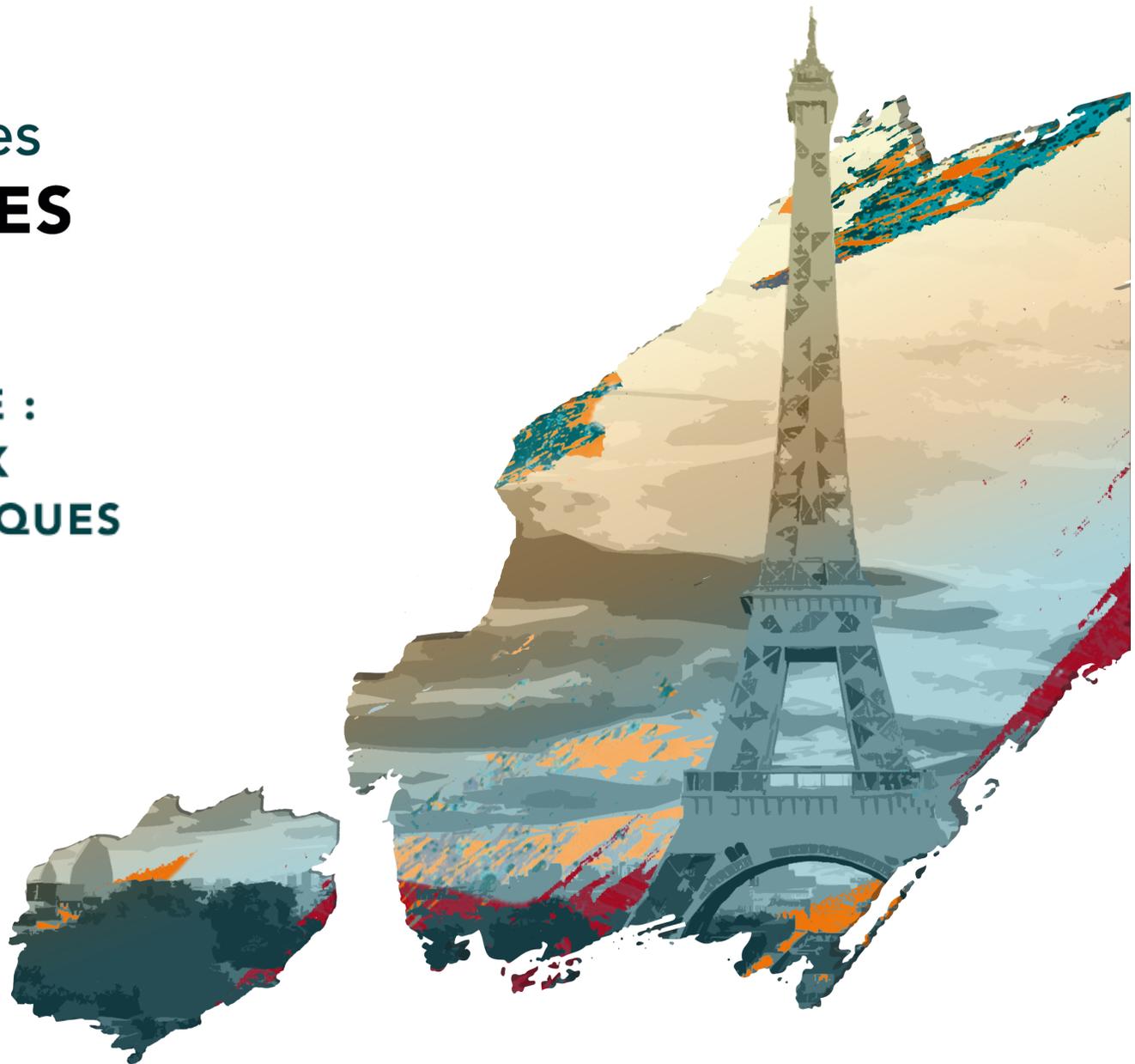


# 18<sup>e</sup> Congrès des **ACTUAIRES**

**ASSURANCE ET FINANCE :  
VENT DEBOUT FACE AUX  
CHANGEMENTS CLIMATIQUES**



INSTITUT DES  
**ACTUAIRES**

**17 JUIN 2019**

**1**

**Les GSE en 2019, contexte et enjeux**

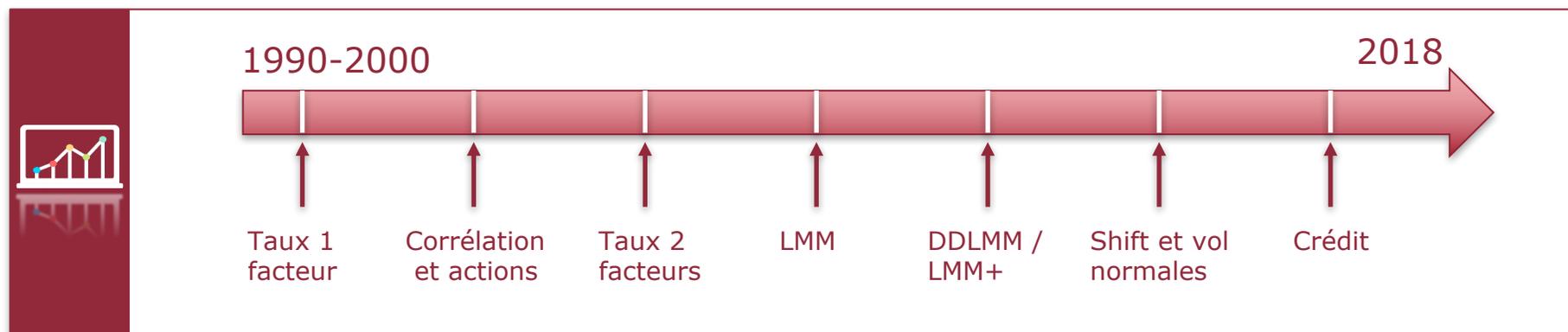
**2**

Prise en compte du risque de devises

**3**

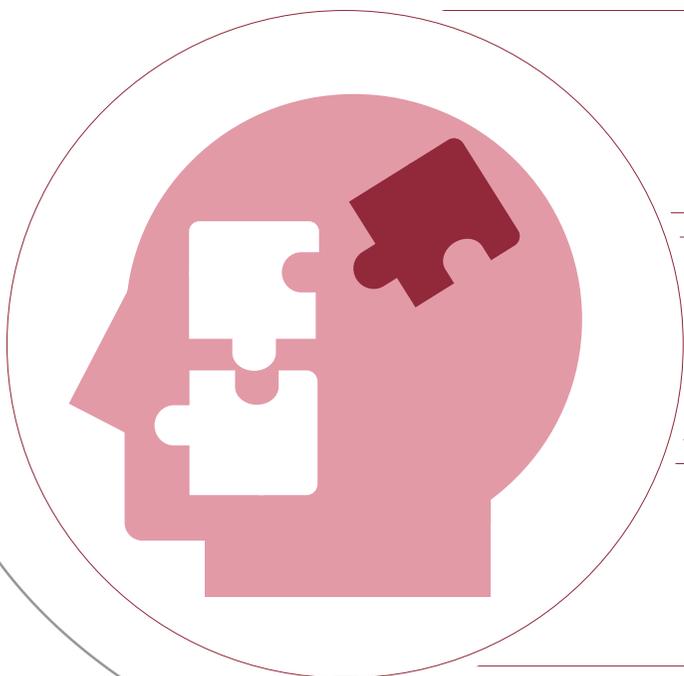
Objectivation des poids dans le calibrage du LMM

- **Frise chronologique des développements des GSE de la place :**



- Ces dernières années, les développements de GSE se sont concentrés sur :
  - La modélisation **DDLMM et LMM+** afin de générer des taux négatifs et le smile de volatilité
  - Le choix du **paradigme de volatilité** (Black vs normales)
  - La modélisation du **risque de crédit**

- **Objectif** : objectiver la matrice de corrélation entre les mouvements browniens des modèles du GSE.



Estimation de **cibles de corrélations historiques** entre des facteurs de risque observables.

1

Expression des **corrélations entre les facteurs de risque observables** en fonction des **corrélations entre les mouvements browniens**.

2

Avec les étapes 1 et 2, détermination des paramètres de corrélation entre les mouvements browniens **deux à deux**.

3

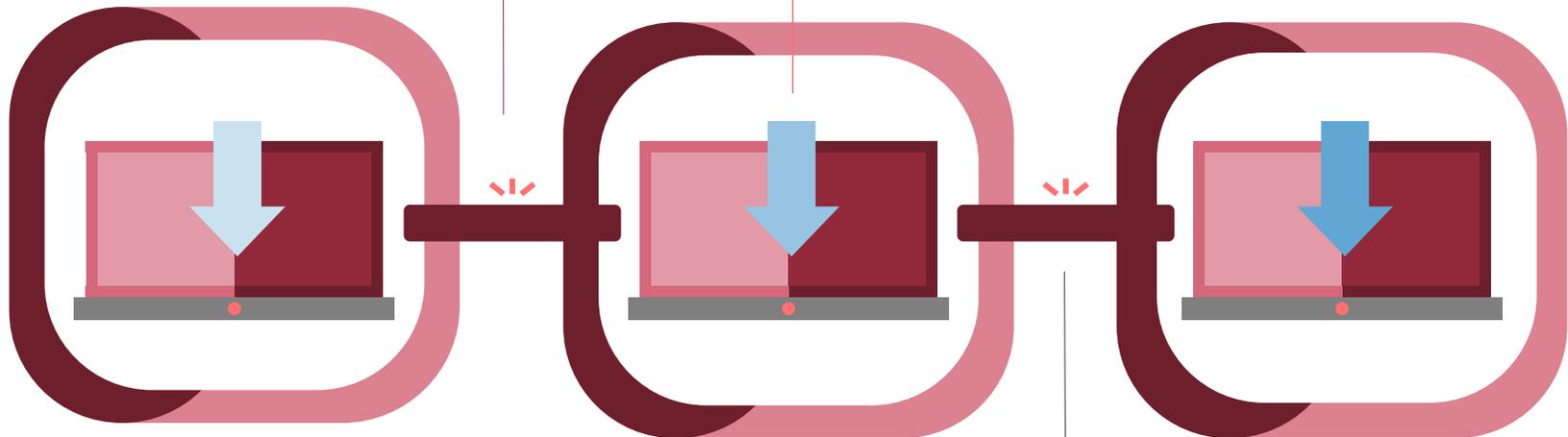
- **Contexte** : risque de change (FX) rarement pris en compte par les assureurs  $\Rightarrow$  conversion du prix des actifs libellés en devise étrangère en monnaie domestique (EUR) à  $t=0$
- Approche simplifiée  $\Rightarrow$  justifier la non matérialité de ce risque

### MODELISATION DU FX

Modèles FX dédiés

### MODELISATION DE CHAQUE ECONOMIE

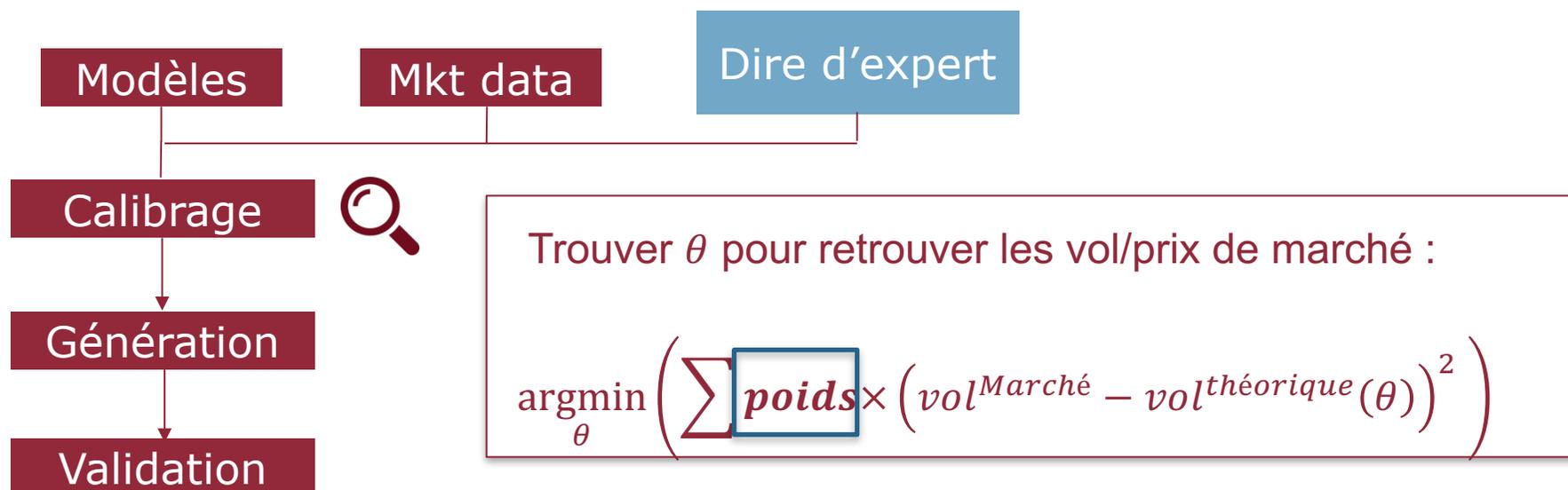
Calibrage / simulation / validation propre à chaque économie



### CORRELATION EXHAUSTIVE

Aléas corrélés entre les différentes économies

- Le calibrage s'effectue généralement par optimisation numérique
- A chaque actif sur lequel calibrer est associé un poids
- Le choix des poids a un impact sur le BE et ratio S2 → **comment l'objectiver?**



1

Les GSE en 2019, contexte et enjeux

2

**Prise en compte du risque de devises**

3

Objectivation des poids dans le calibrage du LMM

# Présentation du marché des changes

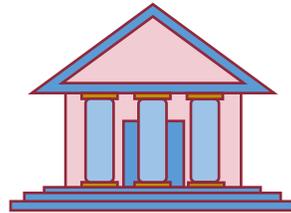
## Quelques caractéristiques du marché des changes

- Marché de gré-à-gré
- Marché le plus vaste et le plus liquide en termes de volume de transactions  
⇒ **5 100 milliards de dollars** de transactions journalières en avril 2016 ;
- Dominé par l'USD (**88% des transactions**) suivi par l'EUR (**31% des transactions**). Majeure partie des transactions effectuée sur le marché à terme.

Banques commerciales

Investisseurs institutionnels

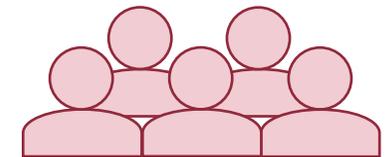
Banques centrales



Entreprises multinationales

Courtiers ou brokers

Investisseurs particuliers



- Taux de change FOR/DOM = **valeur de 1 FOR en monnaie DOM**

# Présentation du marché des changes

## Sourcing de données de calibrage

- Données de change disponibles :



Source : Surface de volatilités implicites d'options vanilles sur l'EUR/USD  
Fonction OVDV, Bloomberg

- ✓ Surfaces de **volatilités** pour les **calls/puts** sur taux de change pour une majorité de devises sur Bloomberg.
- ✓ **Plusieurs sources de données disponibles**
- ✓ Large choix de conventions de cotations
- ✓ **Monde-réel** : historiques de taux de change, et de taux nominaux pour une majorité de devises

### Cadre général de modélisation risque-neutre du taux de change

- Dynamique du taux de change  $X$

$$\frac{dX(t)}{X(t)} = \left( r_d(t) - r_f(t) \right) dt + \sigma^X(t) dW_t$$

Taux de change

Taux court domestique

Taux court étranger

Volatilité du taux de change

Mouvement brownien sous la probabilité RN domestique

- Plusieurs spécifications de la volatilité  $\sigma^X$  :
  - Modèle de **Garman-Kohlhagen à structure par terme de la volatilité (GKDV)**  
→  $\sigma^X$  déterministe
  - Modèle de Heston →  $\sigma^X$  stochastique régie par un processus de Cox Ingersoll Ross (CIR)
  - Possibilité d'ajouter **des sauts dans la dynamique du taux de change** (modèle de Merton)
  - Volatilité stochastique (Heston) + composante de sauts (Merton) = **modèle SVJD** (Stochastic Volatility with Jump Diffusion).
- **Formules fermées ou semi-fermées** pour le calcul des prix de produits dérivés (call/put)

### Arbitrage entre les différents modèles

- **Comparaison entre les modèles risque-neutre de change :**

| Critère d'évaluation                                       | GKDV | Heston | SVJD |
|--|------|--------|------|
| Prise en compte de la structure par terme de la volatilité | O    | O      | O    |
| Réplication du smile de volatilité                         | N    | O      | O    |
| Prise en compte des discontinuités                         | N    | N      | O    |
| Existence de formules fermées pour les options vanilles    | O    | O      | O    |
| Complexité de calibrage                                    | +    | ++     | +++  |
| Complexité de génération                                   | +    | ++     | +++  |

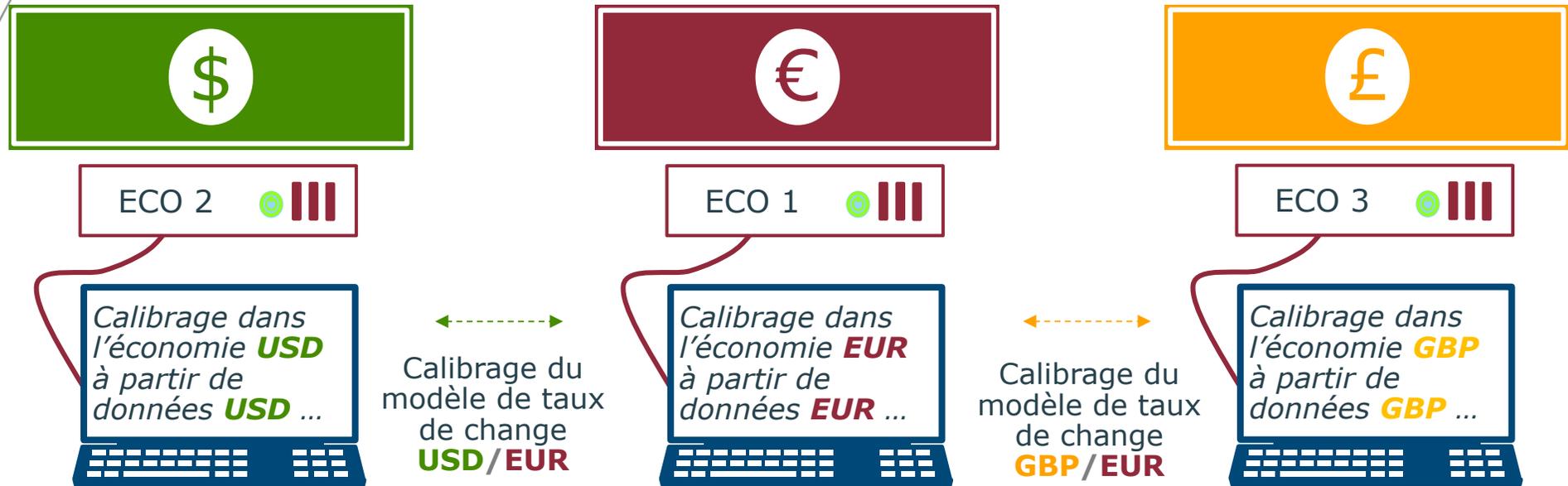
- **Quelle modélisation retenir ?**
  - Compromis entre simplicité d'implémentation et degré de réplication des données de marché

# Présentation du marché des changes

Impacts opérationnels sur le GSE

*Refonte du processus de calibrage*

- Démultiplication des **calibrages des modèles** sur les différentes économies :



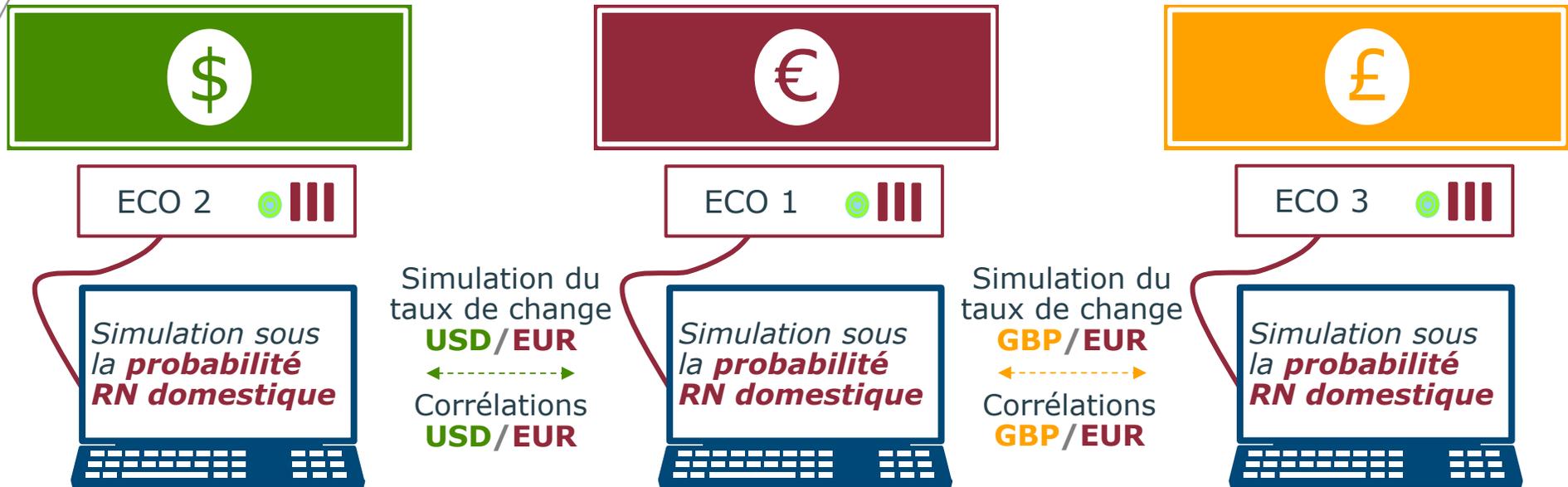
**Extraction des données + calibrage des modèles** pour chaque économie ⇒ **coûteux opérationnellement**

# Présentation du marché des changes

Impacts opérationnels sur le GSE

## Refonte du processus de simulation

- Simulation **conjointe des modèles** sur les différentes économies :



- Prise en compte des corrélations inter-économies  $\Rightarrow$  aléas **tirés et corrélés conjointement** pour l'ensemble des économies
- **Augmentation du nombre d'aléas générés**
- **Augmentation importante de la volumétrie des tables** de scénarios

*Zoom sur l'hypothèse de décorrélation du taux de change avec les drivers étrangers*

- Soit  $F(t)$  un processus de prix en monnaie étrangère, sous la **probabilité RN étrangère**  $\mathbb{Q}^f$  :

$$\frac{dF(t)}{F(t)} = r_f(t)dt + \sigma^F(t)dW_t^f$$

- Sous la **probabilité RN domestique**  $\mathbb{Q}^d$  :

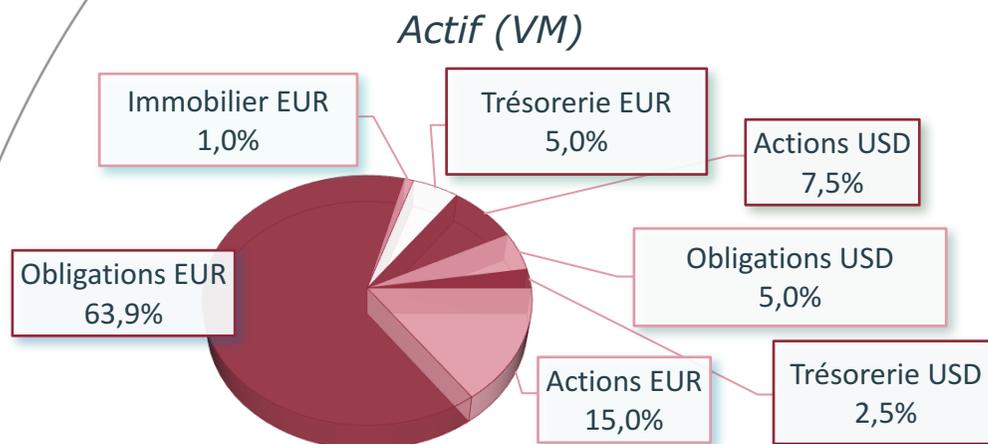
$$\frac{dF_t}{F_t} = \left( r_f(t) - \rho_{F,X} \sigma^F(t) \sigma^X(t) \right) dt + \sigma^F(t) dW_t^d$$

- **Remarque** : le processus  $F$  déflaté n'est pas une martingale sous la probabilité RN domestique
- **Hypothèse simplificatrice** :  $\rho_{F,X} = 0 \Rightarrow$  Dynamiques de  $F$  sous la probabilité risque-neutre étrangère et domestique identiques

# Présentation du marché des changes

Etude d'impact ALM de l'intégration

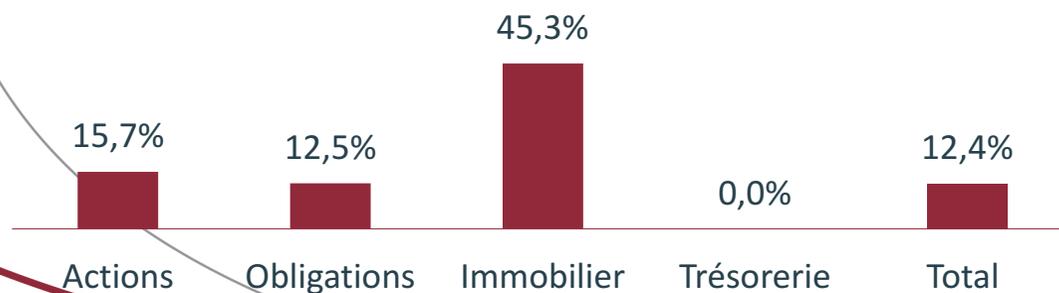
*Structure du bilan à  $t = 0$  :*



*Passif*

|                           |        |
|---------------------------|--------|
| Réserve de capitalisation | 13 M€  |
| PM (€)                    | 987 M€ |
| TMG moyen                 | 0.9%   |
| Taux de PB                | 85%    |
| Rachats structurels       | 5.5%   |
| Rachats conjoncturels     | 0%     |

*PVL initiales*



*Projection du bilan*

|                       |           |
|-----------------------|-----------|
| Horizon de projection | 30 ans    |
| Nombre de simulations | 10 000    |
| Allocation d'actifs   | Constante |

### *Sensibilités testées*

- Décomposition de l'impact du cadre multiéconomie sur le bilan :
  1. **Une seule économie (EUR)** de référence : conversion en  $t = 0$  de tous les actifs USD en EUR puis projection dans l'économie EUR ;
  2. **Ajout des drivers USD** et utilisation des **méta-paramètres EUR** ;
  3. Utilisation de **méta-paramètres USD** spécifiques ;
  4. **Diffusion du taux de change** (modèle de GKDV) ;
  5. **Diffusion de la volatilité** du taux de change (modèle de Heston) ;
  6. **Intégration des sauts** (modèle SVJD).



**Méta-paramètres** = paramètres non **embarqués au sein du calibrage** :

- corrélations inter-forward et shift du DDLMM
- paramètres de dividendes des indices action / immobiliers

### Présentation du cas de référence : cadre monodevise

- Cadre **monodevise EUR** ⇒ alternative la plus simple à la modélisation d'une 2<sup>e</sup> économie et du taux de change.
- Conversion à  $t = 0$  des actifs USD en EUR ⇒ projection du portefeuille, **dorénavant exclusivement en EUR**
- Cadre monodevise = **référentiel pour comparer les différentes sensibilités**

#### Choix de modélisation - Cas N° 1 (de référence)

| Économie | Driver        | Modèle  | Paramètres | Méta-paramètres |
|----------|---------------|---------|------------|-----------------|
| EUR      | Taux nominaux | DDLMM*  | EUR        | EUR             |
|          | Action N°1    | BSDV**  | EUR        | EUR             |
|          | Immobilier    | BSCV*** | EUR        | EUR             |

|                               | VIF   | BE      |
|-------------------------------|-------|---------|
| N°1 Une économie de référence | 87.81 | 1035.92 |

\* *Displaced Diffusion Libor Market Model (DDLMM)*

\*\* *Black & Scholes with Deterministic Volatility (BSDV)*

\*\*\* *Black & Scholes with Constant Volatility (BSCV)*

### Résultats des sensibilités : impact de l'ajout des drivers USD et utilisation des méta-paramètres EUR

- Introduction de l'économie USD avec des méta-paramètres identiques à l'EUR
- Taux de change déduit du **ratio des déflateurs**
- Inputs de marché de l'EUR et de l'USD **fondamentalement différents** : taux nominaux USD et volatilité de l'action USD plus élevés que pour l'EUR

#### Choix de modélisation - Cas N° 2

| Économie | Driver         | Modèle               | Paramètres | Méta-paramètres |
|----------|----------------|----------------------|------------|-----------------|
| EUR      | Taux nominaux  | DDLMM                | EUR        | EUR             |
|          | Action         | BSDV                 | EUR        | EUR             |
|          | Immobilier     | BSCV                 | EUR        | EUR             |
| USD      | Taux nominaux  | DDLMM                | USD        | EUR             |
|          | Action         | BSDV                 | USD        | EUR             |
|          | Taux de change | Ratio des déflateurs | NA         | NA              |

|  | VIF            | BE               |
|--|----------------|------------------|
| N°1 Une économie de référence                                | 87.81          | 1035.92          |
| N°2 Ajout drivers USD et utilisation des méta-paramètres EUR | 90.51 (+3.07%) | 1033.32 (-0.25%) |

**Gain de valeur** résultant de l'introduction des données des taux nominaux USD limité par une perte liée à la volatilité élevée de l'action USD

### Résultats des sensibilités : impact de l'utilisation des méta-paramètres USD spécifiques

- Calibrage spécifique des **méta-paramètres pour l'USD** : corrélations inter-forward, shift du DDLMM et paramètres des dividendes de l'action USD.

#### Choix de modélisation - Cas N° 3

| Économie | Driver         | Modèle               | Paramètres | Méta-paramètres |
|----------|----------------|----------------------|------------|-----------------|
| EUR      | Taux nominaux  | DDLMM                | EUR        | EUR             |
|          | Action         | BSDV                 | EUR        | EUR             |
|          | Immobilier     | BSCV                 | EUR        | EUR             |
| USD      | Taux nominaux  | DDLMM                | USD        | USD             |
|          | Action         | BSDV                 | USD        | USD             |
|          | Taux de change | Ratio des déflateurs | NA         | NA              |

|                                     | VIF            | BE               |
|-------------------------------------|----------------|------------------|
| N°1 Une économie de référence       | 87.81          | 1035.92          |
| N°3 Méta-paramètres USD spécifiques | 92.31 (+5.12%) | 1031.52 (-0.43%) |

- Hausse de la VIF** notamment due aux paramètres de dividendes de l'action USD.
  - Structure par terme des taux de dividendes implicites USD plus faible qu'en EUR

⇒ Nécessité de **reproduire l'objectivation des méta-paramètres** pour l'USD.

### Résultats des sensibilités : impact du modèle de change

- **Modélisation spécifique du taux de change** consécutivement à l'aide des modèles GKDV, Heston et SVJD

#### Choix de modélisation – Cas N° 4/5/6

| Économie | Driver         | Modèle           | Paramètres | Méta-paramètres |
|----------|----------------|------------------|------------|-----------------|
| EUR      | Taux nominaux  | DDLMM            | EUR        | EUR             |
|          | Action         | BSDV             | EUR        | EUR             |
|          | Immobilier     | BSCV             | EUR        | EUR             |
| USD      | Taux nominaux  | DDLMM            | USD        | USD             |
|          | Action         | BSDV             | USD        | USD             |
|          | Taux de change | GKDV/Heston/SVJD | USD/EUR    | NA              |

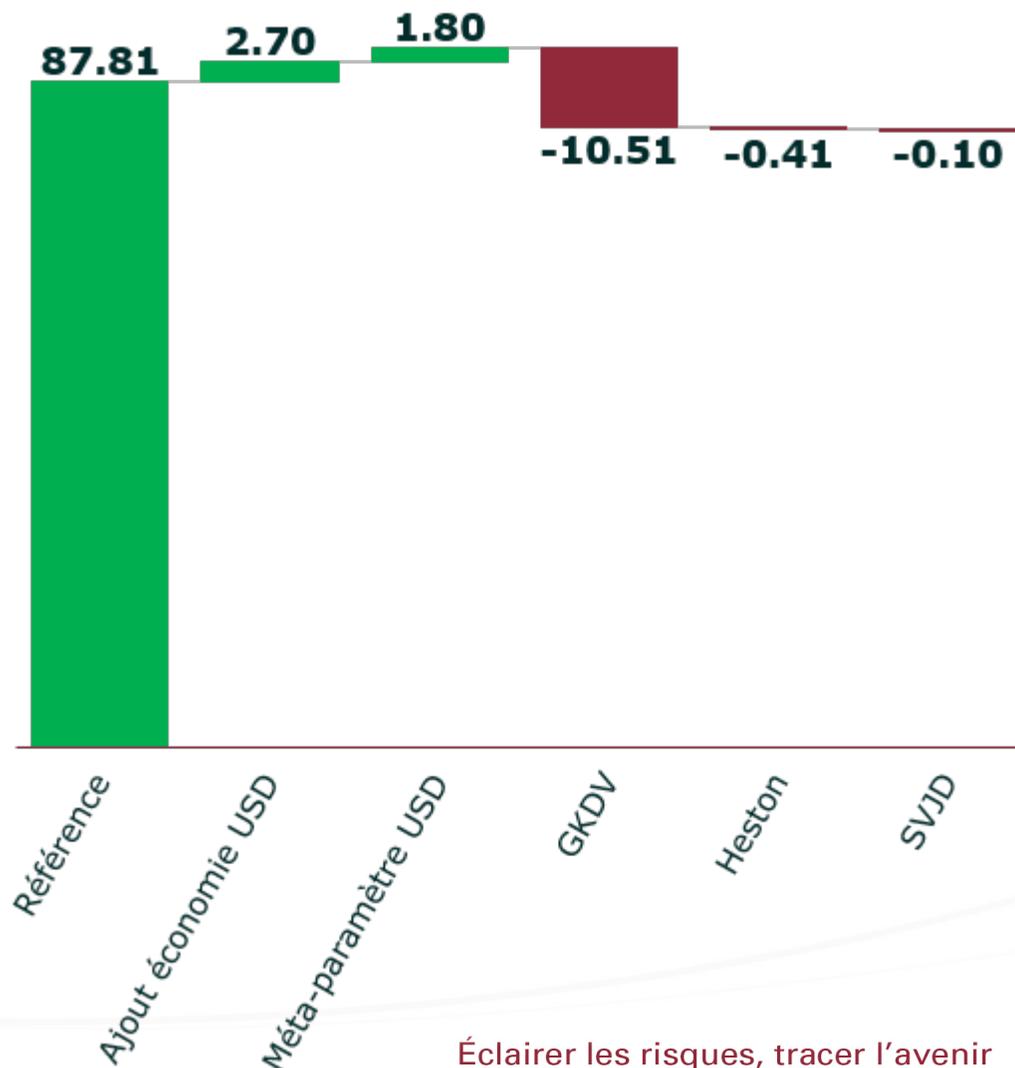
|                               | VIF            | BE               |
|-------------------------------|----------------|------------------|
| N°1 Une économie de référence | 87.81          | 1035.92          |
| N°4 GKDV                      | 81.81 (-6.83%) | 1042.02 (+0.59%) |
| N°5 Heston                    | 81.40 (-7.30%) | 1042.52 (+0.64%) |
| N°6 SVJD                      | 81.30 (-7.41%) | 1042.26 (+0.61%) |

- **Impact du choix du modèle de change non matériel** dans le cadre ALM considéré
- Volatilité accrue du taux de rendement de l'actif ⇒ plus de scénarios défavorables dans lesquels le taux de rendement de l'actif est inférieur au TMG  
⇒ **Diminution de la VIF.**

### Conclusions

- La modélisation de l'économie étrangère permet de tenir compte du **risque associé aux drivers étrangers**
- Attention particulière à la modélisation du taux de change :
  - Augmentation de la VIF de 5.1%** par rapport au cas de référence dans le cadre multiéconomie et **taux de change égal au ratio des déflateurs**
  - Diminution de la VIF de 6.8 %** par rapport au cas de référence dans le cadre multiéconomie et **modèle de GKDV pour le taux de change.**
- Impact du modèle non significatif dans le cadre ALM considéré

Variations de VIF d'une sensibilité à l'autre



1

Les GSE en 2019, contexte et enjeux

2

Prise en compte du risque de devises

3

**Objectivation des poids dans le calibrage du LMM**

### Le ratio de solvabilité 2 est notamment sensible :

- ❖ Au modèle de taux utilisé.
- ❖ A l'utilisation de paramètres fixés à dire d'expert (le *shift* par exemple)
- ❖ A la Volatilité de référence (Black ou Normale) pour évaluer les prix de marché des instruments dans la norme S2.

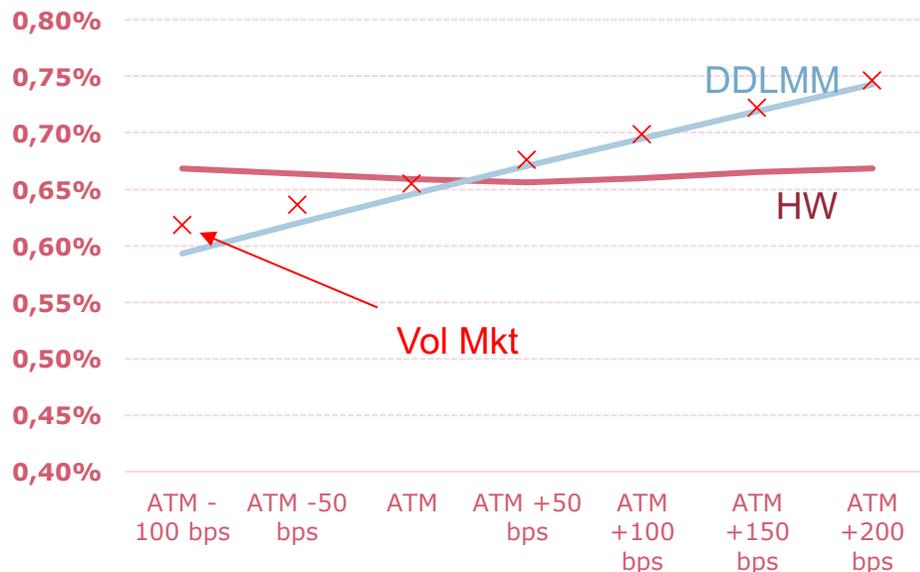
**Déjà traité  
par les  
assureurs**

**❖ Aux instruments utilisés pour le calibrage**

# Pondération dans le calibrage du LMM

Constat

Vol Normale swaption 10Y – 10Y



- ❖ Modèle retenu : DDLMM (vol déterministe)
- ❖ Calcul au 31/12/2018
- ❖ Portefeuille Vie : épargne et rentes, 50% UC / 50% euro
- ❖ Instruments pour calibrer : swaptions

## ❖ Processus de calibrage / générations



➔ Quelles swaptions choisir pour calibrer son modèle ?

# Pondération dans le calibrage du LMM

## Choix du panier d'instruments financiers

- ❖ Poids des swaptions dans le calibrage :
  - ❖ Autrefois définis selon un avis d'expert.
  - ❖ Déterminés à l'aide de la sensibilité du BE aux volatilités des swaptions : **vega du BE**
- ❖ La méthode retenue pour calculer le **vega** s'inspire des méthodes utilisées pour évaluer le **vega** des produits structurés.
- ❖ Le principe : **choquer une des swaptions, et mesurer l'impact sur le BE**

| Maturité \ Tenor | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 15    | 20    | 25    | 30    |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1                | 0.21% | 0.28% | 0.33% | 0.38% | 0.42% | 0.43% | 0.45% | 0.46% | 0.46% | 0.47% | 0.48% | 0.48% | 0.49% | 0.49% |
| 2                | 0.36% | 0.41% | 0.45% | 0.48% | 0.50% | 0.51% | 0.52% | 0.52% | 0.53% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.53% |
| 3                | 0.49% | 0.52% | 0.54% | 0.55% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.53% |
| 4                | 0.56% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.57% | 0.56% |
| 5                | 0.61% | 0.62% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.59% | 0.58% |
| 6                | 0.64% | 0.65% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.61% | 0.60% |
| 7                | 0.66% | 0.67% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.63% | 0.62% |
| 8                | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.64% | 0.63% |
| 9                | 0.67% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.65% | 0.64% |
| 10               | 0.67% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.65% | 0.64% |
| 11               | 0.66% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.64% | 0.63% |
| 12               | 0.66% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.64% | 0.63% |
| 13               | 0.66% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.64% | 0.63% |
| 14               | 0.65% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.63% | 0.62% |
| 15               | 0.64% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.62% | 0.61% |
| 16               | 0.63% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.61% | 0.60% |
| 17               | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.60% | 0.59% |
| 18               | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.59% | 0.58% |
| 19               | 0.61% | 0.62% | 0.62% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.58% | 0.57% |
| 20               | 0.60% | 0.61% | 0.61% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.57% | 0.56% |

Surface  
centrale



BE central

| Maturité \ Tenor | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 15    | 20    | 25    | 30    |
|------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1                | 0.21% | 0.28% | 0.33% | 0.38% | 0.42% | 0.43% | 0.45% | 0.46% | 0.46% | 0.47% | 0.48% | 0.48% | 0.49% | 0.49% |
| 2                | 0.36% | 0.41% | 0.45% | 0.48% | 0.50% | 0.51% | 0.52% | 0.52% | 0.53% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.53% |
| 3                | 0.49% | 0.52% | 0.54% | 0.55% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.54% | 0.53% |
| 4                | 0.56% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.58% | 0.57% | 0.56% |
| 5                | 0.61% | 0.62% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.59% | 0.58% |
| 6                | 0.64% | 0.65% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.61% | 0.60% |
| 7                | 0.66% | 0.67% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.63% | 0.62% |
| 8                | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.64% | 0.63% |
| 9                | 0.67% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.65% | 0.64% |
| 10               | 0.67% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.65% | 0.64% |
| 11               | 0.67% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.68% | 0.65% | 0.64% |
| 12               | 0.66% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.64% | 0.63% |
| 13               | 0.66% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.67% | 0.64% | 0.63% |
| 14               | 0.65% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.66% | 0.63% | 0.62% |
| 15               | 0.64% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.65% | 0.62% | 0.61% |
| 16               | 0.63% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.64% | 0.61% | 0.60% |
| 17               | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.63% | 0.60% | 0.59% |
| 18               | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.62% | 0.59% | 0.58% |
| 19               | 0.61% | 0.62% | 0.62% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.61% | 0.58% | 0.57% |
| 20               | 0.60% | 0.61% | 0.61% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.60% | 0.57% | 0.56% |

Surface  
choquée



BE choqué

$$vega = \frac{\Delta BE}{\Delta volatilité}$$

- ➔ Plus le vega est élevé et plus la swaption a un impact sur le BE
- ➔ Il faut alors lui affecter un poids élevé durant le calibrage

# Pondération dans le calibrage du LMM

Choix du panier d'instruments financiers

❖ Formellement, dans un cadre DDLMM (ainsi chaque forward a une volatilité qui lui est propre) :

Volatilité initiale des taux Forward :

$$\sigma_i(t) = \Phi_t([b(T_{i-1} - t) + a] e^{-c(T_{i-1}-t)} + d)$$



Volatilité perturbée des taux Forward :

$$\bar{\sigma}_i(t) = \sigma_i(t) + \varepsilon \mathbf{1}_{i=k;t=t\_stress}$$

$$Vega\ modèle_{DDLMM} = \frac{\partial BE}{\partial \bar{\sigma}_k(t)} = \sum_{\alpha=1}^{30} \sum_{\beta=1}^{30} \boxed{\frac{\partial BE}{\partial \theta_{\alpha\beta}}} \times \boxed{\frac{\partial \theta_{\alpha\beta}}{\partial \bar{\sigma}_k(t)}}$$

Impact sur le BE obtenu par Monte Carlo → **connu**

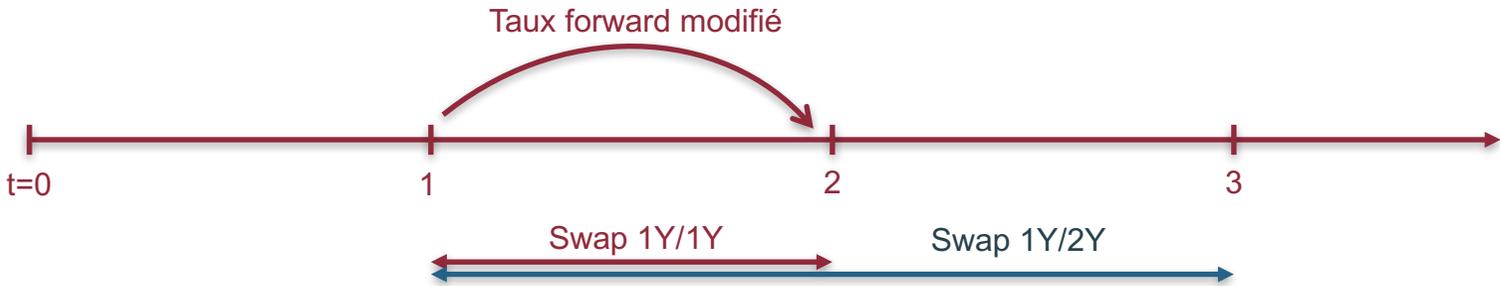
Impact sur le BE d'un changement de volatilité de la swaption → **Vega recherché**

Impact sur la volatilité de la swaption d'un changement de volatilité du taux forward → **connu**

# Pondération dans le calibrage du LMM

## Choix du panier d'instruments financiers

- ❖ **Difficulté** : Un taux forward peut impacter plusieurs swaptions à la fois
  - ❖ Exemple : cas du choc du forward 1Y → 2Y
  - ❖ Ce taux intervient dans les swap commençant en  $t=1$ , et de ténor 1Y et 2Y
  - ❖ Les swaptions 1Y/1Y et 1Y/2Y seront impactées toutes les deux



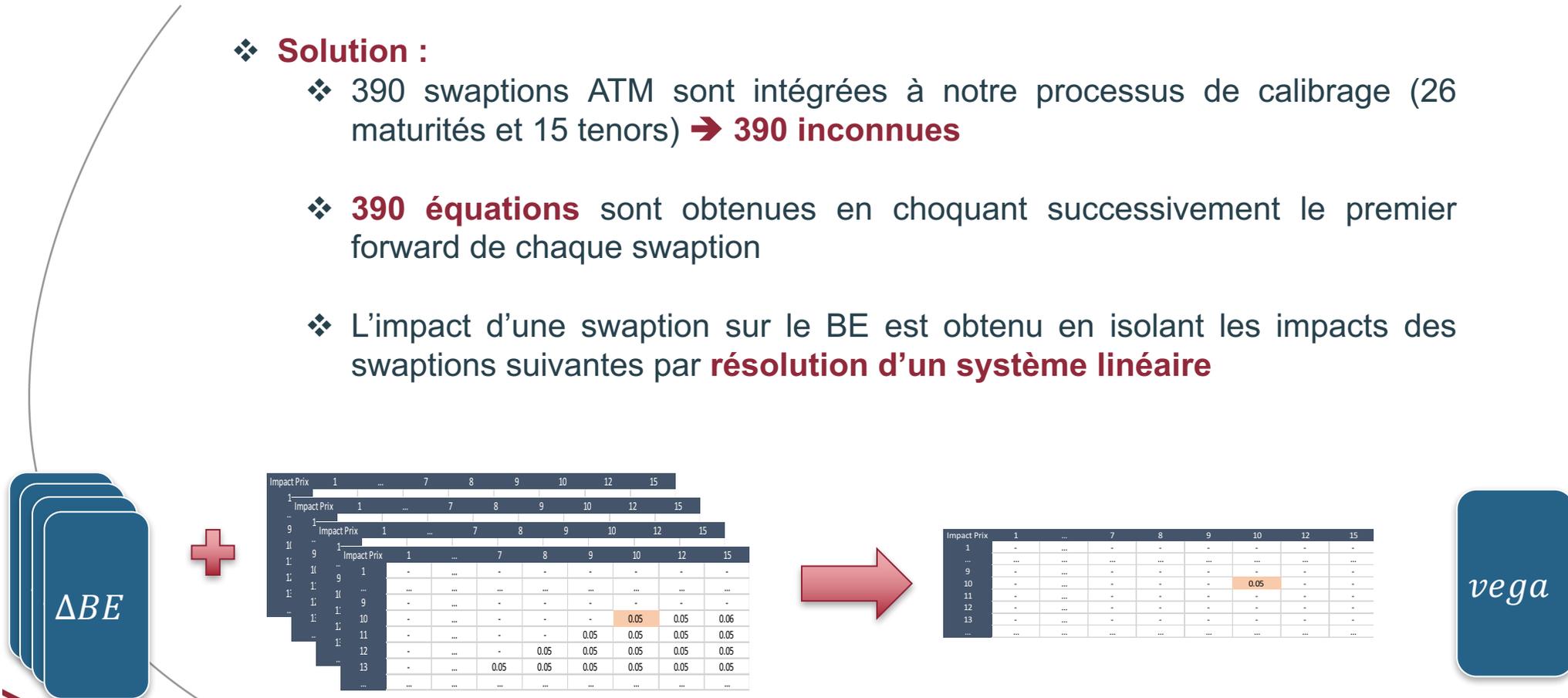
| Impact Prix | 1   | ... | 7    | 8    | 9    | 10   | 12   | 15   | 20   | 25   | 30   |
|-------------|-----|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1           | -   | ... | -    | -    | -    | -    | -    | -    | -    | -    | -    |
| ...         | ... | ... | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  |
| 9           | -   | ... | -    | -    | -    | -    | -    | -    | -    | -    | -    |
| 10          | -   | ... | -    | -    | -    | 0.05 | 0.06 | 0.06 | 0.06 | 0.05 | 0.05 |
| 11          | -   | ... | -    | -    | -    | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| 12          | -   | ... | -    | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| 13          | -   | ... | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 0.05 |
| ...         | ... | ... | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  |

# Pondération dans le calibrage du LMM

Choix du panier d'instruments financiers

## ❖ Solution :

- ❖ 390 swaptions ATM sont intégrées à notre processus de calibrage (26 maturités et 15 tenors) → **390 inconnues**
- ❖ **390 équations** sont obtenues en choquant successivement le premier forward de chaque swaption
- ❖ L'impact d'une swaption sur le BE est obtenu en isolant les impacts des swaptions suivantes par **résolution d'un système linéaire**

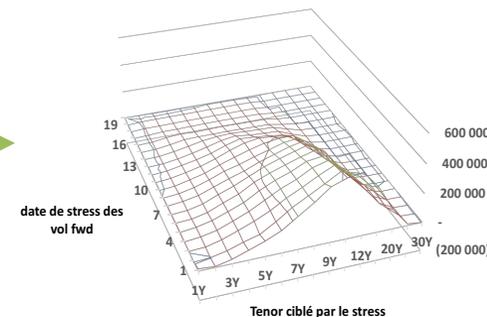


# Pondération dans le calibrage du LMM

## Choix du panier d'instruments financiers

❖ Résultats sur un contrat euro avec un TMG à 0% :

$$\text{Vega modèle}_{DDLMM} = \frac{\partial BE}{\partial \bar{\sigma}_k(t)}$$



$$\text{Vega de marché du Best Estimate} = \frac{\partial BE}{\partial \theta_{\alpha\beta}}$$

$\beta$

$\alpha$

| Maturité \ Tenor | 1Y             | 2Y               | 3Y             | 4Y             | 5Y              | 6Y            | 7Y             | 8Y              | 9Y            | 10Y            | 12Y             | 15Y           | 20Y           | 25Y        | 30Y        |
|------------------|----------------|------------------|----------------|----------------|-----------------|---------------|----------------|-----------------|---------------|----------------|-----------------|---------------|---------------|------------|------------|
| 1                | 3 043          | - 3 008          | 1 908          | 2 519          | - 1 938         | 1 733         | 2 692          | - 3 240         | 4 248         | - 1 627        | 2 821           | - 3 386       | 10 549        | 1 152      | 26         |
| 2                | 66             | - 4 371          | 2 957          | 7 130          | - 5 957         | 6 440         | 4 883          | - 2 095         | 528           | 2 522          | 9 037           | - 6 291       | 10 146        | - 399      | 26         |
| 3                | 1 507          | - 2 694          | 2 361          | 9 139          | - 1 120         | 19            | 4 202          | - 7 443         | 5 788         | 15 657         | - 34 314        | 42 766        | 12 110        | 723        | 115        |
| 4                | 2 209          | - 1 677          | 1 626          | 7 240          | - 6 910         | 10 914        | 5 788          | - 14 368        | 15 718        | 9 388          | - 4 544         | 7 323         | 2 651         | - 768      | 163        |
| 5                | 2 251          | - 18 998         | 3 794          | 22 573         | - 11 944        | 20 104        | 4 620          | - 12 617        | 16 590        | 30 465         | - 11 635        | 65 977        | 25 454        | 699        | 71         |
| 6                | 5 596          | - 15 934         | 3 275          | 28 651         | - 17 129        | 14 133        | 16 040         | - 293           | 2 726         | 34 339         | - 29 032        | 3 419         | 3 169         | - 125      | 139        |
| 7                | 1 656          | - 2 763          | 14 496         | 23 751         | - 1 878         | 12 115        | 17 481         | - 3 217         | 6 471         | 44 930         | - 7 715         | 7 572         | 703           | - 77       | 85         |
| 8                | 16 695         | - 9 764          | 3 172          | 16 789         | - 25 977        | 22 900        | 5 137          | - 3 867         | 16 674        | 15 087         | - 16 187        | 1 608         | 2 838         | 244        | 268        |
| 9                | 25 516         | - 61             | 21 551         | 3 062          | - 41 244        | 5 897         | 6 019          | - 7 917         | 1 388         | 44 300         | - 39 808        | 17 999        | 4 265         | - 411      | 456        |
| 10               | 26 848         | - 8 837          | 27 396         | 8 700          | - 23 464        | 30 510        | 14 711         | - 4 013         | 24 620        | 41 851         | - 4 091         | 15 050        | 243           | - 152      | 169        |
| 11               | 26 104         | - 19 097         | 39 213         | 8 722          | - 12 010        | 31 906        | 33 869         | - 4 252         | 94            | 35 804         | - 9 412         | 13 353        | 0             | - 195      | 215        |
| 12               | 18 117         | - 37 454         | 31 826         | 16 313         | - 9 713         | 15 884        | 52 553         | - 17 343        | 14 937        | 21 903         | - 5 877         | 5 569         | 0             | - 111      | 122        |
| 13               | 14 128         | - 30 066         | 27 747         | 8 221          | - 836           | 1 079         | 44 012         | - 5 513         | 1 396         | 27 484         | - 8 567         | 1 187         | 0             | - 318      | 348        |
| 14               | 11 504         | - 36 906         | 33 784         | 13 341         | - 22 477        | 2 633         | 20 246         | - 7 758         | 5 035         | 20 386         | - 20 936        | 10 028        | 0             | - 311      | 343        |
| 15               | 9 289          | - 34 181         | 34 643         | 24 419         | - 19 976        | 8 534         | 11 994         | - 1 590         | 668           | 24 442         | - 8 149         | 249           | 0             | - 200      | 220        |
| 16               | 7 632          | - 33 183         | 28 017         | 15 894         | - 1 862         | 1 793         | 10 175         | - 145           | 2 266         | 35             | - 10 950        | -             | -             | -          | -          |
| 17               | 3 816          | - 17 693         | 8 568          | 6 004          | - 2 291         | 756           | 6 645          | - 3 031         | 4 084         | 20 433         | - 10 918        | -             | -             | -          | -          |
| 18               | 4 375          | - 8 958          | 802            | 3 935          | - 649           | 208           | 203            | - 839           | 1 298         | 1 147          | -               | -             | -             | -          | -          |
| 19               | 3 866          | - 3 313          | 1 980          | 946            | - 689           | 376           | 136            | - 432           | 3 078         | 13 568         | -               | -             | -             | -          | -          |
| 20               | -              | -                | -              | -              | -               | -             | -              | -               | -             | -              | -               | -             | -             | -          | -          |
| <b>Total</b>     | <b>162 307</b> | <b>- 251 391</b> | <b>245 600</b> | <b>178 513</b> | <b>- 14 475</b> | <b>97 561</b> | <b>260 999</b> | <b>- 68 545</b> | <b>74 520</b> | <b>403 073</b> | <b>- 54 768</b> | <b>49 636</b> | <b>26 509</b> | <b>762</b> | <b>696</b> |

Vega directionnel du BE = 700k€ pour une hausse de 1bp de la volatilité

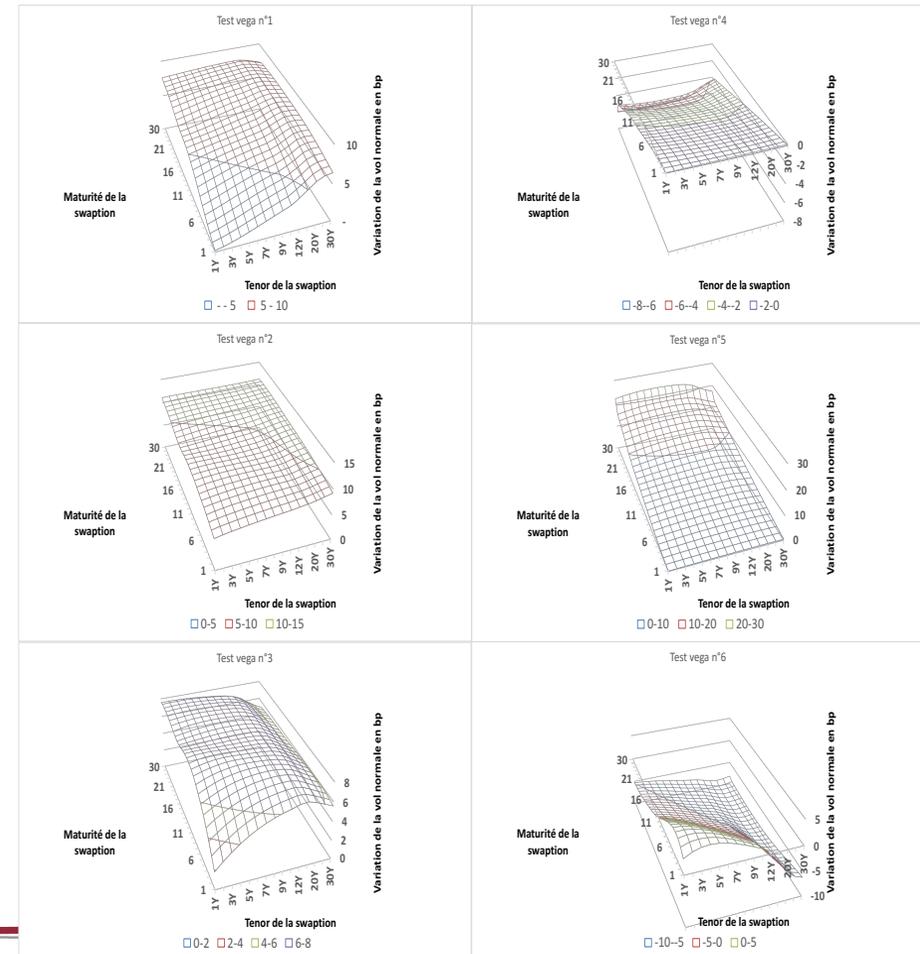
- ❖ Validation de l'approche :
  - ❖ Construction d'un lot de surfaces de volatilités stressées
  - ❖ Calcul du BE associé → impact réel
  - ❖ Estimation de l'impact à l'aide du vega

$$\text{Impact Estimé} = \sum vega_{i,j} \times \Delta vol_{i,j}$$

### ❖ Tests de robustesse

#### ❖ Déformations des surfaces de volatilités

- ❖ Test 1 : hausse non uniforme : **+0 / +7bp**
- ❖ Test 2 : hausse non uniforme : **+6 / +11bp**
- ❖ Test 3 : ajout d'une bosse de volatilités : **+2 / +8bp**
- ❖ Test 4 : baisse progressive des volatilités : **-2 / -6bp**
- ❖ Test 5 : hausse des volatilités longues : **+0 / +24bp**
- ❖ Test 6 : hausse sur le court terme et baisse sur le long terme : **-9 / +5bp**



- ❖ Tests de robustesse
  - ❖ Résultats obtenus

| <u>En Keuros</u> |                 |                   |            |                   |                                  |
|------------------|-----------------|-------------------|------------|-------------------|----------------------------------|
| Tests            | BE central (MC) | BE post test (MC) | delta (MC) | Vega x Variations | delta expliqué avec le vega en % |
| Test n°1         | 2 016 351       | 2 020 601         | 4 251      | 4 274             | 99.4%                            |
| Test n°2         | 2 016 351       | 2 022 632         | 6 281      | 6 422             | 97.8%                            |
| Test n°3         | 2 016 351       | 2 021 559         | 5 208      | 5 275             | 98.7%                            |
| Test n°4         | 2 016 351       | 2 015 214         | - 1 137    | - 1 203           | 94.2%                            |
| Test n°5         | 2 016 351       | 2 020 372         | 4 021      | 3 981             | 99.0%                            |
| Test n°6         | 2 016 351       | 2 014 246         | - 2 105    | - 2 171           | 96.9%                            |

- ❖ En moyenne, **le vega explique 97% des effets d'une déformation** de la nappe de volatilités sur le Best Estimate.

# Pondération dans le calibrage du LMM

Impact final

## ❖ Sélection des instruments financiers pour le calibrage

### ➤ A dire d'expert

|                  |   | Poids des swaptions ATM dans le calibrage |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|--|
| Maturité \ Tenor | 1 | 2   | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 25 | 30 |  |
| 1                |   |   |   |   |   | 1 |   | 1 |   | 10 |    |    |    |    |    |  |
| 2                |   |   |   |   |   | 1 |   | 1 |   | 10 |    | 1  |    |    |    |  |
| 3                |   |   |   |   |   | 1 |   | 1 |   | 10 |    | 1  |    |    |    |  |
| 4                |   |   |   |   |   | 1 |   | 1 |   | 10 |    | 1  |    |    |    |  |
| 5                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 6                | 1 | 1   | 1 | 1 |   | 1 |   | 1 |   | 10 |    | 1  |    |    |    |  |
| 7                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 8                | 1 | 1   | 1 | 1 |   | 1 |   | 1 |   | 10 |    | 1  |    |    |    |  |
| 9                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 10               | 1 | 1   | 1 | 1 |   | 1 |   | 1 |   | 10 |    | 1  |    |    |    |  |
| 11               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 12               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 13               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 14               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 15               |   | 1   | 1 | 1 |   | 1 |   | 1 |   | 10 |    | 1  |    |    |    |  |
| 16               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 17               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 18               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 19               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 20               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |



ratio : 239%

### ➤ Avec la prise en compte du vega

|                  |   | Poids des swaptions ATM dans le calibrage |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
|------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|--|
| Maturité \ Tenor | 1 | 2   | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 12 | 15 | 20 | 25 | 30 |  |
| 1                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 2                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 3                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 4                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 5                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 6                |   |   |   |   |   | 1 |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 7                |   |   |   |   |   | 1 |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 8                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 9                |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 10               | 1 |   |   |   |   | 1 |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 11               | 1 |   |   |   |   | 1 |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 12               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 13               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 14               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 15               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 16               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 17               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 18               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 19               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |
| 20               |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |    |    |    |    |    |  |



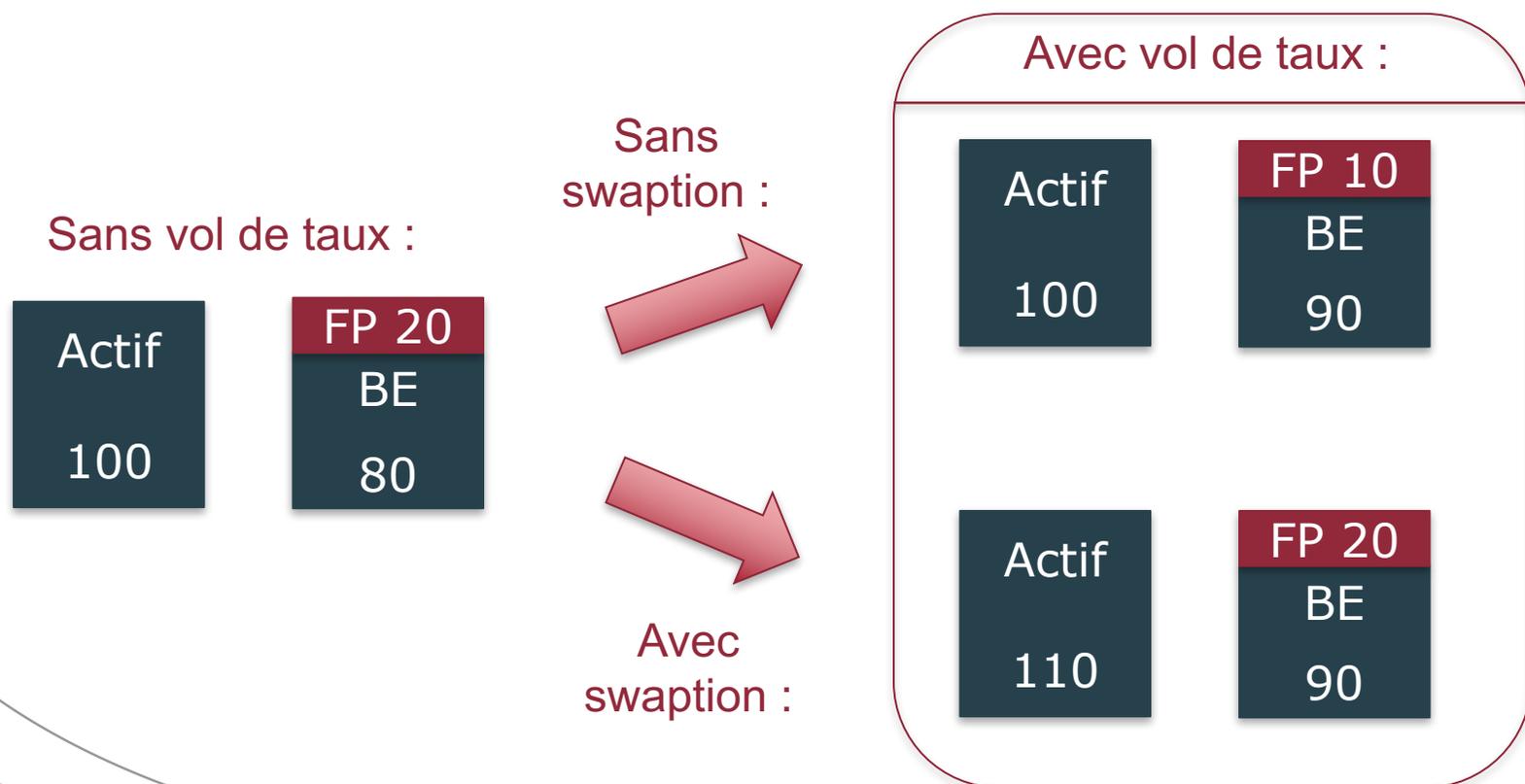
ratio : 234%

## ❖ Le calibrage se fera sur les zones sensibles du Best Estimate

# Pondération dans le calibrage du LMM

## Ouverture sur le hedging de passif

- ❖ La sensibilité du BE à la volatilité provient du passif, et peut se hedger :
  - ❖ Achat en fonds propres d'une swaption couvrant parfaitement le vega du passif:



- ❖ Objectivation du panier d'instruments à utiliser pour le **calibrage à l'aide du vega** permettant la **suppression du dire d'expert** du processus de calibrage
- ❖ Modélisation du **risque de change améliorant la précision du Best Estimate**
- ❖ Le calcul du vega ouvre la voie à des stratégies de couverture pour protéger les **intérêts des assurés** et des **fonds propres**.