

Mémoire présenté pour la validation de la Formation « Certificat d'Expertise Actuarielle » de l'Institut du Risk Management et l'admission à l'Institut des actuaires le

Par: Ahmed Hassen GHARBI Titre : Contruction d'indicateurs de rentabilité d'un produit d'assurance obsèques Confidentialité : ✓ NON OUI (Durée : 1 1an 2 ans) Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus Membres présents du jury de l'Institut des Entreprise : Covéa actuaires : Nom: Signature et Cachet : Directeur de mémoire en entreprise : Membres présents du jury de l'Institut du Risk Nom: David PARIS Management: Signature: Invité: Nom: Signature: Autorisation de publication et de mise en ligne sur un site de diffusion de documents actuariels (après expiration de l'éventuel délai de confidentialité) Signature du responsable entreprise Secrétariat : Signature(s) du candidat(s) Bibliothèque:

RÉSUMÉ

Le marché des produits obsèques connait une croissance depuis 2010. Aujourd'hui environ 5 millions de contrats sont en cours. Ce type de contrats peut être considéré comme hybride car, obéissant au principe de mutualisation, le montant des produits peut être inférieur ou supérieur au montant des prestations selon la date du décès et, en même temps, il ressemble aux contrats épargne classiques car il permet au souscripteur de mettre un terme au contrat de façon anticipée en demandant un rachat total. Comme pour les contrats d'épargne, l'assureur verse une participation aux bénéfices aux bénéficiaires des contrats éligibles.

Le but de ce mémoire est d'expliquer les étapes qui nous ont permis de construire des indicateurs de suivi du risque ainsi que les raisons qui nous ont amenés à choisir les indicateurs retenus. D'abord, nous sommes partis de la formule du résultat technique pour construire nos indicateurs annuels et à partir desquels nous avons ajouté des indicateurs pluriannuels plus adaptés à l'étude de la rentabilité d'un risque long comme les contrats vie entière obsèques. Ensuite, nous avons appliqué ces premiers indicateurs sur des données fictives. Face aux limites des indicateurs construits, nous avons dans un premier temps cherché à trouver un autre indicateur qui reflète la sinistralité de l'année avec précision. Cette recherche a abouti à un quatrième indicateur dont le résultat est égal au rapport entre la sinistralité observée et la sinistralité théorique et dont la formule est composée d'éléments du résultat technique. Ensuite afin d'essayer d'anticiper les résultats futurs, nous avons construit des tables d'expérience.

Les résultats de ces indicateurs sur les données fictives et réelles ont conduit à choisir un indicateur pluriannuel et prospectif qui propose une vision équilibrée entre l'historique des résultats du passé et ceux du futur présents dans les engagements assureur et assurés. Nous avons également choisi le dernier indicateur construit car il reflète avec exactitude le rapport entre les sinistres observés et les sinistres attendus.

<u>Mots clés</u>: Assurance vie, produits obsèques, résultat technique, indicateur de suivi du risque, sinistralité, provisions mathématiques, table de mortalité d'expérience.

ABSTRACT

The market for funeral products has been growing since 2010. Today, approximately 5 million contracts are in force. This type of contract can be considered as hybrid because, following the principle of mutualization, the amount of the products can be lower or higher than the amount of the benefits depending on the date of death and, at the same time, it is comparable to classic savings contracts because it allows the subscriber to put an end to the contract in advance by requesting a surrender. As with savings contracts, the insurer pays a profit sharing to the beneficiaries of eligible contracts.

The purpose of this paper is to explain the steps that allowed us to construct risk monitoring indicators and the reasons that led us to choose the indicators selected. First, we started with the technical result formula to build our annual indicators from which we added multi-year indicators. Then, we applied these first indicators to fictitious data. Faced with the limitations of the indicators constructed, we first sought to find another indicator that accurately reflects the year's claim level. This search led to a fourth indicator whose result is equal to the ratio between the observed claim level and the theoretical claim level and whose formula is composed of elements of the technical result. Then, in order to try to anticipate future results, we have built experience based mortality tables.

Ahmed Hassen GHARBI - 3 -

The results of these indicators on the fictitious and real data led us to choose a multi-year and prospective indicator that proposes a balanced vision between the historical results of the past and those of the future calculated in the insurer and insured commitments. We also chose the last indicator constructed because it accurately reflects the relationship between observed claims and expected claims.

<u>Keywords:</u> Life insurance, funeral insurance products, technical result, risk monitoring indicator, claims, mathematical reserves, experience based mortality table.

Ahmed Hassen GHARBI - 4 -

NOTE DE SYNTHESE

Dans le cadre de travaux commencés en 2019, visant à améliorer le suivi du risque du portefeuille prévoyance des 3 marques du groupe Covéa : MMA, MAAF et GMF, nous avons entamé nos recherches pour trouver des indicateurs qui nous permettraient de cibler, s'il y'en a, les dérives de la sinistralité sur une ou plusieurs populations de notre portefeuille de contrats obsèques souscrits à partir de 2010 et d'étudier sa rentabilité technique.

L'objectif de notre étude est de proposer des indicateurs de rentabilité simples, ce qui peut sembler contrintuitif dans le cas d'un risque long comme celui des vies entières.

Les différents états de reporting de Covéa, et en particulier ceux dédiés à la prévoyance, présentent des indicateurs de type S/P. Si ces indicateurs sont pertinents en temporaire décès (contrat annuel) ou en emprunteur (plus complexe toutefois), leur déclinaison sur l'obsèques peut conduire à une vision très éloignée de la réalité technique. En effet, si l'on se base trop sur les données comptables disponibles, le risque est de présenter un indicateur comptable, comparant les produits et charges annuels, alors que la rentabilité d'un contrat s'analyse sur le temps long.

Si actuariellement il semblerait pertinent de présenter un état différent, le pilotage chez Covéa nous a incités à produire toutefois un indicateur de type S/P, car le groupe étant principalement de culture IARD, c'est traditionnellement un indicateur très attendu. De plus, les contraintes de données et de ressources disponibles dans les équipes mènent à rechercher des indicateurs facilement calculables, à partir de données comptables disponibles. A minima, si un tel calcul simple n'est pas envisageable, il convient de montrer quelles seraient les limites d'un tel calcul, et donc les risques d'analyse d'un indicateur trop simpliste.

Ce mémoire consistera donc à :

- construire un indicateur de rentabilité de type S/P, ou approchant
- utiliser au maximum des données issues du compte de résultat
- identifier les limites de cette approche, et d'une utilisation d'indicateurs trop simplistes

Le point de départ a été la formule du résultat technique.

Charges	Produits		
Stock de provisions de fin d'année	Stock de provisions de début d'année		
Charge de sinistres de l'année hors PB servie	Primes Pures encaissées en début d'année		
Rachats hors PB servie	Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le		
	tarif		

Résultat technique =

- + Primes Pures encaissées en début d'année
- + Stock de provisions de début d'année
- Stock de provisions de fin d'année

Ahmed Hassen GHARBI - 5 -

- + Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le tarif
- (charge de sinistres de l'année + Rachats PB servie)

En faisant l'hypothèse que les charges sont égales aux produits pour avoir un résultat technique nul, nous avons construit 3 indicateurs :

• Pour le S/P_1 , les charges ont été mises au numérateur et les produits au dénominateur.

$$S/P_1 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie}{Primes\ pures\ + IT\ +\ delta\ PM\ (hors\ chargements)}$$

Avec delta PM= stock de provisions de début d'année - stock de provisions de fin d'année et IT= Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le tarif.

• Pour le S/P_2 , le delta de PM passe au numérateur et nous le signons négativement pour en faire une charge.

$$S/P_2 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie\ - \ delta\ PM}{Primes\ pures\ + IT}$$

• Pour le*S*/*P*₃, nous avons séparé les engagements des assurés et de l'assureur des années N et N-1 où N est l'année d'étude.

$$S/P_3 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie\ + enga.\ assureur\ N\ +\ enga.\ assuré\ N_1}{Primes\ pures\ + IT\ +\ enga.\ assureur\ N_1\ +\ enga.\ assuré\ N}$$

Les vies entières étant un risque long, nous avons décidé d'utiliser des indicateurs pluriannuels.

A partir des indicateurs annuels construits précédemment, nous avons calculé les indicateurs pluriannuels suivants :

$$S/P_{1p} = \frac{\sum_{n=2010}^{N} (Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie)}{-provisions_{N} + \sum_{n=2010}^{N} (Primes\ pures\ + IT)}$$

$$S/P_{2p} = \frac{provisions_N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie)}{\sum_{n=2010}^{N} (Primes\ pures\ + IT)}$$

$$S/P_{3p} = \frac{enga. \ assureur \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge \ de \ sin. + Rachats - PB \ servie)}{enga. \ assur\'{e} \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Primes \ pures + IT)}$$

Par construction, ces 6 indicateurs sont égaux à 100% quand notre hypothèse est vérifiée. Les montants de rachat de l'année N sont toujours égaux aux provisions N-1 revalorisées. Les primes et provisions tels qu'elles sont calculées sont destinées à payer une sinistralité observée égale à la sinistralité théorique. Notre hypothèse est donc équivalente à dire que la sinistralité observée est égale à la sinistralité théorique.

Ahmed Hassen GHARBI - 6 -

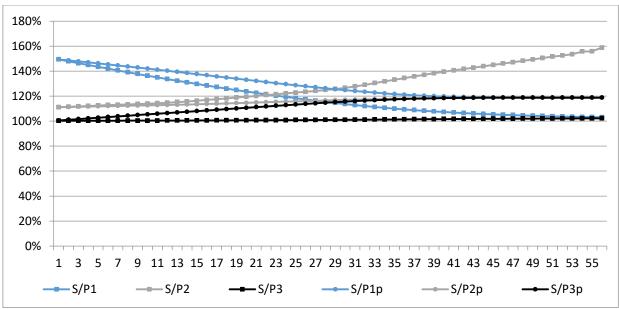


Figure 1 Comportement des 6 S/P face à une surmortalité de 50%

Après la construction des 6 premiers indicateurs de type S/P : 4 indicateurs comptables et 2 indicateurs avec séparation des engagements, nous avons testé leurs réponses face à une sous mortalité ou une surmortalité relative grâce à des applications sur des portefeuilles fictifs.

Comme le montre la figure ci-dessus, la réponse des 6 indicateurs face à une dérive de la sinistralité n'est pas la même.

Les indicateurs pluriannuels sont quasiment égaux aux indicateurs annuels durant les toutes premières années car le poids de l'historique des primes et charges ainsi que les provisions unitaires présentes dans les indicateurs pluriannuels ne sont pas très importants. A la fin de la simulation, les 3 indicateurs pluriannuels convergent vers le même ratio : Rapport entre sinistres payés et produits (Primes + produits financiers à hauteur du taux technique). Malgré la présence des PM de fin d'année, qui joue le rôle d'anticipation des résultats futurs, cette convergence est très lente pour pouvoir dire qu'il s'agit d'indicateurs prospectifs.

L'indicateur pluriannuel S/P_3 est trop constant à cause du poids des engagements pour être interprétable. Les indicateurs annuels S/P_1 et S/P_2 sont eux aussi compliqués à interpréter car dépendent de la production et sont constitués de numérateur (S/P_2) et de dénominateur (S/P_1) hétérogènes : Pas de séparation totale des charges et des produits du fait de la présence des PM. De plus l'étude de la rentabilité d'un contrat vie entière doit reposer sur des produits et des charges pluriannuels. Dans une vision annuelle, il est plus judicieux de parler de résultat que de rentabilité.

Face aux limites des indicateurs annuels, nous avons construit un indicateur qui compare le montant des sinistres observés et le montant des sinistres prévus par le tarif. Cet indicateur $ratio_4$ repose sur des quantités comptables :

$$ratio_{4} = \frac{\sum_{j=1}^{nbass0} S}{\frac{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0.5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0.5}}{1 - \frac{provisions_{N}}{C} \times (1+i)^{-0.5}}}$$

Ahmed Hassen GHARBI - 7 -

A partir de cet indicateur annuel, nous avons aussi construit la version pluriannuelle :

$$ratio_{4p} = \sum_{n=2010}^{N} \frac{\sum_{j=1}^{nbass0} S}{\sum_{j=1}^{nbass0} \frac{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0,5}}{1 - \frac{provisions_{N}}{C} \times (1+i)^{-0,5}}}$$

L'indicateur pluriannuel $ratio_{4p}$ a la même signification que sa version annuelle : montant des Sinistres observés/ montant des Sinistres prévus par le tarif. L'application sur les données fictives confirme que ces 2 indicateurs sont fiables et précis.

L'application des indicateurs utilisant la mortalité du tarif sur les données réelles nous a permis de voir que la mortalité de notre portefeuille était différente de celle prévue par le tarif. Les indicateurs pluriannuels supposés être prospectifs ne le seront pas car comme démontré lors de la simulation sur des données fictives, quand les PM ne sont pas adaptées à la mortalité du portefeuille, le pouvoir prédictif de ces indicateurs est nul.

Pour cette raison, nous avons construit une table de mortalité d'expérience en ajoutant aux contrats étudiés, des contrats souscrits avant 2010 pour avoir plus de mutualisation sur les âges supérieurs à 80 ans.

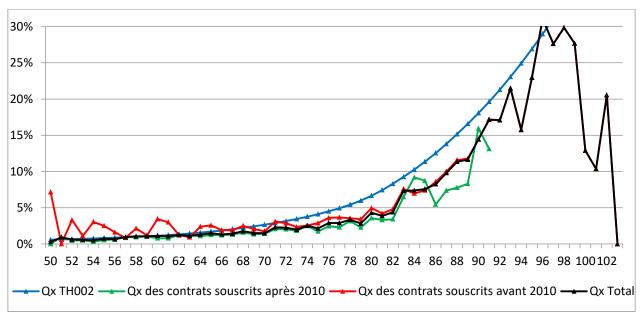


Figure 2 Taux de décès bruts

Nous remarquons que les taux de décès des contrats souscrits avant 2010 sont largement supérieurs à ceux des nouveaux contrats. Sur les âges compris entre 50 et 68 ans, les taux de décès des anciens contrats sont même supérieurs à ceux de la table du tarif(TH002). Cette tranche d'âge est celle des contrats avec une faible ancienneté : La moyenne d'âge à la souscription de notre portefeuille est égale à 64 ans. Pour comprendre cette anti sélection, nous avons ajouté la composante ancienneté. Nous avons isolé les anciennetés inférieures ou égales à trois des autres contrats.

Ce graphique nous montre que la différence entre les taux de décès des anciens et des nouveaux contrats est due à une anti sélection sur les contrats souscrits avant 2010. Cette surmortalité sur les premières années n'est plus d'actualité. Elle a été supprimée grâce à la mise en place du délai de carence en 2017. Avant cette date, la garantie décès est acquise quelles que soient les causes et circonstances du décès, sauf en cas de suicide conscient ou inconscient de l'assuré l'année qui suit la prise d'effet du contrat.

Ahmed Hassen GHARBI - 8 -

Au vu de ce changement, nous avons exclu de nos données les anciennetés inférieures ou égales à 3 ans des contrats souscrits avant 2010.

Nous avons ensuite lissé les données avec la formule de Makeham. Après avoir calculé le rapport entre les décès observés et les décès obtenus avec les taux lissés, fait le test de Khi deux et calculé les intervalles de confiance, nous avons obtenu un lissage fidèle aux taux bruts.

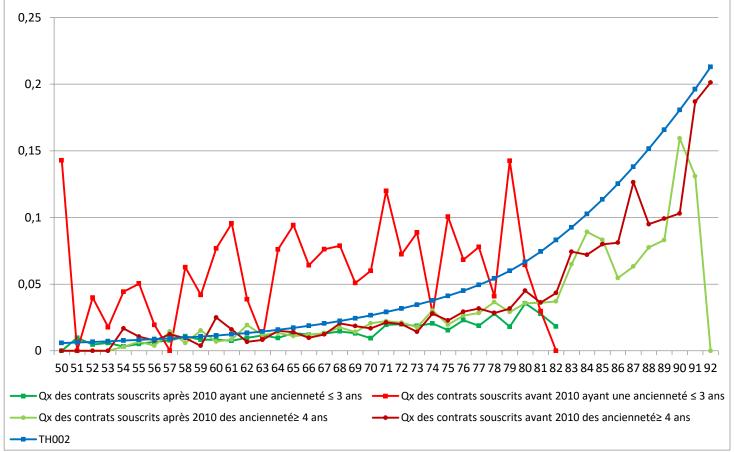


Figure 3Taux de décès bruts par ancienneté

Afin d'avoir une idée sur les prévisions de cette table, nous avons calculé les engagements de l'assureur et d'un assuré ayant soucrit un capital de 10K€ à l'âge de 64 ans (moyenne d'âge à la souscription de notre portefeuille). En prenant un taux technique nul, l'engagement de l'assuré est égal à 11 860€ soit :

$$S/P = \frac{10\ 0000}{11\ 860} = 84\%$$

Si on recalcule l'engagement de l'assuré en y ajoutant les chargements de gestion et commerciaux nous obtenons :

 $S/PC = \frac{10\ 000}{15\ 813} = 63\%$, l'assureur aurait 37% des primes à répartir entre frais de gestion, frais commerciaux, PB et bénéfices.

Nous avons ensuite testé nos indicateurs calculés avec la table d'expérience sur un portefeuille ayant une mortalité égale à celle prévue par cette table. Pour se rapprocher encore de la situation de notre

Ahmed Hassen GHARBI - 9 -

portefeuille, nous avons pris des assurés d'âges différents mais dont la moyenne d'âge à la souscription est égale à celle de notre portefeuille : 64 ans.

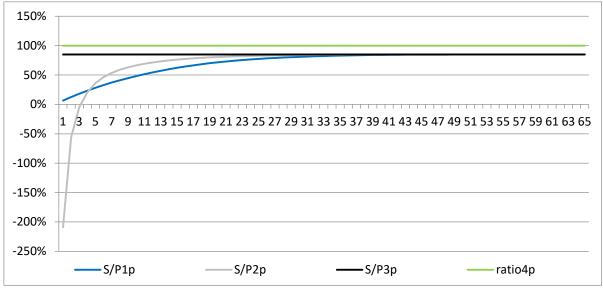


Figure 4Comportement des indicateurs pluriannuels calculés avec la table d'expérience sur un portefeuille fictif ayant la même mortalité que notre portefeuille

Ce graphique nous montre que le seul indicateur ayant un pouvoir prédictif est le S/P_{3p}.

En effet, alors que les indicateurs comptables S/P_{1p} et S/P_{2p} mettent plus de 40 ans à converger, le S/P_{3p} est égal au rapport charges totales/ produits totaux (85%) de la première à la dernière année.

Le ratio_{4p}est lui égal à 100% tout le long de la simulation car la sinistralité est égale aux prévisions de la table d'expérience utilisée.

Nous avons décidé de retenir le S/P_{3p}pour son pouvoir prédictif quand il est calculé avec une table de mortalité appropriée ainsi que les indicateurs ratio_{4p}et ratio₄pour leurs capacités à nous renseigner de façon précise sur la mortalité de notre portefeuille et donc sur la pertinence de l'utilisation de la table du tarif ou d'expérience.

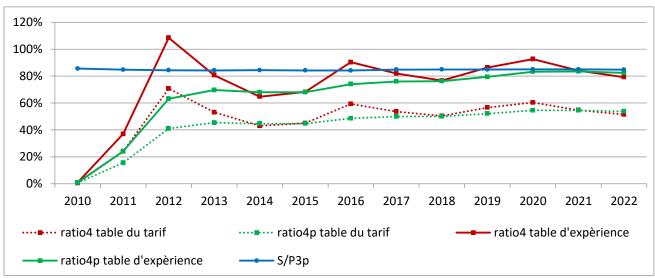


Figure 5 Application des indicateurs calculés avec la table d'expérience sur les données réelles

Ahmed Hassen GHARBI - 10 -

Le S/P_{3p} est égal tout le long de l'historique aux ratios prévus par le calcul théorique des engagements et par la simulation faite sur le portefeuille fictif. Les $ratio_4$ et $ratio_{4p}$ sont différents des 100% attendus. Cet écart est dû à l'impact du délai de carence. Sans délai de carence, nous aurions payé $618K \in en plus$. Ce montant représente 16% des capitaux assurés de la population décédée. Dans nos indicateurs $ratio_4$ et $ratio_{4p}$, conformément au tarif, nous ne prenons pas en compte le délai de carence.

Le calcul des indicateurs sur les données réelles confirme encore plus que ces indicateurs répondent à notre besoin.

Nous avons ensuite réalisé la même étude en séparant les femmes et les hommes en construisant une table de mortalité par sexe. Cette étude a conduit au même résultat en termes de rentabilité, le S/P_{3p} reste inchangé alors que le rapport entre sinistralité observée et sinistralité prévue a légèrement baissé : La sinistralité prévue a augmenté. Ce résultat est dû à la surestimation de l'exposition des femmes dans la table avant séparation. En effet, la proportion de femmes est plus importante dans les données qui ont conduit à la construction de la table que celle de notre portefeuille. Les effets de cette surestimation s'estompent dans le calcul de la rentabilité future $(S/P_{3p}$ inchangé) car l'espérance de vie des femmes est plus grande : Leur exposition ne sera plus surestimée.

Ahmed Hassen GHARBI - 11 -

SYNTHESIS NOTE

As part of the work started in 2019, aiming to improve the risk monitoring of the protection portfolio of the three brands of the Covéa Group: MMA, MAAF and GMF, we have initiated our research to find indicators that would allow us to target, if any, the drift of claims on one or more populations of our portfolio of funeral contracts subscribed from 2010 onwards and to study its technical profitability.

The aim of our study is to propose simple profitability indicators, which may seem counterintuitive in the case of a long risk contract such as the whole life one.

The various covea reporting statements, in particular those dedicated to provident insurance, present P&C type indicators. If these indicators are relevant for term life (annual contract) or credit insurance (more complex sometimes), their application to funeral insurance can lead to a vision that is far from the technical reality. Indeed, if we rely too much on the available accounting data, the risk is to present an accounting indicator that compares annual income and expenses, whereas the profitability of a contract is analyzed over the long term.

Although actuarially it may seem relevant to present a different statement, the management of Covéa has encouraged us to produce a P&C type indicator, as the group is mainly based on non-life insurance culture, it's traditionally a very expected indicator. In addition, the constraints of data and available resources in the teams lead to searching easily calculated indicators from the available accounting data. At the very least, if such a simple calculation is not possible, it is necessary to show the limits of such a calculation, and therefore the risks of analyzing an overly simplistic indicator.

This paper will therefore consist of;

- Constructing a profitability P&C indicator or an approximation
- Using data from the income statement as much as possible
- Identifying the limits of such an approach and the use of over simplistic indicators

The starting point was the formula of the technical result.

• Expenses	Products		
Year-end mathematical reserves	Start of the year mathematical reserves		
The claims expense of the year excluding the profit sharing received	Risk premiums collected at the beginning of the year		
Surrenders excluding the profit sharing received	Financial income up to the technical rate estimated by the tariff		

Technical result =

- + Risk Premiums collected at the beginning of the year
- + Beginning of the year reserves stock
- Year-end reserves stock

Ahmed Hassen GHARBI - 12 -

- + Financial income up to the technical rate estimated by the tariff
- (The claims expense of the year + Surrenders profit sharing paid)

Assuming that expenses are equal to revenues, in order to have a zero technical result, we have constructed 3 indicators:

• For the S/P_1 the expenses have been put in the numerator and the revenues in the denominator.

$$S/P_1 = \frac{\text{The claims expense } + \text{Surrenders } - Profit Sharing \ paid}{Risk \ Premiums + FI + delta \ MR (excluding \ management \ fees)}$$

With delta MR= beginning of year Mathematical Reserves - end of year mathematical reserves and FI= Financial Income up to the technical rate provided for by the tariff.

• For the S/P_2 , the delta of MR goes to the numerator and we sign it negatively to make it a charge.

$$S/P_2 = \frac{The \ claims \ expense \ + Redemptions \ - PS \ paid - delta \ MR (excluding \ management \ fees)}{Risk \ Premiums \ + FI}$$

With PS paid = Profit sharing paid

• For the S/P_3 , We have separated the commitments of the insured and the insurer for years N and N-1 where N is the study year.

$$S/P_3 = \frac{The\ claims\ expense\ + Redumptions - PS\ paid\ + insurer\ liab.\ N+\ insured\ liab.\ N_1}{Risk\ Premiums\ + FI\ + insurer\ liab.\ N_1\ +\ insured\ liab.\ N}$$

The lifetime insurance being a long risk, we decided to use multi-year indicators.

From the annual indicators constructed previously, we calculated the following multi-year indicators:

$$S/P_{1p} = \frac{\sum_{n=2010}^{N} (\text{The claims expense } + \text{Surrenders } - Profit Sharing paid)}{-MR_N + \sum_{n=2010}^{N} (Risk Premiums + TI)}$$

$$S/P_{2p} = \frac{MR_N + \sum_{n=2010}^{N} (\text{The claims expense } + \text{Surrenders } - Profit Sharing paid)}{\sum_{n=2010}^{N} (Risk Premiums + TI)}$$

$$S/P_{3p} = \frac{insurer\ liab.N + \sum_{n=2010}^{N} (The\ claims\ expense\ + Redumptions - PS\ paid)}{insured\ liab.N + \sum_{n=2010}^{N} (Risk\ Premiums + TI)}$$

Ahmed Hassen GHARBI - 13 -

By construction, these 6 indicators are equal to 100% when our hypothesis is verified. The surrender amounts for year N are always equal to the revalued N-1 reserves. The premiums and reserves as calculated as they are intended to pay an observed loss equal to the theoretical loss. Our hypothesis is therefore equivalent to saying that the observed loss experience is equal to the theoretical loss experience

After the construction of the first 6 S/P indicators: 4 accounting indicators and 2 indicators with separation of liabilities, we tested their responses to relative under- or over-mortality thanks to applications on fictitious portfolios.

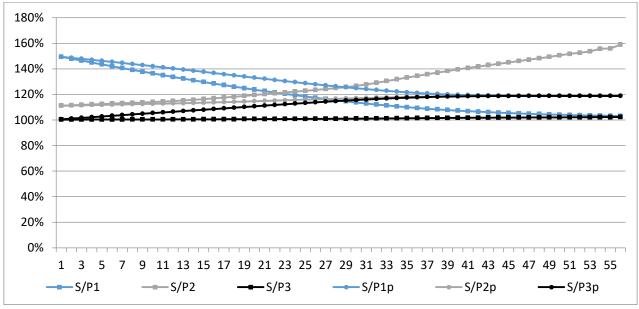


Figure 6 Behavior of the 6 S/Ps towards of a 50% excess mortality

As shown in the figure above, the response of the 6 indicators to a drift of the loss ratio is not the same.

The multi-year indicators are almost equal to the annual indicators during the first few years because the weight of the historical years premiums and expenses as well as the unit provisions used in the multi-year indicators are not very important. At the end of the simulation, the 3 multi-year indicators converge towards the same ratio: Ratio between paid claims and income (Premiums + financial income at the technical rate). Despite the presence of the year-end MR, which plays the role of anticipating future results, this convergence is very slow to be able to say that these are forward-looking indicators.

The multi-year indicator S/P_3 is too constant because of the weight of the commitments to be interpretable. The annual indicators S/P_1 et S/P_2 are also complicated to be interpreted because they depend on the production and are made up of heterogeneous numerators (S/P_2) and denominators (S/P_1) : No total separation of expenses and revenues due to the presence of the MR. Moreover, the study of the profitability of a whole life contract must be based on multi-year income and expenses. In an annual vision, it is more appropriate to talk about technical results than profitability..

In view of the limitations of annual indicators, we have constructed an indicator that compares the amount of claims observed and the amount of claims forecasted by the tariff. This indicator is based on accounting quantities:

Ahmed Hassen GHARBI - 14 -

$$ratio_4 = \frac{\sum_{j=1}^{nbinsured0} \text{The claim expense}}{\frac{\left(Risk\ Premiums\ +\ MR_{N-1}\right)\times(1+i)^{0,5}-MR_N\times(1+i)^{-0,5}}{1-\frac{MR_N}{Insured\ amount}}\times(1+i)^{-0,5}}$$

From this annual indicator, we have also constructed the multi-year version:

$$ratio_{4p} = \sum_{n=2010}^{N} \frac{\sum_{j=1}^{nbinsured0} \text{The claim expense}}{\left(\frac{Risk\ Premiums\ +\ MR_{N-1}}{1 - \frac{MR_{N}}{Insured\ amount}} \times (1+i)^{-0,5} - MR_{N} \times (1+i)^{-0,5}\right)}$$

The multi-year indicator has the same meaning as its annual version: amount of observed claims/ amount of claims forecasted by the tariff. The application on the fictitious data confirms that these 2 indicators are reliable and accurate..

The application of the indicators using the mortality of the tariff on the real data allowed us to see that the mortality of our portfolio was different from the one foreseen by the tariff. The multi-year indicators that are supposed to be forward-looking will not be so ,because, as demonstrated during the simulation on fictitious data, when the MR are not adapted to the mortality of the portfolio, the predictive performance of these indicators is null..

For this reason, we have built an experience based mortality table by adding to the studied contracts, the contracts subscribed before 2010 to have more mutualization on the ages higher than 80 years..

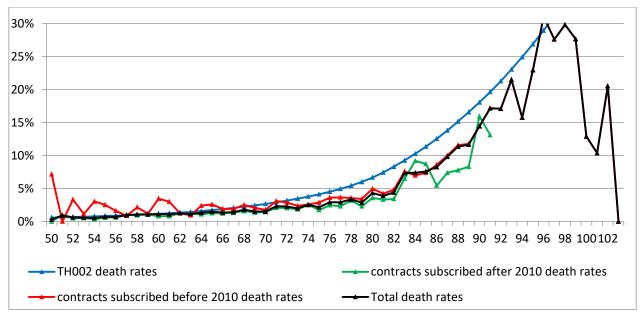


Figure 7 Original death rates

We noticed that the death rates of the contracts subscribed before 2010 are largely higher than those of the new contracts. For ages between 50 and 68, the death rates of the old contracts are even higher than those of the tariff table (TH002). This age group is the one of the contracts with a low seniority: The average age at subscription of our portfolio is equal to 64 years.

Ahmed Hassen GHARBI - 15 -

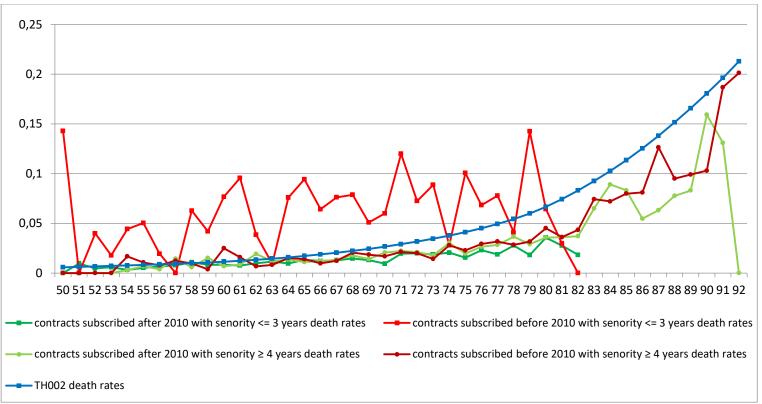


Figure 8 Death rates depending on seniority

To understand this anti-selection, we added the seniority component. We have isolated the seniority less than or equal to three years from the other contracts.

This graph shows us that the difference between the death rates of the old and new contracts is due to an anti-selection on the contracts subscribed before 2010. This excess mortality in the early years is no longer relevant. It has been eliminated thanks to the implementation of the waiting period in 2017. Before this date, the death benefit is acquired regardless of the causes and circumstances of death, except in the case of conscious or unconscious suicide of the insured during the year following the start of the contract..

In view of this change, we have excluded from our data the seniority of less than or equal to 3 years of the contracts subscribed before 2010.

We then smoothed the data with the Makeham formula. After having calculated the ratio between observed deaths and deaths obtained with the smoothed rates, performed the Chi-square test and calculated the confidence intervals, we obtained a smoothing that was faithful to the original rates..

In order to have an idea of the predictions of this table, we calculated the commitment of the insurer and of an insured having subscribed a capital of 10K \in at the age of 64 years (average age at subscription of our portfolio). Taking a zero technical rate, the insured's commitment is equal to $11\ 860$ \in , i.e.:

$$S/P = \frac{10\ 0000}{11\ 860\ \text{€}} = 84\%$$

If we recalculate the policyholder's commitment by adding the management and commercial charges we obtain:

Ahmed Hassen GHARBI - 16 -

 $S/PC = \frac{10\ 000}{15\ 813} = 63\%$, the insurer would have 37% of the premiums to distribute between management fees, commercial fees, PB and profits..

We then tested our indicators calculated with the experience based mortality table on a portfolio having mortality equal to the one predicted by this table. To get even closer to the situation of our portfolio, we took policyholders of different ages but whose average age at underwriting is equal to the one of our portfolio: 64 years.

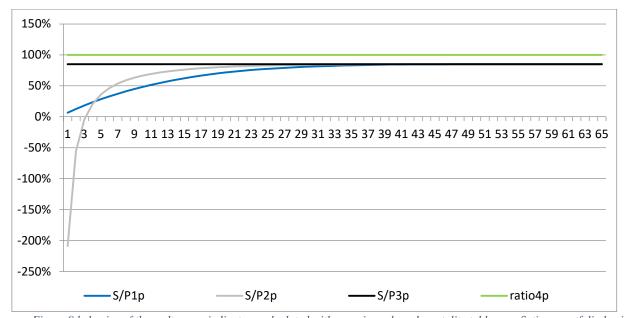


Figure 9 behavior of the multy-year indicators calculated with experience based mortality table on a fictiuos portfolio having the same mortality as our portfolio

This graph shows us that the only indicator with predictive power is the S/P_{3n} .

In fact, while the accounting indicators S/P_{1p} et S/P_{2p} take more than 40 years to converge, the S/P_{3p} is equal to the ratio total expenses/total revenues (85%) from the first to the last year.

The $ratio_{4p}$ is equal to 100% throughout the simulation because the claims experience is equal to the forecasts of the experience based mortality table used.

We decided to choose the S/P_{3p} for its predictive power when calculated with an appropriate life table and ratio₄ and ratio_{4p}indicators for their ability to inform us in a precise way on the mortality of our portfolio and thus on the relevance of the use of the table of the tariff or the experience based one.

Ahmed Hassen GHARBI - 17 -

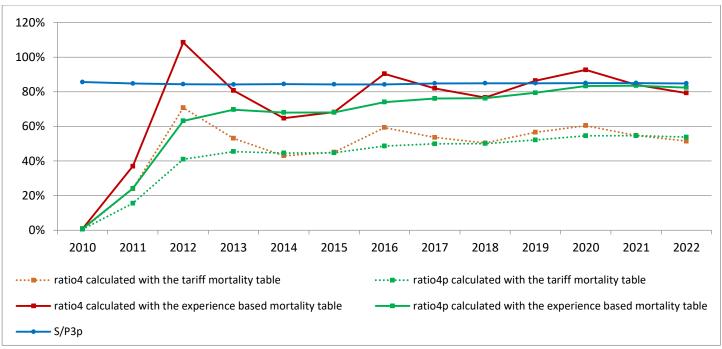


Figure 10 Behavior of the experience based mortality table calculated indicators on the real data

The S/P_{3p} is equal throughout the history to the ratios predicted by the theoretical calculation of the commitments and by the simulation done on the fictitious portfolio. The ${\rm ratio_4}$ and ${\rm ratio_{4p}}$ are different from the expected 100%. This difference is due to the impact of the waiting period. Without the waiting period, we would have paid 618K more. This amount represents 16% of the insured capital of the deceased population. In our indicators ${\rm ratio_{4p}}$, in accordance with the tariff, the waiting period is not taken into account.

The calculation of the indicators on actual data further confirms that these indicators meet our needs.

We then carried out the same study by separating women and men by constructing a mortality table by sex. This study led to the same result in terms of profitability, the S/P_{3p} remained unchanged while the ratio between observed and expected loss ratio has slightly decreased: The expected loss ratio has increased. This result is due to the overestimation of female exposure in the table before separation. In the data that led to the construction of the table the proportion of women is higher than in our portfolio. The effects of this overestimation fade in the calculation of future profitability $(S/P_{3p}$ unchanged) because the life expectancy of women is greater: their exposure will no longer be overestimated..

Ahmed Hassen GHARBI - 18 -

TABLE DES MATIÉRES

RÉSUMÉ	3 -
ABSTRACT	3 -
NOTE DE SYNTHESE	5 -
SYNTHESIS NOTE	12 -
TABLE DES MATIÉRES	19 -
LISTE DES FIGURES	22 -
LISTE DES TABLEAUX	25 -
REMERCIEMENTS	26 -
INTRODUCTION	27 -
CHAPITRE 1. CONTEXTE DE L'ETUDE	29
INTRODUCTION	30 -
I. Contexte de l'étude	30 -
1. Définition de l'assurance vie	30 -
2. Les différentes formes de contrats	30 -
3. Le marché de l'assurance vie en France	32 -
4. Définition d'un contrat obsèques	36 -
5. Quelques chiffres sur l'assurance obsèques	37 -
6. MMA sérénité	39 -
CHAPITRE 2. OBJECTIF, CONSTRUCTION DES INDICATEURS ET CALCULS DONNEES FICTIVES 45	S SUR
I. PROBLEMATIQUE ET OBJECTIF DE L'ETUDE	46 -
1. Objectif	46 -
2. Problématiques identifiées	46 -
II. PRESENTATION DES INDICATEURS ISSUS DE LA FORMULE DU RESU TECHNIQUE	

1.	Indicateurs annuels	- 48 -
2.	Indicateurs pluriannuels	- 50 -
III.	APPLICATION SUR UN PORTEFEUILLE FICTIF	- 50 -
1.	Paramètres	- 50 -
2.	Population identique	- 51 -
3.	Population hétérogène : sensibilité par rapport à l'âge des assurés	- 60 -
4.	Population hétérogène : sensibilité par rapport au taux technique du tarif	- 62 -
5.	Proposition d'indicateurs	- 65 -
Cl	HAPITRE 3. APPLICATION SUR LE PORTEFEUILLE OBSEQUES MMA SERENITE	- 71 -
IN	TRODUCTION	72
I.	DONNEES	72
II.	Le périmètre étudié : MMA Sérénité	72
1.	Répartition par année de souscription	73
2.	Répartition par type de cotisations	75
3.	Répartition par taux technique du tarif	75
III.	Provisions mathématiques bilan et provisions mathématiques anniversaire	76
1.	Passage de la PM anniversaire à la PM bilan	76
2.	Passage de la PM bilan à la PM bilan Zillmérisée	78
3.	Choix des provisions utilisées pour les indicateurs	78
4.	Contrôle des PM	79
5.	Produits financiers à hauteur du taux technique du tarif	80
IV.	Résultats	80
1.	Indicateurs annuels	80
2.	Indicateurs pluriannuels:	83
V.	Mortalité d'expérience et projections	85
1.	Données :	86
2.	Lissage des taux bruts : Formule de Makeham	88
3.	Premières projections, analyse et détermination des indicateurs à retenir	95

Construct	ion d'indicateurs de suivi de rentabilité d'un produit d'assurance obsèques	2022
d)	Indicateurs sélectionnés (avec projection) sur les données réelles	100
e)	Etude complémentaire : Segmentation Femmes / Hommes	102
CONCLU	SION	104
BIBLIOG	RAPHIE	106
ANNEXE		107
Prés	entation de MMA	107

Ahmed Hassen GHARBI

LISTE DES FIGURES

Figure 1 Comportement des 6 S/P face à une surmortalité de 50%	7 -
Figure 2 Taux de décès bruts	8 -
Figure 3Taux de décès bruts par ancienneté	9 -
Figure 4Comportement des indicateurs pluriannuels calculés avec la table d'expérience sur un por fictif ayant la même mortalité que notre portefeuille	
Figure 5 Application des indicateurs calculés avec la table d'expérience sur les données réelles	10 -
Figure 6 Behavior of the 6 S/Ps towards of a 50% excess mortality	14 -
Figure 7 Original death rates	15 -
Figure 8 Death rates depending on senority	16 -
Figure 9 behavior of the multy-year indicators calculated with experience based mortality table on a portfolio having the same mortality as our portfolio	
Figure 10 Behavior of the experience based mortality table calculated indicators on the real data	18 -
Figure 11 Répartition des cotisations 2020 selon le type de contrat en France	32 -
Figure 12 Evolution de la répartition Euro UC des cotisations	33 -
Figure 13 Structure de l'épargne financière des ménages dans les principales économies européennes e 2018	
Figure 14 Rachats hebdomadaires sur les supports rachetables (euros et unités de compte) depuis 2011	35 -
Figure 15 Evolution du taux d'intérêt de l'OAT 10 ans France	36 -
Figure 16 Evolution du marché des contrats obsèques entre 2016 et 2020 (chiffres à fin 2020)	37 -
Figure 17 Evolution du marché des contrats obsèques entre 2021 et 2022 (chiffres à fin juin 2022)	37 -
Figure 18 Proportion de décès avec un contrat obsèques	37 -
Figure 19 Nombre de décès par jour depuis 2019	38 -
Figure 20 Evolution des décès 2020 par rapport à 2019 du nombre de décès cumulé selon l'âge	38 -
Figure 21 MMA sérénité: Nombre de contrats présents en fin d'année	42 -
Figure 22 MMA sérénité : Nombre de décès par an	42 -
Figure 23 MMA sérénité: Distribution des âges des contrats présents en fin d'année	43 -
Figure 24 MMA sérénité: Distribution des âges des assurés décédés	43 -
Figure 25 MMA sérénité : Répartition Hommes Femmes des assurés	44 -

Ahmed Hassen GHARBI

Construction d'indicateurs de suivi de rentabilité d'un produit d'assurance obsèques	2022
Figure 26 MMA sérénité: Répartition Hommes Femmes des décès	44 -
Figure 27 MMA sérénité: Les capitaux assuré	44 -
Figure 28 Valeurs actuelles des engagements assureur et assurés et provisions	53 -
Figure 29 Impact de la surmortalité sur la VA de l'engagement de l'assureur	53 -
Figure 30 Impact de la surmortalité sur la VA de l'engagement des assurés	54 -
Figure 31 Impact de la surmortalité sur les provisions	54 -
Figure 32 Impact de la surmortalité sur le Delta de PM	55 -
Figure 33 Facteurs explicatifs des variations du delta de PM	55 -
Figure 34 Charges et produits cumulés hors provisions	56 -
Figure 35 Solde des flux comptables et résultat technique: Avec et sans surmortalité	58 -
Figure 36 Comportement des 6 S/P face à une surmortalité de 50%	59 -
Figure 37Valeurs actuelles des engagements assureur et assurés face à une surmortalité de 50%: Ser face au taux technique	
Figure 38 Flux comptables lors d'une surmortalité de 50%: sensibilité par rapport au taux technique	63 -
Figure 39 Nombre de contrats souscrits par an	73
Figure 40 Contrats sortis et pourcentage de contrats restants dans le portefeuille	73
Figure 41 Pourcentage de sortie des contrats par ancienneté	74
Figure 42 Répartition des contrats en cours	75
Figure 43 Répartition des contrats sortis	75
Figure 44 Répartition des contrats par taux technique à fin 2021	76
Figure 45 Répartition des capitaux assurés par taux technique à fin 2021	76
Figure 46 Comportement des indicateurs annuels appliqués sur les données réelles	81
Figure 47 Comportement des indicateurs pluriannuels appliqués aux données réelles	84
Figure 48 Exposition des contrats	86
Figure 49 Taux de décès bruts	87
Figure 50 Taux de décès par ancienneté	87
Figure 51 Taux de décès après sélection des données	88
Figure 52 Choix des intervalles de lissage: LN(Q(x+1)-Qx)	91
Figure 53 Résultat du lissage entre 56 et 87 ans	92

Construction d'indicateurs de suivi de rentabilité d'un produit d'assurance obsèques	2022
Figure 54 Résultat du lissage entre 88 et 97ans	92
Figure 55 Intervalle de confiance entre 56 et 87 ans	94
Figure 56 Intervalle de confiance entre 88 et 97 ans	94
Figure 57 Table d'expérience définitive	95
Figure 58 Comparaison entre les engagements de la table du tarif et ceux de la table d'expérience	95
Figure 59 Application des indicateurs pluriannuels calculés avec la table d'expérience sur un portefeu	
Figure 60 Engagements de l'assureur et des assurés calculés avec une table d'expérience	100
Figure 61 Calcul des indicateurs sélectionnés sur les données réelles	101
Figure 62 Qx bruts par sexe	102
Figure 63 Tables d'expérience par sexe	102
Figure 64 S/P3p avec séparation Femmes Hommes	103
Figure 65 Ratio4p avec séparation Femmes Hommes	103
Figure 66 Chiffres clés MMA au 31/12/2021	107
Figure 67 Chiffres clés COVEA au 31/12/2021	108

Ahmed Hassen GHARBI - 24

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1 Montants des cotisations par type de contrats en France	32 -
Tableau 2 Evolution des montants de cotisations entre 2020 et 2021	32 -
Tableau 3 Placements et patrimoine des ménages T1 T2 2021/2022	33 -
Tableau 4 Détention d'actifs patrimoniaux de 2010 à 2021	34 -

Ahmed Hassen GHARBI - 25 -

REMERCIEMENTS

A David PARIS, mon directeur de mémoire, pour ses précieux conseils, sa disponibilité et pour m'avoir fait bénéficier de son expérience.

A Pierre TISSOT et Leila AZIRI, mon ancien et ma nouvelle managers ainsi qu'à tous les membres de l'équipe actuariat inventaire et ceux de l'équipe Prévoyance de la direction assurance vie pour leur soutien.

A ma famille et amis pour leurs encouragements.

Ahmed Hassen GHARBI - 26 -

INTRODUCTION

Les frais d'obsèques ont énormément augmenté depuis 2010 : +3% par an* soit une augmentation supérieure de plus de trois fois et demi à l'inflation globale. Face à ces coûts de plus en plus importants, entre 450 000 et 500 000 personnes souscrivent des contrats obsèques chaque année pour financer leurs funérailles et décharger leurs proches de ce coût.

Ce marché connait une croissance depuis plusieurs années et cela malgré des taux techniques bas engendrant des primes plus chères et malgré quelques critiques qui visent le montant des primes versées qui peuvent dépasser des fois le montant versé. Or ce type de contrat est un contrat de prévoyance et non d'épargne. Il comporte notamment un aléa qui est la date du décès. D'après le principe de mutualisation, dans certains cas les primes dépasseront donc le montant de la prestation et dans d'autres ils seront inférieurs.

Les contrats obsèques sont des contrats hybrides car ils comportent un aléa mais bénéficient en même temps d'une revalorisation annuelle égale à une quote-part des bénéfices techniques et financiers réalisées par l'assureur : La Participation aux Bénéfices. Cette revalorisation est l'une des raisons de la réussite de ce type de produit. Comme un contrat d'épargne traditionnel, il donne la possibilité au souscripteur de mettre terme de façon anticipée à son contrat en récupérant une somme calculée par l'assureur en fonction des primes versées : la provision mathématique, à laquelle on peut appliquer une pénalité de rachat si le rachat survient durant les premières années du contrat, et en plus de cette somme le souscripteur récupère la participation aux bénéfices accumulée durant la vie du contrat. L'autre argument de vente de ces contrats est les garanties d'assistance qui y sont très souvent incluses. Elles permettent aux proches de l'assuré de bénéficier d'un accompagnement administratif, juridique et psychologique ainsi que de la prise en charge des suppléments comme le rapatriement de la dépouille et autres...

Contrairement à un contrat d'assurance vie traditionnel, le contrat d'obsèques doit obligatoirement servir à financer les obsèques de l'assuré. Le bénéficiaire pourra tout de même utiliser librement le reliquat s'il y' en a un.

Aujourd'hui, environ 5 millions de contrats sont en cours, soit un senior sur trois en France ont un contrat obsèques. Ce marché peut donc encore se développer grâce notamment aux arguments de vente cités précédemment. Les assureurs devront néanmoins s'assurer que l'équilibre technique de leurs produits est respecté.

Ce mémoire visera à trouver un indicateur qui pourra mesurer la performance et l'équilibre technique du produit obsèques commercialisé par MMA : MMA sérénité.

MMA sérénité est un contrat d'assurance vie individuel qui garantit le paiement d'un capital au décès de l'assuré par mort naturelle, accident ou maladie, quelle qu'en soit la date de survenance. Dans la limite du montant du capital souscrit, le capital a vocation à financer tout ou partie les obsèques de l'assuré. Dans ce cas, le capital décès ne peut pas être utilisé, à concurrence du coût des obsèques, à la convenance du bénéficiaire et donc à des fins étrangères à ce financement. Ce contrat n'est pas associé à une offre funéraire définie à l'avance.

MMA sérénité s'adresse aux personnes âgées de 50 ans à 79 ans qui souhaitent financer tout ou partie de leurs obsèques. Il contient aussi des garanties d'assistance qui permettent aux proches de disposer d'un

Ahmed Hassen GHARBI - 27 -

soutien lors du décès de l'assuré. Jusqu'en 2016, le souscripteur pouvait payer une prime unique. Actuellement, il est conclu exclusivement pour une durée viagère. Il prend fin par anticipation, à l'initiative du souscripteur par rachat total du contrat ou au règlement de la prestation liée au décès de l'assuré. Le montant de la garantie décès, fixé à la souscription, doit être compris entre 1 500 et 15 000 euros.

Contrairement à plusieurs produits d'assurance vie, la souscription d'un contrat MMA sérénité s'effectue sans questionnaire médical.

Malgré le délai de carence de 1 an mis en place sur ce produit, qui vise à éviter les souscriptions trop opportunistes en limitant la prestation aux seules primes effectivement versées dans le cas d'un décès survenant durant ce délais et suite à une maladie, nous sommes donc très exposés à un risque d'antisélection.

Dans le cadre de travaux commencés en 2019, visant à améliorer le suivi du risque sur le portefeuille prévoyance vie de Covéa, nous avons mis en place des ateliers de travail visant à uniformiser la collecte et la fiabilisation des données afin de construire des indicateurs de suivi du risque et suivre la déformation des portefeuilles des 3 marques du groupe : MMA, MAAF et GMF. Après ce travail de conception, nous avons réussi à construire une base de données regroupant les 3 risques assurantiels de nos portefeuilles : Les temporaires décès, les contrats assurance emprunteur et les contrats assurance obsèques contenant les éléments techniques qui nous permettent d'atteindre nos objectifs.

L'étude, décrite dans ce mémoire, a pour but de construire un ou plusieurs indicateurs pour le risque assurance obsèques de notre portefeuille MMA et qui seront proposés aux autres marques du groupe pour préserver la transversalité de notre suivi du risque. Les indicateurs devront donc être applicables aux autres portefeuilles du groupe, précis et interprétables. Au-delà de ces critères, communs aux indicateurs de rentabilité de tous les risques assurantiels, nous devons prendre en compte les spécificités de ce type de contrats : Il s'agit d'un risque long et doit être étudié sur plusieurs années et de manière prospective.

D'abord, nous commencerons par donner le contexte de l'étude en présentant l'assurance vie et son marché en France ainsi que MMA et les éléments techniques du contrat obsèques. Ensuite nous parlerons des premiers indicateurs de type S/P ainsi que de l'indicateur proposé en faisant leur critique suite à leur application sur un portefeuille fictif.

Finalement, nous parlerons, plus en détail, des données du portefeuille MMA sérénité que nous avons utilisées, et de nos travaux de fiabilisation. Ensuite, nous analyserons les résultats et nous détaillerons la construction et l'utilisation de la table de mortalité d'expérience ainsi que les arguments qui ont guidé notre choix sur les indicateurs à retenir.

(*) D'après des études menées en 2019 par l'association des consommateurs « UFC-QUE choisir » et en 2022 par le comparateur de produits d'assurance obsèques Obseques-infos.com, les frais d'obsèques ont augmenté de 14% entre 2014 et 2019 et de plus de 35% sur les 10 dernières années.

Ahmed Hassen GHARBI - 28 -



INTRODUCTION

Dans cette partie, nous allons parler du contexte de l'étude, à savoir l'assurance vie, les contrats obsèques de façon générale ainsi que le produit obsèques étudié et l'entreprise au sein de laquelle je travaille : MMA. Pour finir, nous allons détailler les raisons qui nous ont amenées à faire cette étude.

I. Contexte de l'étude

1. Définition de l'assurance vie

Un contrat d'assurance vie est un contrat dont le risque, objet du contrat, dépend de la durée de la vie humaine.

Selon l'article L131-1, « les sommes assurées sont fixées par le contrat ». En effet, en contrepartie de primes payées par le souscripteur (contrat individuel) ou l'adhérent (contrat collectif), l'assureur s'engage à verser un capital ou une rente à une ou plusieurs personnes dénommée(s) bénéficiaire (s) lorsque le risque survient : le décès de l'assuré ou sa survie jusqu'à un certain terme.

Les contrats d'assurance-vie sont régis par le code des assurances, notamment les articles L131-1, L132-1 et suivants.

L'information précontractuelle en assurance-vie, la lisibilité et la transparence des contrats ont été renforcées par la loi n° 2005-1564 du 15 décembre 2005.

D'un point de vue technique, les produits d'assurance-vie sont tarifés selon un principe de base : l'engagement de l'assuré, c'est-à-dire les primes qu'il verse, doit permettre de couvrir l'engagement de l'assureur, soit les coûts futurs des prestations probables.

Ces flux doivent donc s'équilibrer, une fois actualisés. L'objectif est ainsi d'obtenir l'égalité entre la Valeur Actuelle Probable (VAP) des flux de l'assuré et la VAP des flux de l'assureur.

Afin de couvrir les frais liés à la gestion et à la mise en œuvre du produit, l'assureur rajoute des chargements sur la prime technique, appelée aussi prime pure, pour aboutir à la prime commerciale que l'adhérent ou le souscripteur devra payer lors de la souscription.

Afin de respecter un principe de prudence, le taux d'actualisation maximum est réglementé par le code des assurances et les tables de mortalité utilisées sont prudentes et peuvent être réglementaires ou d'expérience et homologuées par un actuaire certifié dans ce cas.

Il existe trois types de contrats d'assurance-vie : l'assurance en cas de vie, l'assurance en cas de décès et un contrat mixte de vie et décès.

2. Les différentes formes de contrats

a) Assurance en cas de décès

L'assurance en cas de décès constitue une garantie pour les proches de l'assuré, elle vise à les protéger financièrement.

Ahmed Hassen GHARBI - 30 -

L'assureur s'engage à verser un capital ou une rente en cas de décès de l'assuré à un ou plusieurs destinataires. Deux types de contrats sont proposés :

L'assurance temporaire

L'assureur verse, au décès de l'assuré, un capital ou une rente à un ou plusieurs bénéficiaires lorsque le décès intervient pendant une période déterminée fixée au contrat.

Ex : contrat de rente éducation : un ou les parents d'un étudiant souscrivent un contrat d'assurance temporaire qui permet en cas de décès de ces derniers de financer sous forme de rente la poursuite des études de leur enfant.

L'assurance vie entière

L'assureur verse un capital garanti en cas de décès quelle que soit la date à laquelle survient ce décès. Ce contrat permet au souscripteur de constituer une épargne au profit d'un bénéficiaire.

Ex : contrat d'assurance obsèques : un assuré souscrit un contrat d'assurance obsèques pour permettre à ses proches d'avoir les fonds pour payer tout ou une partie des frais d'obsèques lors de son décès.

b) Assurance en cas de vie

L'assurance en cas de vie est d'avantage utilisée comme placement, étant donné que l'assuré peut luimême être le bénéficiaire du contrat. L'assureur s'engage à verser un capital ou une rente à l'assuré s'il est en vie au terme ou à l'échéance du contrat.

Si l'assurance a pour objet le versement d'une rente, il s'agit principalement de contrat de retraite supplémentaire. Si l'assurance a pour objet le versement d'un capital la règle est simple : l'assureur délivre le capital si l'assuré est en vie à une date déterminée au moment de la souscription. Si l'assuré décède avant la date déterminée, les fonds sont perdus.

Pour limiter ce cas de figure, l'assuré peut être amené à souscrire une troisième catégorie de contrat d'assurance : l'assurance mixte.

c) L'assurance mixte

Ce type de contrat combine deux garanties : une garantie en cas de vie et une garantie en cas de décès.

Exemple : dans le cadre de la constitution d'une épargne, un particulier peut être amené à souscrire un contrat d'assurance qui prévoit le versement d'un capital en cas de survie à une date déterminée lors de la souscription. Ce même contrat est complété d'une « contre-assurance » qui prévoit le versement d'un capital en cas de décès de l'assuré avant la date déterminée dans le cadre de l'assurance en cas de vie.

Ahmed Hassen GHARBI - 31 -

Cotisations						
Md€	2016	2017	2018	2019	2020	20/19
Épargne et retraite	122,6	122,9	127,5	131,8	103,6	- 21,4 %
Assurances en cas de vie	115,3	115,8	118,3	121,3	96,8	- 20,2 %
Contrats de capitalisation	7,3	7,2	9,2	10,5	6,7	- 36,0 %
Santé et prévoyance	32,8	34,2	35,8	37,5	38,2	+ 1,7 %
Assurances en cas de décès	11,3	11,7	12,2	12,7	12,8	+ 0,4 %
Assurances en cas de maladie et d'accidents corporels	21,5	22,5	23,7	24,8	25,4	+ 2,4 %
Total assurances de personnes	155,4	157,1	163,4	169,4	141,7	- 16,3 %
dont vie et capitalisation (1)	133,9	134,6	139,7	144,6	116,3	- 19,5 %

Tableau 1 Montants des cotisations par type de contrats en France

(1) Contrats en cas de vie, en cas de décès et de capitalisation

Tal.,7 Md€ en 2020 Capitalisation 5 % En cas de décès 9 % En cas de maladie et d'accidents corporels 18 % En cas de vie - supports euros - 42 % En cas de vie - supports euros - 42 %

Figure 11 Répartition des cotisations 2020 selon le type de contrat en France

Cotisations

(1) Y compris les supports eurocn

(millions d'euros)	2020	2021	Evol 21/20
Assurance vie	116 381	148 625	+27,7 %
Epargne et retraite	103 654	135 266	+30,5 %
Assurances en cas de vie	96 927	125 709	+29,7 %
Contrats à adhésion individuelle	91 438	119 836	+31,1 %
Contrats collectifs	5 489	5 873	+7,0 %
Contrats de capitalisation	6 727	9 557	+42,1 %
Prévoyance	12 727	13 359	+5,0 %
Assurances en cas de décès	12 727	13 359	+5,0 %
Contrats à adhésion individuelle	4 699	4 939	+5,1 %
Contrats collectifs	8 028	8 420	+4,9 %
Supports euros	75 891	90 748	+19,6 %
Supports unités de compte*	40 490	57 877	+42,9 %
Contrats à adhésion individuelle	102 864	134 332	+30,6 %
Contrats collectifs	13 517	14 293	+5,7 %

^{*} Y compris les supports eurocroissance.

Tableau 2 Evolution des montants de cotisations entre 2020 et 2021

Nous remarquons, d'après les chiffres précédents que les contrats d'assurance en cas de vie sont les plus présents en France. Malgré une année 2020 particulière à cause de la crise sanitaire, les contrats d'assurance en cas de décès ont connu une légère progression contrairement aux contrats en cas de vie, qui eux ont fortement subi l'incertitude engendrée par cette crise. En 2021, l'assurance vie a connu un rebond important, et cela quel que soit le type de contrats, probablement dû au surplus d'épargne.

3. Le marché de l'assurance vie en France

a) Supports euro et UC

L'assurance vie est un produit d'épargne de long terme qui se décline en différents types de supports:

 Les fonds placés sur des supports en euros avec un capital garanti et des intérêts acquis une fois versés.

Ahmed Hassen GHARBI - 32 -

D'après les chiffres de la banque de France, les fonds en euros représentent une partie considérable des placements des ménages français. Ils s'élèvent à 26% de leur patrimoine financier au deuxième trimestre 2022.

Ils constituent le premier produit d'épargne des Français devant les dépôts bancaires rémunérés.

 Les fonds placés sur d'autres types de supports comme les unités de compte pour lesquels l'assureur garantit seulement le nombre d'unités et non leur valeur.

	Encours				
	2021T1 2021T2		2022T1 2022T2		
Principaux placements financiers	5731,0	5870,1	5921,9	5726,6	
Produits de taux	3648,1	3689,0	3695,2	3618,6	
Numéraire et dépôts à vue	730,1	757,4	790,8	810,7	
Dépôts bancaires rémunérés	1125,0	1138,6	1174,0	1182,8	
Epargne réglementée (b)	825,8	832,1	845,1	848,8	
Autre épargne (c)	299,2	306,5	328,9	334,0	
OPC monétaires	5,1	5,1	4,1	3,9	
Assurance-vie et épargne retraite en euros (d)	1654,6	1653,4	1598,7	1492,4	
Titres de créance détenus directement	39,6	38,8	35,3	35,3	
Titres de créance détenus indirectement (OPC)	93,7	95,7	92,3	93,5	
Produits de fonds propres	2000,8	2098,9	2148,1	2030,9	
Actions cotées	337,9	355,6	341,1	307,4	
Actions non cotées et autres participations	1095,1	1148,3	1188,5	1147,9	
Assurance-vie et épargne retraite en UC (d)	437,3	457,9	473,2	448,1	
Actions détenues indirectement (OPC)	130,5	137,1	145,3	127,5	
Autres (e) dont:	82,1	82,2	78,6	77,1	
Fonds immobiliers (f)	29,5	29,2	30,9	33,9	

Tableau 3 Placements et patrimoine des ménages T1 T2 2021/2022

En 2011, la part des cotisations en unités de compte dans les contrats d'assurance vie était de 15% contre 22% en 2015. Cette part a doublé depuis pour atteindre 44% en décembre 2021.

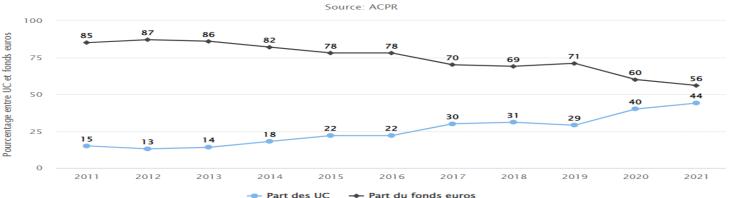


Figure 12 Evolution de la répartition Euro UC des cotisations

Début 2021, en France, 40,5% des ménages détiennent une assurance vie contre 39,2% en 2018 et 37,4% en 2015. D'après la fédération des assurances, entre 2018 et 2021, l'attrait pour l'assurance vie a surtout augmenté avant la crise sanitaire qui a débuté en mars 2020. Il a ensuite baissé légèrement au début de la crise et fortement augmenté en 2021. Le rebond qu'a connu l'assurance vie ne serait donc pas uniquement dû au surplus d'épargne en 2021 mais la suite de la croissance importante de ce type de contrats qui se poursuit depuis dix ans.

Ahmed Hassen GHARBI - 33 -

-				en %
	2010r	2015r	2018r	2021
Patrimoine immobilier¹	61,7	61,9	62,0	61,2
Résidence principale ¹	57,6	57,6	58,0	57,5
Autre logement ²	19,2	18,9	18,3	19,2
Patrimoine financier	92,3	90,5	88,6	89,2
Livret d'épargne	85,1	86,0	83,7	83,9
Livret défiscalisé	84,9	85,8	83,3	83,4
Livret A ou Bleu	68,5	76,2	73,2	73,5
Livret développement durable et solidaire				
(LDDS, ex-LDD ou Codevi)	39,7	37,4	35,2	35,9
Livret d'épargne populaire (LEP)	23,4	18,8	17,8	16,4
Livret jeune	15,1	14,2	12,4	10,9
Livret soumis à l'impôt (livret B, livret Orange)	6,5	5,9	6,1	6,8
Épargne logement	31,8	32,8	33,2	30,4
Plan d'épargne logement (PEL)	22,9	25,5	27,5	24,7
Compte épargne logement (CEL)	16,8	15,6	13,6	12,5
Assurance-vie et ensemble épargne retraite	49,0	51,2	45,9	46,7
Assurance-vie	35,0	37,4	39,2	40,5
Épargne retraite	13,0	15,3	14,0	15,2
Plan d'épargne populaire (PEP)	4,4	2,7	2,1	1,8
Valeur mobilière	19,7	17,2	16,0	16,7
Épargne salariale	15,7	14,9	14,2	14,3
Autres produits financiers ³	4,2	4,4	3,8	3,6
Patrimoine professionnel	15,9	15,2	15,0	16,2

- r: les données ont été révisées à la suite du changement méthodologique décrit dans les sources.
- 1 Y compris en usufruit pour la résidence principale.
- 2 Résidence secondaire, logement donné en location, logement vacant, etc.
- 3 Bon d'épargne, de caisse ou du Trésor, compte à terme, compte courant d'associés, livret d'épargne entreprise.

Lecture: début 2021, 83,9 % des ménages détiennent au moins un livret d'épargne, contre 83,7 % en 2018.

Champ: France hors Mayotte, ménages vivant en logement ordinaire.

Source : Insee, enquêtes Patrimoine 2009-2010, 2014-2015 et Histoire de vie et Patrimoine 2017-2018, 2020-2021.

Tableau 4 Détention d'actifs patrimoniaux de 2010 à 2021

Depuis 2015, cette croissance est portée par les contrats multisupports. Ces contrats donnent aux assurés la possibilité d'investir sur des supports en UC. La part des ménages qui possèdent ce type de contrat passe de 13,3% à 16,8%. Dans le même temps, la détention des monosupport, qui ne permet d'investir que sur des fonds euros garantis reste stable et égale à 28,0% en 2015 et 2018 et à 27,4% en 2021. Cet attrait pour le risque est expliqué par la baisse des rendements des fonds euros garantis.

b) Avantages de l'assurance vie

L'intérêt de la détention d'un contrat d'assurance vie peut se justifier par trois raisons principales. D'abord, elle offre la possibilité aux épargnants de bénéficier d'un régime de fiscalité spécifique. En effet, les versements inférieurs à 150 000€ ne sont plus imposés au taux de 12,8% mais de 7,5%. En cas de rachat après huit ans, les détenteurs de produits d'assurance vie bénéficient aussi d'abattements fiscaux. Les versements au-delà de 70 ans sont en partie exonérés de droits de succession.

Ensuite, l'assurance vie offre la possibilité de bénéficier d'une épargne pour la retraite. Elle permet également de disposer d'une protection face au risque de décès ou de dépendance. Ainsi, 48,2% des ménages dont la personne de référence a 70 ans ou plus détiennent un produit d'assurance vie en 2021, contre 22,1% des moins de 30 ans. Cet effet âge s'est accentué depuis 2018 car la détention augmente chez les ménages dont la personne de référence est âgée de 50 ans ou plus et baisse légèrement chez les plus jeunes.

Enfin, il existe toujours un arbitrage entre la liquidité d'un produit (les produits les plus liquides étant généralement moins bien rémunérés) et son risque (les produits les plus risqués étant le plus souvent associés à une plus forte rémunération). Un produit d'assurance vie en fonds euros bénéficie d'un avantage historique, du fait d'un rendement plus élevé que les dépôts bancaires rémunérés, bien que le capital soit toujours garanti et disponible dans un délai d'un mois.

Ahmed Hassen GHARBI - 34 -

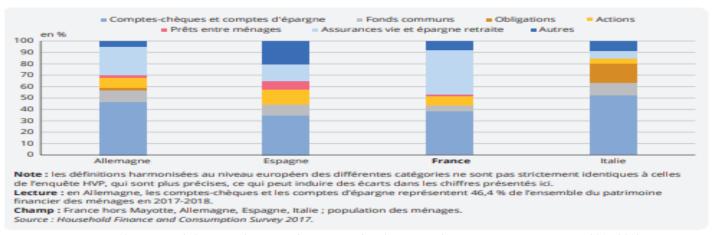


Figure 13 Structure de l'épargne financière des ménages dans les principales économies européennes en 2017-2018

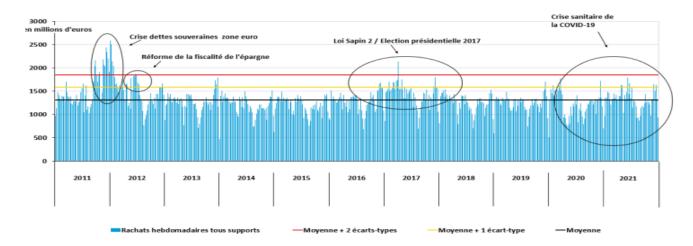
L'assurance vie (incluant les produits d'épargne retraite dans les données européennes) est fortement présente en France (39 % du patrimoine financier) et en Allemagne (25 %) : elle l'est beaucoup moins en Espagne (14 %) et surtout en Italie (7 %).

c) Contexte actuel

En 2020, le monde a connu une crise sanitaire qui a entraîné une crise économique d'une ampleur exceptionnelle suite aux mesures prises et restrictions décidées par les différents gouvernements (confinement, couvre-feu...). Le PIB a baissé de 7,3% en France durant cette année.

En 2021, le PIB est remonté de 6,9% et cette croissance s'est arrêtée au début de l'année 2022 et a connu un rebond au printemps avant de ralentir au troisième trimestre : +0,2%.

Les rachats des contrats d'assurance vie quant à eux ont connu une hausse lors des premières semaines qui ont suivi le début de cette crise (mi-mars 2020), mais cette tendance s'est très vite inversée atteignant même des niveaux jamais atteints en avril 2020.



Population : Organismes soumis à la collecte sur les flux d'assurance-vie Source : ACPR.

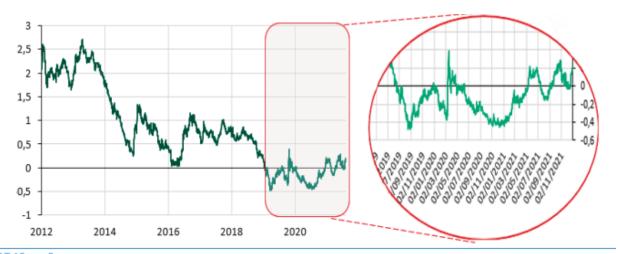
Figure 14 Rachats hebdomadaires sur les supports rachetables (euros et unités de compte) depuis 2011

Les rachats en 2021, estimés à 68,1 milliards d'euros, sont revenus à un niveau très proche de la moyenne de long terme (68,6 milliards d'euros hors 2020).

Ahmed Hassen GHARBI - 35 -

La solidité financière des organismes d'assurance d'avant la crise a, tout de même, pu être préservée mais reste confrontée au prolongement de l'environnement de taux bas et à l'entrée des taux d'intérêt sans risque (emprunts d'état) en territoire négatif.

Le taux de l'OAT 10 ans est entré pour la première fois en territoire négatif en juillet 2019, et malgré une légère amélioration globale qui dure depuis la fin du troisième trimestre de 2021, et qui s'est accentuée depuis le début de la guerre en Ukraine, les assureurs ont du mal à maintenir les taux élevés servis à leurs assurés.



Champ: OAT 10 ans France. Source: Banque de France.

Figure 15 Evolution du taux d'intérêt de l'OAT 10 ans France

4. Définition d'un contrat obsèques

Un contrat d'assurance obsèques est un contrat de prévoyance individuel ou de groupe dont l'objectif principal est d'assurer le financement des obsèques de l'assuré. En cas de décès de l'assuré, l'assureur verse un capital aux bénéficiaires désignés ou à une société de pompes funèbres.

Dans le cas où une société funéraire a été désignée comme bénéficiaire, elle perçoit le capital, au décès de l'assuré, en règlement partiel ou total des frais d'obsèques. Si le montant du capital est supérieur à la facture des obsèques, le solde est reversé aux autres bénéficiaires désignés dans le contrat.

Ce contrat peut aussi être complété par des garanties d'assistance : rapatriement du corps du défunt et des personnes l'accompagnant au moment du décès, transport de la famille. Le contrat d'obsèques peut prévoir en plus du capital, des prestations auprès d'une société de pompes funèbres. Un contrat de prestations d'obsèques est alors associé au contrat d'assurance. Le souscripteur du contrat prévoit les produits et les prestations funéraires et organise à l'avance sa cérémonie d'obsèques.

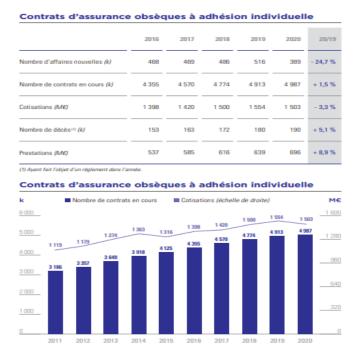
Dans le contrat, l'opérateur funéraire est tenu de détailler les produits et les prestations qu'il s'engage à réaliser, ainsi que les biens et services funéraires qui ne sont pas couverts par ce contrat. Le contrat d'assurance doit mentionner la possibilité, pour le souscripteur, de modifier à tout moment certaines prestations (nature des obsèques, mode de sépulture...) et de changer d'opérateur funéraire.

Depuis la loi du 26 juillet 2013 les contrats obsèques ne doivent plus proposer des formules globales mais être personnalisés, c'est-à-dire adaptés à la demande de chaque souscripteur. Contrairement à un contrat vie entière classique, le capital versé doit servir principalement à financer les obsèques, la liberté de l'utilisation du capital ne se limite donc qu'au reliquat s'il y en a un.

Ahmed Hassen GHARBI - 36 -

5. Quelques chiffres sur l'assurance obsèques

Le marché des contrats obsèques a connu une stagnation en 2016 et 2017, qui a été suivie par une croissance notable en 2018 et 2019.



	20	21	1 ^{cr} semestre 2022	
	Année	Var. / 2020	1 ^{cr} semestre	Var. / 1 ^{er} sem. 2021
Nombre d'affaires nouvelles (milliers)	464,1	+19,4 %	269,5	-4,8 %
dont contrats en capital (milliers)	369,4	+21,4 %	216,9	-2,1 %
Nombre de contrats en cours (milliers)	5 105,6	+2,2 %	5 191,9	+1,6 %
dont contrats en capital (milliers)	4 077,6	+3,0 %	4 151,4	+2,3 %
Cotisations (millions d'euros)	1 639,5	+8,9 %	879,8	+2,2 %
dont contrats en capital (millions d'euros)	1 276,8	+8,4 %	687,6	+2,2 %
Nombre de décès ayant fait l'objet d'un règlement dans l'exercice (milliers)	198,2	+4,2 %	104,8	-8,7 %
Prestations versées (millions d'euros)	726,0	+4,0 %	371,3	-7,6 %
Ct				



Figure 16 Evolution du marché des contrats obsèques entre 2016 et 2020 (chiffres à fin 2020)

Figure 17 Evolution du marché des contrats obsèques entre 2021 et 2022 (chiffres à fin juin 2022)

Cette tendance ne s'est pas confirmée en 2020, la baisse est probablement due à la crise sanitaire.

En 2021, la croissance a repris et on est revenu au même niveau qu'en 2016 avec 464,1 milles affaires nouvelles. Cette tendance se confirme à fin juin 2022.

Le nombre de contrats reste tout de même en croissance, on dépasse les 5 millions de contrats en cours, soit l'équivalent de 7,5 années de décès en France (669 164 décès en France en 2020).

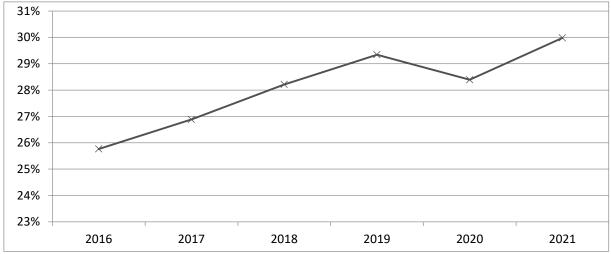


Figure 18 Proportion de décès avec un contrat obsèques

Ahmed Hassen GHARBI - 37 -

En quelques années, on est passé de 1 décès sur 4 avec un contrat obsèques à presque un décès sur 3. Cette proportion a légèrement baissé en 2020 à cause de l'augmentation exceptionnelle du nombre de décès suite à la crise sanitaire observée surtout vers fin mars début avril 2020.

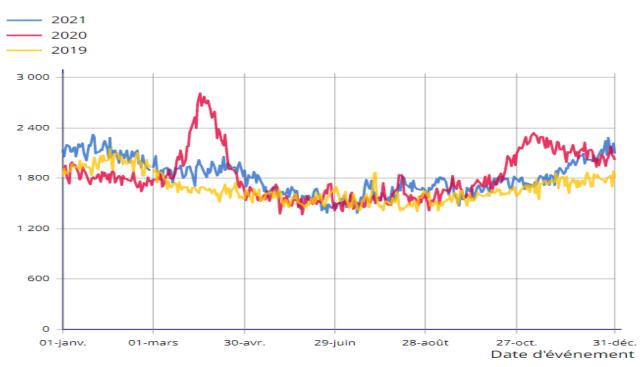


Figure 19 Nombre de décès par jour depuis 2019

La crise sanitaire a surtout touché une population âgée de plus de 50 ans.

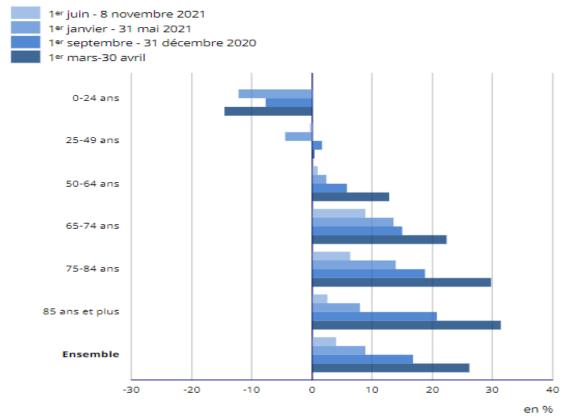


Figure 20 Evolution des décès 2020 par rapport à 2019 du nombre de décès cumulé selon l'âge

Ahmed Hassen GHARBI - 38 -

Cette population est la cible des contrats obsèques. On s'attendrait donc à une hausse des décès couverts en 2020. La baisse observée s'explique peut-être par le caractère inattendu des décès dus au Covid.

La prestation moyenne a augmenté de 4,36% entre 2016 et 2021, cette augmentation demeure néanmoins insuffisante face à l'augmentation du prix des obsèques (environ +3% par an). Le reste à charge est donc supporté par les familles lors des obsèques. Ce problème est encore plus flagrant pour les contrats très anciens.

6. MMA sérénité

Le périmètre étudié est un produit vie entière de type obsèques toujours ouvert à la commercialisation. Le dénouement se fait en capital et est destiné à être utilisé pour couvrir les frais d'obsèques. Il comporte aussi des garanties d'assistance.

Les capitaux souscrits vont de 1 500€ à 15 000€ et les âges tarifés varient entre 50 et 79 ans. Il n'existe pas de formalités médicales pour ce produit mais il existe néanmoins un délai de carence de 1 an.

S'il y a un décès suite à une maladie pendant ce délai de carence, l'assureur rembourse les primes versées aux bénéficiaires mais ne verse pas de capital. Pour les décès suite à un accident durant la première année de souscription, en revanche, c'est le capital prévu dans les conditions particulières qui est versé.

Le paiement des primes, dans la version actuelle du produit, ne se fait que de manière viagère. Mais il existe encore dans le portefeuille des contrats à prime unique.

a) Tarification

Comme pour tout produit d'assurance vie, le tarif se fait en égalisant :

-La valeur actuelle probable de l'assuré : Le payement des primes probabilisé et actualisé.

En notant P_x la prime pure payée, t_x la probabilité de survie de l'assuré à l'âge t+x et $v=\frac{1}{(1+i)}$ le facteur d'actualisation des flux on a:

$$VAP_{assur\acute{e}} = \sum_{t=0}^{\infty} P_x \times v^t \times {}_t p_x$$

-La valeur actuelle probable de l'assureur : Le payement du capital décès C au décès de l'assuré probabilisé et actualisé.

En notant $_tq_x$ la probabilité de décès de l'assuré à l'âge t+x on a:

$$VAP_{assureur} = \sum_{t=0}^{\infty} C \times v^{t+0.5} \times {}_{t}q_{x}$$

En notant l_x le nombre de vivants à l'âge x, $d_x = l_x - l_{x+1}$ le nombre de décès entre l'âge x et l'âge x + 1 et en utilisant les nombres de commutations actuarielles suivant :

$$D_x = l_x (1+i)^{-x}$$

Ahmed Hassen GHARBI - 39 -

 $N_x = \sum_{k=0}^{w-x} D_{x+k}$ où w = âge maximal de la table de mortalité

$$C_x = d_x (1+i)^{-(x+\frac{1}{2})}$$

$$M_{x} = \sum_{k=0}^{w-x} C_{x+k}$$

 $\ddot{a}_{\chi} = \frac{N_{\chi}}{D_{\chi}}$: Annuité viagère à terme payable d'avance à l'âge x

 $VAP_{assur\acute{e}} = \sum_{t=0}^{\infty} P_x \times v^t \times \frac{l_{x+t}}{l_x}$, en multipliant le numérateur et le dénominateur par $(1+i)^{-x}$,

on obtient $VAP_{assur\acute{e}} = \frac{N_x}{D_x} P_x$.

 $VAP_{assureur} = \sum_{t=0}^{\infty} C \times v^t \times \frac{d_{x+t}}{l_x}$, en multipliant le numérateur et le dénominateur par $(1+i)^{-x}$,

on obtient $VAP_{assureur} = \frac{M_x}{D_x} \times C$, d'où

$$\frac{N_x}{D_x}P_x = \frac{M_x}{D_x} \times C$$

Et donc la prime annuelle pure: $P_x = \frac{M_x}{N_x} \times C$

prime annuelle d'inventaire: $P_x' = \left[\frac{M_x}{N_x} + (g_1 + g_2)\right] \times C$

prime annuelle commerciale: $P_{\chi}^{"} = \frac{M_{\chi} + (g_1 + g_2)N_{\chi}}{(1 - cc)N_{\chi}} \times C$

Avec g_1 les chargements de gestion en fonction du capital décès par année de garantie,

 g_2 les chargements de gestion en fonction du capital décès par année de paiement et cc les chargements commerciaux.

La table utilisée pour ce tarif est la TH002. Il s'agit de la table réglementaire en vigueur pour les prestations en cas de décès. Elle est construite en respectant le principe de prudence et contient des probabilités de décès d'une population constituée uniquement d'hommes. Les hommes ayant une espérance de vie inférieure aux femmes, l'utilisation de cette table est donc doublement prudente.

La marge inhérente à l'utilisation de cette table explique qu'aucun chargement technique, destiné à se couvrir contre les fluctuations d'échantillonnage notamment, ne soit intégré au tarif (seuls des chargements commerciaux et de gestion sont intégrés).

Ahmed Hassen GHARBI - 40 -

b) Augmentation des garanties

A l'anniversaire de la prise d'effet du contrat, le souscripteur peut demander une augmentation des garanties à l'Assureur sous réserve d'acceptation de celui-ci. Le montant de l'augmentation de garantie s'ajoute à la garantie décès déjà acquise.

Le délai de carence d'un an s'appliquera à compter de la date d'effet de la garantie supplémentaire et ne concernera que le versement du capital garanti supplémentaire.

c) Participation aux bénéfices

Pour chaque exercice civil, MMA fixe, conformément aux dispositions statutaires, le montant de la participation aux bénéfices applicable au contrat MMA Sérénité.

La participation aux bénéfices attribuée et la provision mathématique constituée permettent de générer des produits financiers. Ces produits financiers s'ajoutent à la participation aux bénéfices déjà existante et seront disponibles à l'échéance anniversaire suivante du contrat.

d) Provisions Mathématiques et valeurs de rachats

Prime unique pure $\Pi_{x} = \frac{M_{x}}{D_{x}} \times C$

Prime unique d'inventaire $\Pi'_x = \Pi_x + (g_1 + g_2) \times \ddot{a}_x \times C$

Provision mathématique d'inventaire à l'anniversaire x + k après paiement des primes :

$$V'_{x+k} = \Pi'_{x+k} - P'_x \times \ddot{a}_{x+k}$$

L'assuré a la possibilité de demander le rachat de son contrat. Dans ce cas, l'assuré met fin au contrat et à ses garanties.

La valeur de rachat est égale à la provision mathématique augmentée de la participation aux bénéfices.

e) Mise en réduction

Si le souscripteur cesse le paiement des cotisations au cours de la première année qui suit la prise d'effet, le contrat est résilié et les primes versées restent acquises à l'assureur.

Après un an et une prime annuelle complète, il y a mise en réduction. Le contrat poursuit sa vie avec un capital réduit C'. Pour calculer le capital réduit, on considère que l'assuré a payé une prime unique égale à la provision mathématique constituée depuis la souscription jusqu'à la réduction: $C' = \frac{V'_{x+k}}{A_{x+k} + g_2 + g_{1 \times \ddot{a}_{x+k}}}$

Avec
$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$
.

Ahmed Hassen GHARBI - 41 -

f) Statistiques descriptives

Pour étudier ce produit, nous avons collecté les informations des différentes tables : chiffres d'affaires, sinistres, données personnes. Ces informations concernent les contrats souscrits à partir de 2010.

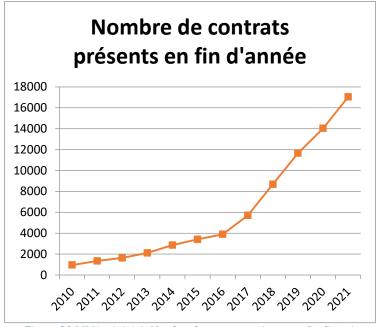




Figure 21 MMA sérénité: Nombre de contrats présents en fin d'année

Figure 22 MMA sérénité : Nombre de décès par an

Les taux de mortalité observés sont compris entre les taux de mortalité théoriques des tables réglementaires TF002 (0,84%) et TH002 (2,05%) pour l'âge médian du portefeuille (67 ans). Il est en moyenne plus proche du taux de la table hommes malgré le fait que les assurés sont majoritairement des femmes :

Année	Taux de mortalité
2011	0,84%
2012	1,64%
2013	1,71%
2014	1,70%
2015	1,64%
2016	1,84%
2017	2,05%
2018	2,02%
2019	1,76%
2020	1,78%
2021	1,59%

^{*} Taux de mortalité=Nombre de décès/nombre de contrats présents en fin d'année N-1

Cela prouve qu'il existe une anti sélection sur ce portefeuille car visiblement les assurés qui souscrivent sont en moins bonne santé que ceux de la table réglementaire, donc l'utilisation d'une table prudente est à priori justifiée.

Ahmed Hassen GHARBI - 42 -

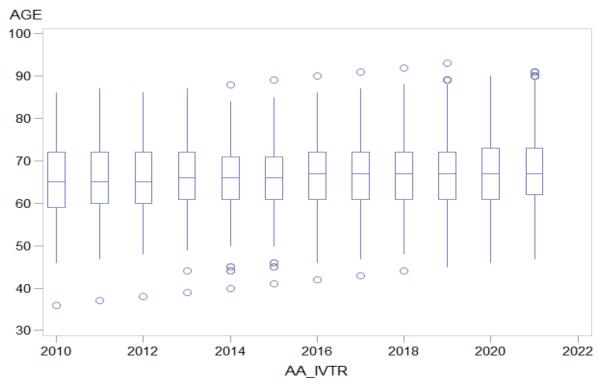


Figure 23 MMA sérénité: Distribution des âges des contrats présents en fin d'année

A partir de ce graphe, on peut voir que la majorité des assurés ont entre 60 et 70 ans. Les âges moyens et médians sont stables et égaux à 67 ans depuis 5 ans.

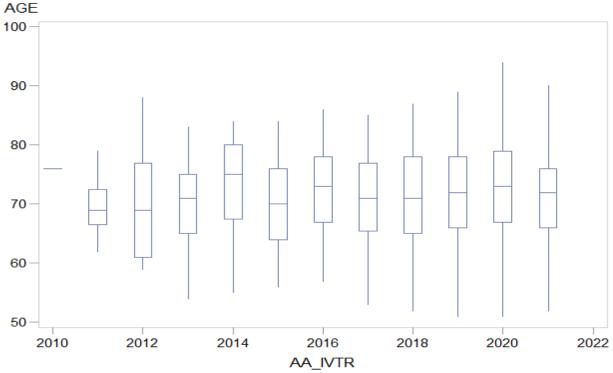
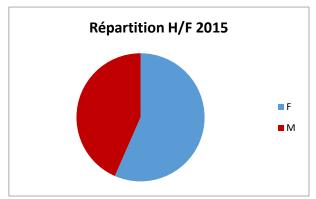


Figure 24 MMA sérénité: Distribution des âges des assurés décédés

Etant donné le caractère rare des décès et la jeunesse du portefeuille, la distribution est plus volatile. La majorité des décès ont lieu entre 65 et 80 ans. L'âge médian commence à se stabiliser autour de 72 ans.

Ahmed Hassen GHARBI - 43 -



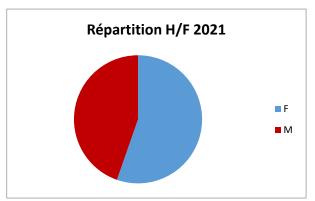
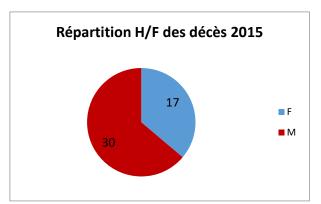


Figure 25 MMA sérénité : Répartition Hommes Femmes des assurés



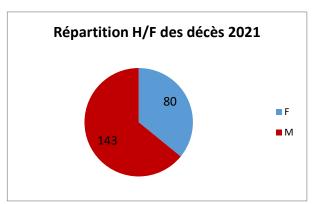


Figure 26 MMA sérénité : Répartition Hommes Femmes des décès

Il y'a plus de femmes que d'hommes dans le portefeuille, la proportion est d'à peu près 55%.

Le nombre de décès chez les hommes est supérieur au nombre de décès chez les femmes bien qu'ils soient moins nombreux dans le portefeuille car le portefeuille est encore jeune et les probabilités de décès chez les femmes sont encore plus faibles que celles des hommes. La tendance commencera à s'inverser quand le nombre d'affaires nouvelles baissera et donc quand la moyenne d'âge du portefeuille augmentera.

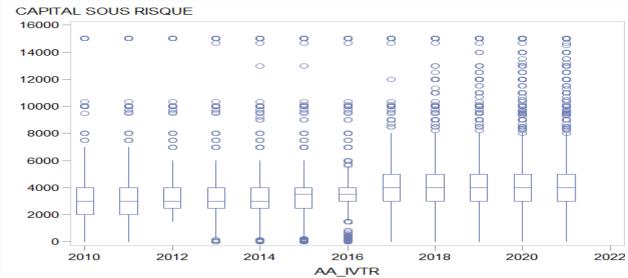


Figure 27 MMA sérénité: Les capitaux assuré

Les capitaux assurés sont de plus en plus importants : la médiane passe de 3 000€ à 3 500€ pour ensuite se stabiliser autour de 4 000€ à partir de 2017. La volatilité de la distribution est due en partie aux capitaux réduits.

Ahmed Hassen GHARBI - 44 -

CHAPITRE 2. OBJECTIF, CONSTRUCTION DES INDICATEURS ET CALCULS SUR DONNEES FICTIVES

I. PROBLEMATIQUE ET OBJECTIF DE L'ETUDE

1. Objectif

L'objectif de notre étude est de proposer des indicateurs de rentabilité simples, ce qui peut sembler contrintuitif dans le cas d'un risque long comme celui des vies entières.

Les différents états de reporting de Covéa, et en particulier ceux dédiés à la prévoyance, présentent des indicateurs de type S/P. Si ces indicateurs sont pertinents en temporaire décès (contrat annuel) ou en emprunteur (plus complexe toutefois), leur déclinaison sur l'obsèques peut conduire à une vision très éloignée de la réalité technique. En effet, si l'on se base trop sur les données comptables disponibles, le risque est de présenter un indicateur comptable, comparant les produits et charges annuels, alors que la rentabilité d'un contrat s'analyse sur le temps long.

Si actuariellement il semblerait pertinent de présenter un état différent, le pilotage chez Covéa nous a incités à produire toutefois un indicateur de type S/P, car le groupe étant principalement de culture IARD, c'est traditionnellement un indicateur très attendu. De plus, les contraintes de données et de ressources disponibles dans les équipes mènent à rechercher des indicateurs facilement calculables, à partir de données comptables disponibles. A minima, si un tel calcul simple n'est pas envisageable, il convient de montrer quelles seraient les limites d'un tel calcul, et donc les risques d'analyse d'un indicateur trop simpliste.

Ce mémoire a donc pour objectif de :

- construire un indicateur de rentabilité de type S/P, ou approchant
- utiliser au maximum des données issues du compte de résultat
- identifier les limites de cette approche, et d'une utilisation d'indicateurs trop simplistes

2. Problématiques identifiées

Dans le cadre d'un audit réalisé au niveau du groupe COVEA sur le suivi du risque en prévoyance, j'ai participé à mettre en place des indicateurs basés sur l'observation du passé.

a) Indicateurs de rentabilité présents : sources comptable et inventaire

Chaque année, nous récoltons tête par tête, les primes et les sinistres de chaque période d'effet pour les primes et de survenance pour les sinistres sans se soucier de l'année comptable durant laquelle nous avons reçu le flux de prime ou de sinistre.

Les chiffres sont mis à jour après chaque clôture annuelle des comptes. Ces chiffres ne sont néanmoins pas comparables aux chiffres qui sont dans nos comptes car cette étude est basée sur les années de survenance et non sur les années comptables.

2 indicateurs de rentabilité sont classiquement utilisés, par année de survenance :

- S/P= (Sinistres payés de survenance N + stock de PSAP de survenance N) / (Primes Pures + PM [N-1]
 PM [N])
- Ratio combiné : (Sinistres payés de survenance N + stock de PSAP de survenance N + Frais généraux + Commissions) / (Primes Commerciales + PM [N-1] PM [N])

L'objet de ce mémoire sera d'apporter une vision critique sur ce type d'indicateurs et de proposer des alternatives plus pertinentes.

Ahmed Hassen GHARBI - 46 -

b) Limites des indicateurs présents

La principale limite d'indicateurs de type S/P est la prise en compte de produits et charges futures. Si dans certains cas on peut utiliser la provision comme estimation de la charge future, la situation est bien plus complexe en vie entière, du fait que la PM contient une résultante d'engagements de l'assuré et de l'assureur. Cet élément fera l'objet d'une attention particulière dans ce mémoire.

La composante financière liée au taux technique biaise les résultats car les contrats sont hétérogènes : Nous étudions des contrats qui ont des taux techniques qui varient de 1.75% à 0%. Il est donc nécessaire de neutraliser cette composante afin d'avoir un suivi purement technique.

Les rachats doivent également être pris en compte pour éviter un biais lié à cette option offerte à l'adhérent (bien que très peu utilisée).

c) Objectifs

Notre objectif, au vu des limites de l'indicateur S/P utilisé, est de trouver un ou plusieurs indicateurs de rentabilité adaptés à ce risque long. Nous devrons donc trouver des indicateurs qui prennent en compte tout le passé et font des prévisions sur les résultats futurs, contrairement aux indicateurs comptables annuels. Il est important aussi de normaliser les résultats en donnant la même importance aux anciens et nouveaux contrats et d'avoir un suivi purement technique.

Par construction, les primes sont destinées à maintenir l'équilibre technique du périmètre étudié et cela quel que soit le taux technique du tarif. Il s'agira donc de construire et de retenir un ou plusieurs indicateurs qui mesureront cet équilibre.

Pour que nos indicateurs soient pertinents, nous devrons donc rester cohérents dans le choix du numérateur et du dénominateur afin de respecter l'adéquation charges/produits. Par exemple, les frais de gestion n'étant pas quantifiables de manière précise et à des mailles très fines, nous sommes devant l'obligation de neutraliser les frais et les prélèvements de gestion en décomposant les primes et les provisions utilisées. Il en est de même pour la participation aux bénéfices qui ne devra donc pas être prise en compte dans les provisions et dans les prestations car nous n'avons pas de produits en face de cette charge dans nos données.

Nous devrons donc trouver un ou plusieurs indicateurs qui nous permettront de comparer la sinistralité de l'année mais aussi la sinistralité future par rapport aux primes de l'année et aux primes futures.

II. PRESENTATION DES INDICATEURS ISSUS DE LA FORMULE DU RESULTAT TECHNIQUE

Dans un premier temps, pour faciliter le calcul et l'illustration des mécanismes qui régissent l'évolution d'un portefeuille vie entière, nous faisons l'hypothèse que le portefeuille est en run-off. Le but étant de capter la sinistralité du portefeuille. Les chargements et frais de gestion et commerciaux ne sont pas pris en compte. Etant donné que les primes et les provisions ont été calculées en fonction des capitaux souscrits hors participation aux bénéfices, celle-ci a été retirée de notre étude car notre objectif est d'étudier l'opposition entre les charges et les produits qui nous permettent de respecter nos engagements sur ce périmètre.

Ahmed Hassen GHARBI - 47 -

1. Indicateurs annuels

Le but d'un indicateur annuel est de nous donner le rapport entre les charges et les produits de l'année étudiée.

Charges	Produits			
Stock de provisions de fin d'année	Stock de provisions de début d'année			
charge de sinistres de l'année hors PB servie	Primes Pures encaissées en début d'année			
Rachats hors PB servie	Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le			
	tarif			

Résultat technique=

- + Primes Pures encaissées en début d'année
- + Stock de provision de début d'année
- Stock de provision de fin d'année
- + Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le tarif
- (charge de sinistres de l'année + Rachats PB servie)

Avec:

- \triangleright Primes Pures encaissées en début d'année= $\sum_{0}^{nbass_{N-1}} PP$
- Stock de provisions de début d'année = $\sum_{0}^{nbass_{N-1}}$ (engagement assureur en début d'année tête par tête engagement assurés en début d'année tête par tête) = $\sum_{0}^{nbass_{N-1}}$ prov_ouv
- Stock de provisions de fin d'année = $\sum_0^{nbass_N}$ (engagement assureur en fin d'année tête par tête-engagement assuré en fin d'année tête par tête) = $\sum_0^{nbass_N}$ prov_clo
- ▶ PF à hauteur du taux technique prévu par le tarif= produits financiers résultant de l'investissement pendant une année et à hauteur du taux technique des primes et provisions de début d'année qui serviront au payement des sinistres futurs (1) + produits financiers résultant de l'investissement pendant une demi année et à hauteur du taux technique des primes ayant servie au payement des sinistres de l'année (2) : En début d'année, une partie des primes, placée au taux technique, permet de payer les sinistres de l'année : Nous faisons la même hypothèse que lors du calcul de certains nombres de commutation actuariels, à savoir les sinistres interviennent en moyenne en milieu d'année. La partie restante des primes, provisionnée et placée au taux technique, permet de payer les sinistres des années futures.
 - 0 (1)= $(\sum_{0}^{nbass_{N-1}}(PP + \text{prov}_{\text{ouv}})$ part de primes ayant servie au payement des sinistres) × $taux_tech_annuel = (\sum_{0}^{nbass_{N-1}}(PP + \text{prov}_{\text{ouv}}) \frac{s}{(1+taux_tech_annuel)^{0.5}}) \times taux_tech_annuel$. Où S représente les sinistres payés de l'année
 - $\circ (2) = \frac{s}{(1 + taux_tech_annuel)^{0.5}} \times ((1 + taux_tech_annuel)^{0.5} 1)$

Dans le cas particulier où la sinistralité observée est égale à la sinistralité prévue par le tarif, le résultat est nul, ce qui nous donne :

Ahmed Hassen GHARBI - 48 -

Charge de sinistres + Rachats - PB servie = Primes Pures encaissées en début d'année + delta PM + PF à hauteur du taux technique prévu par le tarif

Avec delta PM= stock de provision de début d'année - stock de provision de fin d'année

A partir de cette équation, nous avons construit plusieurs indicateurs qui sont égaux à 100% quand la sinistralité observée est égale à la sinistralité théorique. Les deux premiers utilisent des quantités comptables, alors que le troisième nécessite des calculs supplémentaires pour séparer les engagements de l'assureur et ceux des assurés. Nous avons, dans un premier temps, placé les charges au numérateur et les produits au dénominateur. Nous avons ensuite déplacé quelques charges et produits en les signant négativement pour avoir plus de possibilités.

Indicateur comptable avec le delta de PM au dénominateur signé positivement (produit) :

$$S/P_1 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie}{Primes\ pures\ + IT\ +\ delta\ PM\ (hors\ chargements)}$$

Avec IT= Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le tarif.

Charges	Produits
Charge de sinistres de l'année hors PB servie	Primes Pures encaissées en début d'année
Rachats hors PB servie	Stock de provisions de début d'année
	-Stock de provisions de fin d'année
	Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le
	tarif

• Indicateur comptable avec le delta de PM au numérateur signé négativement (charge) :

$$S/P_2 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie\ - delta\ PM}{Primes\ pures\ + IT}$$

Charges	Produits
Stock de provisions de fin d'année	Primes Pures encaissées en début d'année
-Stock de provisions de début d'année	Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le tarif
Charge de sinistres de l'année hors PB servie	
Rachats hors PB servie	

Indicateur avec séparation des engagements assurés et assureur :

$$S/P_3 = rac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie\ + enga.\ assureur\ N\ +\ enga.\ assuré\ N\ -1}{Primes\ pures\ + IT\ +\ enga.\ assureur\ N\ -1\ +\ enga.\ assuré\ N}$$

Charges	Produits
Engagement de l'assureur en fin d'année	Engagement de l'assureur en début d'année
Engagement de l'assuré en début d'année	Engagement de l'assuré en fin d'année
Charge de sinistres de l'année hors PB servie	Primes Pures encaissées en début d'année
Rachats hors PB servie	Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le
	tarif

Une fois les engagements assureur et assurés séparés, nous avions 2 autres possibilités :

Ahmed Hassen GHARBI - 49 -

$$S/{P'}_3 = \frac{Charge\ de\ sinistres + Rachats - PB\ servie + enga.\ assureurN - enga.\ assureurN_1}{Primes\ pures + IT + enga.\ assuréN - enga.\ assuréN_1}$$

$$S/P''_{3} = \frac{Charge\ de\ sinistres + Rachats - PBservie + enga.\ assur\'{e}N_1 - enga.\ assur\'{e}N}{Primes\ pures + IT + enga.\ assureurN_1 - enga.\ assureurN}$$

L'impact de la charge des sinistres du S/P'_3 est nul dans le cas d'un taux technique égal à 0 car dans ce cas Charge de sinistre -PB servie + enga. assureurN - enga

Nous avons également préféré retenir le S/P_3 car la charge et le produit du S/P''_3 sont négatifs dans le cas d'une forte production.

2. Indicateurs pluriannuels

Contrairement à un contrat temporaire décès, nous ne pouvons pas conclure si un contrat obsèques est rentable ou pas au bout d'une année. Le tarif d'un contrat temporaire décès est mis à jour chaque année pour être en adéquation avec le risque. Pour un contrat obsèques le risque est calculé une seule fois, au moment de la souscription, et porte sur la durée de vie résiduelle de l'assurée. Il est donc nécessaire d'étudier ce type de contrat sur plusieurs années. Dans cette optique et à partir des indicateurs annuels déjà choisis, nous avons construit des indicateurs pluriannuels qui ont pour but de prendre en compte le passé en sommant les charges et produits des années précédentes et d'essayer d'estimer la rentabilité future présents dans les engagements assureur et assurés de fin d'année.

$$S/P_{1p} = \frac{\sum_{n=2010}^{N} (Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie)}{-provisions_{N} + \sum_{n=2010}^{N} (Primes\ pures\ + IT)}$$

$$S/P_{2p} = \frac{provisions_N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie)}{\sum_{n=2010}^{N} (Primes\ pures\ + IT)}$$

$$S/P_{3p} = \frac{enga. \ assureur \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge \ de \ sin. + Rachats - PB \ servie)}{enga. \ assuré \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Primes \ pures + IT)}$$

La philosophie derrière chaque indicateur est traitée lors de leurs applications sur les portefeuilles fictifs et réels.

III. APPLICATION SUR UN PORTEFEUILLE FICTIF

Dans cette partie, les différents indicateurs présentés précédemment vont être appliqués à une population fictive dont, dans un premier temps, les personnes sont identiques. Le but de cette application est de voir comment se comportent les différents indicateurs lorsque l'on observe une surmortalité ou une sous mortalité relativement à la sinistralité théorique prévue par le tarif.

1. Paramètres

Pour cette application:

- La table utilisée est celle du tarif TH00-02.
- L'âge de la population est fixé à 50 ans.

Ahmed Hassen GHARBI - 50 -

- Le taux technique est égal à 2.5%.
- Le capital décès est de 10 000€.
- Les primes sont payées le 1^{er} janvier, le jour de l'anniversaire des contrats.
- La population initiale est égale au nombre de personnes vivantes à 50 ans selon la table TH00-02 en partant d'une population de 100 000 personnes.

2. Population identique

a) Sans surmortalité

Dans le premier exemple, nous allons regarder comment se comportent ces différents indicateurs face à une mortalité égale à celle prévue par le tarif.

Année	Age en	VA engagement	Valeur de l'annuité	VA engagement	Provision en début	Population	Primes
	début	assureur début	constante à terme	des assurés en	d'année méthode	en début	reçues en
	d'année	d'année (1)	d'avance en début début d'année (2) pr		prospective (1)-(2)	d'année	début
			d'année				d'année
1	50	475 573 846	20,2	475 573 846	0	92 736	23 505 848
2	51	481 996 108	19,8	463 369 698	18 626 410	92 196	23 368 973
•••							
60	109	19 514	1,5	754	18 759	2	507
61	110	9 877	1,0	253	9 624	1	253

Avec:

- ightharpoonup VA engagement assureur début d'année= $\frac{M_X}{D_X}$
- Valeur de l'annuité constante à terme d'avance en début d'année \ddot{a}_x
- VA engagement des assurés en début d'année= $\ddot{a}_x \times PP$

Année	Nombre de sinistres dans l'année	Montant de sinistres	Valeur en début d'année des sinistres réglés dans l'année N	Part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N (3)	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime ayant servis à payer les sinistres N
1	540	5 400 000	5 333 740	18 172 108	454 303	66 260
2	575	5 750 000	5 679 445	36 315 939	907 898	70 555
•••		•••	•••			
60	1	10 000	9 877	9 389	235	123
61	1	10 000	9 877	0	0	123

Avec:

- ightharpoonup Valeur en début d'année des sinistres réglés dans l'année $N = \frac{\text{Montant de sinistres}}{(1 + \text{taux_tech_annuel})^{0.5}}$
- ➤ Part de prime de début d'année + provisions début d'année destinées à payer les sinistres des années >N (3) = Provisions en début d'année méthode prospective+ Primes reçues en début d'année- Valeur en début d'année des sinistres réglés dans l'année N
- ➤ Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime de début d'année + provisions début d'année destinées à payer les sinistres des années >N= (3) × taux_tech_annuel
- ➤ Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime ayant servi à payer les sinistres N= Valeur en début d'année des sinistres réglés dans l'année N × ((1 + taux_tech_annuel)^{0.5}-1)

Ahmed Hassen GHARBI - 51 -

Après avoir effectué les calculs intermédiaires nécessaires au calcul des indicateurs, le tableau ci-après permet de comparer le comportement des six indicateurs présentés précédemment face à une sinistralité égale à celle prévue par le tarif.

Année	S/P ₁	S/P ₂	S/P_3	S/P _{1p}	S/P _{2p}	S/P _{3p}
1	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
2	100,00%(1)	100,00%(2)	100,00%(3)	100,00%(4)	100,00% ⁽⁵⁾	100,00%(6)
•••		•••				
10	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
•••		•••				
60	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
61	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%

Avec:

 $100,00\%^{(1)} = (5\ 750\ 000)/(23\ 368\ 973+18\ 626\ 410-37\ 223\ 837+907\ 898+70\ 555)$ $100,00\%^{(2)} = (5\ 750\ 000+37\ 223\ 837-18\ 626\ 410)/(23\ 368\ 973+907\ 898+70\ 555)$ $100,00\%^{(3)} = (5\ 750\ 000+488\ 224\ 580+463\ 369\ 698)/(23\ 368\ 973+481\ 996\ 108+451\ 000\ 743+907\ 898+70\ 555)$ $100,00\%^{(4)} = (11\ 150\ 000)/(46\ 874\ 821+18\ 626\ 410-55\ 850\ 247+1\ 362\ 201+136\ 814)$ $100,00\%^{(5)} = (11\ 150\ 000-18\ 626\ 410+55\ 850\ 247)/(46\ 874\ 821+1\ 362\ 201+136\ 814)$ $100,00\%^{(6)} = (11\ 150\ 000+488\ 224\ 580)/(46\ 874\ 821+451\ 000\ 743+1\ 362\ 201+136\ 814)$

Comme attendu, sans appliquer une surmortalité ou une sous mortalité, les 6 indicateurs sont égaux à 100% tout au long de notre scénario fictif.

b) Avec surmortalité

Le scénario suivant consiste à appliquer une surmortalité de 50% par rapport au tarif :

Nombre de sinistres dans l'année= $150\% \times q_{x+N-1} \times Population$ en début d'année.

Année	Age en début d'année	VA engagement assureur début d'année (1)	ngagement constante à terme des assurés en ureur début d'avance en début début d'année		Provision en début d'année méthode prospective (1)-(2)	Population en début d'année	Primes reçues en début d'année
1	50	475 573 846	20,2	475 573 846	0	92 736	23 505 848
2	51	480 584 562	19,8	462 012 700	18 571 862	91 926	23 300 536
•••							
55	104	5 636	1,9	288	5 348	0,58	148
56	105	1 581	1,9	77	1 504	0,16	41

Ahmed Hassen GHARBI - 52 -

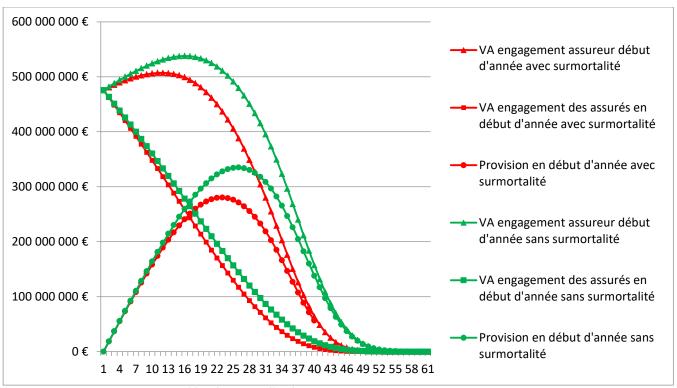


Figure 28 Valeurs actuelles des engagements assureur et assurés et provisions

Les valeurs actuelles des engagements assureur et assurés ainsi que la provision ne sont pas trop impactés par cette surmortalité lors des premières années car la probabilité de décès autour de 50 ans est assez faible.

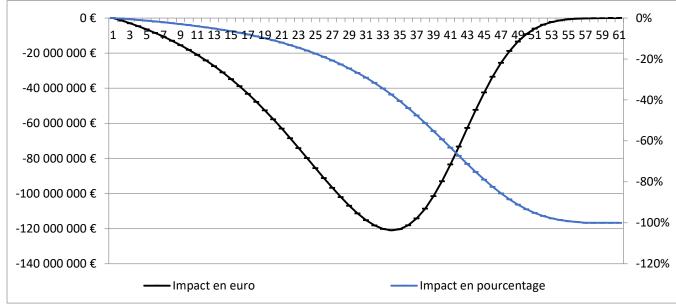


Figure 29 Impact de la surmortalité sur la VA de l'engagement de l'assureur

La VA de l'engagement de l'assureur pour un assuré augmente à cause du vieillissement. Celle de tout le portefeuille augmente pour cette raison mais ensuite diminue à cause des décès des assurés. La surmortalité a pour effet de diminuer l'engagement de l'assureur car elle diminue le nombre de personnes présentes en fin d'année. L'impact en euro (= Montant avec surmortalité - Montant sans surmortalité) est strictement proportionnel au nombre de décès. Le nombre de décès étant égal au produit entre le nombre de personnes présentes en début d'année multiplié par le taux de décès. Cet impact est croissant en valeur absolue jusqu'à la 33éme année car le nombre décès est de plus en plus important durant cette période du fait de la majoration du

Ahmed Hassen GHARBI - 53 -

taux de décès. Ensuite, il devient décroissant en valeur absolue car le nombre de personnes présentes est beaucoup moins important. L'impact en pourcentage (=Impact en euro/ Montant sans surmortalité) est croissant tout le long de notre simulation car la décroissance de l'impact en euro est compensée par la décroissance du montant de la VA de l'engagement de l'assureur pour la même raison : le nombre de personnes présentes est moins important dans la 2éme partie de notre simulation.

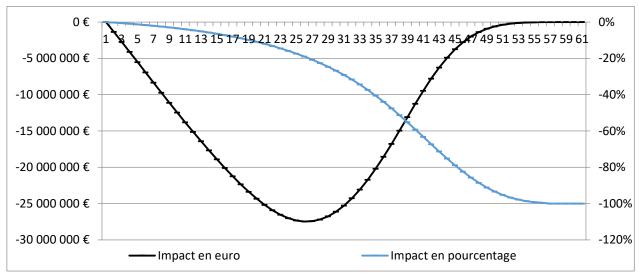


Figure 30 Impact de la surmortalité sur la VA de l'engagement des assurés

Contrairement à la VA de l'engagement de l'assureur, la VA de l'engagement des assurés du portefeuille est décroissante tout au long de notre simulation car elle est décroissante en fonction de l'âge et en fonction du nombre de décès. L'impact de la surmortalité est lui exactement le même que celui sur la VA de l'engagement de l'assureur.

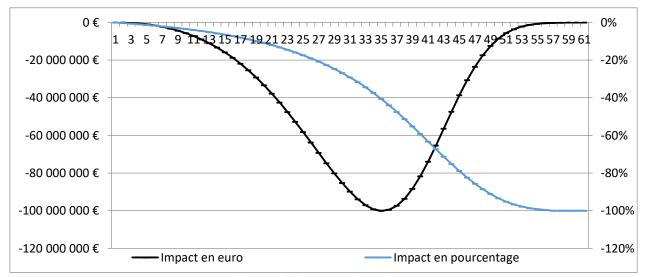


Figure 31 Impact de la surmortalité sur les provisions

Les variations de la provision sont quasiment les mêmes que celles des engagements de l'assureur : Croissante à cause du vieillissement de la population ensuite décroissante à cause du nombre de contrats présents.

Les variations de l'impact de la surmortalité sur les provisions sont les mêmes que celles des impacts sur les engagements de l'assureur et des assurés mais l'amplitude est égale à la différence entre les deux. A la fin de la 10éme année de l'étude, pour l'exemple sans surmortalité nous comptons 85 538 assurés contre 82 130 pour l'exemple avec surmortalité soit 3 408 d'assurés en plus. Ce nombre correspond à 4% d'assurés en plus et à 3,7% de la population de départ. Dans l'exemple avec surmortalité, la provision baisse donc de 4% durant

Ahmed Hassen GHARBI - 54 -

les 10 premières années. La surmortalité fait baisser la charge de provisions de fin d'année et augmenter la charge de sinistres.

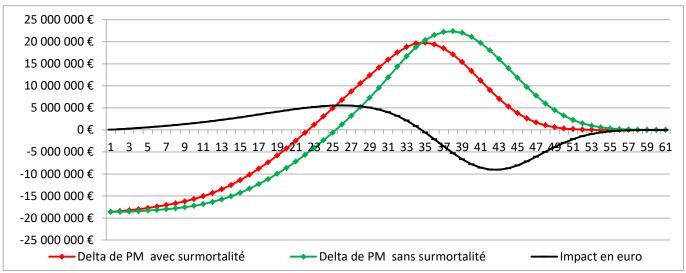


Figure 32 Impact de la surmortalité sur le Delta de PM

L'amplitude du Delta de PM est dix à cent fois inférieure à celle des PM entre la 10éme et la 33éme année de notre simulation.

Le delta de PM du portefeuille est négatif et croissant sur la première partie de notre simulation. Il continue de croître pour devenir positif au-delà de 22 ans d'ancienneté. Il commence à décroitre, à partir de la 35éme année pour devenir nul au décès du dernier assuré. Cette quantité dépend de l'âge des assurés et du nombre de décès.

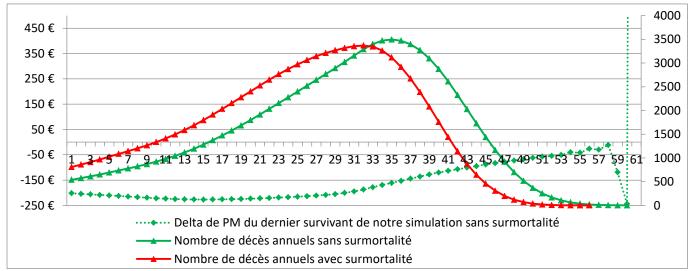


Figure 33 Facteurs explicatifs des variations du delta de PM

Un décès implique un delta de PM positif car la provision de fin d'année est nulle. Comme le montre la figure ci-dessus, c'est le seul cas où ce delta de PM est positif.

Quand l'effet du nombre de décès est inférieur à l'effet du vieillissement de la population (partie 1), le delta de pm est croissant et négatif. Lors de la deuxième partie de la simulation, l'effet du nombre de décès devient plus important, le Delta de PM devient donc positif tout en restant croissant. A la fin de la simulation, le nombre de décès diminue fortement et le delta de PM unitaire se rapproche de 0, le delta de PM du portefeuille devient très faible tout en restant positif car le taux de décès (nombre de décès/ nombre de contrats présents) est important.

Ahmed Hassen GHARBI - 55 -

Une surmortalité a pour effet de raccourcir les 3 phases par lesquelles passe le delta de PM du portefeuille et diminuer l'amplitude en valeur absolue du delta de PM au début et à la fin de la durée de vie du portefeuille.

Au début de la simulation, la surmortalité tend à rendre le delta de PM du portefeuille moins négatif : Elle augmente le nombre de décès, ce qui a pour conséquence de créer des deltas de PM positifs.

Dans la deuxième partie de la simulation, quand le nombre de décès devient moins important dans le cas de la surmortalité, cela crée moins de deltas de PM positifs. Le delta de PM devient donc inférieur dans le cas de la surmortalité.

Dans la 3ème phase de la simulation, quand la différence entre le nombre de décès en valeur absolue diminue entre les 2 scénarios, l'impact de la surmortalité devient moins négatif pour finir par s'annuler.

Année	Nombre de sinistres dans l'année	Montant de sinistres	Valeur en début d'année des sinistres réglés dans l'année N	Part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N (3)	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime ayant servis à payer les sinistres N
1	810	8 100 000	8 000 610	15 505 238	387 631	99 390
2	860	8 599 741	8 494 219	33 378 179	834 454	105 522
•••		•••				
55	0,42	4 207	4 156	1 340	34	52
56	0,13	1 259	1 243	303	8	15

Au cours des 10 premières années d'étude, la charge supplémentaire des sinistres est passée de 50% à 47% (34M €), car la charge annuelle est proportionnelle aux taux de décès annuel et au nombre de contrats présents au début de l'année. Ce nombre de contrats est inversement proportionnel aux taux de décès des années passées. La différence entre les charges annuelles des sinistres diminue donc au fil des années pour devenir négative. La différence entre les charges cumulées s'annule au décès du dernier assuré.

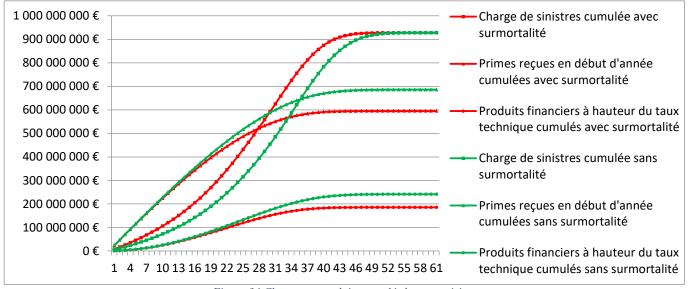


Figure 34 Charges et produits cumulés hors provisions

Malgré une surmortalité assez élevée, l'assureur a récolté 3,6 M € de primes en moins durant les 10 premières années. Ce montant représente 2% des primes récoltées dans l'exemple sans surmortalité. Au décès du dernier assuré, cette surmortalité est à l'origine de 90,9 M € (-13%) de primes en moins.

Ahmed Hassen GHARBI - 56 -

Concernant les produits financiers à hauteur du taux technique du tarif, la surmortalité a engendré une baisse de 1ME soit 4% des produits financiers récoltés sans surmortalité sur les 10 premières années. A la fin de notre simulation, la perte sur ces produits est de 55,9 ME (-23%).

Le tableau récapitule l'impact de la surmortalité appliquée sur les différents composants des S/P construits :

Charges/ Produit	A la fin de la	A la fin de la 1ere année		10éme année		du dernier suré	Impact en de la surmortalité : écart entre avec et sans surmortalité	
	Ordre de grandeur de la charge ou du produit	Impact de la surmortalité	Ordre de grandeur de la charge ou du produit	Impact de la surmortalité	Ordre de grandeur de la charge ou du produit	Impact de la surmortalité	avec et sans surmortante	
VA Engagement assureur	+++	-1M € (-0,3%)	++++	-21M € (-4%)	0	0 € (0 %)	Négatif. Amplitude en valeur absolue croissante jusqu'à la 33éme année ensuite décroissante	
VA Engagement assurés	+++	-1M € (-0,3%)	+++	-14M € (-4%)	0	0 € (0 %)	Négatif. Amplitude en valeur absolue croissante jusqu'à la 25éme année ensuite décroissante	
Provisions de fin d'année	++	-54K € (-0,3%)	+++	-7M € (-4%)	0	0 € (0 %)	Négatif. Amplitude en valeur absolue croissante jusqu'à la 34éme année ensuite décroissante	
Delta de PM	++	54K € (-0,3%)	++	2M€ (-9%)	0	0€ (0 %)	Positif jusqu'à la 34éme année, négatif au-delà. Amplitude en valeur absolue croissante au début (jusqu'à la 26éme année) et décroissante vers la fin de la simulation (à partir de la 43éme année)	
Sinistres annuels	+	+3M€ (+50%)	++	+4M € (+45%)	+	-10K € (-100%)	Positif jusqu'à la 32éme année, négatif au-delà. Amplitude en valeur absolue croissante au début (jusqu'à la 22éme année) et décroissante vers la fin de la simulation (à partir de la 42éme année)	
Sinistres cumulés	+	+3M€ (+50%)	++	+38M € (+47%)	++++	0 € (0 %)	Positif jusqu'au décès du dernier assuré où il devient nul. Amplitude en valeur absolue croissante jusqu'à la 32éme année, décroissante au-delà.	
Primes annuelles	++	0€ (0 %)	++	-700K € (-3%)	+	-10K € (-100%)	Négatif. Amplitude en valeur absolue croissante jusqu'à la 33éme année, décroissante au-delà.	
Primes cumulées	++	0€ (0 %)	+++	-4M € (-2%)	++++	-91M € (-13%)	Négatif. Amplitude en valeur absolue croissante.	
Produits Financiers annuels	+	-33K € (-6%)	+	-200K € (-5%)	+	-6K € (-100%)	Négatif. Amplitude en valeur absolue croissante jusqu'à la 34éme année, décroissante au-delà.	
Produits Financiers pluriannuels	+	-33K € (-6%)	++	-1M € (-4%)	+++	-56M € (-23%)	Négatif. Amplitude en valeur absolue croissante.	

Ahmed Hassen GHARBI - 57 -

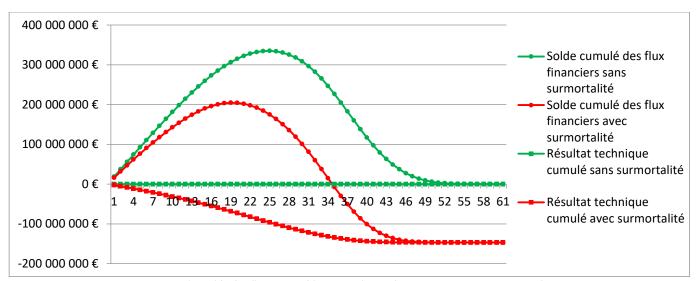


Figure 35 Solde des flux comptables et résultat technique: Avec et sans surmortalité

Au bout de 10 ans d'ancienneté, le solde (primes + produits financiers - sinistres) est de 181 M€ dans le scénario sans surmortalité et de 141 M€ dans le scénario avec surmortalité soit une perte de 22%.

L'ajout de la provision de fin d'année au solde cumulé pour obtenir le résultat technique permet de lisser les résultats et d'anticiper le solde final. Nous remarquons que plus les provisions sont adaptées à la mortalité, plus l'anticipation est exacte.

A la fin du scénario avec surmortalité, le solde cumulé et le résultat technique sont de -147 M€ soit -18,81% des produits accumulés et -15,83% des sinistres payés (=produits accumulés dans le cas sans surmortalité).

Voici le résultat final de cette simulation avec, contrairement à l'exemple précèdent, un comportement différent des indicateurs.

Année	S/P_1	S/P_2	S/P_3	S/P _{1p}	S/P_{2p}	S/P _{3p}
1	149,42%	111,17%	100,28%	149,42%	111,17%	100,55%
2	147,91%	111,49%	100,29%	148,64%	111,33%	101,10%
•••	•••	•••				
10	136,40%	113,98%	100,41%	142,05%	112,62%	105,40%
•••						
55	103,20%	155,94%	102,19%	118,81%	118,81%	118,81%
56	103,11%	158,86%	102,28%	118,81%	118,81%	118,81%

Avec pour rappel:

$$S/P_1 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie}{Primes\ pures\ + IT\ +\ delta\ PM\ (hors\ chargements)}$$

$$S/P_2 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie\ - delta\ PM(hors\ chargements)}{Primes\ pures\ + IT}$$

$$S/P_3 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie\ + enga.\ assureur\ N\ +\ enga.\ assuré\ N_1}{Primes\ pures\ +\ IT\ +\ enga.\ assureur\ N_1\ +\ enga.\ assuré\ N}$$

Ahmed Hassen GHARBI - 58 -

$$S/P_{1p} = \frac{\sum_{n=2010}^{N} (Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie)}{-provisions_{N} + \sum_{n=2010}^{N} (Primes\ pures\ + IT)}$$

$$S/P_{2p} = \frac{provisions_N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge \ de \ sinistres \ + \ Rachats \ - \ PB \ servie)}{\sum_{n=2010}^{N} (Primes \ pures \ + \ IT)}$$

$$S/P_{3p} = \frac{enga. \ assureur \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge \ de \ sin. + Rachats - PB \ servie)}{enga. \ assuré \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Primes \ pures + IT)}$$

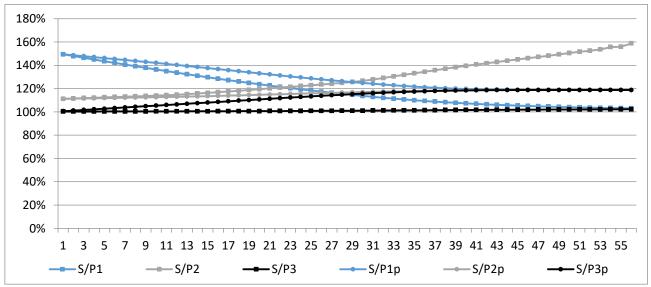


Figure 36 Comportement des 6 S/P face à une surmortalité de 50%

c) Analyse des résultats

Au début de la simulation, le S/P_1 est quasiment égal au rapport entre la mortalité annuelle observée et la mortalité annuelle théorique prévue par le tarif. Durant les premières années le numérateur est égal à la charge des sinistres observés et le dénominateur est égal à la part de primes qui est destinée à payer les sinistres de l'année tels qu'ils sont calculés par la tarif : Primes+ Delta de PM + IT. Cette part de primes est tout de même impactée par la sinistralité de l'année car la surmortalité annule 50% de provisions de fin d'année supplémentaires. Une mortalité plus forte, en plus d'augmenter fortement la charge annuelle des sinistres, elle augmente aussi les produits de l'année de cet indicateur. Cet impact sur les provisions de fin d'année atténue donc les effets de la surmortalité. Cette atténuation est, au début, légère car les provisions de fin d'année sont très inférieures aux sinistres. Elle augmente au fil des années jusqu'à annuler quasiment les effets de la surmortalité car le montant unitaire des provisions devient quasiment égal au montant unitaire des sinistres : D'où la décroissance du S/P_1 pour quasiment atteindre les 100%.

Le S/P_2 est inférieur au S/P_1 au début de la durée de vie du portefeuille. Il est égal à la mortalité annuelle observée plus la charge annuelle due au décalage entre le risque et le tarif (Charge de sinistres observés + (-Delta de PM)). L'accroissement de la provision unitaire est important au début de la durée de vie du portefeuille, cette charge supplémentaire (-Delta de PM) est du même ordre de grandeur que les primes, c'est ces 2 quantités qui impactent fortement cet indicateur, contrairement à la charge de sinistres qui est plus faible. La charge supplémentaire des sinistres, en plus d'être faible, est compensée par (-Delta de PM) négatif pour les contrats sinistrés. En face, la baisse des produits engendrée par cette surmortalité reste négligeable devant les primes perçues et les produits financiers. La charge des sinistres devient ensuite importante et le delta de PM des contrats présents en fin d'année diminue fortement. Nous nous retrouvons donc dans une situation où les sinistres et les primes sont les quantités qui influent le plus sur cet indicateur. Cet indicateur devient donc quasiment égal au rapport entre la sinistralité observée et la sinistralité théorique.

Ahmed Hassen GHARBI - 59 -

Le S/P_3 est quasiment égal à 100% durant toute la durée de vie du portefeuille malgré une surmortalité importante. La somme des engagements de l'assureur et des assurés des années N et N-1 est trop importante par rapport au reste des quantités. Sa sensibilité à la surmortalité est donc trop faible.

Au début de la durée de vie du portefeuille, Le S/P_{1p} est presque égal au rapport entre la sinistralité observée et la sinistralité théorique. Au numérateur, nous avons la charge cumulée des sinistres payés depuis le début de l'historique. Au dénominateur, en plus des produits financiers cumulés, nous avons les primes cumulées auxquelles nous rajoutons le résultat futur (-Provisions N) prévu par la table du tarif. Ce résultat futur est négatif et du même ordre de grandeur que les primes cumulées perçues : Le dénominateur est donc faible tout comme le dénominateur qui est égal à la faible charge cumulée des sinistres du début de l'historique. L'indicateur est donc toujours sensible à la sinistralité annuelle. Ensuite, le nombre d'assurés devient de plus en plus faible et donc l'impact des provisions aussi. Les charges et les primes annuelles deviennent aussi très faibles devant les primes et les charges de l'historique. La décroissance ralentit et l'indicateur se stabilise.

Le S/P_{2p} est égal au numérateur à la différence entre la charge cumulée des sinistres payés et le résultat futur : Charge cumulée des sinistres - (-Provisions N). Au début, la charge supplémentaire des sinistres, atténuée par une baisse des provisions de fin d'année due à un nombre moins important d'assurés présents en fin d'année en comparaison des prévisions du tarif, est faible face aux primes perçues (présentes au dénominateur). Ensuite, même si la provision unitaire augmente, l'effet cumulé de la baisse des produits due à un nombre d'assurés moins important et l'augmentation de la charge supplémentaire font augmenter légèrement cet indicateur. Vers la fin de la simulation, les quantités annuelles deviennent faibles en comparaison des différentes sommes cumulées. L'indicateur se stabilise après cette légère croissance.

Le S/P_{3p} est proche des 100% au début de la durée de vie du portefeuille car les engagements de l'assureur et des assurés sont quasiment égaux et ils sont encore très importants face aux charges et produits cumulés. La baisse des engagements assureur et assurés due à la baisse du nombre d'assurés présents et l'augmentation de la charge supplémentaire ainsi que la baisse des produits dus à la surmortalité font croître cet indicateur. Lors des dernières années de l'historique, les engagements de l'assureur et de l'assuré ainsi que les charges et produits annuels deviennent négligeables devant les produits déjà perçus et les charges payées.

Cet indicateur, comme les 2 indicateurs comptables pluriannuels, convergent vers le même ratio : Charges de sinistres / (Primes perçues + Produits financiers à hauteur du taux technique).

3. Population hétérogène : sensibilité par rapport à l'âge des assurés

Dans l'exemple suivant, nous allons appliquer les mêmes calculs à un portefeuille composé de deux populations différentes : La première identique à celle étudiée précédemment et une deuxième ayant le même taux technique et les mêmes capitaux mais âgée de 60 ans. Les deux populations ont le même nombre d'assurés à t=0. Nous allons réappliquer une surmortalité de 50% à la première et une sous mortalité de 50% à la deuxième. Nous nous attendons donc à des S/P assez proche de 100%.

Année	Age en début d'année	VA engagement assureur début d'année (1)	Valeur de l'annuité constante à terme d'avance en début d'année	VA engagement des assurés en début d'année (2)	Provision en début d'année méthode prospective (1)-(2)	Population en début d'année	Primes reçues en début d'année
1	60	572 544 372	16,0	572 544 372	0	92 736	35 789 522
2	61	579 439 740	15,6	553 361 889	26 077 851	92 205	35 584 504
•••							
49	108	10 761 450	2	739 048	10 022 403	1 110	428 245
50	109	8 119 989	1	477 859	7 642 130	832	321 184

Ahmed Hassen GHARBI - 60 -

Voici les calculs intermédiaires pour la deuxième population.

Année	Nombre de sinistres dans l'année	Montant de sinistres	Valeur en début d'année des sinistres réglés dans l'année N	Part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N (3)	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime ayant servis à payer les sinistres N
1	531	5 312 334	5 247 149	30 542 373	763 559	65 184
2	569	5 692 056	5 622 212	56 040 143	1 401 004	69 844
•••						
49	277	2 774 118	2 740 079	7 710 569	192 764,236	34 039,547
50	208	2 080 589	2 055 059	5 908 255	147 706,370	25 529,661

Voici les résultats obtenus pour la 2éme population :

Année	S/P_1	S/P_2	S/P_3	S/P _{1p}	S/P_{2p}	S/P _{3p}
1	50,40%	85,72%	99,55%	50,40%	85,72%	99,11%
2	51,13%	85,32%	99,53%	50,78%	85,52%	98,24%
•••	•••	•••	•••		•••	•••
10	57,90%	80,69%	99,26%	54,42%	83,34%	91,61%
•••			•••			
49	91,39%	60,12%	97,80%	74,04%	74,20%	74,21%
50	94,05%	73,37%	98,51%	74,08%	74,20%	74,20%

Nous remarquons que, comme dans le cas de la surmortalité :

Le S/P_1 est quasiment égal au rapport entre la mortalité observée et la mortalité théorique au début de la simulation pour ensuite se rapprocher de plus en plus des 100%.

Le S/P_2 est proche des 100% plus proche des 100% que le S/P_1 , il se rapproche ensuite du rapport entre la mortalité observée et la mortalité théorique.

Le S/P_3 est lui quasiment égal à 100% tout au long de la simulation.

Les indicateurs pluriannuels commencent tous comme les indicateurs annuels leur correspondant, ils convergent ensuite vers le même ratio : Charges de sinistres / (Primes perçues + Produits financiers à hauteur du taux technique).

Voici les résultats obtenus pour le portefeuille contenant les 2 populations:

Année	S/P_1	S/P ₂	S/P_3	S/P _{1p}	S/P _{2p}	S/P _{3p}
1	84,03%	95,79%	99,88%	84,03%	95,79%	99,76%
2	84,34%	95,67%	99,87%	84,19%	95,73%	99,53%
•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••
10	85,43%	93,74%	99,79%	84,92%	94,88%	97,59%
•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••
49	93,69%	67,30%	98,25%	91,32%	91,35%	91,36%
50	95,43%	77,57%	98,77%	91,32%	91,35%	91,35%

Ces indicateurs donnent plus d'importance à la population plus âgée car la probabilité de décès est plus importante pour cette population. Une sous sinistralité relative de 50% chez les 60 ans provoque une baisse des décès plus importante que la hausse des décès provoquée par une sur sinistralité relative de 50% chez les 50 ans.

Ahmed Hassen GHARBI - 61 -

4. Population hétérogène : sensibilité par rapport au taux technique du tarif

Dans cet exemple nous allons étudier l'effet du taux technique sur les charges et les produits ainsi que sur les indicateurs construits.

• Population 1:

- ➤ Age=50 ans
- ➤ Capital=10 000€
- ➤ Taux technique=0,5%
- ➤ Surmortalité constante de 50%

Voici les calculs faits pour la population1 :

Année	Age en début d'année	VA engagement assureur début d'année (1)	Valeur de l'annuité constante à terme d'avance en début d'année	VA engagement des assurés en début d'année (2)	Provision en début d'année (1)-(2)	Population en début d'année	Primes reçues en début d'année
1	50	805 030 574	26,9	805 030 574	0	92 736	29 872 603
2	51	801 288 743	26,2	776 752 326	24 536 416	91 926	29 611 682
•••						•••	
10	59	750 982 628	20,6	553 861 141	197 121 487	83 465	26 886 320
•••							
54	103	18 743	2	1 255	17 488	2	608
55	104	5 801	2	372	5 428	1	188

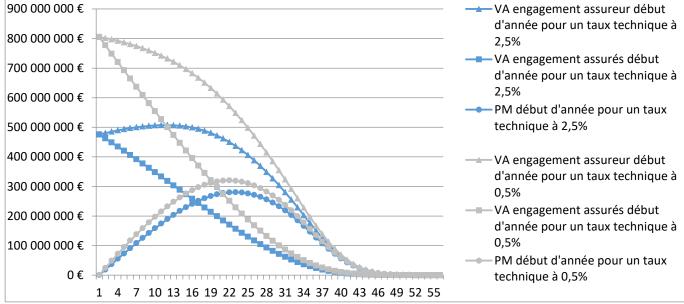


Figure 37Valeurs actuelles des engagements assureur et assurés face à une surmortalité de 50%: Sensibilité face au taux technique

La différence de taux a un impact important sur les montants de l'engagement de l'assureur et des assurés mais l'impact est moins net sur le montant de la provision. Le premier constat est que, contrairement au cas du taux à 0,5%, l'engagement de l'assureur est croissant au début de la simulation dans le cas du taux à 2,5% car l'effet de l'actualisation est plus important que l'effet de la diminution de la population. L'engagement des assurés est décroissant dans les deux cas mais la décroissance est plus rapide pour le taux le

Ahmed Hassen GHARBI - 62 -

plus faible car le nombre d'annuités initial prévu par le tarif y est plus important et étant donné que dans les deux cas le nombre d'annuités tend vers 0, la décroissance pour le cas du taux le plus faible est plus rapide. Nous remarquons tout de même que la provision dans le cas du taux à 0,5% croit plus rapidement que la provision dans le cas du taux à 2,5%. Ceci est dû à la décroissance très rapide de l'engagement des assurés dans le cas du taux à 0,5% qui a pris le pas sur la croissance de l'engagement de l'assureur dans le cas du taux à 2,5%.

Année	Nombre de sinistres dans l'année	Montant de sinistres	Valeur en début d'année des sinistres réglés dans l'année N	Part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N (3)	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime ayant servis à payer les sinistres N
1	810	8 100 000	8 079 826	21 792 778	108 964	20 174
2	860	8 599 741	8 578 322	45 569 776	227 849	21 419
•••						
10	1 335	13 350 994	13 317 741	210 690 066	1 053 450	33 253
•••						
54	1	13 046	13 014	5 083	25	32
55	0,42	4 207	4 197	1 420	7	10

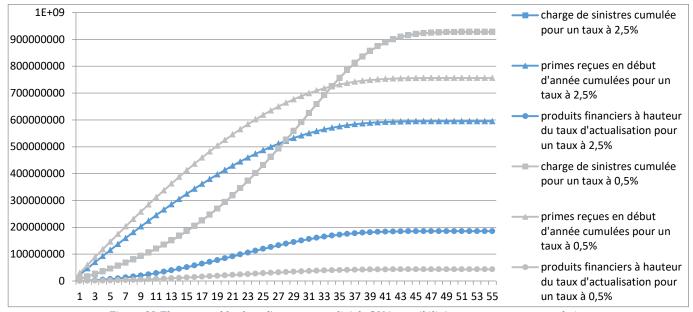


Figure 38 Flux comptables lors d'une surmortalité de 50%: sensibilité par rapport au taux technique

La charge des sinistres est la même dans les deux cas. Les produits par contre sont très sensibles au taux. En divisant le taux par cinq, les primes cumulées en 10 ans augmentent de 27% soit de 61M€ au bout de 10 ans et de 162M € à la fin de la durée de vie du portefeuille. Les produits financiers ont été divisés par quatre soit 18M€ de moins que dans le cas du taux le plus fort au bout de 10 ans et 142M € de moins à la fin de la simulation.

Voici les résultats des 6 indicateurs sur cette population 1:

Année	S/P_1	S/P ₂	S/P_3	S/P _{1p}	S/P _{2p}	S/P_{3p}
1	148,21%	108,78%	100,16%	148,21%	108,78%	100,33%
2	146,29%	109,11%	100,17%	147,21%	108,95%	100,66%
•••	•••					
10	132,78%	111,78%	100,25%	139,26%	110,27%	103,66%
•••						
54	102,51%	148,01%	101,62%	115,98%	115,98%	115,98%
55	102,40%	147,90%	101,61%	115,98%	115,98%	115,98%

Ahmed Hassen GHARBI - 63 -

Les 6 indicateurs sont légèrement plus importants dans le cas du taux à 2,5% car les primes sont beaucoup moins importantes. Elles ne sont pas tout à fait compensées par les produits financiers. L'impact du taux technique reste tout de même négligeable dans le cas de d'une surmortalité.

• Population 2:

- ➤ Age=50 ans
- ➤ Capital=10 000€
- ➤ Taux technique=2,5%
- ➤ Sous mortalité constante de 50%

Les calculs pour la population 2 donnent :

Année	Age en début d'année	VA engagement assureur début d'année (1)	Valeur de l'annuité constante à terme d'avance en début d'année	VA engagement des assurés en début d'année (2)	Provision en début d'année méthode prospective (1)-(2)	Population en début d'année	Primes reçues en début d'année
1	50	475 573 846	20,2	475 573 846	0	92 736	23 505 848
2	51	483 407 655	19,8	464 726 696	18 680 959	92 466	23 437 410
•••						•••	•••
59	108	10 336 248	2	466 213	9 870 035	1 066	270 150
60	109	7 799 155	1	301 448	7 497 707	799	202 612

Année	Nombre de sinistres dans l'année	Montant de sinistres	Valeur en début d'année des sinistres réglés dans l'année N	Part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N (3)	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime de début d'année + provision début d'année destinées à payer les sinistres des années >N	Produits financiers à hauteur du taux d'actualisation sur la part de prime ayant servis à payer les sinistres N
1	270	2 700 000	2 666 870	20 838 978	520 974	33 130
2	288	2 883 420	2 848 039	39 270 330	981 758	35 381
•••	•••					
59	266	2 664 508	2 631 814	7 508 371	187 709	32 695
60	200	1 998 381	1 973 860	5 726 459	143 161	24 521

Voici les résultats des 6 indicateurs sur cette population 2 :

Anné	S/P ₁	S/P ₂	S/P ₃	S/P _{1p}	S/P _{2p}	S/P _{3p}
e				_	_	
1	50,20%	88,87%	99,72%	50,20%	88,87%	99,45%
2	50,72%	88,54%	99,71%	50,46%	88,70%	98,91%
•••			•••			
10	55,54%	86,08%	99,59%		87,40%	94,75%
•••						
59	93,07%	59,56%	98,22%	76,83%	76,98%	76,98%
60	95,23%	72,99%	98,80%	76,86%	76,98%	76,98%

Ainsi que les résultats des 6 indicateurs sur ces deux populations hétérogènes :

Année	S/P_1	S/P ₂	S/P_3	S/P_{1p}	S/P_{2p}	S/P _{3p}
1	99,59%	99,92%	100,00%	99,59%	99,92%	100,00%
2	99,30%	99,85%	100,00%	99,44%	99,88%	99,99%
•••						
10	97,18%	99,05%	99,98%	98,22%	99,53%	99,82%
•••	•••		•••		•••	
55	91,49%	51,34%	97,87%	92,52%	92,61%	92,61%
56	91,71%	49,33%	97,78%	92,51%	92,58%	92,59%

Ahmed Hassen GHARBI - 64 -

Les indicateurs sont quasiment égaux à 100% quand les 2 populations sont équivalentes. Ceci confirme le constat fait précédemment quant à l'impact quasi négligeable du taux technique. La décroissance des taux vers la fin de la durée de vie du portefeuille est expliquée par le poids plus important de la population connaissant une sous mortalité.

5. Proposition d'indicateurs

a) Définition

Dans la partie précédente, en partant de la formule simplifiée du résultat technique, nous avons construit 3 indicateurs annuels (dont 2 comptables) en essayant de séparer charges et produits auxquels nous avons ajouté 3 autres indicateurs pluriannuels. Les indicateurs comptables sont relativement intuitifs et simples à appliquer. Les indicateurs avec séparation des engagements sont intuitifs mais requiert plus de calculs car ils contiennent des quantités non comptables.

Aucun de ces indicateurs ne nous donne, exactement et dans tous les cas, le rapport entre la sur ou sous sinistralité observée et la sinistralité théorique. Ils reflètent plus ou moins le rapport entre charges et produits.

L'étape suivante consistera donc à trouver au moins un indicateur capable de capter de façon précise et en toutes circonstances la sinistralité observée de l'année.

Repartons de la formule simplifiée du résultat technique :

Résultat technique= Primes Pures encaissées en début d'année + stock de provision de début d'année - stock de provision de fin d'année + Produits Financiers à hauteur du taux technique prévu par le tarif - (charge de sinistres de l'année +Rachats- PB servie)

En supposant qu'il n'existe pas de rachats et en prenant la charge de sinistres nette de PB servie.

$$\begin{array}{ll} \text{R\'esultat} & \text{technique} = \sum_{0}^{nbass_{N-1}} P + \sum_{0}^{nbass_{N-1}} provisions_{N-1} - \sum_{0}^{nbass_{N}} provisions_{N} - & \text{S} \\ & (\sum_{0}^{nbass_{N-1}} P + \sum_{0}^{nbass_{N-1}} provisions_{N-1}) \times i - \frac{S \times i}{(1+i)^{0.5}} + \frac{S}{(1+i)^{0.5}} \times ((1+i)^{0.5} - 1) \\ & \end{array}$$

$$\text{Comme } \sum_{0}^{nbass_{N}} provisions_{N} = \sum_{0}^{nbass_{N-1}} provisions_{N} - \sum_{0}^{nbsin_{N}} provisions_{N}$$

Nous avons alors:

$$\begin{array}{ll} \text{R\'esultat} & \text{technique} = (\sum_{0}^{nbass_{N-1}}P + \sum_{0}^{nbass_{N-1}}provisions_{N-1}) \times (1+i) - (\sum_{0}^{nbass_{N-1}}provisions_{N} - \sum_{0}^{nbsin_{N}}provisions_{N}) - \text{S} + \text{S} - \frac{S \times (1+i)}{(1+i)^{0.5}} \end{array}$$

• Quand la sinistralité observée est égale à la sinistralité théorique S* le résultat technique est nul :

$$S^* = (\sum_0^{nbass_{N-1}} P + \sum_0^{nbass_{N-1}} provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0.5} - (\sum_0^{nbass_{N-1}} provisions_N - \sum_0^{nbsin_N} provisions_N) \times (1+i)^{-0.5}$$

• Pour une population identique d'âge x, ayant souscrit un capital C fixé, et dont la prime a été tarifée avec un taux technique i identique, ce terme devient égal à :

Ahmed Hassen GHARBI - 65 -

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{x+N-1} \times nbass^{\mathbf{x}}_{N-1} \times \mathbf{C} &= \mathbf{S}^{*}_{x} = nbass^{\mathbf{x}}_{N-1} \times \left((P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_{N} \times (1-\mathbf{q}_{x+N-1}) \times (1+i)^{-0,5} \right) \end{aligned}$$

- $ightharpoonup Car \ nbsin_N = q_{x+N-1} \times nbass^{x}_{N-1}$
- En séparant les termes dépendant de la sinistralité du reste de l'équation, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_{x+N-1} \times nbass^{\mathbf{x}}_{N-1} \times \mathbf{C} \times \left(1 - \frac{provisions_{N}}{\mathbf{C}} \times (1+i)^{-0.5}\right) = nbass^{\mathbf{x}}_{N-1} \times \left((P + provisions_{N-1}\right) \times (1+i)^{0.5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0.5}\right) \end{aligned}$$

- On simplifie par $nbass^{x}_{N-1}$ les 2 formules de l'égalité et on pose :
 - Numerateur_x = $(P + provisions_{N-1}) \times (1 + i)^{0,5} provisions_N \times (1 + i)^{-0,5})$ Denominateur_x = $C \times \left(1 \frac{provisions_N}{C} \times (1 + i)^{-0,5}\right)$

 - \Rightarrow $s^*_x = \frac{S^*_x}{nhass^*_{x+1}} = q_{x+N-1} \times C$
- Pour valider notre indicateur, nous allons vérifier que $s_x^* \times Denominateur_x = Numerateur_x$

$$\text{Numerateur}_{\mathbf{x}} = (\frac{M_x}{N_x} \times C + \frac{M_{x+N-1}}{D_{x+N-1}} \times C - \frac{M_x}{N_x} \times C \times \ddot{\mathbf{a}}_{x+N-1}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_N \times (1+i)^{-0,5}$$

$$\begin{aligned} & \text{Numerateur}_{\mathbf{x}} = \left(\frac{M_{\chi}}{N_{\chi}} + \sum\nolimits_{\mathbf{k}=0}^{\mathbf{w}-\mathbf{x}-\mathbf{N}+1} \frac{\mathbf{I}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-\mathbf{1}+\mathbf{k}} - \mathbf{I}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}+\mathbf{k}} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-(\mathbf{x}+\mathbf{N}-\mathbf{1}+\mathbf{0}.5+\mathbf{k})}}{\mathbf{I}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-\mathbf{1}} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-(\mathbf{x}+\mathbf{N}-\mathbf{1})}} - \frac{M_{\chi}}{N_{\chi}} \times \\ & \sum\nolimits_{\mathbf{k}=0}^{\mathbf{w}-\mathbf{x}-\mathbf{N}+1} \frac{\mathbf{I}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-\mathbf{1}+\mathbf{k}} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-(\mathbf{x}+\mathbf{N}-\mathbf{1}+\mathbf{k})}}{\mathbf{I}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-\mathbf{1}} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-(\mathbf{x}+\mathbf{N}-\mathbf{1})}} \right) \times C \times (\mathbf{1}+i)^{0,5} - provisions_{N} \times (\mathbf{1}+i)^{-0,5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{Numerateur}_{\mathbf{x}} = \left(\frac{M_{x}}{N_{x}} + \frac{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}}}{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1}} \times \sum_{\mathbf{k}=0}^{\mathbf{w}-\mathbf{x}-\mathbf{N}+1} \frac{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1+\mathbf{k}} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-(\mathbf{k}+\mathbf{0}.5)}}{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1} \times \frac{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}}}{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1}}} - \frac{M_{x}}{N_{x}} \times \frac{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}}}{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1}} \times \mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1} \times$$

$$\begin{aligned} & \text{Numerateur}_{x} \!\!=\!\! \left(\!\!\frac{M_{x}}{N_{x}} \!+\! \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \!\times\! (\frac{l_{x+N-1-l_{x+N}}}{l_{x+N}} \!\times\! (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{k=1}^{w-x-N+1} \! \frac{l_{x+N-1+k} \!-\! l_{x+N+k} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{M_{x}}{N_{x}} \!\times\! \frac{l_{x+N-1}}{l_{x+N-1}} \!\times\! (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{k=1}^{w-x-N+1} \! \frac{l_{x+N-1+k} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{M_{x}}{N_{x}} \!\times\! \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \!\times\! (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{k=1}^{w-x-N+1} \! \frac{l_{x+N-1+k} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{M_{x}}{N_{x}} \!\times\! \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \!\times\! (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{k=1}^{w-x-N+1} \! \frac{l_{x+N-1+k} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{M_{x}}{N_{x}} \!\times\! \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \!\times\! (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{k=1}^{w-x-N+1} \! \frac{l_{x+N-1+k} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{M_{x}}{N_{x}} \!\times\! \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \!\times\! (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{k=1}^{w-x-N+1} \! \frac{l_{x+N-1+k} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{M_{x}}{N_{x}} \!\times\! \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \!\times\! (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{k=1}^{w-x-N+1} \! \frac{l_{x+N-1+k} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{l_{x+N-1} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!+\! \frac{l_{x+N-1+k} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{l_{x+N-1+k} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{l_{x+N-1} \!\times\! (1+i)^{-(k+0.5)}}{l_{x+N}} \!-\! \frac{l_{x+N-1+k} \!\times\! ($$

En posant j=k-1:

$$\begin{split} \text{Numerateur}_{x} = & = \left(\frac{M_{x}}{N_{x}} + \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \times (\frac{l_{x+N-1} - l_{x+N}}{l_{x+N}} \times (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} - l_{x+N+j+1} \times (1+i)^{-(j+1.5)}}{l_{x+N}} - \frac{M_{x}}{N_{x}} \times \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \times (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j+1.5)}}{l_{x+N}} - \frac{M_{x}}{N_{x}} \times \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \times (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j+1.5)}}{l_{x+N}} - \frac{M_{x}}{N_{x}} \times \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \times (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j+1.5)}}{l_{x+N}} - \frac{M_{x}}{N_{x}} \times \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \times (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j+1.5)}}{l_{x+N}} - \frac{M_{x}}{N_{x}} \times \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \times (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j+1.5)}}{l_{x+N}} - \frac{M_{x}}{N_{x}} \times \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \times (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j+1.5)}}{l_{x+N}} - \frac{M_{x}}{N_{x}} \times \frac{l_{x+N}}{l_{x+N-1}} \times (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j+1)}}{l_{x+N}} \times (1+i)^{-0,5} \times (1+i)^{-0,5} + \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j+1)}}{l_{x+N}} \times (1+i)^{-0,5} \times (1+i)^{-0,$$

Ahmed Hassen GHARBI - 66 -

$$\begin{split} \text{Numerateur}_{x} &= \left(\frac{\text{M}_{x}}{\text{N}_{x}} + \text{q}_{x+N-1} \times (1+i)^{-0,5} + (1-\text{q}_{x+N-1}) \times \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{\text{l}_{x+N+j} - \text{l}_{x+N+j+1} \times (1+i)^{-(j+1.5)}}{\text{l}_{x+N}}\right) - \frac{\text{M}_{x}}{\text{N}_{x}} \times (1+i)^{-0,5} \\ & (1-\text{q}_{x+N-1}) \times \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{\text{l}_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j+1)}}{\text{l}_{x+N}}\right) \times C \times (1+i)^{0,5} - \text{provisions}_{N} \times (1+i)^{-0,5} \end{split}$$

$$\begin{split} \text{Numerateur}_{x} &= (q_{x+N-1} \times (1+i)^{-0.5} \times (1+i) + (1-q_{x+N-1}) \times \left(\sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} - l_{x+N+j+1} \times (1+i)^{-(j+0.5)}}{l_{x+N}} - \frac{M_{x}}{N_{x}} \times \left(\sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{l_{x+N+j} \times (1+i)^{-(j)}}{l_{x+N}} \right) \right) \times C \times (1+i)^{0.5} \times (1+i)^{-1} - \text{provisions}_{N} \times (1+i)^{-0.5} \end{split}$$

 $\begin{aligned} \text{Numerateur}_{x} &= (q_{x+N-1} \times (1+i)^{0,5} + (1-q_{x+N-1}) \times \text{provisions}_{N}) \times C \times (1+i)^{-0,5} - \text{provisions}_{N} \times (1+i)^{-0,5} \end{aligned}$

⇒ Numerateur_x=
$$C \times q_{x+N-1} \times \left(1 - \frac{provisions_N}{C} \times (1+i)^{-0,5}\right) = s^*_x \times Denominateur_x$$

• D'où : $C \times q_{x+N-1} = s^*_x = \frac{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_N \times (1+i)^{-0,5}}{1 - \frac{provisions_N}{C} \times (1+i)^{-0,5}}$

En sommant tête par tête $s_{\chi}^* = \frac{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0.5} - provisions_N \times (1+i)^{-0.5}}{1 - \frac{provisions_N}{C} \times (1+i)^{-0.5}}$, nous aurons donc notre sinistralité théorique.

L'indicateur proposé est donc :
$$ratio_4 = \frac{\sum_{j=1}^{nbass0} S}{\sum_{j=1}^{nbass0} \frac{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_N \times (1+i)^{-0,5}}{1 - \frac{provisions_N}{C} \times (1+i)^{-0,5}}}$$

Nous pouvons aussi utiliser la version pluriannuelle de cet indicateur. Il a la même signification que l'indicateur annuel, il permet de calculer le rapport entre la sinistralité observée et la sinistralité théorique sur plusieurs années.

$$ratio_{4p} = \sum_{n=2010}^{N} \frac{\sum_{j=1}^{nbass0} S}{\sum_{j=1}^{nbass0} \frac{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0,5}}{1 - \frac{provisions_{N}}{C} \times (1+i)^{-0,5}}}$$

Lors de la simulation sur un portefeuille fictif où toutes les primes sont payées en début d'année, non fractionnées et viagères, la précédente preuve est suffisante pour prouver son efficacité. Dans notre périmètre d'étude les primes peuvent être payées à n'importe quel moment de l'année, peuvent être annuelles, semestrielles, trimestrielles ou mensuelles et viagères ou uniques.

Ahmed Hassen GHARBI - 67 -

Nous sommes donc obligés de vérifier que l'indicateur reste correct et précis pour les primes uniques. Pour cette preuve, seul le Numerateur_x est différent:

Pour N=1:
$$P + provisions_0 = P = \frac{M_x}{D_x} \times C$$

Pour N>1 :
$$P + provisions_{N-1} = provisions_{N-1} = \frac{M_{x+N-1}}{D_{x+N-1}} \times C$$

D'où pour N
$$\geq 1: P + provisions_{N-1} = \frac{M_{x+N-1}}{D_{x+N-1}} \times C$$

Nous avons alors:

Numerateur_x =
$$\left(\frac{M_{x+N-1}}{D_{x+N-1}} \times C\right) \times (1+i)^{0.5} - provisions_N \times (1+i)^{-0.5}\right)$$

$$\text{Numerateur}_{\mathbf{x}} = (\sum\nolimits_{\mathbf{k}=0}^{\mathbf{w}-\mathbf{x}-\mathbf{N}+1} \frac{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1+\mathbf{k}} - \mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}+\mathbf{k}} \times (1+\mathbf{i})^{-(\mathbf{x}+\mathbf{N}-1)} \times C}{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1} \times (1+\mathbf{i})^{-(\mathbf{x}+\mathbf{N}-1)}} \times C) \times (1+\mathbf{i})^{0,5} - provisions_{N} \times (1+\mathbf{i})^{-0,5})$$

$$\text{Numerateur}_{\mathbf{x}} = (\frac{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1} - \mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-(\mathbf{x}+\mathbf{N}-0.5)}}{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-(\mathbf{x}+\mathbf{N}-1)}} + \sum\nolimits_{\mathbf{k}=1}^{\mathbf{w}-\mathbf{x}-\mathbf{N}+1} \frac{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1} + \mathbf{k}^{-1} \mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}+\mathbf{k}} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-(0.5+\mathbf{k})}}{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1}} \times \mathcal{C}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_N \times (1+i)^{-0,5}$$

• Posons j=k-1

$$\text{Numerateur}_{\mathbf{x}} = (\frac{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1} - \mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-0.5}}{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1}} + \sum\nolimits_{\mathbf{j}=0}^{\mathbf{w}-\mathbf{x}-\mathbf{N}} \frac{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}+\mathbf{j}} - \mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}+\mathbf{j}+1} \times (\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-(1.5+\mathbf{j})}}{\mathbf{l}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1}} \times \mathcal{C}) \times (1+i)^{0.5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0.5})$$

$$\begin{aligned} \text{Numerateur}_{\mathbf{x}} = & (\frac{(\mathbf{l_{x+N-1}} - \mathbf{l_{x+N}}) \times (\mathbf{1} + i)^{-0.5}}{\mathbf{l_{x+N-1}}} + \frac{\mathbf{l_{x+N}} \times (\mathbf{1} + i)^{-(1.5 + j)}}{\mathbf{l_{x+N-1}}} \times \sum\nolimits_{j=0}^{w-x-N} \frac{\mathbf{l_{x+N+j}} - \mathbf{l_{x+N+j}} + (\mathbf{1} + i)^{-(1.5 + j)}}{\mathbf{l_{x+N}}} \times C) \times (1 + i)^{0.5} - provisions_{N} \times (1 + i)^{-0.5} \end{aligned}$$

$$\text{Numerateur}_{\mathbf{x}} = \mathbf{q}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1} \times \mathcal{C} + (1-\mathbf{q}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1}) \times provisions_{N} \times (1+i)^{-0.5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0.5}$$

Numerateur_x=
$$q_{x+N-1} \times C + q_{x+N-1} \times provisions_N \times (1+i)^{-0.5}$$

$$\text{Numerateur}_{\mathbf{x}} = \mathbf{q}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-\mathbf{1}} \times \mathcal{C} \times \left(1 - \frac{\textit{provisions}_{\textit{N}}}{C} \times (1+i)^{-0.5}\right)$$

$$\Rightarrow \ \ \text{D'où}: C \times \text{q}_{x+N-1} = s^*_{x} = \frac{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0,5}}{1 - \frac{provisions_{N}}{C} \times (1+i)^{-0,5}}$$

En sommant tête par tête $s_{\chi}^* = \frac{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0.5} - provisions_N \times (1+i)^{-0.5}}{1 - \frac{provisions_N}{C} \times (1+i)^{-0.5}}$, nous aurons donc notre sinistralité théorique.

Ahmed Hassen GHARBI - 68 -

b) Résultats et analyses

Nous allons appliquer le *ratio*₄ aux 4 exemples suivants :

Année	ratio ₄				
	Sans surmortalité Avec surmortalité		Population hétérogène: sensibilité	Population hétérogène: sensibilité	
			par rapport à l'âge des assurés	par rapport au taux technique	
1	100,00%	150,00%	83,70%	100,00%	
2	100,00%	150,00%	83,49%	99,85%	
•••	•••	•••			
10	100,00%	150,00%	80,53%	99,12%	
•••	•••	•••			
49	100,00%	150,00%	98,24%	60,44%	
50	100,00%	150,00%	97,00%	58,53%	

Année	Population hétérogène : sensibilité par rapport à l'âge des assurés		
	S/P_1	ratio ₄	
1	84,03%	83,70%	
2	84,34%	83,49%	
•••	•••		
10	85,43%	83,12%	
	•••		
49	93,69%	145,81%	
50	95,43%	146,07%	

Globalement, le $ratio_4$ a le même comportement que le S/P_1 : Le rapport entre sinistralité observée et sinistralité théorique influe fortement sur le rapport entre les charge des sinistres de l'année et les produits de l'année. Contrairement à ce dernier, et comme le montrent les résultats de l'exemple de la population homogène avec une surmortalité constante (+50%), le $ratio_4$ n'est pas sensible à l'ancienneté du contrat. En effet, nous n'observons pas ce phénomène de convergence vers les 100%. Le $ratio_4$ reste constant et est exactement égal au rapport entre la sinistralité observée et théorique tout au long de la durée de vie du portefeuille.

Le troisième exemple, avec une population hétérogène d'âges différents, nous montre que cet indicateur, est sensible à l'âge des assurés. Pour les mêmes raisons que le S/P_1 , Il donne plus d'importance aux assurés les plus âgés : Ils ont des probabilités de décès plus importantes. A la fin de la simulation, l'indicateur devient quasiment égal à 150% car il n'y a quasiment plus d'assurés en sous mortalité car ils sont très âgés.

Année	Population hétérogène : sensibilité par rapport au taux technique			
			(P ₁ / ₂ *150%+50%)/(P ₁ / ₂ +1)	
1	99,59%	100,00%	100,00%	100,00%
2	99,30%	99,85%	99,42%	99,85%
•••				
10	97,18%	99,12%	96,55%	99,12%
•••				
49	91,49%	60,44%	11,66%	60,44%
50	91,71%	58,53%	9,32%	58,53%

Le dernier exemple avec une population hétérogène avec des taux techniques différents nous confirme que le *ratio*₄ ne dépend pas du taux technique.

La première année l'indicateur proposé est, comme attendu, égal à 100%. Ensuite, le $ratio_4$ décroit et dépend uniquement du poids de chaque population étudiée comme le montre le tableau précèdent où le $ratio_4 = (P_{1/2} \times 150\% + 50\%)/(P_{1/2} + 1)$.

Ahmed Hassen GHARBI - 69 -

Les résultats de cet indicateur confirment qu'il reflète avec exactitude la sinistralité observée sur la sinistralité théorique. Par construction, l'indicateur pluriannuel est lui aussi égal au rapport entre la sinistralité observée et la sinistralité théorique sur plusieurs années.

Année	$ratio_{4\mathfrak{p}}$			
	Sans surmortalité	Avec surmortalité	Population hétérogène: sensibilité par rapport à l'âge des assurés	Population hétérogène: sensibilité par rapport au taux technique
1	100,00%	150,00%	83,70%	100,00%
2	100,00%	150,00%	83,59%	99,92%
•••				
10	100,00%	150,00%	84,05%	99,55%
•••				
49	100,00%	150,00%	91,89%	90,25%
50	100,00%	150,00%	91,90%	90,16%

c) Comparaison avec Kaplan Meier

L'indicateur le plus utilisé pour comparer la sinistralité observé et théorique est Kaplan Meier.

Il s'agit d'un estimateur non paramétrique utilisé le plus souvent dans le cadre des modèles de durée, où des phénomènes de censure et de troncature sont généralement observés du fait de données incomplètes :

- Nous parlons de censure lorsque l'assuré sort du portefeuille pour une raison autre que le décès, dans le cas d'une étude sur la mortalité, ou lorsque nous atteignons la fin de l'observation.
- La troncature est observée lorsque nous n'avons pas d'informations sur l'antériorité de l'assuré, notamment quand notre historique de données commence après la date de souscription du contrat.

Il est souvent utilisé en actuariat pour construire les tables de mortalité ou les lois de rachats.

Dans notre exemple fictif où la notion d'expositions des contrats n'est pas présente étant donné que les rachats ne sont pas traités et que les résiliations pour les contrats obsèques restent à la marge (en cas d'arrêt du payement des primes durant la première année du contrat), l'application de Kaplan Meier est équivalente à :

Indicateur KM=
$$\frac{\sum S}{\sum q_{x+N-1} \times C}$$

Année	KM				
	Sans surmortalité	Avec surmortalité	Population hétérogène: sensibilité par rapport à l'âge des assurés	Population hétérogène: sensibilité par rapport au taux technique	
1	100,00%	150,00%	83,70%	100,00%	
2	100,00%	150,00%	83,49%	99,85%	
•••					
10	100,00%	150,00%	80,53%	99,12%	
•••		•••			
49	100,00%	150,00%	98,24%	60,44%	
50	100,00%	150,00%	97,00%	58,53%	

Les résultats sur ce portefeuille fictif confirment bien que l'indicateur ratio₄ reflète exactement la sinistralité observée par rapport à la sinistralité théorique.

Ahmed Hassen GHARBI - 70 - CHAPITRE 3. APPLICATION SUR LE PORTEFEUILLE OBSEQUES MMA SERENITE

CHAPITRE 3: Application le portefeuille obsèques **MMA** sérénité sur 2022

INTRODUCTION

A partir de données collectées dans la table construite pour suivre le risque du portefeuille prévoyance, nous avons appliqué les différents indicateurs vus précédemment.

I. DONNEES

En 2019, en commun avec les équipes des directions techniques des autres marques du groupe COVEA, à savoir MAAF et GMF, nous avons décidé d'approfondir de manière transversale le suivi du risque sur le portefeuille prévoyance COVEA.

La première étape a été la conception d'une table unique qui contient les informations nécessaires pour suivre la déformation du portefeuille et à calculer des indicateurs de suivi du risque.

Les travaux ont abouti à construire une table contenant 53 colonnes :

- > 20 colonnes alphanumériques : le numéro du contrat, la garantie, la vision : cette colonne nous permet de séparer les entrées/sorties et le stock en spécifiant le type de sortie (décès, rachat, résiliation), le risque assurantiel : emprunteur/vie entière/temporaire décès, le type d'apporteur, le type de réduction tarifaire, le sexe, le profile tabagique, le type de cotisation : viagère/unique/contrat réduit...
- > 27 colonnes numériques : l'année de survenance pour les sinistres et d'effet pour les primes, la cotisation, la prime pure, le delta de PM, le delta de PPNA, le capital souscrit, le capital sous risque, les provisions pour sinistres à payer, les sinistres payés, le taux d'intérêt technique du tarif...
- > 6 dates : la date de l'extraction, la date de naissance de l'assuré, la date d'origine du contrat, la date de fin du prêt, la date de fin de la garantie, la génération du tarif.

Chaque ligne correspond à un triplé année/contrat/garantie.

La table MMA contient les données de 2010 à 2021 sur les 3 risques assurantiels :

- Temporaires décès: 2 067 251 lignes correspondant à 326 029 contrats et 56 produits.
- Emprunteurs: 1 015 481 lignes correspondant à 70 383 contrats et 5 produits.

Vie entière obsèques : 76 318 lignes correspondant à 20 108 contrats et 1 produit.

II. Le périmètre étudié : MMA Sérénité

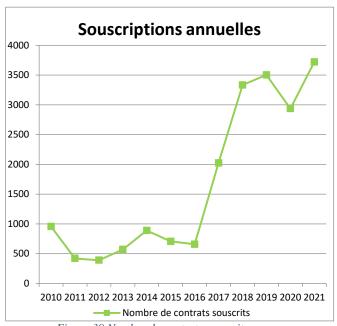
L'objectif des travaux réalisés est d'étudier l'équilibre technique du produit vie entière obsèques MMA Sérénité. Pour des raisons de fiabilité, les données que nous étudierons commenceront en 2010 et porterons uniquement sur les contrats souscrits à partir de cette date pour avoir la totalité des primes des contrats étudiés. Ces produits donnaient aux souscripteurs jusqu'en 2016, et avant que le taux technique descende en dessous de 1%, la possibilité de payer une prime unique. Certains de ces contrats sont encore présents dans notre portefeuille.

Ahmed Hassen GHARBI - 72

Année	Chiffre d'affaires	Montant de	Montant de	Delta de PM	Résultat (hors
		rachats payés	sinistres payés		produits financiers)
2010	909 560 €		282 €	-663 250 €	246 027 €
2011	434 140 €		22 338 €	-130 389 €	281 412 €
2012	459 280 €	5 655 €	77 711 €	-72 166 €	303 748 €
2013	578 939 €	13 758 €	82 610 €	-170 361 €	312 210 €
2014	1 158 271 €	15 402 €	91 425 €	-603 209 €	448 234 €
2015	895 827 €	15 986 €	121 257 €	-242 523 €	516 062 €
2016	1 043 993 €	17 134 €	192 737 €	-233 732 €	600 390 €
2017	1 398 295 €	30 917 €	233 355 €	-743 791 €	390 232 €
2018	2 485 680 €	55 507 €	364 990 €	-830 237 €	1 234 946 €
2019	3 780 498 €	104 749 €	606 762 €	-1 552 112 €	1 516 875 €
2020	4 981 906 €	98 816 €	763 287 €	-2 089 452 €	2 030 352 €
2021	6 492 670 €	226 964 €	944 726 €	-2 707 789 €	2 613 191 €

1. Répartition par année de souscription

Voici la répartition des types de cotisation, ainsi que l'état des contrats à fin 2021, par année de souscription.



Sorties annuelles 120% 400 350 100% 300 80% 250 200 60% 150 40% 100 20% 50 2010 2011 2012 2013 2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020 Contrats sortis (décès/rachats/résiliation) Pourcentage de contrats restants dans le portefeuille

Figure 39 Nombre de contrats souscrits par an

Figure 40 Contrats sortis et pourcentage de contrats restants dans le portefeuille

Le nombre de souscription a triplé en entre2016 et 2017 et continue d'augmenter depuis, sauf en 2020 à cause de la crise sanitaire.

Le nombre de contrats sortis suite à un décès, à un rachat ou à une annulation par année de souscription dépend du nombre de souscription de l'année étudiée et de l'ancienneté. Nous observons des pics en 2010 à cause de l'ancienneté qui est égale à 11 ans en 2021 et du nombre de souscription nettement plus important que ceux des années 2011 à 2016.

Les 2 autres pics de 2017 et 2018 sont en grande partie dus au nombre élevé de souscriptions.

La courbe représentant le pourcentage de contrats restants dans le portefeuille est quasiment linéaire et croissante étant donné l'effet de l'ancienneté ou plus précisément de l'âge sur la probabilité de sortie des contrats.

Ahmed Hassen GHARBI - 73

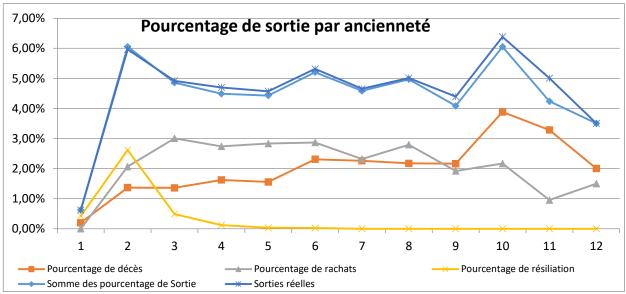


Figure 41 Pourcentage de sortie des contrats par ancienneté

Le pourcentage de décès est quasiment nul l'année de la souscription, reste ensuite stable autour de 1,4% entre la 2éme et la 5éme année. A partir de la 6éme année, ce pourcentage augmente et reste stable autour de 2,2% jusqu'à la 9éme année des contrats. La mortalité augmente et dépasse les 3% entre la 10éme et 11éme année. La dernière année d'ancienneté correspondant exclusivement à l'année de survenance 2021 des contrats souscrits en 2010 et nos données s'arrêtant à fin 2021, nous observons une baisse de mortalité probablement due à la non prise en compte des sinistres en retard ainsi qu'au nombre réduit de contrats étudié pour cet ancienneté (599 contrats souscrits en 2010 et présents dans le portefeuille à la fin de l'année 2020).

Le pourcentage de rachat est nul la première année car si le souscripteur cesse de payer ses primes avant le premier anniversaire du contrat, le contrat est résilié et nous lui remboursons les primes payées. Ce pourcentage passe de 2% à 3% entre la 2éme et la 3éme année, et reste stable autour de 2,8% entre la 4éme et la 6éme année d'ancienneté. Ce taux baisse progressivement pour atteindre les 1% lors de la 11éme année des contrats.

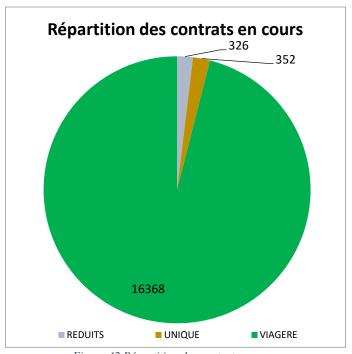
Les résiliations sont surtout présentes les 2 premières années des contrats. Les mises en réduction étaient possibles à partir de 2 ans d'ancienneté jusqu'en 2017 et à partir d'une année d'ancienneté après 2017. Comme expliqué précédemment, si le souscripteur arrête de payer les primes avant qu'une mise en réduction soit possible, le contrat est résilié.

Au global, ces 3 types de sorties se compensent pour maintenir un taux de sortie compris entre 4% et 5% par année d'ancienneté entre la 3éme et la 9éme année. Le pic de la 2éme année est expliqué par le pic de résiliation alors que celui de la 10éme est expliqué par le pic de mortalité.

La légère différence entre la somme des sorties et le pourcentage réel de sortie correspond à 72 sorties récentes (2020 et 2021) pour lesquelles nous n'avons pas reçu de flux de sortie jusqu'à fin 2021 : date de fin de prise en compte des sorties dans nos données. Après vérification de quelques cas, il s'agit de rachats en anomalie dans nos fichiers ou de contrats en déshérence : le bénéficiaire n'ayant pas encore était retrouvé.

Ahmed Hassen GHARBI - 74

2. Répartition par type de cotisations



Répartition des contrats sortis

62

109

2820

REDUITS UNIQUE VIAGERE

Figure 42 Répartition des contrats en cours

Figure 43 Répartition des contrats sortis

Sur les 17 046 contrats en cours, il y'a 16 398 contrats à cotisation viagères soit 96%. La proportion des contras à prime unique est plus importante dans les contrats sortis (4%), par rapport aux contrats en cours (2%).

Ce constat ne nous permet pas, pour l'instant, de tirer des conclusions quant au rôle discriminant du type de cotisation car, du fait de l'impossibilité de souscrire des contrats à prime unique depuis 2016, ils ont une ancienneté moyenne plus importante.

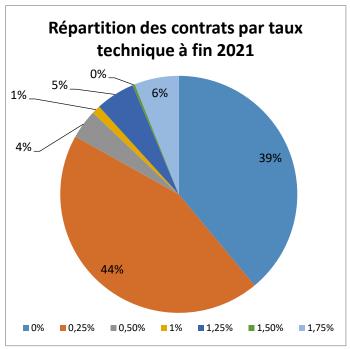
3. Répartition par taux technique du tarif

Le taux technique des contrats les plus anciens du périmètre étudié est de 1.75%. Il est actuellement de 0%. Voici l'évolution des taux depuis 2010 ainsi que la répartition des contrats présents dans le portefeuille à fin 2021 :

Début de la période de souscription	Fin de la période de souscription	Taux technique du tarif	Nombre de contrats	Prime commerciale pour un assuré âgé de 60 ans souscrivant un capital de 10 000€
01/01/2010	31/12/2012	1,75	981	606 €
01/01/2013	28/02/2013	1,5	52	617 €
01/03/2013	30/11/2014	1,25	892	629 €
01/12/2014	07/04/2015	1	199	640 €
08/04/2015	30/09/2016	0,5	685	665 €
01/10/2016	30/11/2019	0,25	7443	678 €
01/12/2019	en cours	0	6794	691 €

Comme le montre le tableau précèdent, pour un assuré de 60 ans, soit l'âge moyen à la souscription des contrats en portefeuille, ayant souscrit un capital de 10 000€, les primes techniques ont augmenté de 85€ soit 14% entre 2010 et décembre 2019. Malgré cette hausse, l'attractivité de ce produit reste importante.

Ahmed Hassen GHARBI - 75



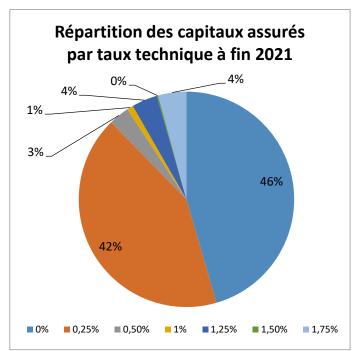


Figure 44 Répartition des contrats par taux technique à fin 2021

Figure 45 Répartition des capitaux assurés par taux technique à fin

A fin 2021, le taux technique moyen en nombre de contrats dans le portefeuille est de 0,32%.

Si nous rapportons les taux aux capitaux assurés, nous obtenons un taux moyen de 0,26%.

Si nous nous focalisons uniquement sur le résultat de mortalité, en laissant de côté le résultat financier, nous sommes moins exposés à des pertes que les années précédentes.

III. Provisions mathématiques bilan et provisions mathématiques anniversaire

Dans le chapitre 2, avant le calcul des indicateurs sur le portefeuille fictif, nous avons fait l'hypothèse que tous les contrats ont été souscrits en début d'année.

L'anniversaire des contrats est donc au 01/01/N où N est l'année d'étude. Cette hypothèse est forte mais nous a permis de faciliter les calculs et de ne pas faire de distinction entre la PM bilan et la PM anniversaire car elles sont égales.

Dans cette partie, étant donné que nous appliquerons ces indicateurs sur des données réelles, ces deux provisions ne sont pas égales.

1. Passage de la PM anniversaire à la PM bilan

La PM anniversaire est égale à la définition que nous avons vu précédemment, la différence entre les valeurs actuelles probables des engagements assureur et assurés :

$$V_k' = \Pi_{x+k}' - P_x' \times \ddot{a}_{x+k}$$

Ahmed Hassen GHARBI - 76

Avec
$$\Pi_x' = \frac{M_x}{D_x} \times C + (g_1 + g_2) \times \ddot{a_x} \times C$$
 et $P_x' = \left[\frac{M_x}{N_x} + (g_1 + g_2)\right] \times C$

Pour passer à la PM bilan N, nous devons d'abord calculer la PM anniversaire de l'année N+1 que nous $\frac{0.5\text{-m}}{12}$ actualisons : (V'_{k+1}) (1+i) $\frac{0.5\text{-m}}{12}$ où m est le mois d'anniversaire du contrat.

A cette quantité nous allons appliquer un prorata en y ajoutant la gestion non consommée bilan :

$$GNCB_k = \frac{m-0.5}{12} G_k$$
 avec :

Type de paiement	Gestion annuelle entre les anniversaires k-1 et k	
Paiement unique		$G_0 = (g_1 + g_2) C$
	k ≥ 1	$G_k = g_1 \cdot C$
Paiement viager	k ≥ 0	$G_k = (g_1 + g_2) \cdot C$

Ainsi que le risque non consommé bilan :

$$RNCB_k = \frac{m-0.5}{12}$$
 R_k avec :

 $k \ge 0 \qquad R_k = \frac{d_{x+k}}{l_{x+k+1}} \ . \ \left(\ C \ (1+i)^{-1/2} - V'_k - PTB_k + G_k \ \right) \ \text{en notant PTB}_k \ \left(\text{Prime Technique Brute} \right) = 0$ pour le cas d'un paiement unique pour k>0 et PTB_k == P'' (1-cc) sinon.

Cette égalité nous vient de la formule qui découle du résutat technique:

$$S^* = (\sum_{0}^{nbass_{N-1}} P + \sum_{0}^{nbass_{N-1}} provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - \sum_{0}^{nbass_{N}} provisions_{N} (1+i)^{-0,5} + \sum_{0}^{nbass_{N-1}} P + \sum_{0}^{nbass_{N-1}} provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - \sum_{0}^{nbass_{N-1}} provisions_{N-1} (1+i)^{-0,5} + \sum_{0}^{nbass_$$

$$l_{x+k+1} \times V_{k+1} = l_{x+k} \times (V_k + P_x) \times (1+i) - d_{x+k} \times \mathbb{C} \times (1+i)^{0.5}$$

Comme
$$l_{x+k} = l_{x+k+1} + d_{x+k}$$

$$l_{x+k+1} \times V_{k+1} = l_{x+k+1} \times (V_k + P_x) \times (1+i) - d_{x+k} \times (C \times (1+i)^{0,5} - (V_k + P_x) \times (1+i))$$

$$V_{k+1} = (V_k + P_x - \frac{d_{x+k}}{l_{x+k+1}} \times (C \times (1+i)^{-0.5} - V_k - P_x)) \times (1+i)$$

Dans la formule précédente, nous avons fait l'hypothèse qu'il n'y a ni prélèvement ni frais de gestion pour faciliter les calculs.

Si nous la réappliquons, la formule devient :

$${V'}_{x+k+1} = ({V'}_{x+k} + P_x - \frac{d_{x+k}}{l_{x+k+1}} \times (\mathbb{C} \times (1+i)^{-0,5} - {V'}_{x+k} - {P'}_x + \mathbb{G}_{\mathbf{k}})) \times (1+i)$$

$$V'_{x+k+1} = (V'_{x+k} + P_x - R_k) \times (1+i)$$

Le dernier élément de la formule de passage de la PM anniversaire à la PM bilan est le correctif de fractionnement $CORF_k = 0$ si le payement est unique ou non fractionné et $CORF_k = \frac{PTB_k}{N} \times E \left[N \times \frac{m-0.5}{12} \right]$

sinon avec N représente le fractionnement: Le nombre de primes payées durant une année complète.

Le correctif de fractionnement est donc égal à la part de prime annuelle non encore perçue au bilan lorsque le paiement est fractionné.

La formule de passage est donc :

$$VB'_k = (V'_{k+1})(1+i) \xrightarrow{0.5-m} + GNCB_k + RNCB_k - CORF_k$$

2. Passage de la PM bilan à la PM bilan Zillmérisée

« Les provisions mathématiques constituées par les entreprises d'assurance vie et de capitalisation sont calculées en tenant compte, dans la détermination de l'engagement de l'assuré ou du souscripteur, de la partie des primes devant être versée par l'intéressé représentative des frais d'acquisition du contrat, lorsque ces frais ont été portés en charge déductible par l'entreprise avant la fin de l'exercice à la clôture duquel la provision est constituée.

Toutefois, pour chaque contrat d'assurance sur la vie ou de capitalisation la provision mathématique ne peut être inférieure de plus de 5 % à la provision mathématique qui serait calculée sans tenir compte de la partie des primes mentionnée à l'alinéa précédent. »Article L. 343-1 du code des assurances.

PM dézillmérisée – PM Zillmérisée = VAP(chargements d'acquisition futurs $f_k P_x''$)

Voici un bilan simplifié:

Actif	Passif	Commentaires
Placements	Fonds propres	
	PM Zillmérisée	>= 95% PM dézillmérisée
FAR	Provisions pour FAR	<= 5% PM dézillmérisée

D'après le code des assurances, la prise en compte des chargements d'acquisitions futurs est obligatoire. De ce fait, c'est bien la PM Zillmérisée qui est inscrite dans les comptes à l'inventaire.

3. Choix des provisions utilisées pour les indicateurs

L'objectif de notre étude est de suivre le risque. Nous avons donc opté pour l'annulation des prélèvements de gestion de la prime en utilisant la prime pure, d'annuler l'effet de la gestion dans les

Ahmed Hassen GHARBI - 78

provisions et ajouter les intérêts techniques à hauteur du tarif dans les formules des indicateurs de type S/P. Le choix des provisions à utiliser doit donc nous permettre de rester dans cette logique.

Pour atteindre notre objectif, nous avons donc choisi de partir de la provision bilan dézilmérisée dans les indicateurs de type S/P et de la provision anniversaire dézilmérisée pour les indicateurs $ratio_4$ et $ratio_{4p}$.

4. Contrôle des PM

L'historique des données étudiées représente 76 318 lignes soit autant de couples Année d'effet (ou de survenance) / Contrat étant donné que la seule garantie payante est la garantie décès.

Le contrôle s'est fait, dans un premier temps, sur les PM dézillmérisée car ce sont ces PM qui constitueront le point de départ des provisions que nous utiliserons pour nos indicateurs de type S/P.

Voici l'évolution de ces PM présentes dans le Système d'Inf

Année	PM bilan SI	PM bilan recalculée	écart PM bilan	PM anniversaire SI	PM ann. recalculée	écart PM ann.
2010	702 475,60 €	702 546,88 €	157,77 €	730 163,99 €	731 145,23 €	101,13 €
2011	950 505,11 €	941 812,82 €	9 244,52 €	995 735,27 €	986 042,68 €	10 626,85 €
2012	1 117 936,54 €	1 109 784,26 €	8 650,32 €	1 175 568,19 €	1 167 791,55 €	9 107,05 €
2013	1 334 023,51 €	1 357 083,21 €	5 377,24 €	1 405 419,89 €	1 438 548,07 €	3 595,68 €
2014	2 040 032,30 €	2 015 355,66 €	25 824,57 €	2 154 673,29 €	2 129 913,53 €	13 825,18 €
2015	2 384 737,21 €	2 371 559,64 €	14 216,22 €	2 530 926,56 €	2 517 909,10 €	15 344,71 €
2016	2 725 286,38 €	2 705 680,60 €	21 873,89 €	2 896 644,50 €	2 878 349,30 €	24 320,65 €
2017	3 228 514,05 €	3 203 718,48 €	27 329,75 €	3 580 024,73 €	3 554 492,63 €	23 165,91 €
2018	4 182 674,39 €	4 175 910,69 €	10 605,48 €	4 755 122,72 €	4 741 946,06 €	7 986,91 €
2019	5 664 226,88 €	5 657 577,29 €	19 059,03 €	6 426 273,42 €	6 418 218,06 €	18 699,95 €
2020	7 617 200,77 €	7 646 415,27 €	65 923,04 €	8 532 082,69 €	8 608 119,53 €	105 362,74 €
2021	10 217 947,99 €	10 224 298,81 €	11 027,80 €	11 382 887,75 €	11 386 183,43 €	8 041,63 €

Dans le tableau précèdent nous avons reporté les écarts ligne à ligne en valeur absolue pour que les écarts ne se compensent pas. Au total nous avons 219 289,65 € d'écart soit 0,52% de l'ensemble des PM Bilan recalculée.

Les écarts sont expliqués en grande partie par :

- Des contrats sortis avec une PM différente de zéro : Pour ces contrats, les flux de sortie sont venus après le calcul des PM, ils étaient présents dans le portefeuille à tort. Cette source d'écart représente 127 009,90 €, soit 57,92% de l'écart total, et concerne 301 contrats. Pour ces contrats, nous avons donc annulé les PM.
- Des affaires nouvelles de 2020 dont les PM ont été calculées avec un taux de 1,75% au lieu de 0%. Cette anomalie a été corrigée dans le SI en 2021 sans reprise de l'historique. Elle représente 32 174,33 €, soit 14,67% de l'écart total, et concerne 2 149 contrats. Nous avons remplacé la PM SI par la PM recalculée pour ces contrats
- 139 contrats annulés, mais présents en décembre N (N est l'année de souscription), la PM calculée est nulle car la date de naissance est manquante. Sur ces contrats la PM SI est de 20 915,97 €. Nous allons garder cette PM pour notre étude.
- Pour les affaires nouvelles souscrites fin 2019 et début 2020, les PM ont été calculés avec un taux à 0,25% au lieu de 0% lors de leurs années de souscriptions. Cette source d'écart concerne 966 contrats et est à l'origine de 11 751,32 € soit 5,36% de l'écart total. Pour ces contrats nous allons garder la PM recalculée car les cotisations et les PM suivantes ont été calculées avec un taux à 0%.
- Les 26 937, 34€ d'écarts résiduels sont des cas à la marge : Annulation ou réduction et remise en vigueur pour lesquelles la date d'effet du contrat ou la cotisation utilisée pour le calcul de vérification n'est pas la bonne. Après vérification sur quelques cas sous Excel, nous avons gardé la PM SI.

Ahmed Hassen GHARBI - 79

5. Produits financiers à hauteur du taux technique du tarif

Ce calcul a pour but de réduire l'effet du taux technique du tarif dans le suivi du risque à l'aide des indicateurs de type S/P. Comme vu précédemment dans les exemples appliqués au portefeuille fictif, l'effet du taux technique sera toujours présent mais inférieur à l'impact de l'âge au moment de la souscription.

Le principe de calcul est le même que celui que nous avons utilisé lors de l'exemple du portefeuille fictif.

PF sur primes pures encaissées= PF_PRIMES= $P \times i$ en appliquant un prorata sur les affaires nouvelles.

PF sur les provisions bilan N-1 hors frais et prélèvements de gestion= PF_PROVISIONS= VBN-1× i

PF sur les sinistres et rachats= PF_PRESTATIONS= - Montant de prestation $\times ((1+i)^{1/2} -1)$

Pour les PF_PRESTATIONS nous avons fait l'hypothèse que les sorties se font en moyenne en milieu d'année. Ce montant représente le montant de produits financiers à hauteur du taux technique que nous n'avons pas pu réaliser suite à la sortie de ces contrats.

Année	Provisions N-1 sans	PF_PROVISIONS	Primes pures	PF_PRIMES	Rachats	Sinistres	PF_PRESTATIONS
	frais de gestions		encaissées				
2010	0 €	0 €	695 119€	6 224 €		283 €	-3 €
2011	674 877 €	11 810 €	287 552 €	3 957 €		22 338 €	-195 €
2012	909 840 €	15 922 €	287 650 €	4 098 €	5 655 €	77 711 €	-726 €
2013	1 076 874 €	18 845 €	366 243 €	4 873 €	13 758 €	82 610 €	-840 €
2014	1 323 620 €	22 630 €	819 032 €	7 259 €	15 402 €	91 425 €	-904 €
2015	1 972 157 €	31 255 €	552 667 €	7 081 €	15 986 €	121 257 €	-1 103 €
2016	2 315 277 €	35 673 €	636 563 €	7 241 €	17 134 €	192 737 €	-1 590 €
2017	2 652 529 €	39 231 €	876 974 €	7 361 €	30 917 €	233 355 €	-1 683 €
2018	3 154 337 €	43 076 €	1 638 972 €	8 740 €	55 507 €	364 990 €	-2 018 €
2019	4 127 112 €	47 553 €	2 547 340 €	10 572 €	104 749 €	606 763 €	-2 736 €
2020	5 607 485 €	52 040 €	3 398 745 €	11 320 €	98 816 €	763 287 €	-2 669 €
2021	7 596 548 €	57 151 €	4 467 963 €	10 699 €	226 964 €	944 726 €	-3 038 €

IV. Résultats

Après avoir contrôlé, corrigé et adapté les provisions bilans et anniversaires, nous avons calculé les indicateurs vus précédemment : les 6 indicateurs de type S/P et l'indicateur proposé.

1. Indicateurs annuels

Année	S/P_1	S/P_2	S/P_3	ratio ₄
2010	1,02%	96,11%	100,15%	0,54%
2011	31,67%	84,28%	99,37%	23,91%
2012	65,53%	84,19%	99,51%	70,75%
2013	60,40%	83,92%	99,58%	53,11%
2014	53,43%	89,12%	99,45%	42,99%
2015	51,39%	78,15%	99,50%	45,04%
2016	62,31%	81,30%	99,51%	59,30%
2017	63,11%	83,39%	100,09%	53,58%
2018	59,06%	82,83%	99,86%	50,37%
2019	64,48%	84,63%	99,75%	56,63%
2020	68,19%	86,61%	99,76%	60,40%
2021	67,16%	86,12%	99,71%	54,72%
2022	64,01%	83,75%	99,57%	51,47%

Ahmed Hassen GHARBI 80

Pour rappel:

$$S/P_1 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie}{Primes\ pures\ + IT\ + delta\ PM\ (hors\ chargements)}$$

$$S/P_2 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie\ - delta\ PM(hors\ chargements)}{Primes\ pures\ + IT}$$

$$S/P_3 = \frac{Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie\ + enga.\ assureur\ N\ +\ enga.\ assuré\ N\ -1}{Primes\ pures\ +\ IT\ +\ enga.\ assureur\ N\ -1\ +\ enga.\ assuré\ N}$$

$$ratio_{4} = \frac{\sum_{j=1}^{nbass0} S}{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0,5}} \frac{(P + provisions_{N-1}) \times (1+i)^{0,5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0,5}}{1 - \frac{provisions_{N}}{C} \times (1+i)^{-0,5}}$$

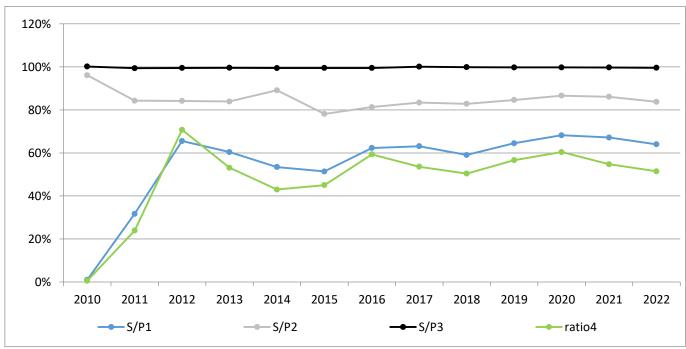


Figure 46 Comportement des indicateurs annuels appliqués sur les données réelles

Le S/P_1 suit bien en variation la dérive de la mortalité annuelle. Il Reflète bien les produits/ charges de l'année. Les PM sont considérées comme la part de primes à mettre en provision pour payer les sinistres futurs. L'impact d'une forte production sur les pm de fin d'année (delta_pm<<0) est compensé par une hausse des primes. Au fil du temps, l'indicateur donne de moins en moins d'importance à la dérive de la sinistralité annuelle et se rapproche de plus en plus des 100%. En effet, un assuré qui décède durant les premières années du contrat s'éloignera plus, en termes de nombre d'annuités, de l'hypothèse du tarif qu'un assuré qui décède plus tard. Pour un assuré qui décède tard, la PM sera assez importante pour compenser le montant du décès. Etant donné que cet indicateur reflète relativement bien le rapport charges/ produits annuel il donne donc moins d'importance aux décès moins couteux : les décès tardifs.

Ahmed Hassen GHARBI - 81

Les variations du S/P_2 dépendent de la sinistralité annuelle mais surtout de la production de l'année. Les pics de production influent plus sur l'indicateur que la sinistralité annuelle (exemple 2014 et 2017). Séparer les primes (dénominateur) et delta de PM (numérateur) enlève cet effet d'atténuation des effets d'une forte production, en cas de pic de production (-delta_pm>>sinistre>0). La sinistralité annuelle devient négligeable devant les PM de fin d'année des affaires nouvelles.

Le S/P_3 ne répond pas à notre besoin car le poids des engagements des assurés et de l'assureur sont beaucoup trop importants pour qu'il soit sensible à la sinistralité de l'année.

Avant de prendre en compte les expositions des contrats pour calculer le $ratio_4$, nous avons appliqué cet indicateur en utilisant des primes pures annualisées pour les contrats à primes viagères afin de comparer la sinistralité théorique S_x^* obtenue par cet indicateur avec les $C \times q_{x+N-1}$.

Pour fiabiliser cet indicateur nous avons gardé la même métrique que précédemment, à savoir la valeur absolue des écarts ligne à ligne.

Année	$\mathbf{C} \times \mathbf{q}_{\mathbf{x}+\mathbf{N}-1}$	S * _x	Somme des écarts en valeur absolu	Pourcentage d'écart
2010	67 562,27 €	67 612,08 €	63,71 €	0,09%
2011	102 166,83 €	101 686,59 €	606,42 €	0,59%
2012	136 652,02 €	136 667,38 €	120,51 €	0,09%
2013	175 719,81 €	175 764,88 €	326,86 €	0,19%
2014	240 319,12 €	240 642,41 €	1 029,08 €	0,43%
2015	297 584,62 €	297 857,92 €	696,82 €	0,23%
2016	360 481,72 €	360 465,36 €	546,07 €	0,15%
2017	549 393,36 €	549 590,79 €	626,83 €	0,11%
2018	873 162,82 €	873 216,82 €	1 138,53 €	0,13%
2019	1 261 321,41 €	1 261 306,56 €	1 690,31 €	0,13%
2020	1 643 488,17 €	1 642 217,32 €	8 384,34 €	0,51%
2021	2 156 573,07 €	2 154 242,31 €	6 517,69 €	0,30%
TOTAL	7 864 425,22 €	7 861 270,42 €	21 747,16 €	0,28%

Au vu de ces résultats, l'indicateur est fiable et précis.

L'étape suivante a été de prendre en compte l'exposition des contrats. Pour cela, le choix s'est porté sur un prorata de la prime pure encaissée par rapport à la prime pure annualisée pour les contrats à primes viagères. Les contrats à prime unique auront une exposition de 1 tout au long de leur présence sauf l'année de leurs sorties où elle sera égale à 0,5.

Pour les contrats sortis, nous avions le choix entre appliquer une sinistralité théorique à 0 ou faire un prorata entre primes pures encaissées et primes pures annualisées. La deuxième alternative est plus en phase avec le choix qui a été fait sur les contrats en cours mais nécessite le calcul de la PM anniversaire de l'année où le contrat est sorti. Etant donné que nous avions déjà créé un outil pour contrôler les PM, et que les écarts sont faibles entre PM SI et PM calculées, nous avons donc fait le choix de proratiser la sinistralité théorique.

Ce choix engendre des écarts surtout sur les années de souscription et de sortie des contrats à primes non mensuelles.

Ahmed Hassen GHARBI - 82

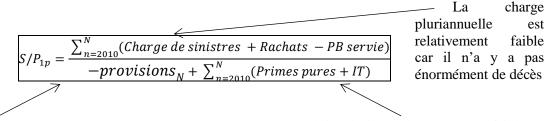
Voici un tableau récapitulatif des avantages et inconvénients des indicateurs annuels :

Indicateur Annuel	Avantages	Inconvénients
S/P_1	N'est pas impacté par la production	Le dénominateur n'est pas homogène, il comporte le delta des produits et des charges futures
S/P ₂	 Moins volatile que le S/P1 mais assez pour dépendre de la sinistralité 	 Impacté par la production Le numérateur n'est pas homogène, il comporte le delta des produits et des charges futures
S/P_3		Trop stable pour être interprété
ratio ₄	 Précis dans le calcul du rapport entre la sinistralité observée et la sinistralité théorique Nous renseigne sur les hypothèses du tarif car facile à interpréter Nous permet de vérifier de manière macro la cohérence entre primes et provisions 	 Compliqué à implémenter car nécessite une application ligne à ligne Formule peu intuitive

2. Indicateurs pluriannuels:

Année	S/P_{1p}	S/P_{2p}	S/P_{3p}	ratio _{4p}
2010	1,02%	96,11%	100,15%	0,54%
2011	23,02%	92,52%	99,18%	15,56%
2012	48,14%	90,57%	98,61%	40,96%
2013	53,01%	89,05%	98,26%	45,41%
2014	53,15%	89,07%	97,94%	44,60%
2015	52,61%	87,03%	97,52%	44,73%
2016	55,33%	86,02%	97,10%	48,62%
2017	57,33%	85,51%	98,29%	49,91%
2018	57,86%	84,80%	98,72%	50,05%
2019	60,02%	84,75%	98,69%	52,11%
2020	62,45%	85,27%	98,53%	54,56%
2021	63,77%	85,49%	98,37%	54,61%
2022	63,84%	85,06%	97,88%	53,78%

Pour rappel, quand le portefeuille est jeune comme le nôtre et avec les hypothèses du tarif



Les provisions unitaires sont encore faibles car la différence entre les engagements est faible

Les produits pluriannuels sont encore faibles car le nombre d'années n'est pas encore très important

$$S/P_{2p} = \frac{provisions_N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie)}{\sum_{n=2010}^{N} (Primes\ pures\ + IT)}$$

Ahmed Hassen GHARBI

Quand le portefeuille est jeune, calculer les indicateurs pluriannuels S/P_{1p} et S/P_{2p} contenant les hypothèses du tarif, revient à calculer un rapport entre des charges, des produits et des provisions relativement faibles.

$$S/P_{3p} = \frac{enga. \ assureur \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge \ de \ sin. + Rachats - PB \ servie)}{enga. \ assur\'{e} \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Primes \ pures + IT)}$$

Les engagements assureur et assurés sont trop importants par rapport à l'historique des charges et primes

Les engagements de l'assureur et des assurés, selon les hypothèses du tarif, présents et séparés dans le S/P_{3p} rapprochent cet indicateur des 100% car selon ces hypothèses l'équilibre technique est respecté.

$$ratio_{4p} = \sum_{n=2010}^{N} \frac{\sum_{j=1}^{nbass0} S}{\left(P + provisions_{N-1}\right) \times (1+i)^{0,5} - provisions_{N} \times (1+i)^{-0,5}} \frac{1 - \frac{provisions_{N}}{C} \times (1+i)^{-0,5}}{1 - \frac{provisions_{N}}{C}} \times (1+i)^{-0,5}}$$

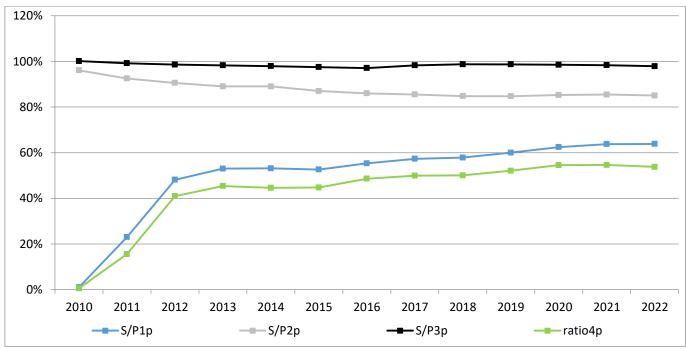


Figure 47 Comportement des indicateurs pluriannuels appliqués aux données réelles

L'indicateur $ratio_{4p}$ est égal à 54% à fin 2022, soit après 13 ans d'historique, et n'est plus croissant depuis 2020. Même si notre portefeuille est relativement jeune, nous pouvons dire que la mortalité est inférieure à celle prévue par le tarif. Les hypothèses du tarif présentes dans les PM ne sont pas adaptées à notre portefeuille.

Ahmed Hassen GHARBI

Le S/P_{1p} suit moins la sinistralité annuelle en comparaison avec l'indicateur annuel. La mutualisation supplémentaire ajoutée par l'historique des produits et charges rend cet indicateur moins volatile.

En 2022, le $ratio_4$ nous indique une baisse de -5% pour les contrats souscrits entre 2010 et 2013, S/P_1 a baissé de -4% alors que S/P_{1p} a augmenté de 2%. En effet, l'impact des provisions de fin d'année en comparaison des primes et des sinistres pluriannuels est plus important que celui des deltas de PM en comparaison des primes et sinistres annuels.

Pour les mêmes raisons que le S/P_{1p} , le S/P_{2p} est moins volatile que l'indicateur annuel S/P_2 .

Il dépend moins de la production que l'indicateur annuel car l'augmentation des PM a moins d'impact étant donné qu'elle est comparée, dans cet indicateur pluriannuel, à l'historique des primes et sinistres.

Durant les premières années cet indicateur est relativement proche des 100% du fait du poids des PM qui sont supérieures aux sinistres. Ensuite l'historique des sinistres devenant de plus en plus important, cet indicateur s'éloigne de l'équilibre car la sinistralité observée est inférieure à celle prévue par le tarif.

L'indicateur S/P_{3p} est plus volatile que sa version annuelle car les engagements assureur et assurés de fin d'année sont comparés à l'historique des primes et sinistres. Ils ont de ce fait de moins en moins de poids.

Durant les premières années, il est encore plus proche des 100% que le S/P_{2p} du fait des poids des engagements assureur et assurés. Il commence à dévier de l'équilibre mais l'impact de cette déviation est trop faible par rapport à la sous sinistralité observée. Les hypothèses trop prudentes du tarif sur la tranche d'âge où se trouve la grande majorité de nos contrats rapprochent encore trop cet indicateur de l'équilibre.

Indicateur pluriannuels	Avantages	Inconvénients
S/P_{1p}	 Par construction, il prend en compte le résultat futur N'est pas impacté par la production 	 Le dénominateur n'est pas homogène, il comporte des produits et des charges futures Les hypothèses du tarif, non adaptées à notre portefeuille biaisent les résultats.
S/P_{2p}	 Par construction, il prend en compte le résultat futur Moins volatile que le S/P1 mais assez pour dépendre de la sinistralité 	 Le numérateur n'est pas homogène, il comporte des produits et des charges futures Les hypothèses du tarif, non adaptées à notre portefeuille biaisent les résultats.
S/P_{3p}	 Par construction, il prend en compte le résultat futur Le numérateur contient uniquement des charges et le dénominateur des produits : ils sont homogènes. 	Les hypothèses du tarif, non adaptées à notre portefeuille biaisent les résultats.
ratio _{4p}	 Précis dans le calcul du rapport entre la sinistralité observée et la sinistralité théorique Nous renseigne sur les hypothèses du tarif car facile à interpréter Nous permet de vérifier de maniéré macro la cohérence entre primes et provisions 	 Absence de prise en compte des charges et produits futurs. Compliqué à implémenter car nécessite une application ligne à ligne Formule peu intuitive

Les 3 indicateurs prospectifs S/P_{1p} , S/P_{2p} et S/P_{3p} sont biaisés par des prévisions erronées contenues dans les PM. Pour y remédier, nous avons construit une table d'expérience.

V. Mortalité d'expérience et projections

Au vu des résultats fournis par le $ratio_{4p}$, nous pouvons dire que la table du tarif n'est pas adaptée à la mortalité de notre portefeuille. Afin de mieux étudier la rentabilité de notre portefeuille, nous avons construit une table d'expérience à partir des données portefeuille à disposition.

Ahmed Hassen GHARBI - 85

1. Données:

L'historique des primes, sinistres et données personnes dont nous disposons commence en 2010.

Pour avoir les produits et les charges de tous les contrats étudiés, nous avons sélectionné uniquement les contrats souscrits à partir de 2010. Notre portefeuille est donc assez jeune pour étudier la mortalité de ce type de risque.

Pour pouvoir construire une table de mortalité d'expérience dans le but d'étudier la rentabilité de cette population de notre produit d'assurance obsèques, nous avons eu besoin de rajouter la population exclue précédemment pour faire face au manque d'exposition et cela concerne surtout la tranche d'âges compris entre 80 et 90 ans étant donné que nous allons avoir beaucoup d'assurés dans cette tranche d'âges dans les années à venir.

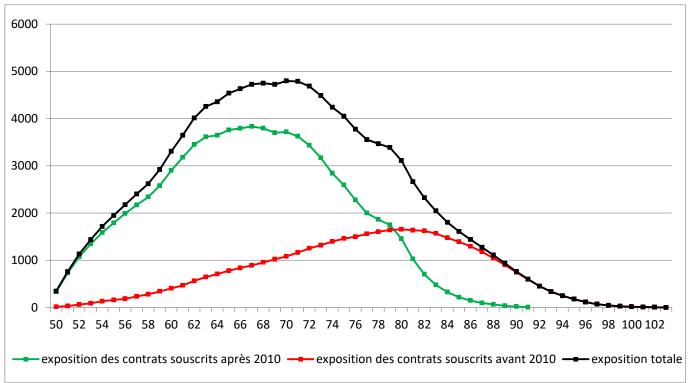


Figure 48 Exposition des contrats

Nous avons dans un premier étudié calculé les expositions des contrats en prenant en compte les dates exactes d'entrée et de sortie des contrats dans le portefeuille. A partir de ces expositions, nous avons calculé les taux de décès bruts par âge.

Ahmed Hassen GHARBI

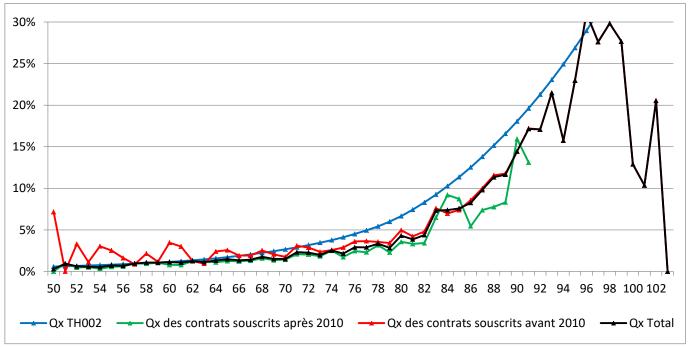


Figure 49 Taux de décès bruts

Nous remarquons que les taux de décès des contrats souscrits avant 2010 sont largement supérieurs à ceux des nouveaux contrats. Sur les âges compris entre 50 et 68 ans, les taux de décès des anciens contrats sont mêmes supérieurs à ceux de la table du tarif(TH002). Cette tranche d'âge est celle des contrats avec une faible ancienneté : moyenne d'âge à la souscription 64 ans. Pour comprendre cette anti sélection, nous avons ajouté la composante ancienneté. Nous avons isolé les anciennetés inférieures ou égales à trois des autres contrats.

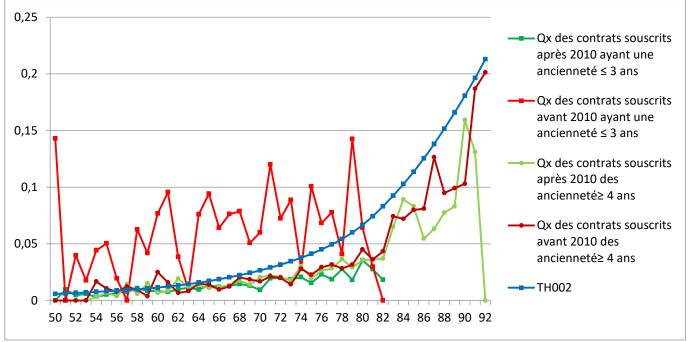


Figure 50 Taux de décès par ancienneté

Ce graphique nous montre que la différence entre les taux de décès des anciens et des nouveaux contrats est due à une anti sélection sur les contrats souscrits avant 2010. Cette surmortalité sur les premières années n'est plus d'actualité. Elle a été supprimée grâce à la mise en place du délai de carence en 2017. Avant cette

Ahmed Hassen GHARBI - 87

date, la garantie décès est acquise quelles que soient les causes et circonstances du décès, sauf en cas de suicide conscient ou inconscient de l'assuré l'année qui suit la prise d'effet du contrat.

Au vu de ce changement, nous avons exclu de nos données les anciennetés inférieures ou égales à 3 ans des contrats souscrits avant 2010. Voici les taux décès bruts obtenus :

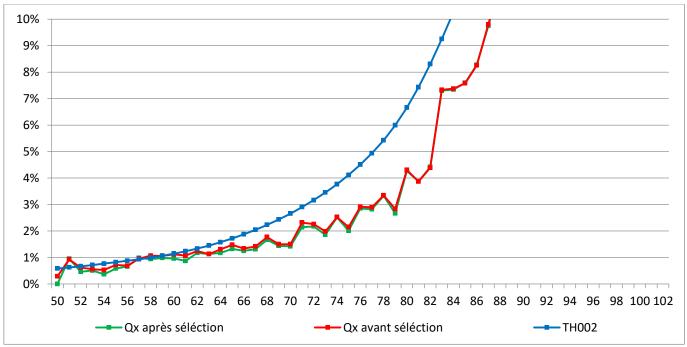


Figure 51 Taux de décès après sélection des données

L'impact de la prise en compte du délai de carence fait baisser le taux de décès de 16% en moyenne entre 50 et 65 ans. L'impact sur les âges plus avancés est quasiment neutre du fait de la rareté des souscriptions tardives dans les contrats souscrits avant 2010 présents dans nos données.

2. Lissage des taux bruts : Formule de Makeham

La formule de Makeham est une méthode classique de lissage des tables issues d'observations pas très nombreuses comme par exemple les tables par catégories socio-professionnelles issues de sondages ou les tables d'expérience issues de données portefeuille des assureurs.

a) Etapes théoriques

L'hypothèse de Gompertz-Makeham est que le taux instantané de mortalité à partir d'un certain âge s'exprime par :

$$\mu_x = a + b \times c^x$$

On obtient alors la formule suivante :

$$p_x = s \times g^{C^x \times (C-1)}$$
 avec $s = \exp(-a)$ et $g = \exp(-b/\ln(c))$

Ahmed Hassen GHARBI

On a alors,
$$\ln(p_x) = -a - \alpha \times \exp(\beta x)$$
 avec $\alpha = b \times (c-1)/\ln(c)$ et $\beta = \ln(c)$

Enfin, puisque les q_x sont petits, l'approximation $ln(1-q_x) = -q_x$ est acceptée, d'où :

$$q_x = a + \alpha \times \exp(\beta \times x)$$

Les paramètres de la formule de Gompertz-Makeham sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. Cette méthode fonctionne si l'on dispose d'un ensemble d'observations de taux annuels de mortalité entre 2 âges entiers x_1 et x_n .

La fonction de vraisemblance associée est :
$$L(q_x) = \prod_{x_1}^{x_n} q_x^{D_x} \times p_x^{N_x - D_x}$$

La maximisation de la vraisemblance est effectuée grâce à l'algorithme de Newton-Raphson, détaillé cidessous. A partir de cette fonction, on calcule les paramètres de la loi de Gompertz-Makeham selon l'itération suivante :

On a :
$$\ln(p_x) = -(A + b.e^{cx})$$

• Etape 1 : recherche d'une valeur approchée pour initialiser le calcul itératif

Cet algorithme nécessite d'avoir des valeurs initiales pour les paramètres : celles-ci sont déterminées par la méthode de King et Hardy.

On pose:

$$n = \frac{x_n - x_1}{3}$$

Soient alors:

$$A_{x} = \sum_{x_{1}}^{x_{1}+n-1} \ln p_{x}$$

$$A_{x+n} = \sum_{x_{1}}^{x_{1}+2n-1} \ln p_{x}$$

$$A_{x+2n} = \sum_{x_{1}}^{x_{1}+3n-1} \ln p_{x}$$

Après détermination de x_1 et n, les valeurs initiales peuvent être calculées

$$c_0 = \frac{1}{n} \times \ln \left(\frac{A_{x+n} - A_{x+2n}}{A_x - A_{x+n}} \right) b_0 = \left(\frac{A_x - A_{x+n}}{e^{c_0 \times x_1}} \right) \times \frac{e^{c_0} - 1}{\left(e^{c_0} - 1 \right)^2}$$

$$A_0 = -\frac{1}{n} \times \left(A_x + b_0 e^{c_0 x_1} \frac{e^{c_0 n} - 1}{e^{c_0} - 1} \right)$$

• **Etape 2 :** Calcul de la première itération en fonction de A_0 , b_0 , c_0

Dans un second temps, on considère que les valeurs A_0 , b_0 et c_0 trouvées sont celles pour lesquelles $d=d_0$, $e=e_0$, $f=f_0$, où d, e, f sont respectivement les dérivées de la log-vraisemblance par rapport aux trois paramètres :

$$d = -\sum_{x_1}^{x_n} - N_x + \sum_{x_1}^{x_n} \frac{D_x}{1 - p_x} \qquad e = -\sum_{x_1}^{x_n} N_x e^{cx} + \sum_{x_1}^{x_n} \frac{D_x e^{cx}}{1 - p_x} \qquad f = -\sum_{x_1}^{x_n} b N_x x e^{cx} + \sum_{x_1}^{x_n} \frac{D_x b x e^{cx}}{1 - p_x}$$

La maximisation de la log-vraisemblance nécessite l'annulation des dérivées partielles cidessus. Soit u, v, w tels que :

$$A = A_0 - u \qquad b = b_0 + v \qquad c = c_0 + w$$

On aura alors:

$$\begin{pmatrix} d \\ e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ e_0 \\ f_0 \end{pmatrix} - J \cdot \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \text{ où } J = \begin{pmatrix} g & h & i \\ h & j & k \\ i & k & l \end{pmatrix} \text{ puis } \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = J^{-1} \cdot \begin{pmatrix} d_0 \\ e_0 \\ f_0 \end{pmatrix} \text{ pour annuler } d \text{ , } e \text{ et } f$$

Où l'on pose:

$$g = \sum_{x_1}^{x_n} -D_x \frac{p_x}{q_x^2} \qquad h = \sum_{x_1}^{x_n} -\frac{p_x e^{cx}}{q_x^2} D_x \qquad i = b \sum_{x_1}^{x_n} -\frac{x e^{cx} p_x}{q_x^2} D_x \qquad j = \sum_{x_1}^{x_n} -\frac{p_x e^{2cx}}{q_x^2} D_x$$

$$k = \sum_{x_1}^{x_n} - xe^{cx}N_x + \sum_{x_1}^{x_n} \left(\frac{xe^{cx}}{q_x} - b\frac{xe^{2cx}p_x}{q_x^2} \right) D_x$$

$$l = -b\sum_{x_1}^{x_n} x^2 e^{cx}N_x + b\sum_{x_1}^{x_n} \left(\frac{x^2 e^{cx}}{q_x} - b\frac{x^2 e^{2cx}p_x}{q_x^2} \right) D_x$$

qui sont les dérivées secondes de la log-vraisemblance par rapport aux trois paramètres recherchés.

Pour éviter une divergence, on ajoute un procédé de rappel vers une valeur plus vraisemblable :

Si $du + eb + fw \ge 0$, on remplace u, v et w par :

$$u'=u-rd$$
 $w'=w-rf$ $v'=v-re$

CHAPITRE 3: Application sur le portefeuille obsèques MMA sérénité 2022

avec
$$r = \frac{(du + ev + fw)}{d^2 + e^2 + f^2}$$

Source:

Mémoire d'actuariat : Analyse du risque de mortalité par la construction de tables

d'expérience sur des populations spécifiques en réponse aux exigences de

Solvabilité II, Thomas REYNAUD

• Théorie et pratique de l'assurance vie, Pierre Petauton, Dunod

b) Application

Le premier choix à faire pour lisser une table est le choix des intervalles de lissage. Pour y parvenir nous avons utilisé la statistique suivante :

$$A_x = \ln(q_{x+1} - q_x) = \ln(b) + \ln(\exp(c) - 1) + c \times x$$

Avec
$$q_x = A + b \times \exp(c \times x)$$

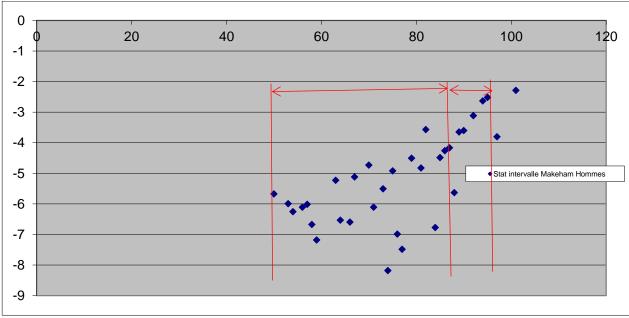


Figure 52 Choix des intervalles de lissage: LN(Q(x+1)-Qx)

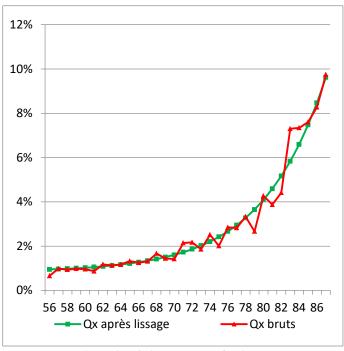
Au vu des points obtenus par cette statistique, le premier intervalle où une structure linéaire se distingue est l'intervalle entre 50 et 87 ans, malgré la présence de quelques points aberrants.

Ahmed Hassen GHARBI

Le deuxième intervalle est celui entre 88 et 97 ans où la structure linéaire est plus visible car la dispersion des points est moins importante.

Le 2éme choix que nous avons fait est de limiter le lissage et l'utilisation des taux bruts calculés à l'intervalle compris entre 56 et 97 ans. En dehors de cet intervalle, l'exposition est très faible et les taux calculés sont trop volatiles. Les deux intervalles de lissages sont donc [56; 87] et [88; 97].

Voici les résultats des lissages :



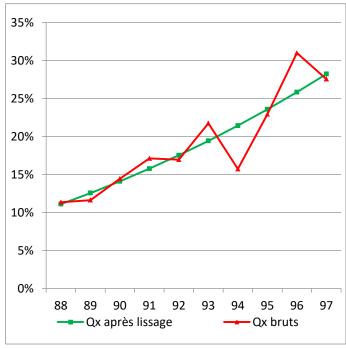


Figure 53 Résultat du lissage entre 56 et 87 ans

Figure 54 Résultat du lissage entre 88 et 97ans

Les coefficients obtenus par la méthode décrite précédemment pour chaque intervalle de lissage sont les suivants :

Paramètres	[56; 87]	[88; 97]
A	0,008532864	-0,06422315
b	2,6808E-07	9,0934E-05
С	0,14658595	0,08638005

Pour les âges précédant nos intervalles de lissage [50;55], nous avons fait le choix d'utiliser une table de référence TH002 Vie car les taux de décès de cette table sont très proches de ceux de notre portefeuille sur cet intervalle. Pour les âges supérieurs (>97 ans), nous avons fait le choix de faire une extrapolation du lissage fait sur notre 2éme intervalle et fermer la table à 109.

Afin de lisser le raccord entre la TH002 Vie et le début de notre lissage, nous avons calculé des moyennes mobiles entre 53 et 59 ans.

Ahmed Hassen GHARBI - 92 -

Pour juger de la qualité du lissage, voici 3 les critères que nous avons utilisés :

• La fiabilité par rapport aux taux bruts :

Comparaison makeham / observé						
Age inf	Age sup	∑ Dx Table lissée	Dx table lissée	∑ Dx observé	Dx observé (données)	Dx table lissée/ Dx observé
50	55	36	36	36	36	100,91%
56	60	158	122	156	120	101,54%
61	65	388	230	389	233	98,80%
66	70	720	332	719	330	100,60%
71	75	1 165	445	1 187	468	95,03%
76	80	1 727	562	1 726	539	104,27%
81	85	2 325	598	2 333	607	98,46%
86	90	2 917	593	2 921	588	100,81%
91	95	3 253	335	3 254	333	100,61%
96	102	3 335	83	3 333	79	104,81%
GLO	BAL		3 335		3 333	100,07%

Nous remarquons que le lissage et les choix faits restent fiables aux données de départ.

• Test du Khi deux :

Ce test calcule la somme pondérée des carrés des écarts entre les taux bruts et les taux lissés. Une grande valeur pour ce test est synonyme d'une mauvaise adéquation.

$$\sum_{x=56}^{97} \frac{L_{x} \times (q_{x}^{brut} - q_{x}^{liss\acute{e}})^{2}}{q_{x}^{liss\acute{e}} \times (1 - q_{x}^{liss\acute{e}})}$$

Cette grandeur est égale à 50,35 et est inférieur à l'inverse de la probabilité 5% de la distribution Khi deux à 38 degrés de liberté qui est égale à 53,38. Cette valeur implique que la probabilité pour que le hasard donne des écarts inférieurs à ceux que l'on a obtenu avec notre lissage est inférieur à 5%.

• Intervalle de confiance :

On calcule ici des intervalles de confiance asymptotiques pour les taux bruts. Pour chaque individu i présent à l'âge x, la variable D_i vaut 1 si l'individu i décède et 0 s'il survit. Les variables aléatoires D_i suivent alors des lois de Bernoulli d'espérance q_x et de variance $q_x \times (1-q_x)$ où q_x est le taux de mortalité à estimer. Le théorème central-limite donne alors :

$$\frac{\sum_{i=1}^{L_x} D_i - L_x \times q_x}{\sqrt{q_x \times (1 - q_x)\sqrt{L_x}}} = \sqrt{L_x} \times \frac{q_x^{brut} - q_x}{\sqrt{q_x \times (1 - q_x)}} \rightarrow N(0, 1)$$

On cherche ici à obtenir un intervalle de confiance de niveau 5%. On obtient donc :

$$q_x \in [q_x^{brut} - u_{2,5\%} \times \sqrt{\frac{q_x^{brut} \times (1 - q_x^{brut})}{L_x}}, q_x^{brut} + u_{2,5\%} \times \sqrt{\frac{q_x^{brut} \times (1 - q_x^{brut})}{L_x}}]$$

avec une probabilité de 95%.

Ahmed Hassen GHARBI - 93 -

L'écart type, inconnu, a été remplacé par l'écart type estimé par les données brutes.

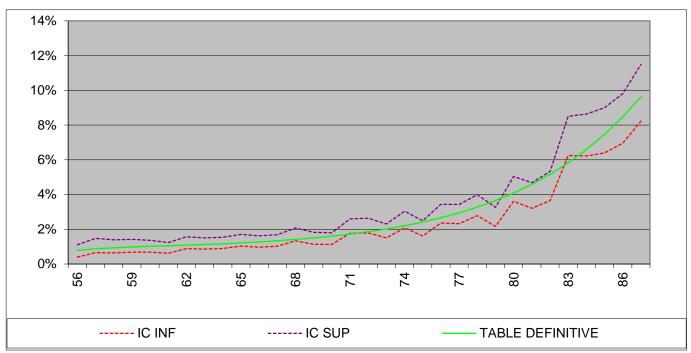


Figure 55 Intervalle de confiance entre 56 et 87 ans

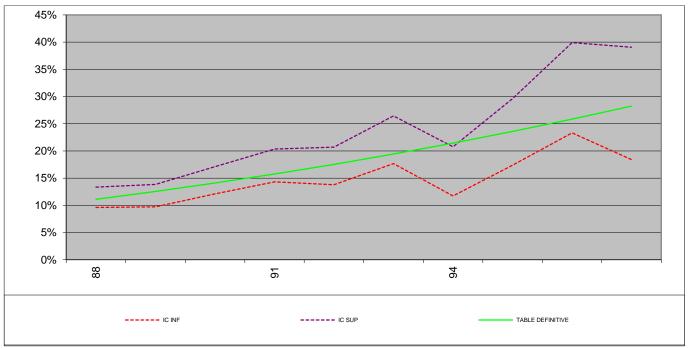


Figure 56 Intervalle de confiance entre 88 et 97 ans

La largeur des intervalles de confiance est faible entre 56 et 83 ans, ceci implique que notre estimation s'appuie sur une bonne exposition sur cet intervalle. Au-delà de 83 ans, l'écart entre les 2 bornes de l'intervalle est plus important.

Ahmed Hassen GHARBI - 94 -

Entre 56 et 97 ans, les taux définitifs sortent de l'intervalle de confiance en 4 points, ce nombre est raisonnable au vu du nombre de taux à estimer : 42 taux de décès.

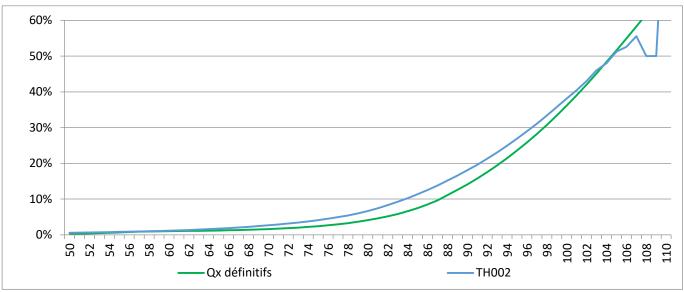


Figure 57 Table d'expérience définitive

3. Premières projections, analyse et détermination des indicateurs à retenir

Le but de ce paragraphe de projeter les résultats futurs tout en restant dans la logique des S/P. Cette projection sera donc effectuée en estimant les engagements assureur et assurés à l'aide de la table de mortalité d'expérience.

a) Résultat central sur âge moyen de souscription

Tout d'abord, nous avons calculé les différents engagements assurés et assureur sans tenir compte des frais et prélèvement de gestion d'un assuré âgé de 64 ans (âge moyen à la souscription dans notre portefeuille) ayant souscrit un capital de $10\ 000$ €.

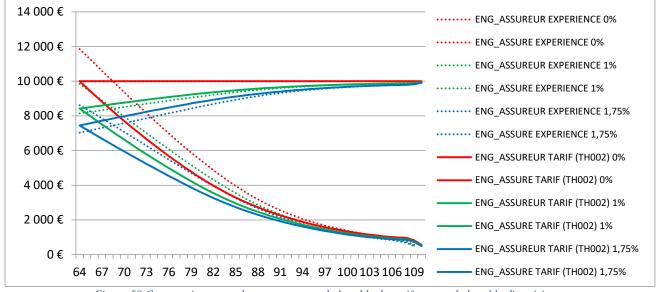


Figure 58 Comparaison entre les engagements de la table du tarif et ceux de la table d'expérience

Ahmed Hassen GHARBI - 95 -

Avec ENG_ASSUREUR EXPERIENCE = $VAP_{assureur}^{exp} = \frac{M_x^{exp}}{D_x^{exp}} \times C$ et ENG_ASSURE EXPERIENCE = $VAP_{assureur}^{exp} = \frac{N_x^{exp}}{D_x^{exp}} P_x$ où M_x^{exp} , N_x^{exp} et D_x^{exp} sont calculés à partir des taux des décès du portefeuille présents dans notre table d'expérience et P_x la prime pure actuelle calculée à partir de la table de mortalité du tarif.

Nous remarquons que les courbes en pointillés correspondants aux engagements assureur et assurés calculés avec la table de mortalité d'expérience (sauf la prime pure) se coupent entre les 68 et les 69 ans de l'assuré soit au cours de la cinquième année du contrat. En effet, les taux de décès de la table d'expérience étant inférieurs à ceux de la table du tarif jusqu'à 104 ans, ces engagements prévoient une durée de vie moyenne supérieure et donc plus d'annuités en moyenne. Ceci implique des gains à prévoir pour l'assureur et une PM négative lors des 4 premières années du contrat.

En calculant le rapport S/P à la souscription prévu par cette table pour cet assuré : Engagement de l'assureur/Engagement de l'assuré et en négligeant les effets du taux technique on trouve :

S/P=
$$\frac{10\ 000€}{11\ 860€}$$
, soit :

S/P = 84%

L'écart entre notre tarif et la réalité de notre portefeuille se traduit par un gain technique de 16% pour un assuré âgé de 64 ans à la souscription (âge moyen à la souscription de notre portefeuille).

Si on recalcule l'engagement de l'assuré en y ajoutant les chargements de gestion et commerciaux nous obtenons :

S/PC=\frac{10 000€}{15 813 €} = 63%, l'assureur aurait 37% des primes à répartir entre frais généraux, PB et bénéfices.

b) Calcul des S/P sur un portefeuille fictif ayant la même mortalité que notre portefeuille, analyse du comportement des indicateurs

Dans cette application, nous allons tester nos indicateurs sur une population composée d'assurés ayant souscrits à 55 ans, 64 ans et 73 ans soit une moyenne d'âge à la souscription égale à celle de notre portefeuille. Nous avons appliqué à ce portefeuille fictif une mortalité égale à celle de notre table de mortalité d'expérience.

Ahmed Hassen GHARBI - 96 -

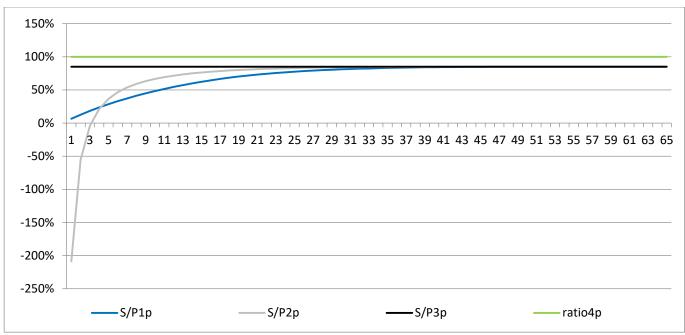


Figure 59 Application des indicateurs pluriannuels calculés avec la table d'expérience sur un portefeuille fictif

Le S/P_{1p} est très faible au cours des premières années. Le S/P_{2p} est lui négatif lors des 3 premières années. Ces valeurs sont causées par le poids important des PM négatives qui sont dues à un engagement de l'assureur inférieur à celui des assurés. Ces PM calculés avec la table d'expérience reflètent aussi la différence entre les hypothèses de la mortalité actuelle et les hypothèses du tarif. Ces 2 indicateurs convergent vers le rapport des sinistres totaux sur les primes totales après plus de 40 ans quand le nombre d'assurés devient très faible.

$$S/P_{1p} = \frac{\sum_{n=2010}^{N} (Charge\ de\ sinistres\ + Rachats\ - PB\ servie)}{-provisions_{N} + \sum_{n=2010}^{N} (Primes\ pures\ + IT)}$$

Les provisions sont très importantes au début de l'historique (environ -15% des montants assurés) car elles contiennent l'impact des écarts entre les hypothèses du tarif et celles de la table d'expérience.

$$S/P_{2p} = \frac{provisions_N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge \ de \ sinistres \ + \ Rachats \ - \ PB \ servie)}{\sum_{n=2010}^{N} (Primes \ pures \ + \ IT)}$$

Quand le portefeuille est jeune, calculer les indicateurs pluriannuels S/P_{1p} et S/P_{2p} contenant les hypothèses de la table de mortalité d'expérience, revient à calculer un rapport entre **des charges et des produits faibles** et des **provisions importantes** mais mêlant primes et sinistres. La logique de « S/P » n'est donc pas respectée. Un indicateur du type S/P_3 est donc nécessaire.

$$S/P_{3p} = \frac{enga. \ assureur \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Charge \ de \ sin. + Rachats - PB \ servie)}{enga. \ assur\'{e} \ N + \sum_{n=2010}^{N} (Primes \ pures + IT)}$$

L'indicateur est constant quand les hypothèses sont adaptées car la baisse des prévisions sont compensées quasi exactement par les données réelles.

Ahmed Hassen GHARBI - 97 -

Pour calculer l'indicateur $ratio_{4p}$, nous avons calculé des primes pures en utilisant la table d'expérience. Cet indicateur est, comme attendu, égal à 100% car la mortalité est égale à celle de la table de mortalité utilisée.

La PM mêlant sinistres et primes, son utilisation dans un S/P conduit à un biais, très significatif dans les situations dans lesquelles le résultat futur est prépondérant par rapport au résultat passé. C'est en particulier le cas en début de commercialisation du produit, ou suite à un pic de production d'affaires nouvelles. Cette problématique représente un inconvénient majeur des indicateurs S/P_{1p} et S/P_{2p} .

Le S/P_{3p} apparait donc comme nécessaire pour contourner cette difficulté, même s'il impose l'utilisation de données plus éloignées des éléments d'inventaire. Cet indicateur, contrairement aux S/P_{1p} et S/P_{2p} , est composé d'un numérateur et d'un dénominateur homogènes : Charges/Produits. Il est égal au rapport entre les sinistres totaux et les primes totales dès la première année et il reste égal à ce ratio (85%) en l'absence de dérive de mortalité.

Les indicateurs annuels sont eux égaux aux indicateurs pluriannuels lors de la première année et convergent vers les 100% car la mortalité est égale à celle des hypothèses présentes dans la PM.

c) Choix des indicateurs

D'après les résultats précédents, les indicateurs retenus, car pertinents pour notre besoin, sont les suivants :

Indicateurs annuels retenus:

• *ratio*⁴ permet de comparer la mortalité du portefeuille avec celle de la table du tarif ou celle de la table d'expérience. Il permet, avec des données simples d'inventaire, d'estimer directement l'écart attendu / observé, sur l'année considérée.

Les autres indicateurs n'ont pas d'intérêt en vision annuelle, et ne seront donc pas retenus. En effet :

- S/P₁ et S/P₂: le biais lié à la coexistence de primes et sinistres dans la PM conduit à un résultat écarté d'une logique de S/P. De plus, ils conduisent au risque de laisser croire que le résultat technique d'un risque long peut s'analyser sur un an.
- S/P₃: En vision annuelle, le plus souvent, les engagements assureur et assurés seront trop important par rapport aux valeurs de primes et sinistres. Il apportera donc peu d'informations.

Indicateurs pluriannuels retenus:

- S/P_{3p} calculé avec la table d'expérience car il prévoit avec précision les résultats futurs.
- ratio_{4p} car il permet de comparer la mortalité du portefeuille avec celle de la table du tarif ou celle de la table d'expérience.

Les indicateurs S/P_{1p} et S/P_{2p} ne sont pas retenus car le biais lié à la coexistence de primes et sinistres dans la PM conduit à un résultat écarté d'une logique de S/P. De plus, l'utilisation d'une table d'expérience dans ces indicateurs tend à augmenter l'impact de ce biais.

Ahmed Hassen GHARBI - 98 -

Tableau de synthèse de l'analyse des indicateurs

Indicateurs	Retenu	Commentaires
S/P_1	Non	Indicateurs annuels pas adaptés au suivi d'un risque long tel que les
S/P_2	Non	contrats obsèques car ne séparent pas suffisamment les charges et les produits
<i>S/P</i> ₃	Non	Poids relatifs des valeurs historiques et des engagements prospectifs trop écartés, ce qui rend l'indicateur insensible à une variation de la sinistralité sur l'année. Risque de surinterprétation d'une vision annuelle.
S/P_{1p}	Non	Utilisation des PM=Pas de séparation entre les charges et les produits. Le
S/P_{2p}	Non	calcul avec la table d'expérience augmente le biais, l'hétérogénéité du numérateur (S/P_{2p}) ou du dénominateur (S/P_{1p}) annule le pouvoir prédictif de ces indicateurs car la différence entre le tarif et la réalité de notre portefeuille se traduit par des indicateurs ayant des valeurs très faibles ou négatives tant qu'il y'a de la production et même quelques années après son éventuel arrêt
S/P_{3p}	Oui	Calculé avec la table d'expérience : Stable et reflète la rentabilité et uniquement la rentabilité : indicateur non biaisé et fiable
ratio _{4p}	Oui	Reflètent le rapport entre la sinistralité observée et la sinistralité attendue :
ratio ₄	Oui	Contrôlent l'écart entre la sinistralité attendue et la réalité de notre portefeuille

Indicateurs sélectionnés pour le suivi du risque

Vision annuelle: ratio4

Vision pluriannuelle : S/P_{3p} et ratio $_{4p}$ L'utilisation de permettra d'alerter sur une éventuelle dérive de mortalité, qui pourrait à terme impacter les ratios pluriannuels, et/ou conduire à réfléchir à la mise à jour de la table d'expérience.

Ahmed Hassen GHARBI - 99 -

d) Indicateurs sélectionnés (avec projection) sur les données réelles

Le calcul, sur les données réelles, des engagements assureur et assurés à l'aide de la table d'expérience et de la prime pure du tarif confirme bien que cette table prévoit des gains à la souscription des contrats.

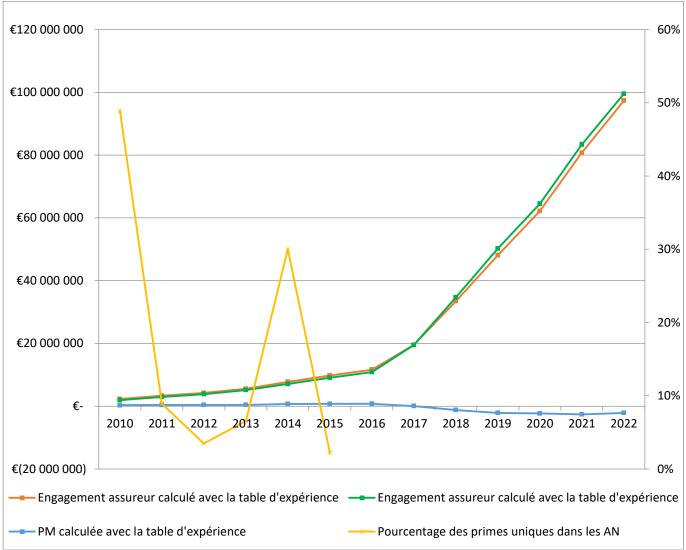


Figure 60 Engagements de l'assureur et des assurés calculés avec une table d'expérience

Au début de l'historique les PM sont positives du fait de l'impact des primes uniques. Pour ces contrats, l'engagement des assurés est nul. A partir de 2018, la PM devient négative : Il n'y a plus de souscriptions en prime unique depuis 3 ans et la production des primes viagères a fortement augmenté depuis 2 ans.

Dans les indicateurs sélectionnés, ces PM calculées avec la mortalité de la table d'expérience et la prime pure actuelle du tarif n'interviennent pas. En effet, dans le calcul du S/P_{3p} , nous séparons engagements assureur et assurés. Pour calculer les $ratio_{4}$ et $ratio_{4p}$, nous avons recalculé les primes pures en utilisant la table d'expérience, les PM de ces indicateurs sont donc positives.

Ahmed Hassen GHARBI - 100 -

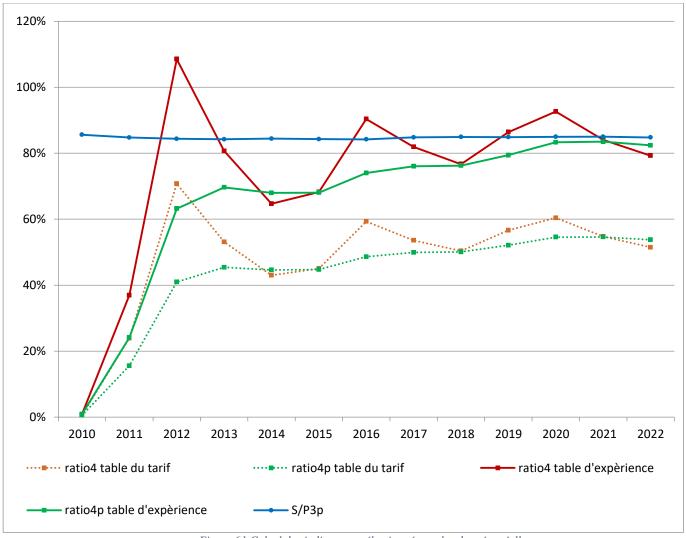


Figure 61 Calcul des indicateurs sélectionnés sur les données réelles

L'indicateur S/P_{3p} est égal à nos prévisions faites par projection et celles faites sur le portefeuille fictif. Les $ratio_4$ et $ratio_{4p}$ sont eux un peu en dessous des valeurs attendues:

Indicateur	Attendu	Valeurs réelles	Commentaires
S/P_{3p}	 84% selon la projection des résultats de l'assuré moyen (paragraphe V.3.a de ce chapitre) 85% selon l'application sur le portefeuille fictif ayant la même mortalité que nos assurés (paragraphe V.3.b de ce chapitre) 	85%	Conforme aux attentes
$ratio_{4p}$	≈100%	82%	Ecart dû à l'impact du délai de carence
ratio ₄	Oscillant autour de 100%	79%	Ecart dû à l'impact du délai de carence

Sans délai de carence, nous aurions payé $618K \in \text{en plus}$. Ce montant représente 16% des capitaux assurés de la population décédée. Dans nos indicateurs $ratio_4$ et $ratio_{4p}$, conformément au tarif, nous ne prenons pas en compte le délai de carence. Ces contrats, où nous remboursons les primes payées aux bénéficiaires n'ont toutefois pas d'impact sur la rentabilité du produit. Le rapport charge /primes étant égal à 100% pour ces contrats, ils ne créent pas d'écarts par rapport à la valeur attendue du S/P_{3p} .

Ahmed Hassen GHARBI - 101 -

Le calcul des indicateurs sur nos données réelles confirme que ces indicateurs répondent à notre besoin :

L'indicateur S/P_{3p} calculé avec la table d'expérience sur les données réelles est stable de la première à la dernière année de notre historique. Il prévoit les mêmes gains techniques (15%) que les 2 applications théoriques (16% et 15%) faites précédemment.

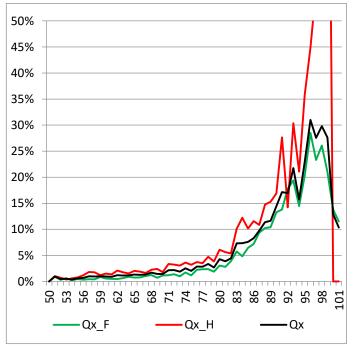
Une limite de ce constat (sur les exercices passés) est l'utilisation via S/P_{3p} de la table d'expérience sur la période utilisée pour extraire les données ayant menées à sa construction. Afin d'étudier toute évolution de la mortalité, l'indicateur annuel ratio₄ pourra être utilisé avec pertinence pour analyser le besoin de mise à jour de la table d'expérience.

Les écarts constatés sur les indicateurs ratio_{4p} et ratio₄ entre résultats attendus et résultats observés sur les données réelles sont expliqués par le biais dû au délai de carence. Ce délai crée un écart sur le rapport mortalité observée/ attendue mais n'a pas d'impact sur la rentabilité du produit étant donné que nous remboursons exactement le montant des primes de ces assurés : S/P=100% sur ces contrats.

e) Etude complémentaire : Segmentation Femmes / Hommes

L'exposition des assurées femmes est égale à 58,5% dans les données qui ont permis à construire notre table d'expérience. A fin 2022, les assurés femmes présentes dans le portefeuille représentent 55% de l'ensemble de la population.

Pour étudier l'impact de cette faible majorité de femmes dans notre portefeuille, nous avons construit une table de mortalité par sexe.



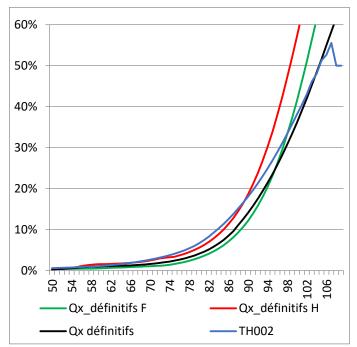


Figure 62 Qx bruts par sexe

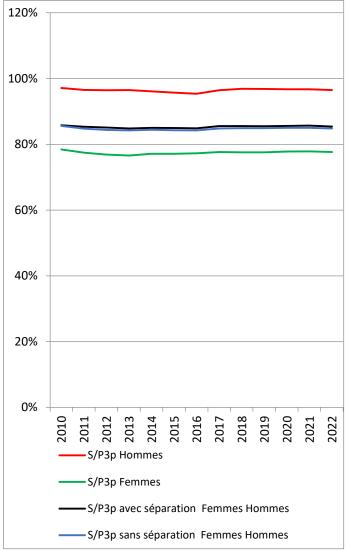
Figure 63 Tables d'expérience par sexe

Le calcul du rapport des engagements nous donne 97% pour les hommes et 77% pour les femmes.

Ces résultats doivent être interprétés en tenant compte du fait que la table du tarif est réglementairement établie avec prudence, et donc uniquement à partir de données masculines.

Ahmed Hassen GHARBI - 102 -

Les prévisions en termes de S/P de notre table d'expérience hommes sont légèrement en dessous de ceux de la table du tarif (100%). Ceci implique que les gains techniques prévisionnels réalisés sur les hommes sont faibles par rapport à ceux réalisés sur les femmes. Les résultats sur les données réelles sont conformes aux calculs théoriques.



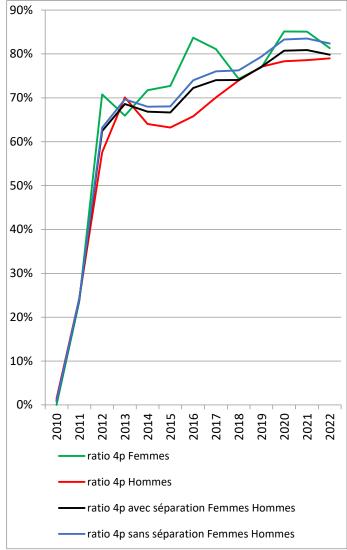


Figure 64 S/P3p avec séparation Femmes Hommes

Figure 65 Ratio4p avec séparation Femmes Hommes

Le ratio_{4p} sans séparation Femmes Hommes est supérieur à celui obtenu avec la séparation. Cela implique que la sinistralité théorique sans séparation Femmes Hommes est plus faible. En effet, cette dernière est plus basée sur une exposition féminine (58,5% dans les données qui ont permis de construire la table de mortalité avant séparation Femmes Hommes) par rapport à l'historique de notre portefeuille : La proportion de l'exposition féminine dans les contrats souscrits après 2010 est de 56%. En ajoutant les contrats souscrits avant 2010 lors de la construction de notre table de mortalité, nous avons ajouté plus d'assurés très âgés et étant donné que l'espérance de vie chez les femmes est plus importante, nous avons ajouté plus de femmes. Cette surestimation de la présence féminine dans notre portefeuille ne concerne que le passé car avec l'ancienneté, en négligeant l'effet des AN, la proportion de femmes va augmenter et atteindra probablement celle utilisée pour le calcul de notre table d'expérience. Ce constat est vérifié par l'indicateur prospectif S/P_{3p} dans lequel la séparation n'a pas d'impact (85% dans les deux cas)

Ahmed Hassen GHARBI - 103 -

CONCLUSION

Le marché des produits obsèques reprenant sa progression, commencée il y'a environ 10 ans et interrompue par la crise sanitaire en 2020, nous avons cherché à construire des indicateurs qui permettent de suivre la sinistralité de notre portefeuille de contrats obsèques, à savoir le produit MMA sérénité.

Ce mémoire résume les différentes étapes de cette recherche. Pour commencer, nous sommes partis d'une formule simplifiée du résultat technique. Ensuite, pour construire des indicateurs, nous nous sommes mis dans le cas où le résultat technique serait nul : les produits sont égaux aux charges.

A partit de cette hypothèse, nous avons commencé par construire trois indicateurs annuels de type S/P qui contiennent les mêmes éléments mais qui différent par l'emplacement de ces derniers : au numérateur pour les charges et au dénominateur pour les produits ainsi que par le signe de ces quantités : positif pour les charges si elles sont au numérateur et négatif si elles sont au dénominateur et inversement pour les produits. Nous avons ensuite construit les versions pluriannuelles de ces indicateurs.

Ces six indicateurs sont égaux à 100% quand l'hypothèse précédente est vérifiée : les charges sont égales aux produits, autrement dit la sinistralité observée est égale à la sinistralité théorique. Avant leur application, nous ne savions pas dans quelle mesure ils seraient sensibles à une hausse ou à une baisse de la sinistralité observée. Quel sera le poids des provisions mathématiques dans ces indicateurs?

Nous avons ensuite créé un fichier Excel pour simuler des hausses et des baisses de sinistralité tout en modifiant à chaque fois les paramètres du tarif : l'âge à la souscription et le taux technique.

Cette application sur un portefeuille fictif nous a permis de répondre à de nombreuses questions tels que la réponse des charges et produits face à une hausse et à une baisse de la mortalité, l'impact du taux technique sur les produits et à faire la critique de ces six indicateurs.

En connaissant au préalable la sinistralité observée, cette étude nous a permis de comprendre globalement le poids de la sinistralité de l'année et celui de la sinistralité future présente dans les provisions de chaque indicateur. Elle a donc mis en évidence que changer l'emplacement et le signe d'un seul élément d'un indicateur pouvait en changer la philosophie. Le cas des indicateurs S/P_1 et S/P_2 où la seule différence dans la formule est le passage du delta de provisions mathématiques du dénominateur, car considéré comme un produit dans la formule du premier indicateur, au numérateur en le signant négativement pour le transformer en charge dans le deuxième indicateur en est la parfaite illustration.

Les indicateurs annuels n'étant pas facilement interprétables, nous sommes repartis de la formule simplifiée du résultat technique pour construire un indicateur annuel $ratio_4$ et sa version pluriannuelle $ratio_{4p}$ qui nécessitent un calcul ligne à ligne mais qui calculent de manière très précise le rapport entre la sinistralité observée et celle attendu par le tarif.

Après avoir fiabilisé les provisions, retiré la gestion des provisions et calculé les produits financiers à hauteur du taux technique du tarif, nous avons calculé ces indicateurs sur nos données.

Cette application sur les données réelles nous a permis de voir que la sinistralité prévue par le tarif et présente dans nos provisions n'est pas adaptée au suivi du risque de notre portefeuille. Nous avons donc construit une table de mortalité d'expérience.

Ahmed Hassen GHARBI - 104 -

Cette table de mortalité prévoit un gain technique de 15%. Ce chiffre a été confirmé par, dans un premier temps, l'application de nos indicateurs calculés avec la table d'expérience sur un portefeuille fictif semblable au notre. Ce calcul nous a également permis de faire notre choix sur les indicateurs à retenir :

Nous avons sélectionné l'indicateur pluriannuel prospectif qui converge dès la première année quand la table de mortalité utilisée est adaptée à la mortalité du portefeuille. Cet indicateur non comptable où il y'a une séparation totale entre les charges et les primes est le seul à avoir un pouvoir prédictif. Les deux indicateurs, qui calculent avec précision le ratio entre la sinistralité observée et la sinistralité attendue et cela de manière annuelle et pluriannuelle, ont été retenus.

Le calcul sur les données réelles a confirmé, encore une fois, les prévisions théoriques. Nous avons donc obtenu un indicateur prospectif fiable, facilement interprétable, et qui converge rapidement. Le seul inconvénient est qu'il nécessite la construction d'une table de mortalité fidèle aux décès observés. Il nécessite donc des données suffisamment riches.

Les 2 autres indicateurs nous permettront, entre autres, de savoir si notre table de mortalité d'expérience est encore d'actualité : Si nous remarquons une sur sinistralité ou une sous sinistralité prolongées et non expliquées par des éléments techniques connus : Délai de carence ou volatilité des capitaux assurés, nous devrons donc changer notre table d'expérience pour préserver la fiabilité de notre indicateur prospectif.

L'étude réalisée séparément sur les femmes et sur les hommes n'a pas changé nos résultats en termes de rentabilité.

Pour compléter cette étude et en plus de la distinction fumeurs/Non-fumeurs, une étude où nous segmentons les contrats selon le type de fractionnement des primes pourrait être réalisée. Ce critère peut être discriminant quant aux décès couteux pour l'assureur : Ceux qui interviennent durant les premières années et audelà du délai de carence. En effet, un souscripteur qui accepte de payer une prime annuelle a plus de chances d'être en bonne santé que quelqu'un qui ne l'accepte pas.

Ahmed Hassen GHARBI - 105 -

BIBLIOGRAPHIE

ACPR [2021] 2020 Les chiffres du marché français de la banque et de l'assurance, 188 pages

ACPR [2022] 2021 Les chiffres du marché français de la banque et de l'assurance, 226 pages

Banque de France [2021] Placements et patrimoine des ménages au 2éme trimestre 2021, 5 pages

Banque de France [2022] Placements et patrimoine des ménages au 2éme trimestre 2022, 5 pages

Bonnet, S [2012] Création d'un produit d'assurance obsèques. Mémoire d'actuariat, Institut de Science Financière et d'Assurances de l'Université Claude Bernard – Lyon 1

France Assureur [2021] L'assurance vie année 2020, 4 pages

France Assureur [2022] L'assurance vie année 2021, 5 pages

Hariri, A [2015] Aménagement d'un produit d'assurance obsèques. Mémoire d'actuariat, Institut de Statistique de Sorbonne Université

INSEE [2022] Evolution du nombre de décès depuis le 1 janvier 2022, version du 25/11/2022

INSEE [2022] Nombre de décès quotidien, version du 25/11/2022

Nang Eyeghe, M [2016] Mortalité d'expérience sur un groupe restreint et hétérogène. Mémoire d'actuariat, Institut de Statistique de Sorbonne Université

Petauton, P [2000] Théorie et pratique de l'assurance vie, Dunod

Reynaud, T [2011] Analyse du risque de mortalité par la construction de tables d'expérience sur des populations spécifiques en réponse aux exigences de Solvabilité II. Mémoire d'actuariat, Institut de Statistique de l'université Pierre et Marie Curie

Ahmed Hassen GHARBI - 106 -

ANNEXE

Présentation de MMA

MMA, anciennement Les Mutuelles du Mans Assurances, est un groupe d'assurance mutuelle française, dont le siège est au Mans, dans la Sarthe.

Le groupe MMA, créé en 1828, est le premier groupe d'assurance mutualiste français.

Le groupe a fait des professionnels et des entreprises son marché prioritaire et se place 2éme sur ce marché grâce notamment à ces deux puissants réseaux d'agents généraux et de courtiers.

La marque MMA protège aussi au quotidien 2.5 millions de clients particuliers.

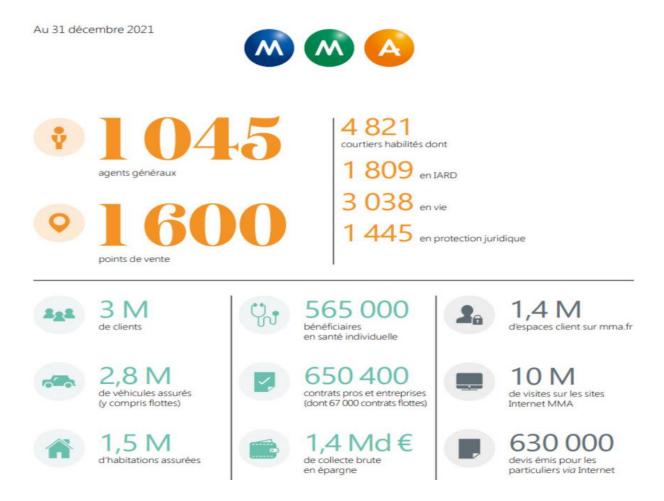


Figure 66 Chiffres clés MMA au 31/12/2021

Avec la MAAF et GMF, MMA est une des trois marques constituantes de COVEA, une Société de Groupe d'Assurance Mutuelle.

Ahmed Hassen GHARBI - 107 -

En 2003, ces trois marques décident d'unir leurs forces pour créer la première SGAM en France en introduisant des liens de solidarité et en permettant l'élaboration d'une stratégie commune.

La création de Covéa Coopérations en 2012 scelle la fusion de leur puissance financière et de leurs capacités opérationnelles. En 2017, le Groupe se dote d'un Statut Commun, partagé par l'ensemble de ses collaborateurs.

Leader français de l'assurance de biens et responsabilité, le groupe Covéa est une figure majeure de l'assurance en Europe avec plus de 11 millions de clients, essentiellement en France, en Italie et au Royaume-Uni. Fort d'une solidité financière exceptionnelle, le Groupe exerce une activité diversifiée dans tous types de métiers.

Les trois marques phares du Groupe - MAAF, MMA et GMF - réunissent des portefeuilles clients équilibrés et s'appuient sur un ensemble varié de réseaux de distribution.

11,6

Millions de sociétaires et clients assurés par Covéa au 31 décembre 2021. 19,1

Milliards d'euros de primes acquises en 2021 (17,1 milliards en France). 838

Millions d'euros de résultat net (part du Groupe) en 2021.

#1

Covéa, premier assureur en assurance de biens et responsabilité en France. 2 421

C'est le nombre de points de vente de nos marques MAAF, MMA et GMF en France. 23 000

Collaborateurs travaillent chez Covéa, dont 21 000 basés en France.

17,2

Milliards d'euros de fonds propres au 31 décembre 2021. **351%**

C'est le ratio de solvabilité du Groupe au 31 décembre 2021. 114

Milliards d'euros de placements en valeur de réalisation au 31 décembre 2021.

Figure 67 Chiffres clés COVEA au 31/12/2021

Ahmed Hassen GHARBI - 108 -