

Apport des modèles cliométriques composites à la construction des tables de mortalité prospectives des pays émergents et moins avancés

Kué Gilles Gaba



Motivations

● Principales motivations de notre démarche :

- Etudier les difficultés techniques des actuaires dans les pays émergents et en développement, en ce qui concerne la construction des tables de génération.
 - ▶ **Ce sujet impacte aussi bien les assureurs et que les régulateurs.**

- Capitaliser sur nos travaux de thèse de doctorat, en les réadaptant dans une optique professionnelle

- Notre objectif technique : améliorer les projections actuarielles de mortalité grâce à
 - ▶ **la généralisation des techniques factorielles**
 - ▶ **et à l'utilisation de la méthode cliométrique**

- Notre objectif business : développer notre activité d'actuariat conseil et logiciel sur les marchés émergents et en développement en maîtrisant les techniques actuarielles adaptées
 - ▶ **Initialisation en zone CIMA**

Sommaire

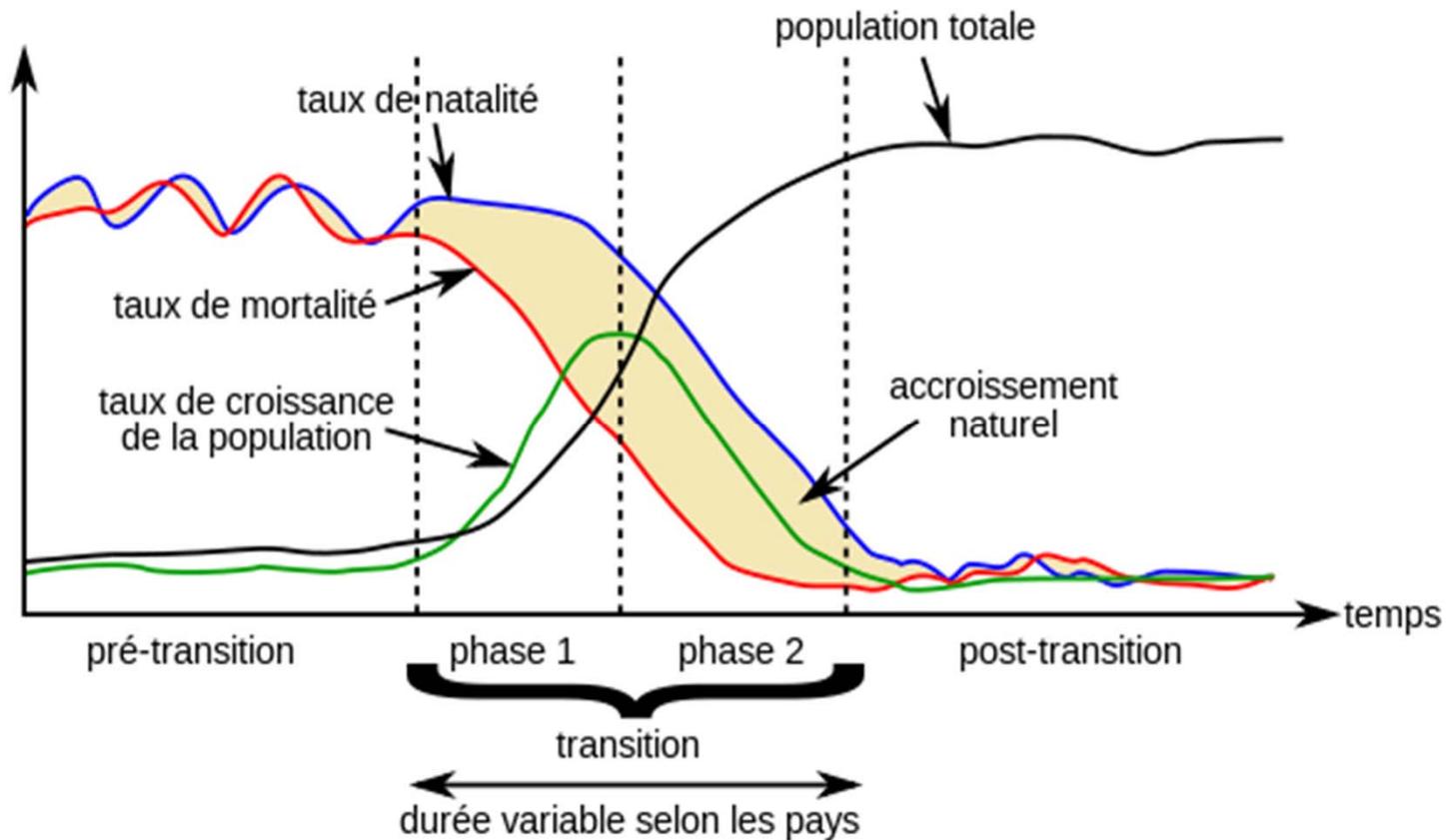
- **Cadre historique et conceptuel**
- **Problématiques et limites des approches actuelles**
- **Originalités méthodologiques de notre approche**
- **Quelques résultats empiriques**
- **Perspectives et travaux futurs**

Cliométrie

- Clio pour « Histoire », métrie pour « mesure » : La cliométrie se définit donc comme l'étude quantitative de l'Histoire
- Approche **multidisciplinaire**, **quantitative** et de **long terme**
- Indicateurs mesurables sur le long terme (plusieurs générations)
 - ▶ **Données démographiques (mortalité/survie, reproduction, migrations)**
 - ▶ **Données sociales, éducatives, économiques**
 - ▶ **Données climatiques, environnementales**
- L'approche quantitative et multidisciplinaire de l'Histoire permet :
 - ▶ **Une lecture des évènements Historiques par rapport aux tendances de long terme**
 - ▶ **La détection des tendances lourdes multigénérationnelles et des schémas transitionnels mondiaux**
 - ▶ **La prospective à long terme (multi-générationnelle) dans les domaines démographique, sociale ou économique.**

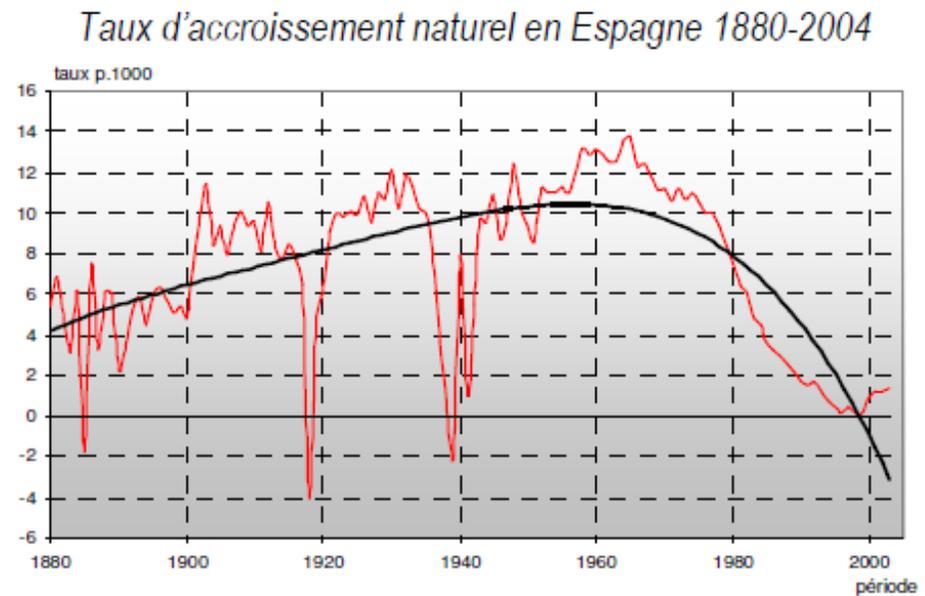
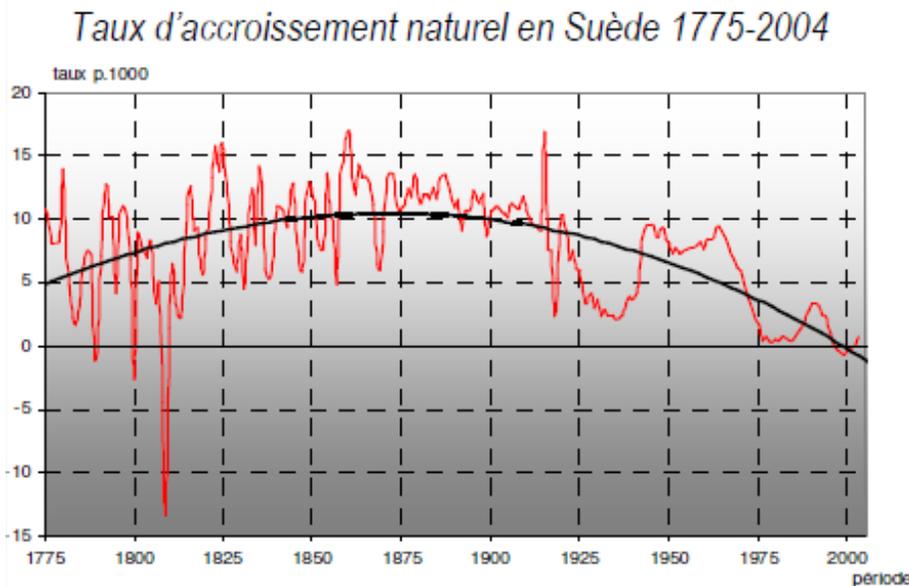
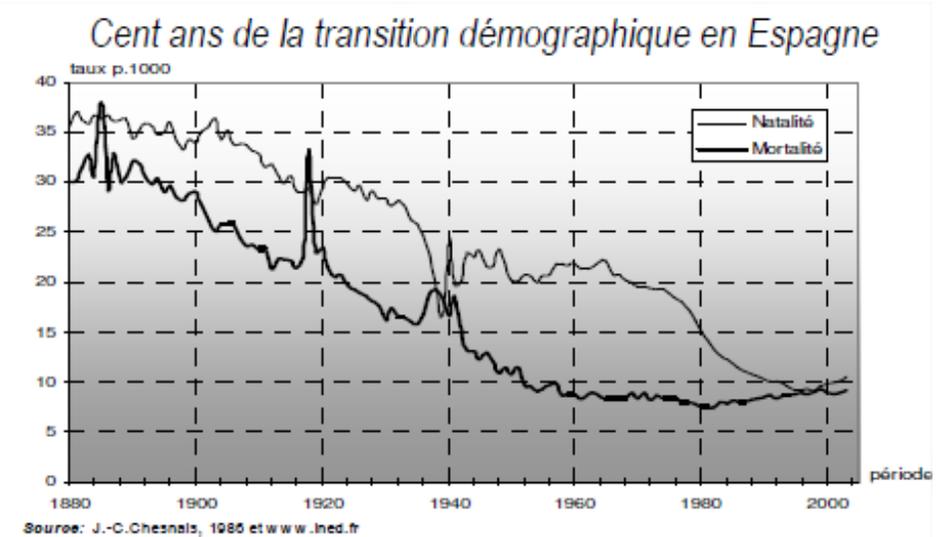
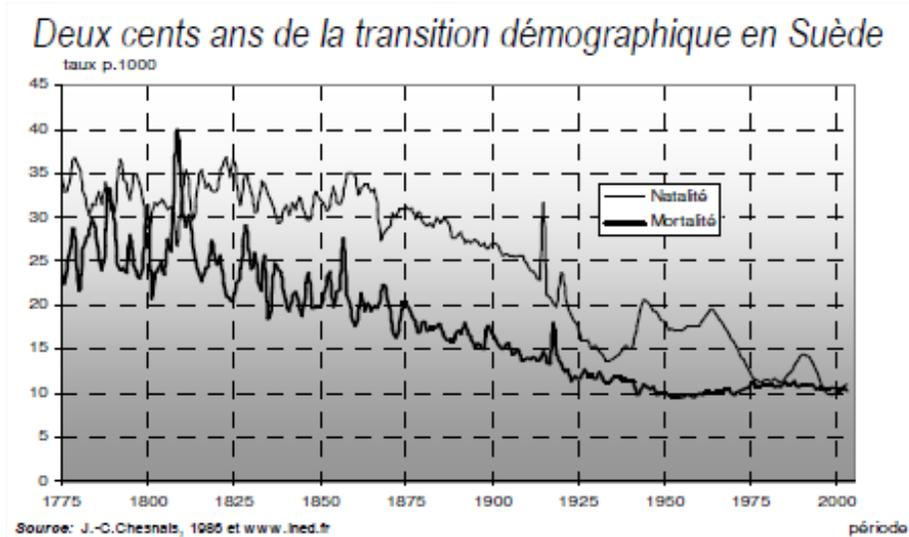
Transition démographique

- Schéma général de la transition démographique (Avdeev A., 2014)



Transition démographique

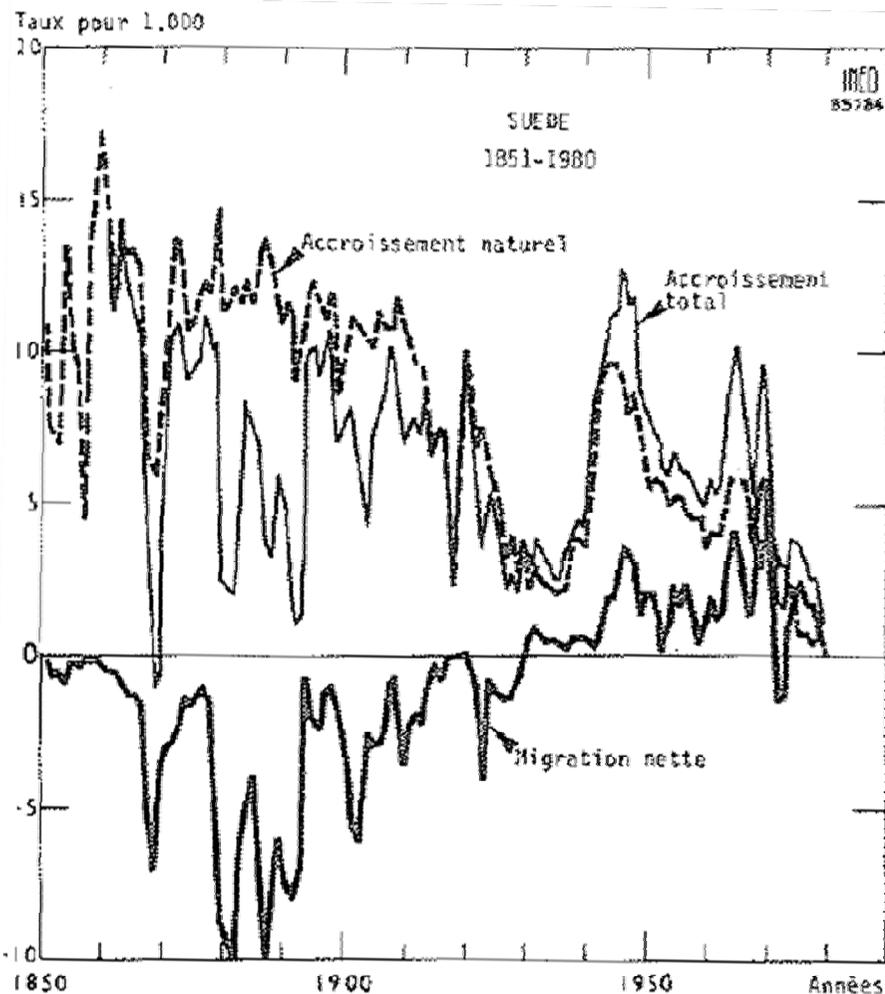
✦ (Avdeev A., 2014)



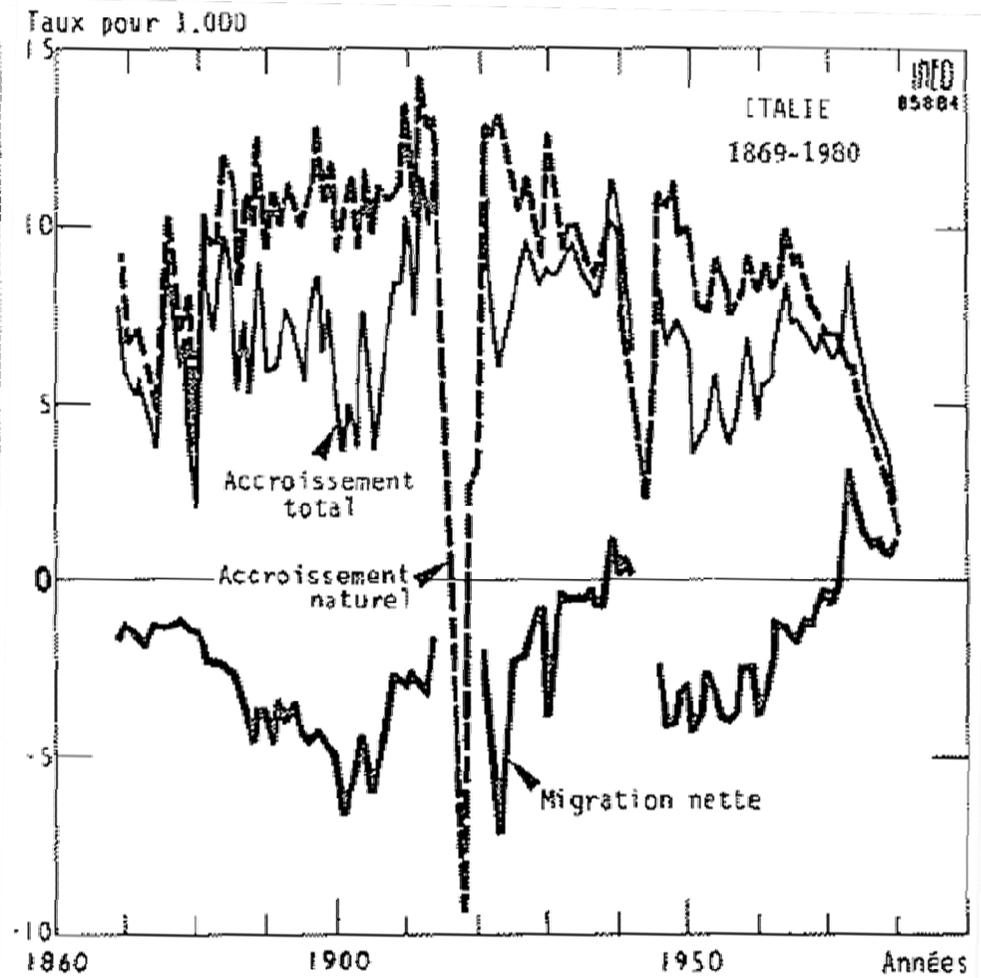
Transition démographique

- Ne pas oublier : La transition migratoire (Chesnais, 1986)

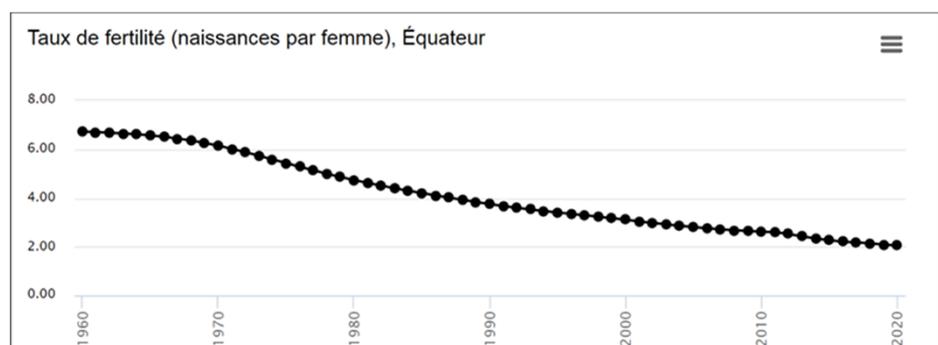
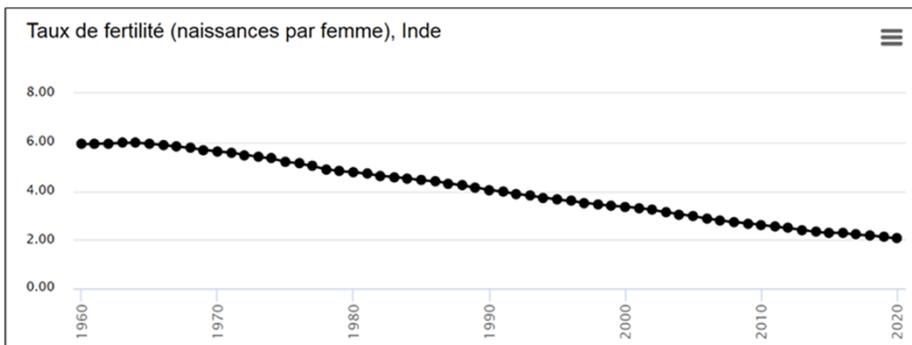
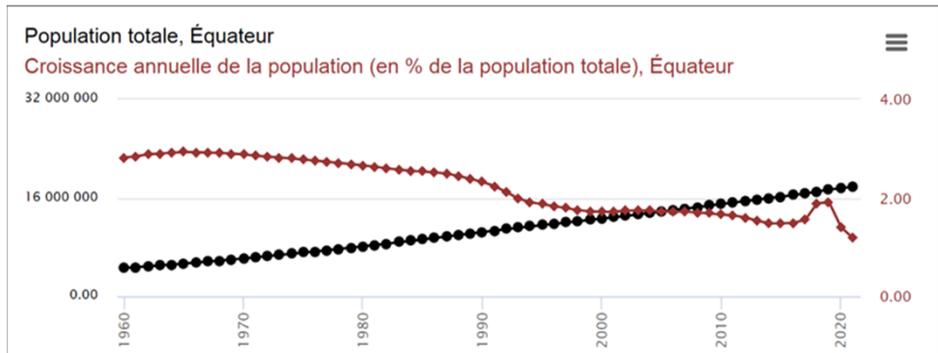
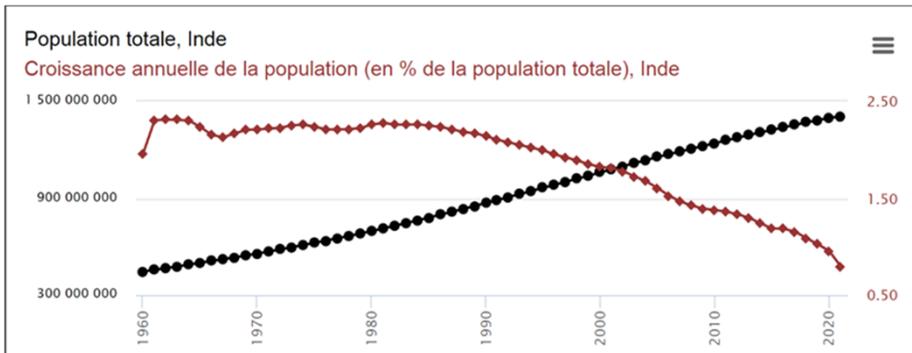
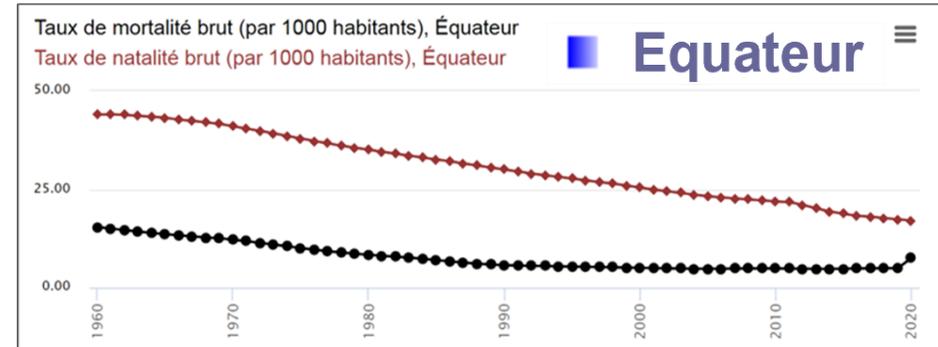
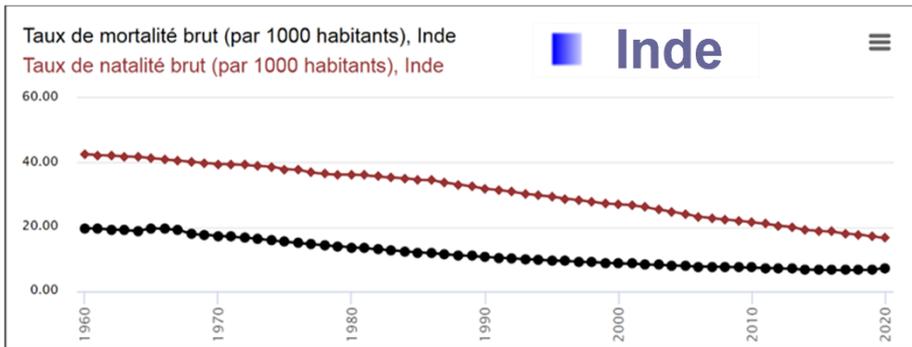
■ Suède



■ Italie



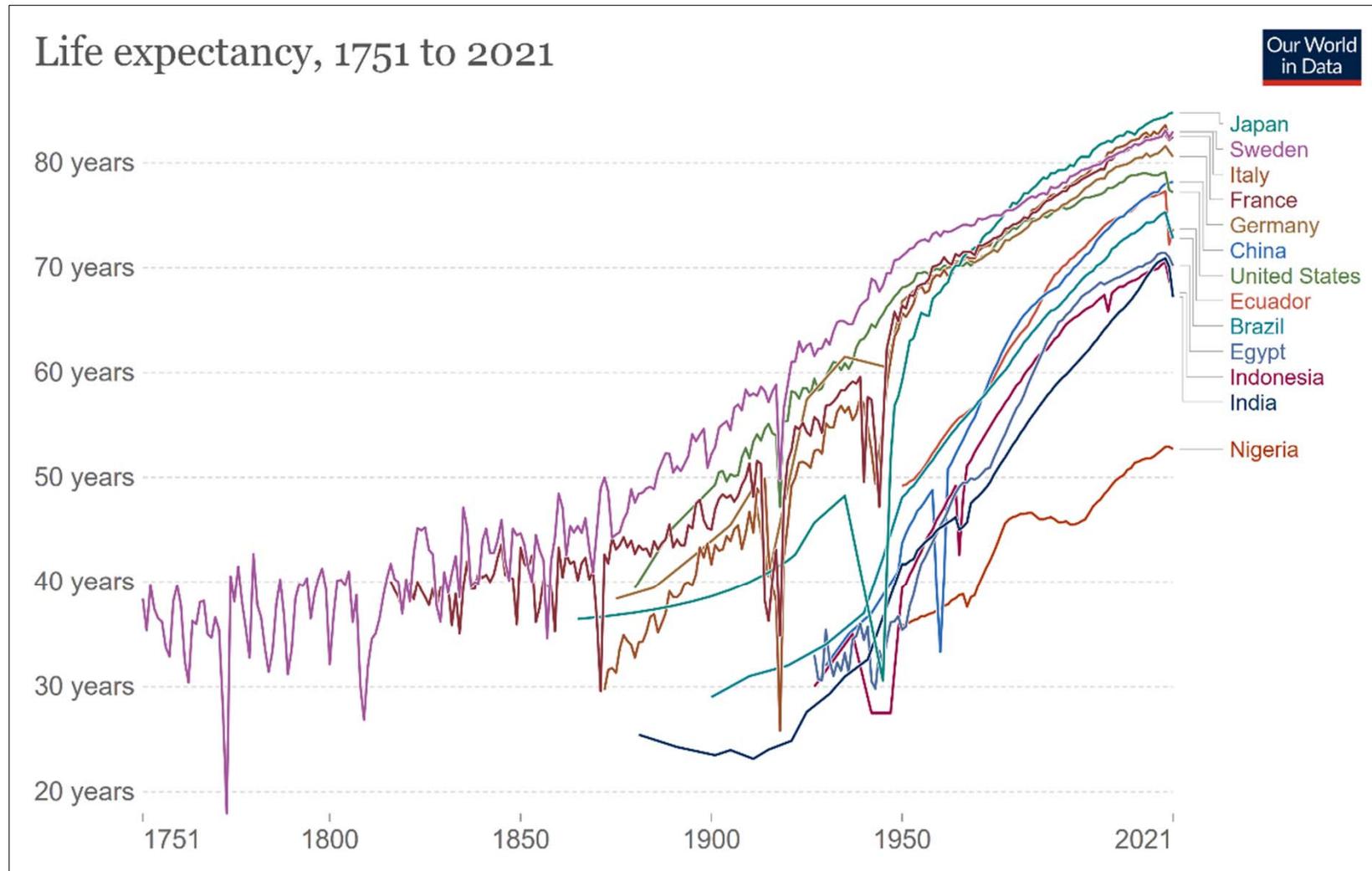
Transition démographique



Transition démographique

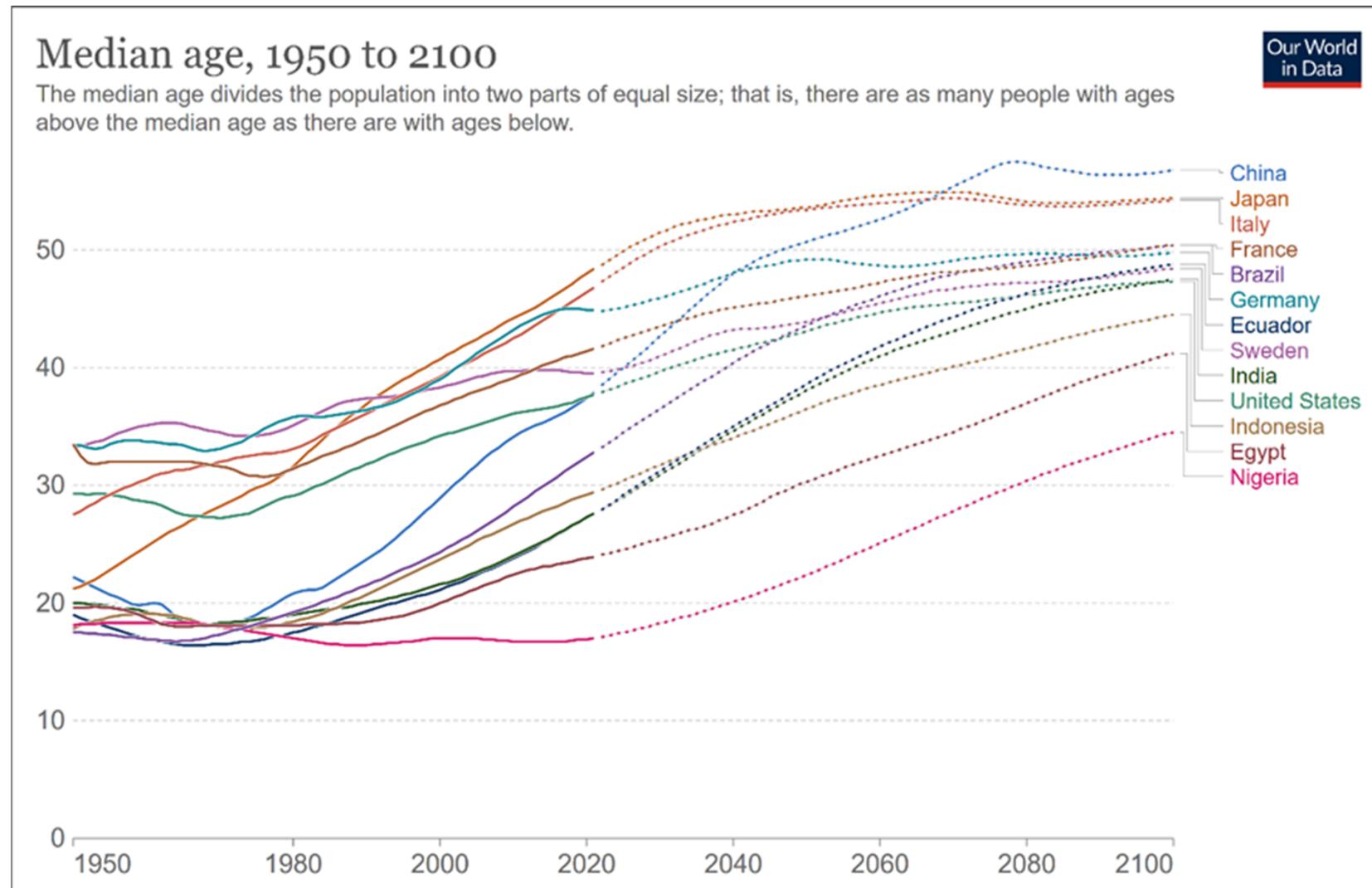
● Longévité

■ Espérance de vie à 10 ans



Transition démographique

Vieillesse



Problématique de données de mortalité selon les pays

● Pays développés

- ▶ Globalement l'OCDE
- ▶ Historiques de plusieurs générations (souvent plus de 4 générations)
- ▶ Instituts de statistiques produisant des données standardisées et de fiabilité « acceptable »
- ▶ Bases de données internationales : HMD, World Pop. Prospects (WPP)

● Pays émergents

- ▶ Critères du FMI : PIB par habitant, PIB, l'ouverture aux échanges et la stabilité financière
- ▶ BRICS, Indonésie, Malaisie, Mexique, Philippines, Thaïlande, Turquie ...
- ▶ Historique et fiabilité des données sont variables selon les pays
- ▶ Bases de données internationales : Human Life-table Database, WPP (?)

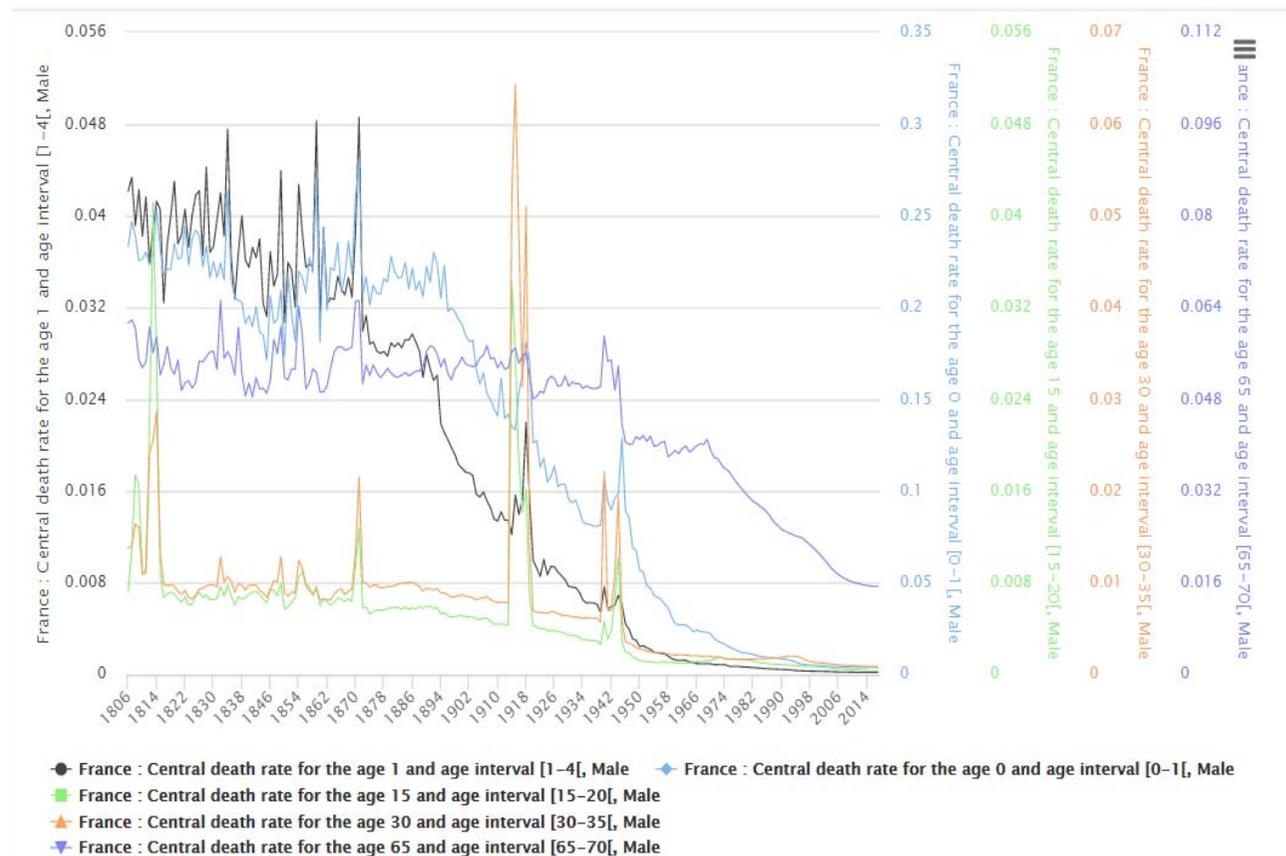
● Pays en voie de développement et pays les moins avancés

- ▶ Historiques réguliers très récents (années 2000)
 - ✦ Exception importante : mortalité infantile
- ▶ Fiabilité et standardisation variables mais en cours d'amélioration
- ▶ Bases de données internationales : HLD, WPP (?)

Problématiques méthodologiques communes à tous les pays

■ Constats empiriques 1

- ▶ **Décalages temporels** et **différences d'allure** dans les courbes des taux de mortalité selon les âges
- ▶ Si une composante temporelle unique reflète la transition démographique du point de vue de la mortalité globale, la **prise en compte de la transition sanitaire qui affecte les âges de manière différenciée**, nécessite des composantes temporelles différenciées par tranche d'âge



Problématiques méthodologiques communes à tous les pays

■ Constat méthodologique 1

- ▶ Pour chaque âge, le modèle de Lee-Carter est une régression
 - ⊕ **sur la 1ère composante principale** de la table des séries temporelles centrées des mortalités par âge
 - ⊕ **à un facteur multiplicatif près**, selon la contrainte posée sur les paramètres

■ Originalité méthodologique 1

- ▶ Généraliser les modèles de mortalité classiques (Lee-Carter et ses variantes),
 - ⊕ en sélectionnant de manière optimale (minimisation du MSE de validation croisée), une ou plusieurs composantes principales (régression PCR) ou composantes PLS (régression PLS),
 - ⊕ pour chaque âge modélisé
- ▶ Deux types de modèles internes **multifactoriels** :
 - ⊕ Modèles internes à facteurs PCR-optimal
 - ⊕ Modèles internes à facteurs PLS
- ▶ + Bagging : Moyenne des deux modèles précédents

Problématiques méthodologiques communes à tous les pays

■ Constat méthodologique 2

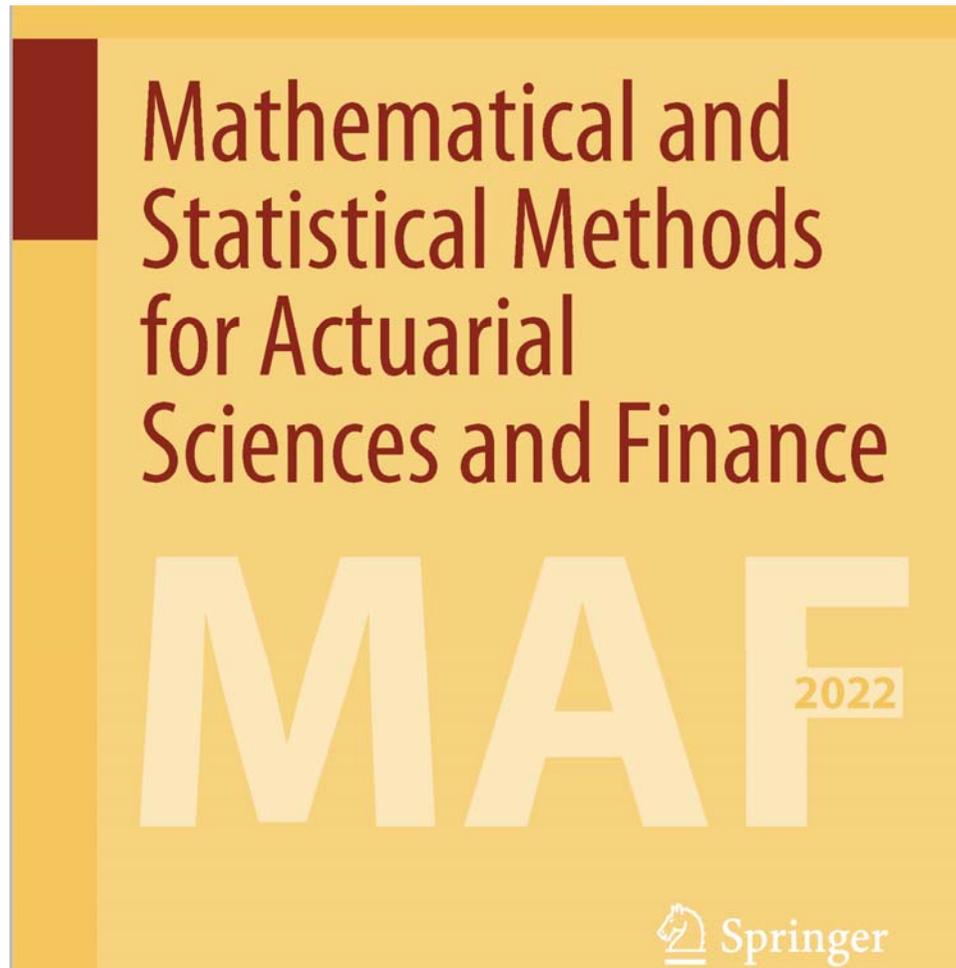
- ▶ **Même classe de modèles** appliquée à la modélisation de toutes les courbes des taux de mortalité par âge
- ▶ Classe de modèles : ensemble de modèles caractérisés par la même spécification sur les critères suivants
 - ⊕ Ensemble des séries explicatives initiales
 - ⊕ Procédure de sélection des séries explicatives
 - ⊕ Formulation mathématique
 - ⊕ Loi et méthode d'estimation

■ Originalité méthodologique 2

- ▶ Optimisation du choix méthodologique pour chaque âge modélisé
 - ⊕ **Possibilité d'attribuer différentes classes de modèles à différents âges**
- ▶ Proposition modèle interne **composite** à facteurs PCR-Optimal/PLS
- ▶ Modélisation en 2 itérations pour calculer les performances sans biais
 - ⊕ Itération 1 : Choix **a posteriori** du Best Model Class pour chaque âge
 - Historique : $t_0 ; t_1$
 - Prévisions : $t_1 + 1 ; t_2$
 - ⊕ Itération 2 : Pour chaque âge, utilisation **a priori** du Best Model Class de l'itération 1
 - Historique : $t_0 ; t_2$
 - Prévisions : $t_2 + 1 ; t_3$

Problématiques méthodologiques communes à tous les pays

- Publication du 1^{er} article : en cours
 - ▶ Modèle interne **composite** à facteurs PCR-Optimal/PLS



Problématiques méthodologiques communes à tous les pays

Cliometrics and Actuarial Science: New Avenues for Enriching Prospective Mortality Table Construction Models

Kué Gilles Gaba¹, Stéphane Loisel² and Antoine Parent³

¹ Laboratoire SAF, Institut de Science Financière et d'Assurances, Université Lyon 1
kue.gilles.gaba@actuariatech.com

² Laboratoire LIRSA, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris
stephane.loisel@lecnam.net

³ Laboratoire d'Économie Dionysien, Université Paris 8
antoine.parent02@univ-paris8.fr

Abstract. In a cliometric context of demographic and epidemiological transitions, we have improved the accuracy of actuarial age-specific mortality projections by developing the multifactor composite PCR-optimal/PLS model. The results show that the proposed model performs well compared to conventional approaches, although variations by age bracket suggest opportunities for improvement.

Keywords: Prospective mortality table, Actuarial mortality forecasting, Multifactorial composite PCR-optimal/PLS model, Cliometrics

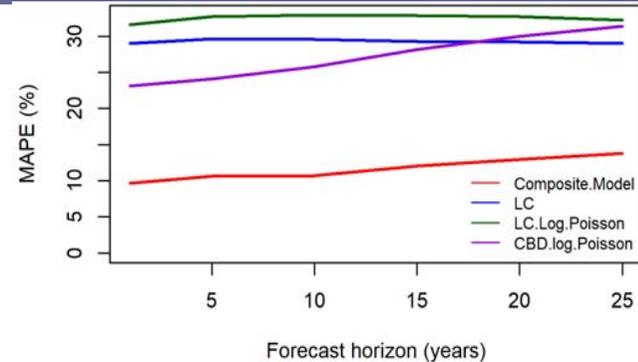
1 Introduction

The article has a twofold aim: to fulfil the cliometric objective of measuring History and to develop a prospective modelling of mortality tables. Indeed, the evolution of mortality rates is the counterpart of the historical experiences (epidemics, medical progress, improvement of living conditions, wars, revolutions, etc.) of humanity in different regional realities. The

Problématiques méthodologiques communes à tous les pays

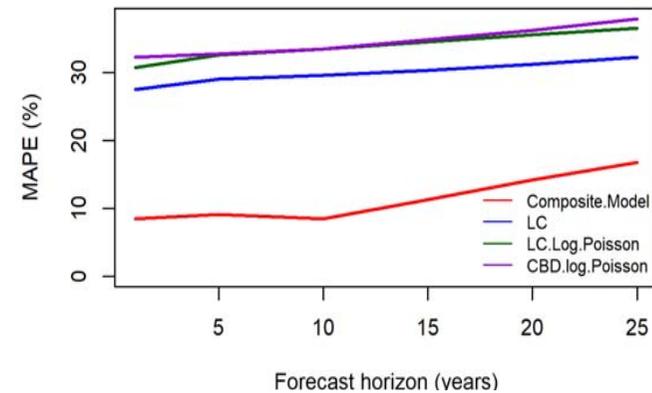
■ France

- ▶ **MAPE CM vs Average : -55%**
- ▶ **MAPE CM vs Best : -52%**



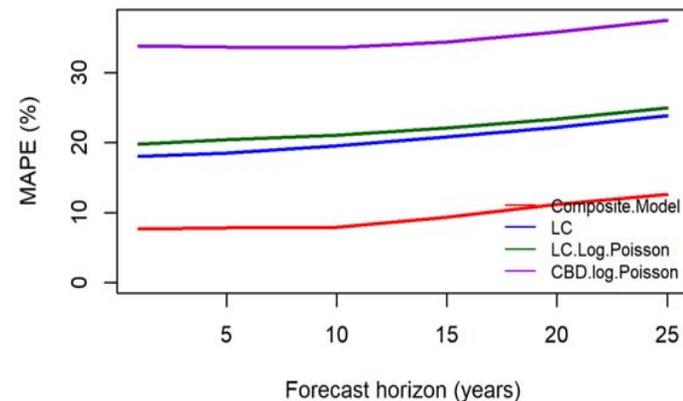
■ Italy

- ▶ **MAPE CM vs Average : -53%**
- ▶ **MAPE CM vs Best : -48%**



■ Espagne

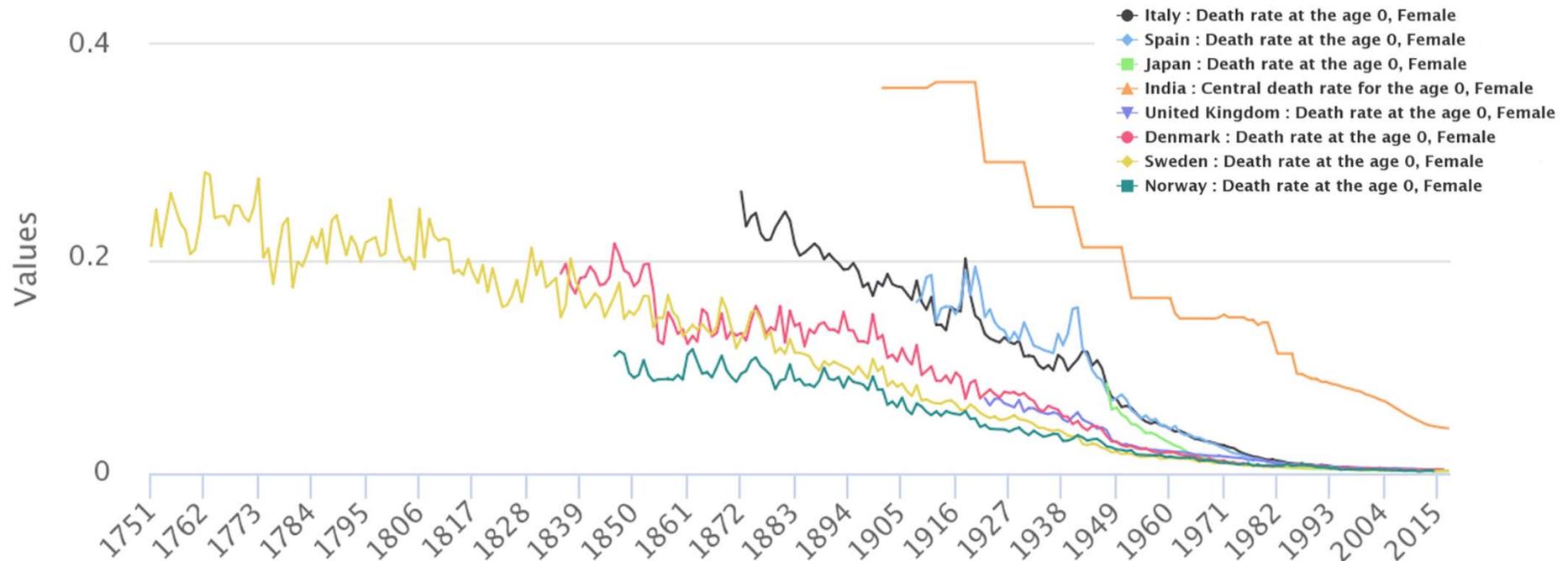
- ▶ **MAPE CM vs Average : -56%**
- ▶ **MAPE CM vs Best : -47%**



Problématique méthodologique spécifique aux pays émergents et pays en voie de développement

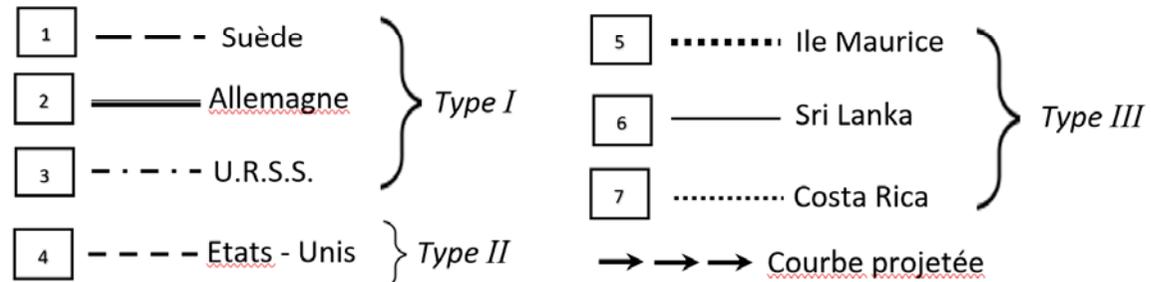
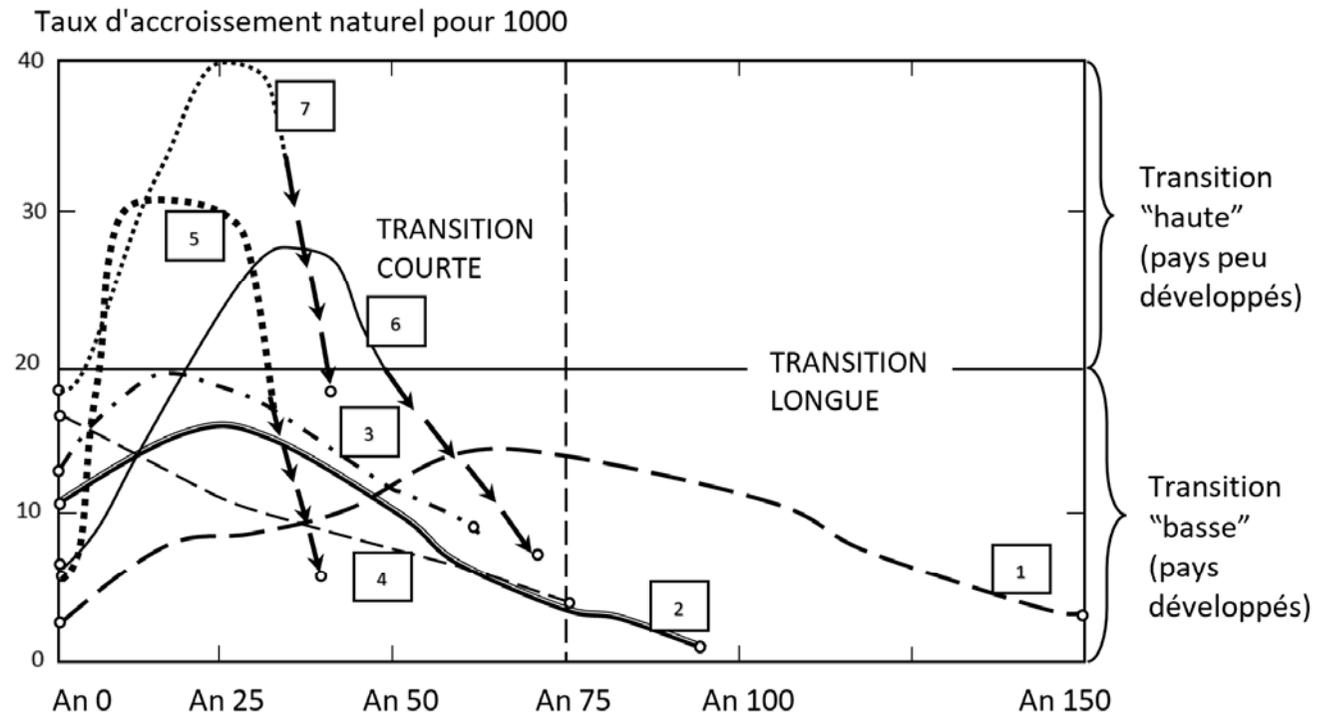
■ Constats empiriques 3

- ▶ Transition démographique **universelle**, se déroulant par **vagues** (cohortes) de pays
- ▶ **Rythmes** des changements transitionnels **hétérogènes** d'une cohorte de pays à l'autre
 - ⊕ Pays les plus récemment entrés en transition avec changements plus rapides
- ▶ Difficulté à faire des prévisions en utilisant des modèles multivariés classiques de séries temporelles avec 'variable' exogène retardée, car le retard entre les séries n'est pas stable dans le temps



Problématique méthodologique spécifique aux pays émergents et pays en voie de développement

■ Constats empiriques 3 (suite) : Profils de transition démographique



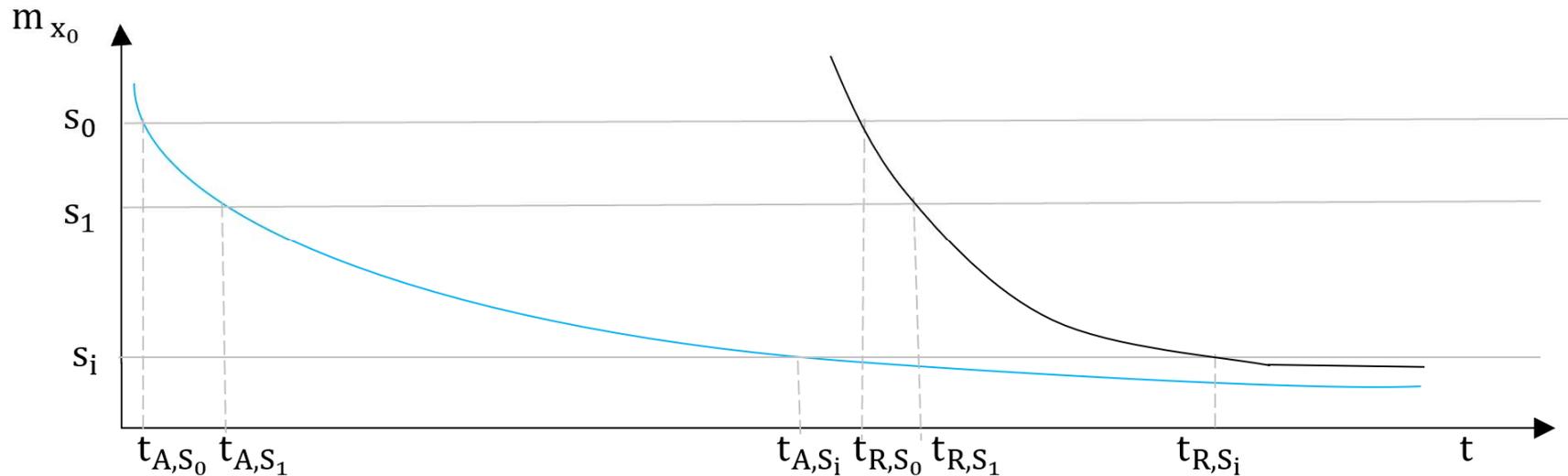
Problématique méthodologique spécifique aux pays émergents et pays en voie de développement

- Originalité méthodologique 3: Pays ayant un historique **suffisant** pour les modèles internes de prospective
 - ▶ Utiliser l'histoire quantitative des mortalités des **pays transitionnellement plus âgés (A)**, pour tenter d'améliorer les prévisions à long terme de mortalité dans les **pays transitionnellement moins âgés (R)**
 - ▶ **Série cliométrique de mortalité à l'âge x du pays R par rapport au pays A ($C_{R,A,x}$)** : série créée à partir des données historiques du pays A (transitionnellement plus âgé que le pays R), **pour jouer un rôle de série exogène dans les modèles de prévisions de mortalité du pays R**
 - ▶ Cette série cliométrique exogène de mortalité sera construite de sorte à avoir la **même allure temporelle que dans le pays A mais adaptée au rythme du pays R à modéliser**
 - ▶ La série cliométrique sera ainsi utilisée comme série explicative **supplémentaire** dans les modèles internes de mortalité du pays R
 - ▶ Modèle développé : modèle **mixte cliométrique** et **composite** à facteurs PCR-optimal/PLS
 - ⊕ Modèle mixte : à la fois interne et externe (via l'utilisation de l'historique du pays A qui joue le rôle de référence externe)
 - ⊕ Modèle composite : les âges sont modélisés de façon indépendante et peuvent donc recourir à des classes de modèles diversifiées (choix du ou des pays A, facteurs PCR-O ou PLS)

Problématique méthodologique spécifique aux pays émergents et pays en voie de développement

■ Originalité méthodologique 3 (suite)

▶ Appariement des courbes de mortalité des pays A (bleue) et R (noire)



Les s_i sont des valeurs seuils du taux de mortalité m_{x_0} ,

$t_{A,s_i} = \inf \{t \in \mathbb{N}, m_{A,x_0,t} \leq s_i\}$ et $t_{R,s_i} = \inf \{t \in \mathbb{N}, m_{R,x_0,t} \leq s_i\}$.

Soient $t_A = (t_{A,s_i}), i \in \mathbb{N}$ et $t_R = (t_{R,s_i}), i \in \mathbb{N}$ deux séries des dates d'atteinte des valeurs $(s_i), i \in \mathbb{N}$, de la mortalité à l'âge x_0 , respectivement dans les pays A et R.

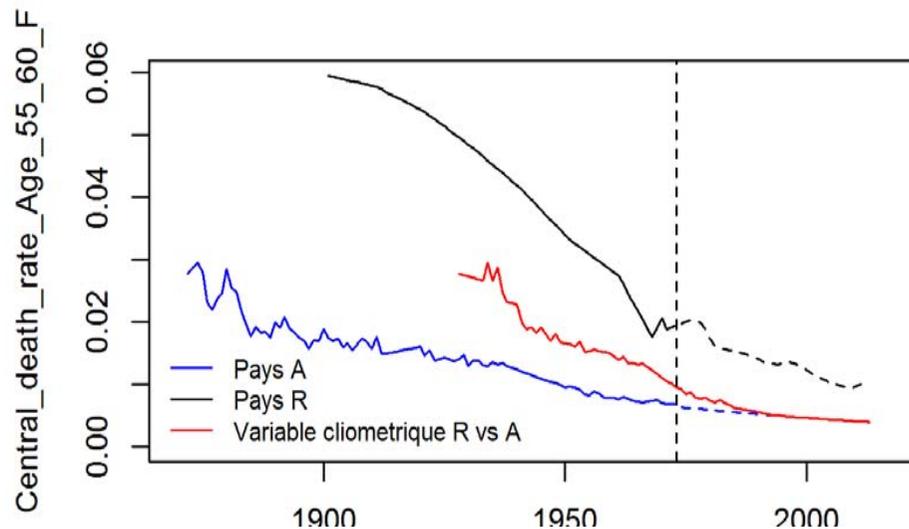
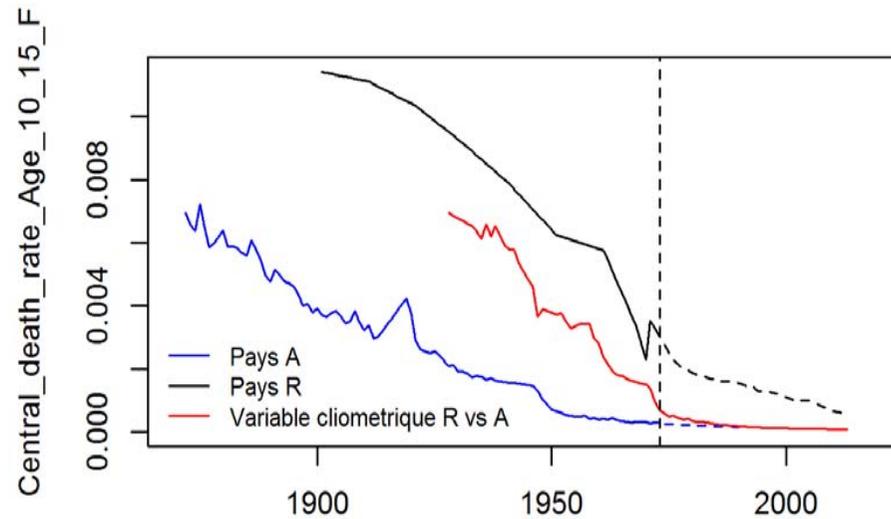
Les points de la série *explicative cliométrique* à l'âge x du pays R par rapport au pays A ($\mathcal{C}_{R,A,x}$) sont définis par les couples $(t_{R,s_i}, m_{A,x,t_{A,s_i}}), i = 0, \dots, r$:

$$\mathcal{C}_{R,A,x,t_{R,s_i}} : t_{R,s_i} \mapsto m_{A,x,t_{A,s_i}}$$

Problématique méthodologique spécifique aux pays émergents et pays en voie de développement

■ Originalité méthodologique 3 (suite)

- ▶ Pays A : Italie
- ▶ Pays R : Inde



Problématique méthodologique spécifique aux pays émergents et pays en voie de développement

- Originalité méthodologique 4 : Pays ayant un historique **insuffisant** pour les modèles internes de prospective
 - ▶ Utiliser l'histoire quantitative des mortalités des **pays transitionnellement plus âgés (A)**, pour tenter d'améliorer les prévisions à long terme de mortalité dans les **pays transitionnellement moins âgés (R)**
 - ⊕ En exploitant le fait que la **mortalité infantile** a un **historique relativement** long dans les pays en développement
 - ▶ **L'appariement** entre le **pays d'expérience R** et le **pays de référence A** :
 - ⊕ 1. permet de créer plusieurs séries cliométriques pour chaque âge du pays R (par rapport à un ou plusieurs pays A, avec divers paramétrages de sexe ou d'âge).
 - ⊕ 2. Ces séries cliométriques qui ont par construction des valeurs dans le passé et dans le futur, sont des séries explicatives potentielles dans les modèles **externes cliométriques** pour le pays d'expérience R

Problématique méthodologique spécifique aux pays émergents et pays en voie de développement

■ Originalité méthodologique 4 : Pays ayant un historique **insuffisant** pour les modèles internes de prospective

► Modèles externes cliométriques adaptés des modèles externes classiques

⊕ Nous proposons les 3 classes de modèles externes cliométriques suivants, adaptés des modèles classiques externes :

- **Modèle externe cliométrique adapté du modèle externe de BRASS**

$$\text{logit} \left(q_{x,tR,s_i}^{exp} \right) = \theta_1 + \theta_2 \times \text{logit} \left(q_{x,tA,s_i}^{ref} \right)$$

- **Modèle externe cliométrique adapté du modèle externe de COX**

$$\mu_{x,tR,s_i}^{exp} = \theta \times \mu_{x,tA,s_i}^{ref}, \theta > 0$$

- **Modèle externe cliométrique adapté du modèle externe de TGH05-TGF05**

$$\text{logit} \left(q_{x,tR,s_i}^{exp} \right) = a_x \text{logit} \left(q_{x,tA,s_i}^{ref} \right) + b_x$$

⊕ Les trois modèles ci-dessus peuvent être combinés dans le modèle composite suivant :

- **Modèle externe cliométrique composite mélangeant les adaptations de BRASS/COX/TGH05-TGF05**

Problématique méthodologique spécifique aux pays émergents et pays en voie de développement

■ Originalité méthodologique 4 : Pays ayant un historique **insuffisant** pour les modèles internes de prospective (suite)

▶ **Modèles externes cliométriques adaptés des modèles multifactoriels**

- ⊕ Nous proposons les 2 classes de modèles externes cliométriques suivants, adaptés des modèles à facteurs PCR-Optimal ou PLS :
 - **Modèle externe cliométrique à facteurs PCR-Optimal** (construits à partir des séries cliométriques)
 - **Modèle externe cliométrique à facteurs PLS** (construits à partir des séries cliométriques)
- ⊕ Les trois modèles ci-dessus peuvent être combinés dans le modèle composite suivant :
 - **Modèle externe cliométrique composite à facteurs PCR-Optimal/PLS**

Quelques résultats empiriques : modèles mixtes cliométriques composites à facteurs PCR-Optimal/PLS

- **Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Inde**
- **Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Equateur**
- **Les modèles dont les performances sont comparées sont :**
 - **Modèle Lee-carter (LC),**
 - **Modèle LC Log-Poisson,**
 - **Modèle CBD Log-Poisson,**

 - **Modèle mixte cliométrique composite à facteurs PCR-Optimal/PLS (Cliometric composite model)**

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Inde

Paramétrages associés au pays « **R** » transitionnellement « moins âgé » (ou pays d'expérience) à modéliser

- Pays « R » : Inde
- Source des données : Les données par tranche d'âge de l'Inde et l'Italie sont issues de la base de données Human Life-table Database (HLD) publiées par la Max Planck Institute for Demographic Research (2023).
- Variable étudiée : Probabilité de décès (femmes)
- Liste des transformations préalables (moyennes mobiles) : "Interpolation + CMA5"
- Ages étudiés : Age 0, et tranches d'âge de 1 à 80 ans

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Inde

Itérations :

- Itération 1 : Détection **a posteriori** de la meilleure classe de modèle (Best Model Class) pour chaque âge modélisé
 - Début de l'historique étudié : 1930
 - Année actuelle supposée : 1965
 - Horizon de prévision : 1990 (25 ans)
- Itération 2 : Utilisation **a priori** de la meilleure classe de modèle (Best Model Class) pour chaque âge modélisé
 - Début de l'historique étudié : 1930
 - Année actuelle supposée : 1990
 - Horizon de prévision : 2015 (25 ans)

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Inde

Paramétrage et performances du meilleur modèle obtenu

Paramétrages d'exploration associés aux pays de référence A

Lors de l'itération 1 de chaque âge modélisé, l'exploration consiste à tester chaque combinaison du produit cartésien des ensembles ci-dessous. Chaque ensemble désigne un paramètre et ses éléments sont les modalités du paramètre.

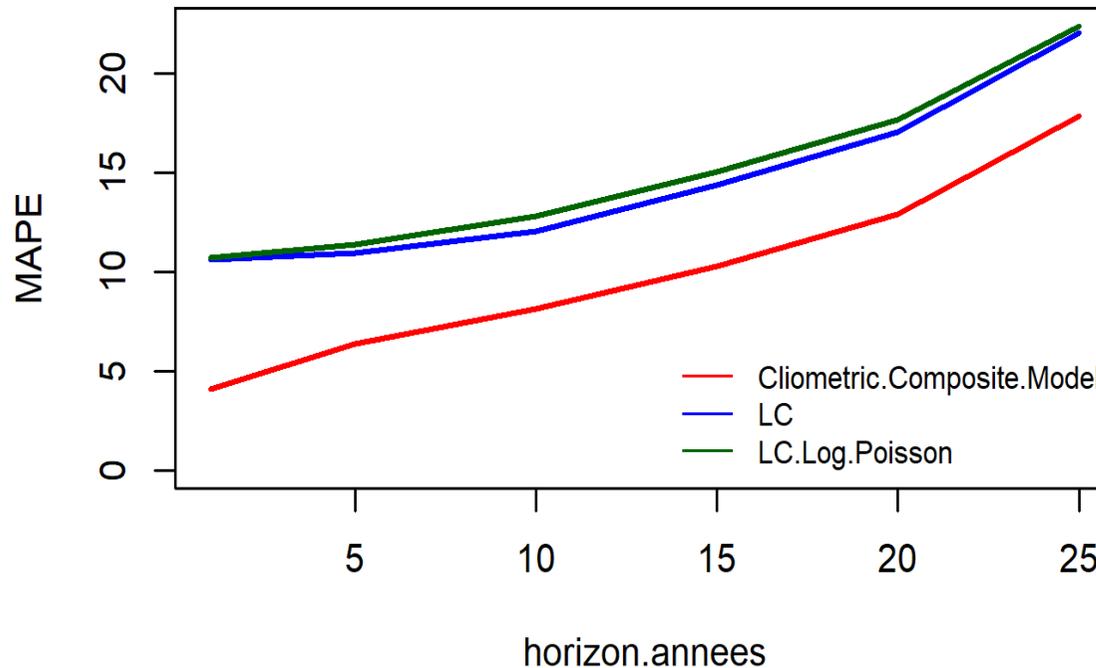
Pour chaque paramètre les modalités à tester sont :

- Liste des vecteurs de pays « A » : ("Italy"), ("Spain")
- Variable étudiée : Probabilité de décès
- Ages étudiés : Age 0, et tranches d'âge de 1 à 80 ans
- Liste de vecteurs de sexes testés : ("M"), ("F"), ("MF")
- Liste de vecteurs d'âges d'appariement testés : Age 0
- Liste des transformations préalables (moyennes mobiles) : "Interpolation + CMA5"

Source des données : Les données par tranche d'âge de l'Inde et l'Italie sont issues de la base de données Human Life-table Database (HLD) publiées par la Max Planck Institute for Demographic Research (2023).

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Inde

● Performance des modèles selon l'horizon de prévision.

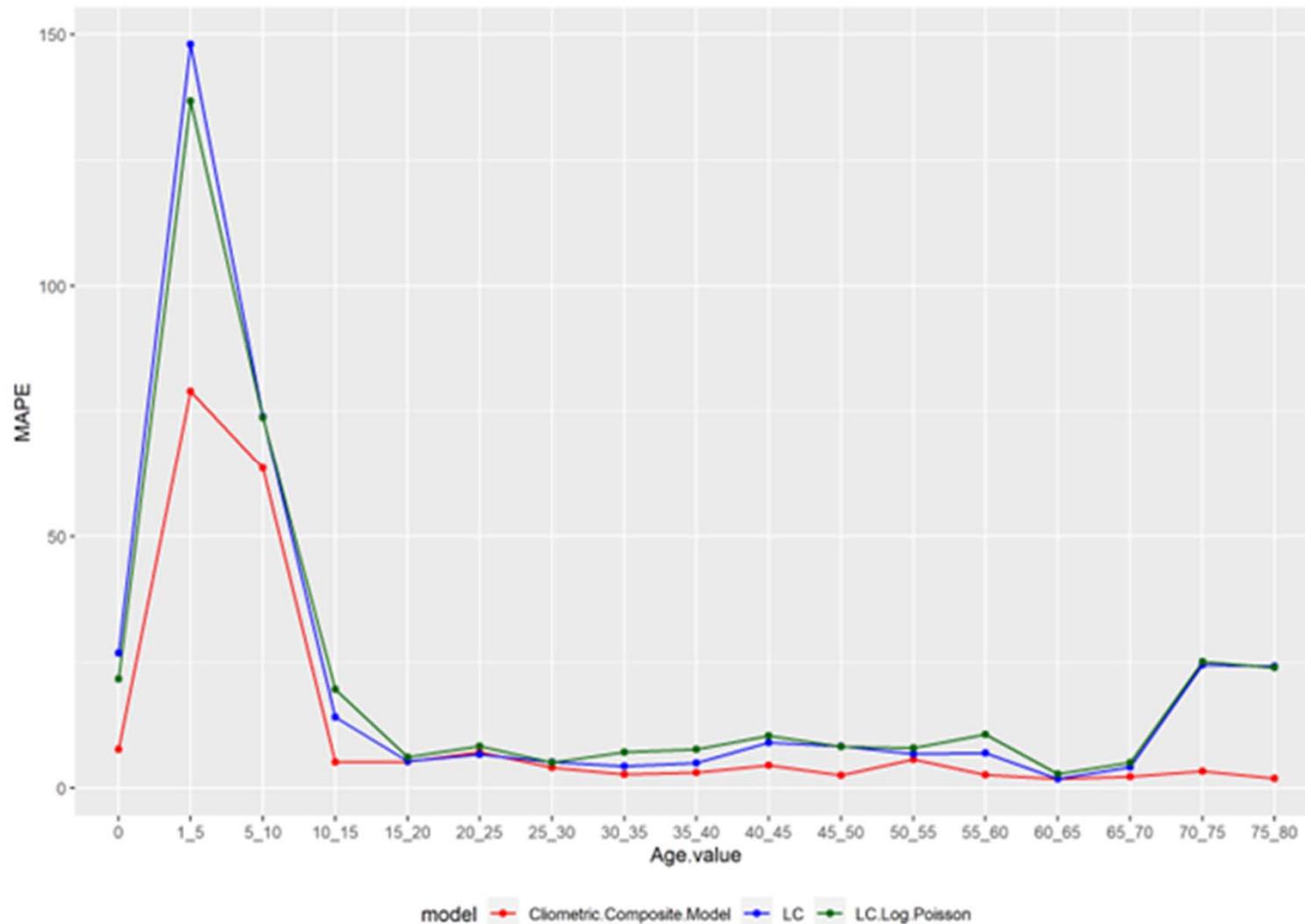


MAPE CCM vs Average : -65%
MAPE CCM vs Best : -19%

MAPE (%)	Horizons					
Modèles	1	5	10	15	20	25
CBD.log.Poisson	103,7	102,6	100,8	102,2	105,1	108,3
Cliometric.Composite.Model	4,1	6,4	8,2	10,3	12,9	17,9
LC	10,6	11,0	12,0	14,4	17,0	22,1
LC.Log.Poisson	10,7	11,4	12,8	15,0	17,6	22,4

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Inde

- MAPE tous horizons confondus, selon les différents âges modélisés (sans CBD)



Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Equateur

Paramétrages associés au pays « **R** » transitionnellement « moins âgé » (ou pays d'expérience) à modéliser

- Pays « R » : Equateur
- Source des données : Les données par tranche d'âge de l'Inde et l'Italie sont issues de la base de données Human Life-table Database (HLD) publiées par la Max Planck Institute for Demographic Research (2023).
- Variable étudiée : Probabilité de décès (femmes)
- Liste des transformations préalables (moyennes mobiles) : Aucune
- Ages étudiés : Age 0, et tranches d'âge de 1 à 80 ans

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Equateur

Itérations :

- Itération 1 : Détection **a posteriori** de la meilleure classe de modèle (Best Model Class) pour chaque âge modélisé
 - Début de l'historique étudié : 1950
 - Année actuelle supposée : 1969
 - Horizon de prévision : 1994 (25 ans)
- Itération 2 : Utilisation **a priori** de la meilleure classe de modèle (Best Model Class) pour chaque âge modélisé
 - Début de l'historique étudié : 1950
 - Année actuelle supposée : 1994
 - Horizon de prévision : 2019 (25 ans)

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Equateur

Paramétrage et performances du meilleur modèle obtenu

Paramétrages d'exploration associés aux pays de référence A

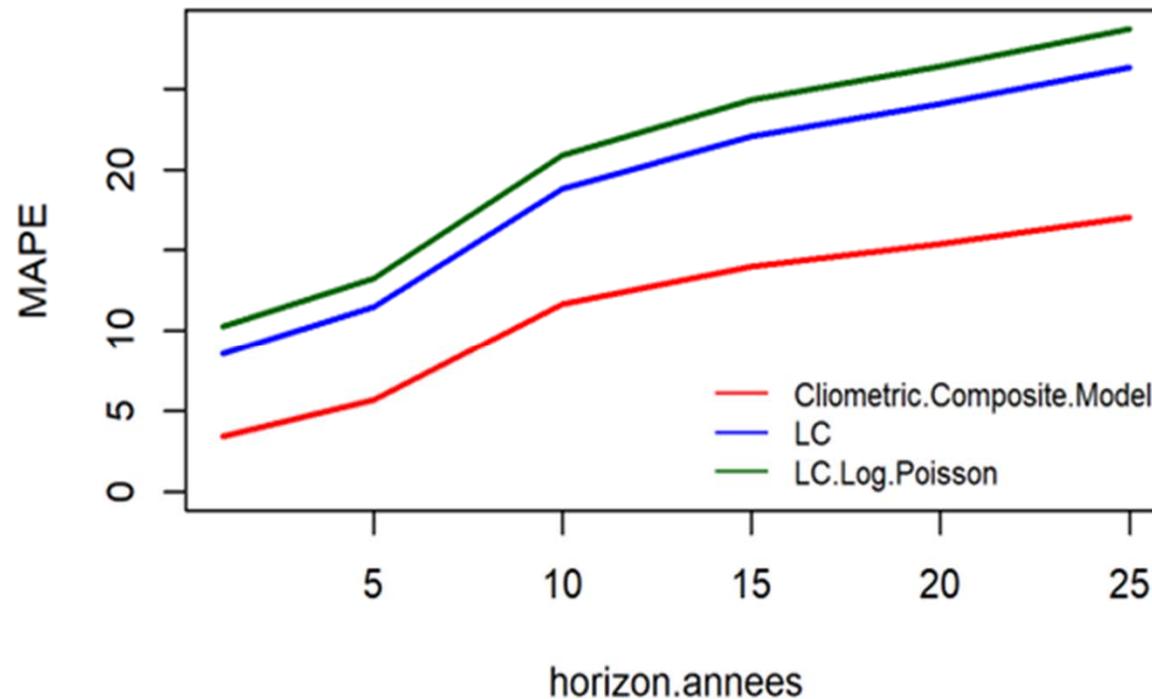
Lors de l'itération 1 de chaque âge modélisé, l'exploration consiste à tester chaque combinaison du produit cartésien des ensembles ci-dessous. Chaque ensemble désigne un paramètre et ses éléments sont les modalités du paramètre.

Pour chaque paramètre les modalités à tester sont :

- Liste des vecteurs de pays « A » : ("Danemark"), ("Spain"), ("France"), ("Italy"), ("Sweden")
- Variable étudiée : Probabilité de décès
- Ages étudiés : Age 0, et tranches d'âge de 1 à 80 ans
- Liste de vecteurs de sexes testés : ("M"), ("F"), ("MF")
- Liste de vecteurs d'âges d'appariement testés : ('0'), ('1-5'), ('5-10'), ('0', '1-5', '5-10')
- Liste des transformations préalables (moyennes mobiles) : ("Interpolation", "Interpolation + CMA5", "Interpolation + CMA7", "Interpolation + CMA9")

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Equateur

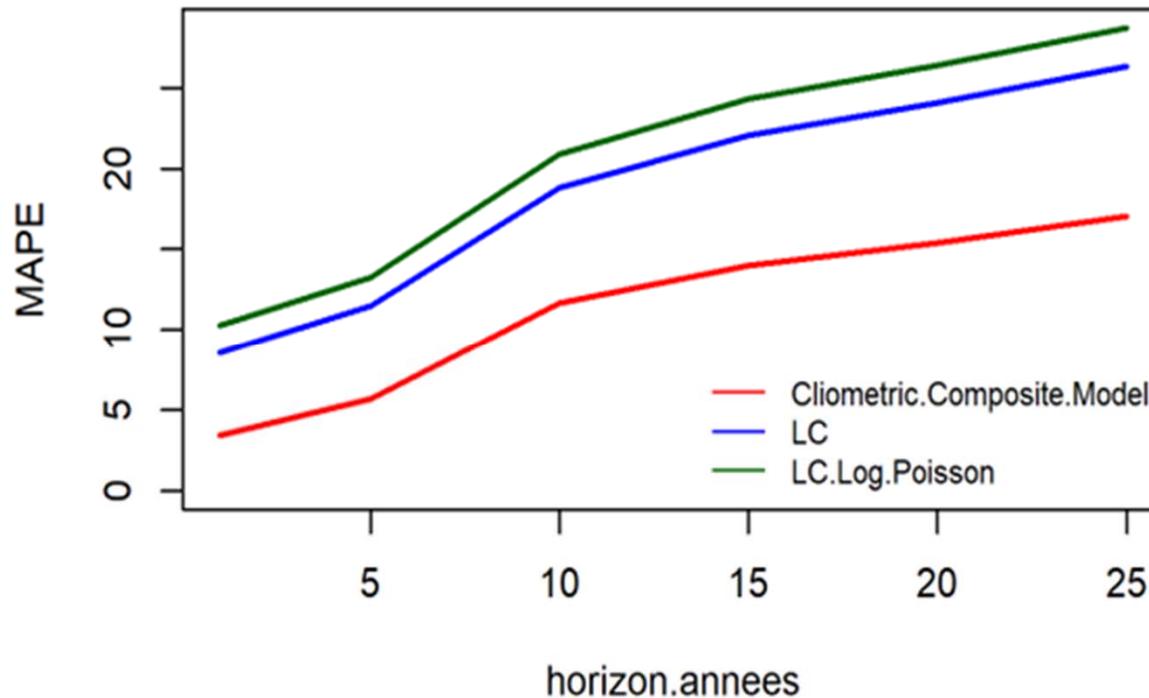
● Performance des modèles selon l'horizon de prévision



MAPE (%)	Horizons					
Modèles	1	5	10	15	20	25
CBD.log.Poisson	66,1	61,1	55,7	50,8	46,9	44,0
Cliometric.Composite.Model	3,4	5,7	11,7	14,0	15,4	17,0
LC	8,6	11,5	18,8	22,1	24,1	26,3
LC.Log.Poisson	10,2	13,2	20,9	24,3	26,4	28,7

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Equateur

● Performance des modèles selon l'horizon de prévision



Composite Model (CM)

MAPE CM vs Average : **-41%**

MAPE CM vs Best : **-27%**



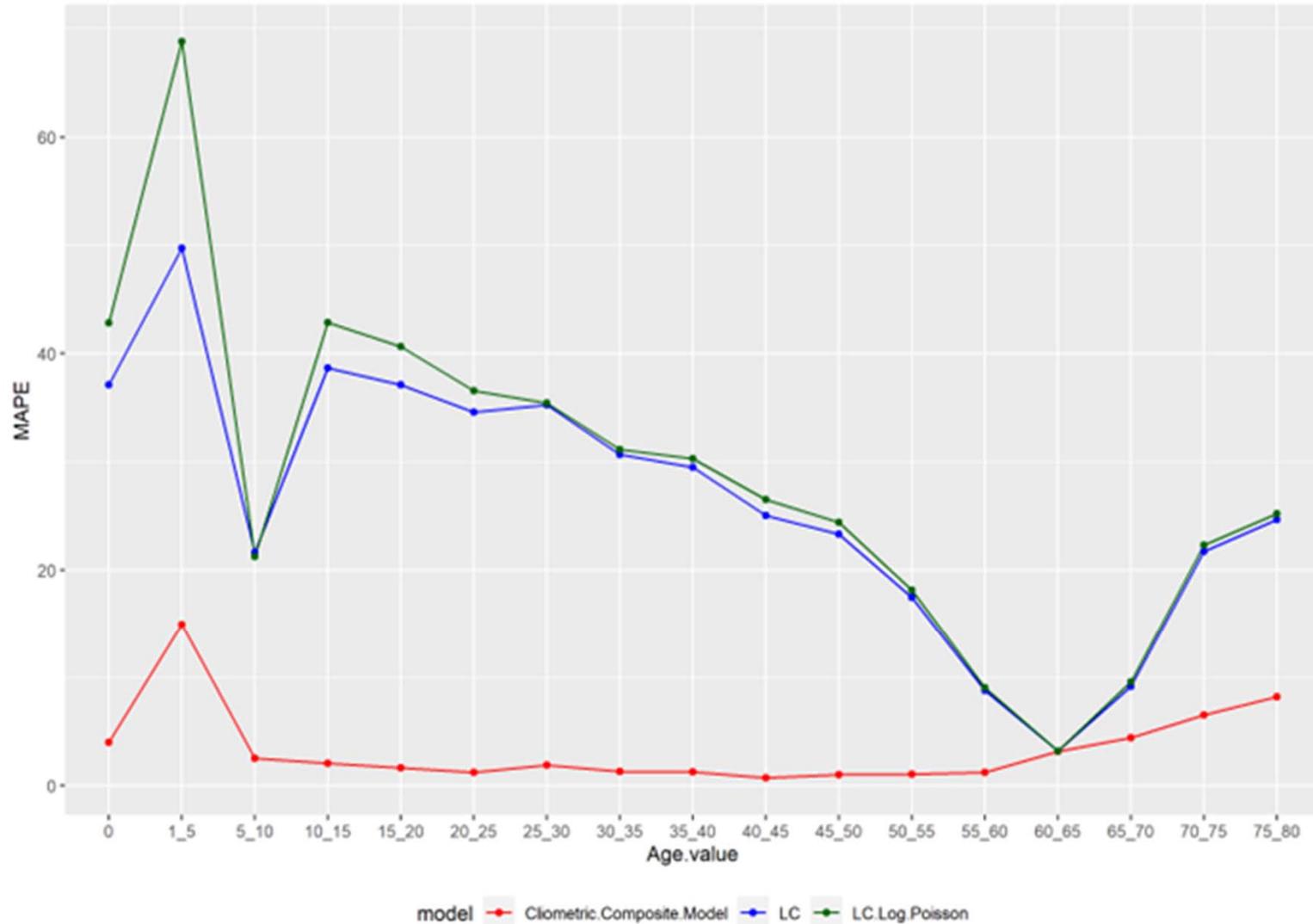
Cliometric Composite Model (CCM)

MAPE CCM vs Average : **-48%**

MAPE CCM vs Best : **-35%**

Modélisation des mortalités pour la table prospective de l'Equateur

- MAPE tous horizons confondus, selon les différents âges modélisés (sans CBD)



Résultats des tests de sensibilité par rapport au paramétrage exploratoire

- ▶ **Pour un modèle performant et ayant un nombre « élevé » d'options de paramétrages, mais ne présentant aucun signe de surapprentissage, la réduction des choix de paramétrage entraîne un risque de réduction des performances**
- ▶ **Il n'existe pas un dimensionnement paramétrique optimal « absolu » pour les modèles mixtes cliométriques composites**
- ▶ **Le dimensionnement paramétrique optimal semble plus dépendre de la structure interne des données traitées que de leur volume : en effet nous constatons que l'Equateur bien que disposant d'un historique plus court (remontant à 1950) a pu supporter un dimensionnement paramétrique plus élevé que l'Inde qui dispose d'un historique plus long (depuis 1930)**
- ▶ **Le seuil de surapprentissage est variable selon le pays et ne peut être déterminé qu'après exploration d'un certain nombre de scénarios de dimensionnement paramétrique**

Perspectives et travaux futurs

- ▶ **Des travaux empiriques supplémentaires seront nécessaires pour tester et améliorer les autres modèles théoriques que nous avons développés, en les appliquant dans les contextes adaptés à leur usage.**
 - ✦ **Cela concerne notamment les modèles externes cliométriques composites destinés spécifiquement aux pays les moins avancés**
- ▶ **Le calcul des intervalles de confiance est un autre aspect des modèles développés qui nécessite des recherches et des travaux empiriques complémentaires, notamment via une approche Monte-Carlo**
- ▶ **Poursuite des travaux auprès des assureurs, organismes gouvernementaux, autorités de régulation et de contrôle dans la zone CIMA (Conférence interafricaine des marchés d'assurance)**