M2	M2->M3	M3->M4	M4->M5	M5->M6	M6->M7	M7->M8	M8->M9	M9->M10	M10->M11
2013	2,41	1,82	1,58	1,34	1,23	1,25	1,19	1,15	1,13	1,13
2014	2,40	1,74	1,56	1,35	1,29	1,24	1,18	1,14	1,13	1,13
2015	2,51	1,80	1,61	1,38	1,31	1,23	1,16	1,13	1,13	1,12
2016	2,14	1,69	1,58	1,32	1,32	1,24	1,14	1,15	1,14	1,11
2017	2,45	1,72	1,52	1,29	1,24	1,18	1,13	1,13	1,10	1,09
2018	2,68	1,87	1,65	1,40	1,25	1,30	1,17	1,18	1,13	1,14
2019	2,34	1,73	1,40	1,34	1,32	1,25	1,16	1,13	1,13	1,11
2020	2,85	1,80	1,30	1,21	1,30	1,30	1,17	1,17	1,16	1,14
2021	2,69	1,82	1,36	1,17	1,03	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Année de survénance	M11->M12	M12->M13	M13->M14	M14->M15	M15->M16	M16->M17	M17->M18	M18->M19	M19->M20	M20->Ultime
2013	1,11	1,07	1,04	1,04	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01
2014	1,10	1,07	1,05	1,04	1,01	1,01	1,00	1,01	1,00	1,01
2015	1,10	1,06	1,03	1,04	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,01
2016	1,10	1,05	1,03	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,01
2017	1,13	1,11	1,06	1,03	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,02
2018	1,13	1,09	1,04	1,02	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
2019	1,12	1,06	1,03	1,01	1,01	1,00	1,01	1,00	1,00	1,01
2020	1,15	1,07	1,04	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	1,00	1,00
2021	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

Les coefficients de développements passés $M19 \rightarrow M21$ (ou \widehat{f}_{19}) ne sont pas affichés car ils sont tous très proches de 1 et ne présentent donc que peu d'intérêt. Ainsi \widehat{f}_{20} est remplacé par un coefficient de développement à l'ultime.

A.2 Incapacité - Invalidité

Exercice de survenance	M1->M2	M2->M3	M3->M4	M4->M5	M5->M6	M6->M7	M7->M8	M8->M9	M9->M10	M10->M11
2010	2,00	1,50	1,04	1,04	1,04	1,42	1,29	1,23	1,22	1,18
2011	1,95	1,49	2,52	1,60	1,38	1,46	1,32	1,24	1,27	1,21
2012	1,99	1,50	1,59	1,37	1,27	1,31	1,23	1,18	1,18	1,15
2013	2,00	1,50	2,88	1,65	1,39	1,42	1,29	1,23	1,23	1,18
2014	1,94	1,48	1,78	1,44	1,31	1,36	1,26	1,21	1,21	1,17
2015	1,78	1,44	1,74	1,51	1,28	1,46	1,23	1,19	1,22	1,15
2016	1,51	1,34	1,79	1,44	1,30	1,35	1,26	1,20	1,20	1,17
2017	2,00	1,50	1,92	1,48	1,32	1,36	1,26	1,21	1,25	1,20
2018	2,00	1,50	2,17	1,54	1,35	1,41	1,29	1,22	1,21	1,17
2019	2,00	1,50	1,11	1,10	1,09					

Exercice de survenance	M11->M12	M12->M13	M13->M14	M14->M15	M15->M16	M16->M17	M17->M18	M18->M19	M19->M20	M20->M21
2010	1,15	1,16	1,14	1,12	1,07	1,07	1,06	1,04	1,04	1,04
2011	1,17	1,15	1,13	1,11	1,08	1,07	1,07	1,05	1,04	1,04
2012	1,13	1,11	1,10	1,09	1,13	1,12	1,10	1,04	1,04	1,04
2013	1,16	1,13	1,11	1,10	1,06	1,06	1,06	1,04	1,04	1,04
2014	1,14	1,13	1,11	1,10	1,06	1,05	1,05	1,04	1,04	1,04
2015	1,13	1,12	1,11	1,10	1,06	1,06	1,05	1,04	1,04	1,03
2016	1,14	1,13	1,11	1,10	1,06	1,06	1,05	1,04	1,04	1,04
2017	1,17	1,12	1,11	1,10	1,12	1,10	1,09	1,04	1,03	1,03
2018	1,15	1,10	1,09	1,09	1,01	1,01	1,01			
2019										

Exercice de survenance	M21->M22	M22->M23	M23->M24	M24->M25	M25->M26	M26->M27	M27->M28	M28->M29	M29->M30	M30->M31
2010	1,03	1,03	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02
2011	1,03	1,03	1,03	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02
2012	1,03	1,03	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,01
2013	1,03	1,03	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,01
2014	1,03	1,03	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,01	1,01
2015	1,04	1,04	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02
2016	1,03	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,02	1,01
2017	1,03	1,03	1,03	1,02	1,02	1,01	1,00	1,00	1,00	
2018										
2019										

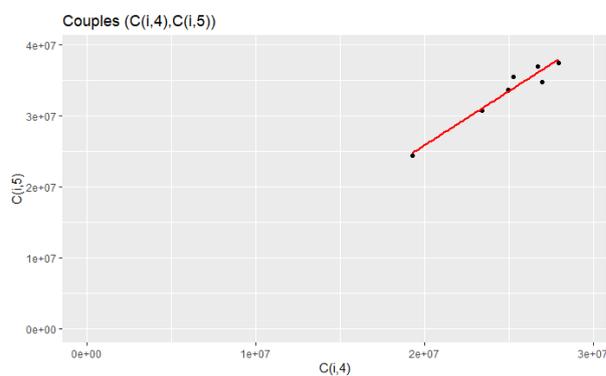
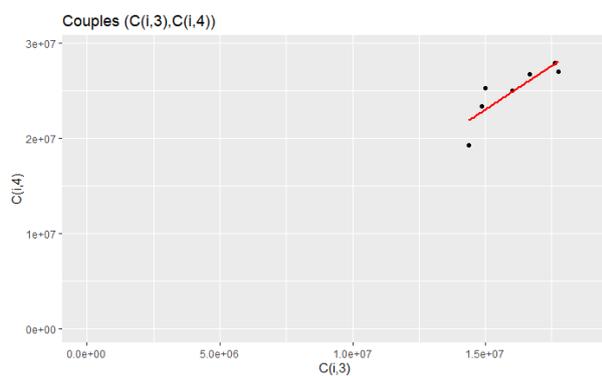
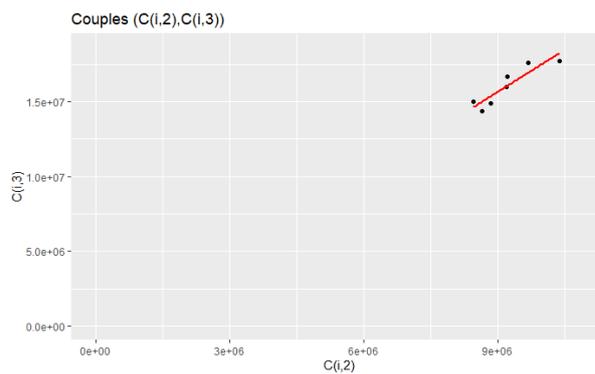
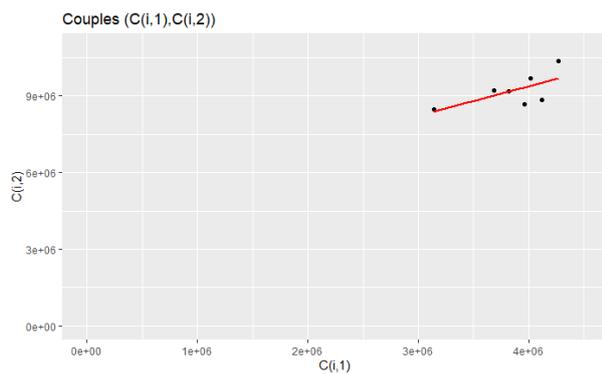
Exercice de survenance	M31->M32	M32->M33	M33->M34	M34->M35	M35->M36	M36->M37	M37->M38	M38->M39	M39->M40	M40->Utime
2010	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,71
2011	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,76
2012	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,02	1,01	1,01	1,01	1,47
2013	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,26
2014	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,16
2015	1,02	1,02	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,09
2016	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00
2017										
2018										
2019										

Les coefficients de développements après \widehat{f}_{39} ne sont pas affichés car tous très proches de 1. Ainsi \widehat{f}_{40} est remplacé par un coefficient de développement à l'ultime.

Annexe B

Validation de l'hypothèse du Chain Ladder

B.1 FSS



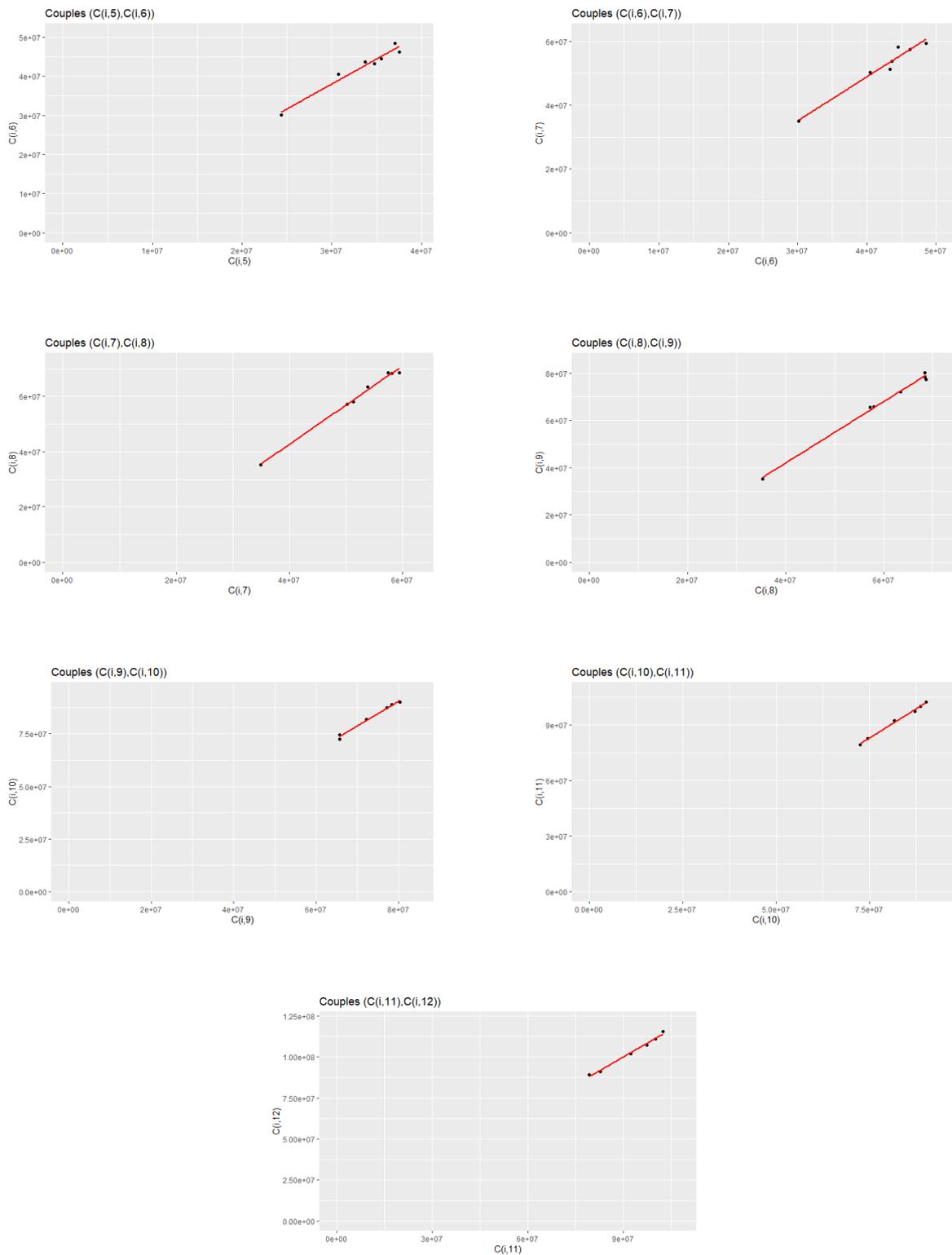
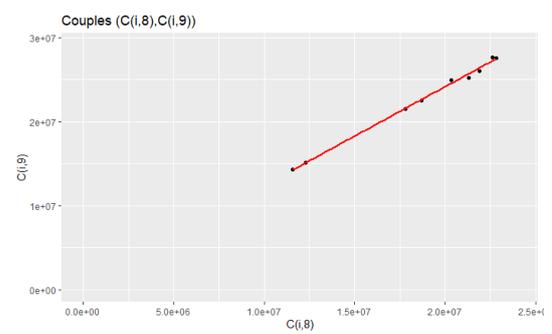
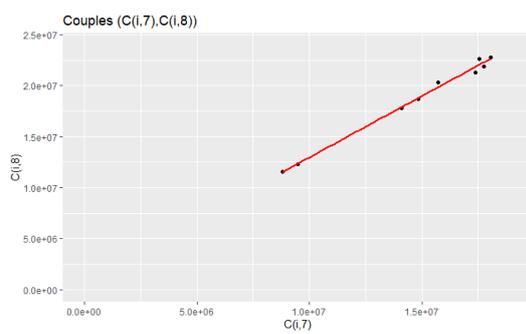
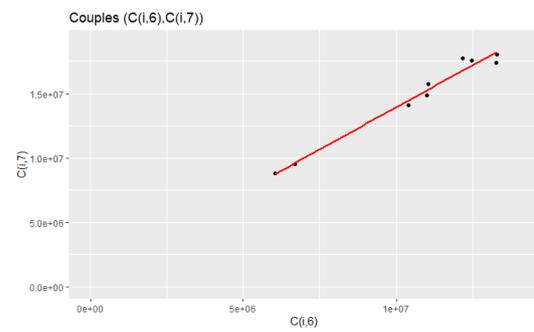
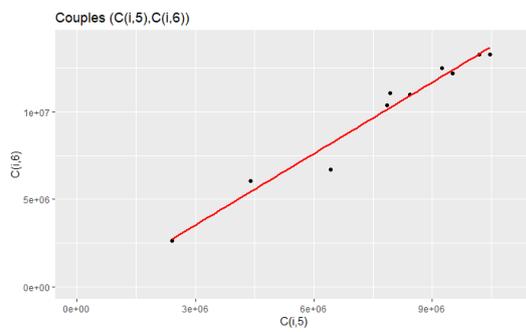
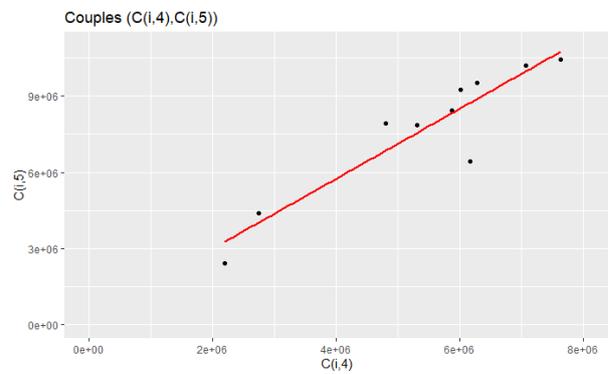
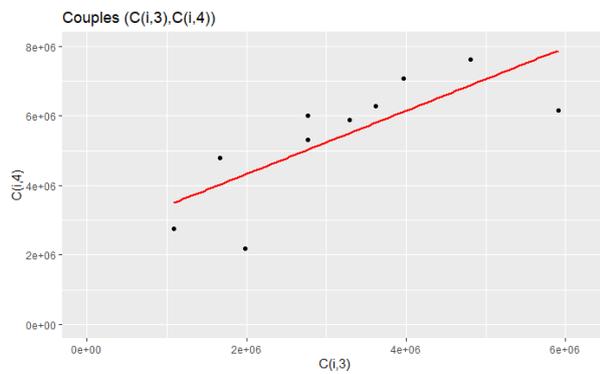
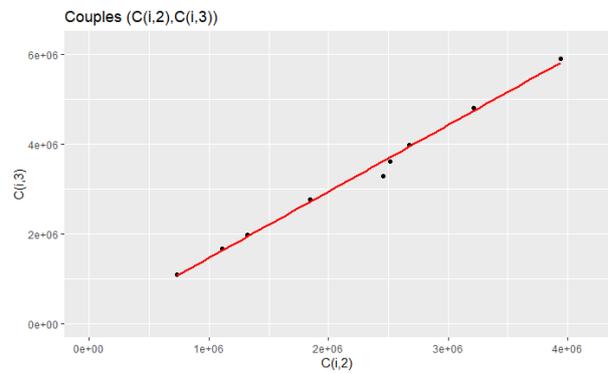
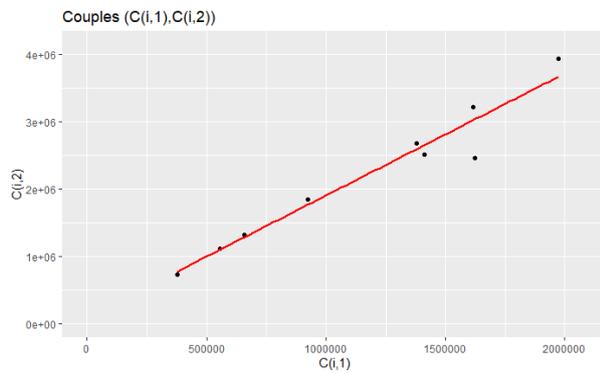


FIGURE B.1 – Courbes de régression des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ pour j de 1 à 11 sur le risque FSS

B.2 IT



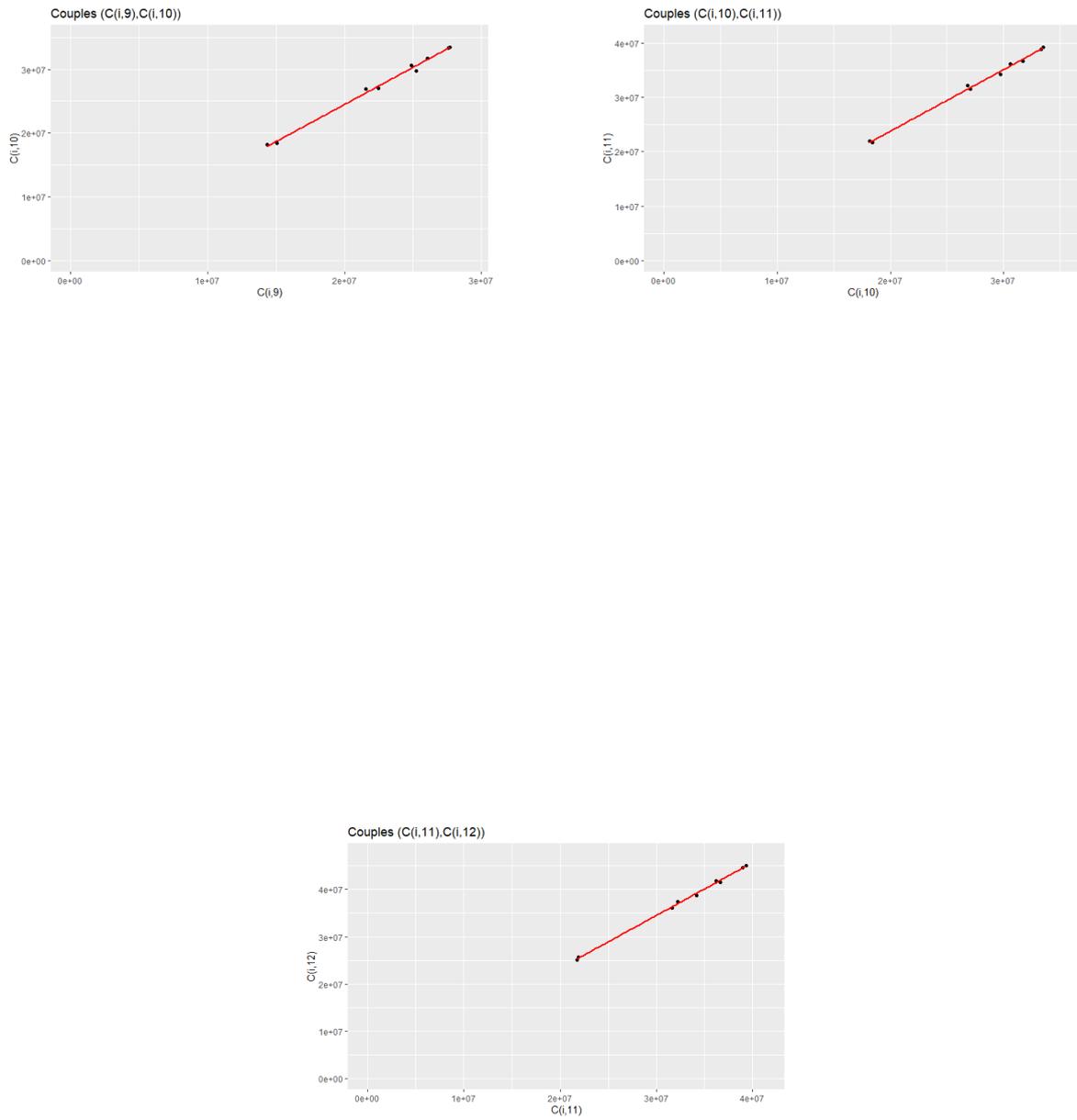


FIGURE B.2 – Courbes de régression des couples $(C_{i,j}, C_{i,j+1})$ pour j de 1 à 11 sur le risque IT