

# TARIFICATION DES TRAITÉS DE RÉASSURANCE POUR LES GARANTIES INCAPACITÉ ET INVALIDITÉ

Antoine Loubeyre

Mutuelle d'Assurance du Corps de Santé Français

-

MACSF

12/03/2024

## • SOMMAIRE

1. • Contexte
2. • Méthodologies
3. • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - Maintien en incapacité
  - Modélisation des rechutes
  - Passage en invalidité
4. • Tarifications des traités de réassurance
5. • Conclusion

## • SOMMAIRE

- 1 • Contexte
- 2 • Méthodologies
- 3 • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - Maintien en incapacité
  - Modélisation des rechutes
  - Passage en invalidité
- 4 • Tarifications des traités de réassurance
- 5 • Conclusion

## ENTREPRISE



### La MACSF en quelques mots :



- MACSF : Mutuelle d'Assurance du Corps de Santé Français.
- Mutuelle fondée en 1935
- Produits IARD, prévoyance et épargne
- Sociétaire : professionnels de santé



- Docteurs
- Internes à l'hôpital
- Jeunes diplômés
- Infirmiers
- Proches des professionnels de santé

# PRÉVOYANCE

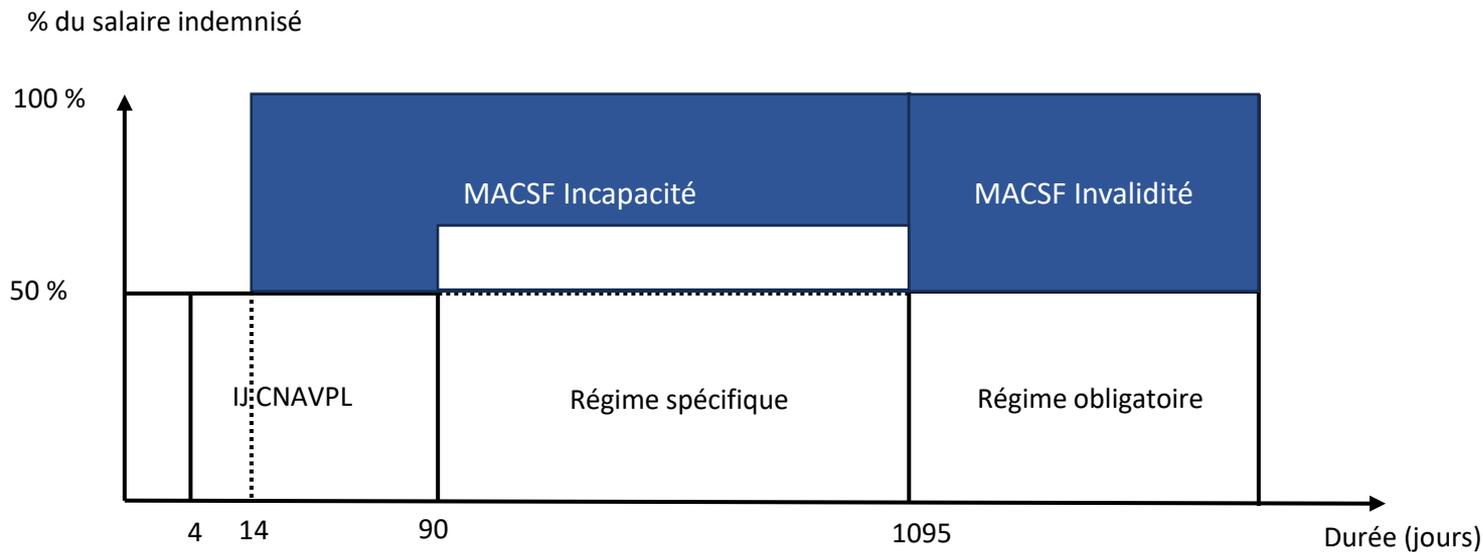


Illustration des indemnités en prévoyance pour les professionnels de santé

IJ : Indemnisation journalière

CNAVPL : Caisse Nationale d'assurance vieillesse des professions libérales



## CONTEXTE

- **Objectif** : Créer un modèle de tarification des traités de réassurance pour les garanties incapacité et invalidité.
- **Comment ?** :
  1. Estimer les probabilités de passage des sinistres susceptibles de **dépasser** les seuils de réassurance.
  2. Simuler le coût probable de notre portefeuille 2022 à l'aide des probabilités de passage.
  3. Application des traités de réassurance en excédent de sinistre tête par tête.

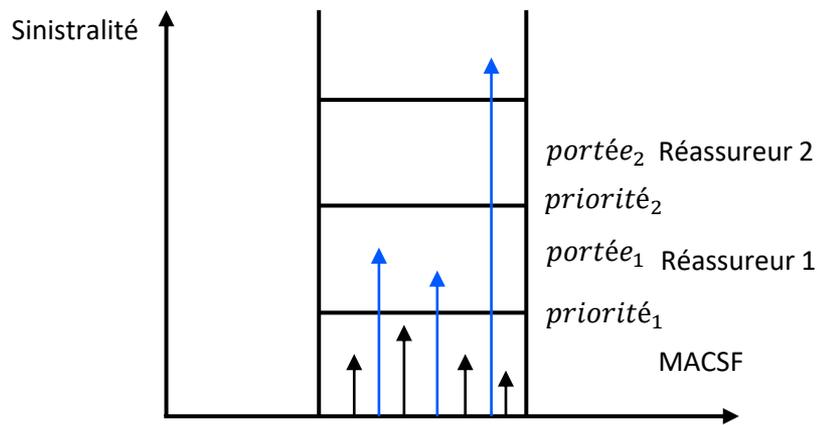
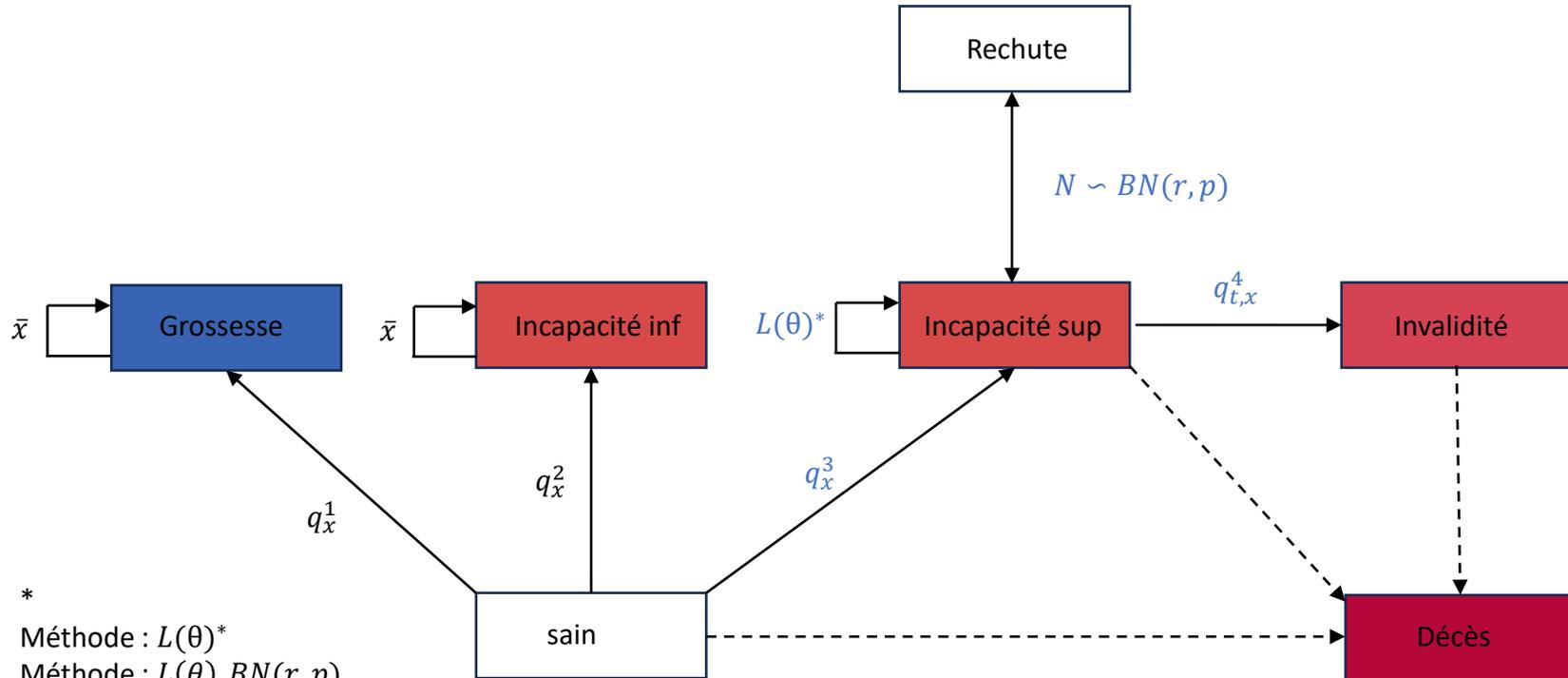


Figure – Exemple d'un traité en excédent de sinistre

• MODÈLE COMPLET



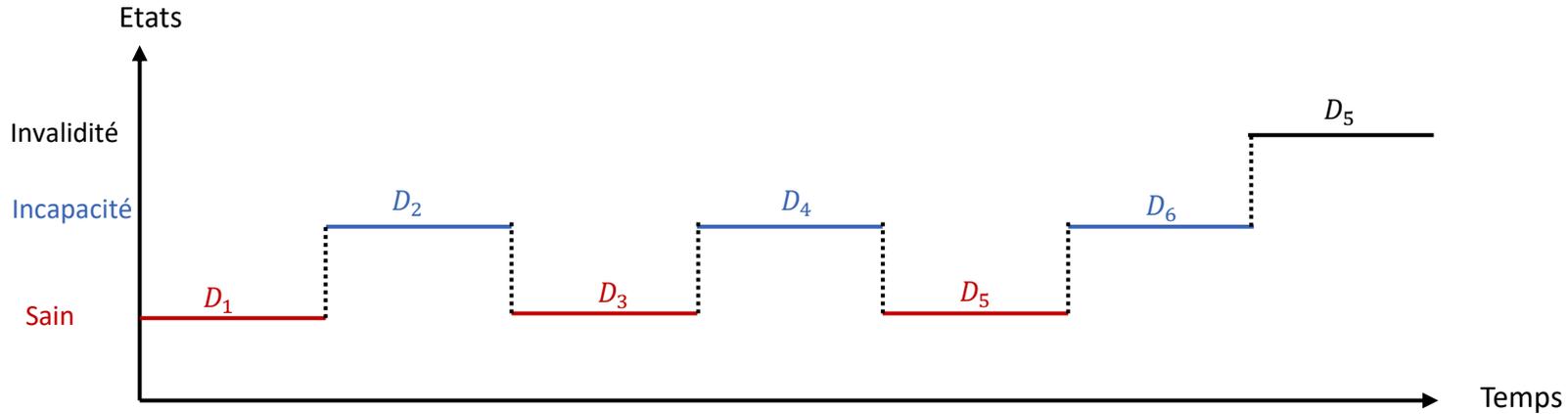
\*  
Méthode :  $L(\theta)^*$   
Méthode :  $L(\theta).BN(r, p)$

## • SOMMAIRE

- 1 • Contexte
- 2 • Méthodologies
- 3 • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - Maintien en incapacité
  - Modélisation des rechutes
  - Passage en invalidité
- 4 • Tarifications des traités de réassurance
- 5 • Conclusion

## Présentation de mémoire

- Méthodologies :
  - Variables d'intérêts



Variables/Lois	Incapacité	Maintien	Invalidité
Temps étudié	$T_{\text{Sain}}$	$T_{\text{Incapacité}}$	$T_{\text{Incapacité}}$
Variable de discrétisation	âge	Durée incapacité	Durée incapacité
Variable d'intérêt	$q_x$	$f(t)$	$q_t$

A retenir

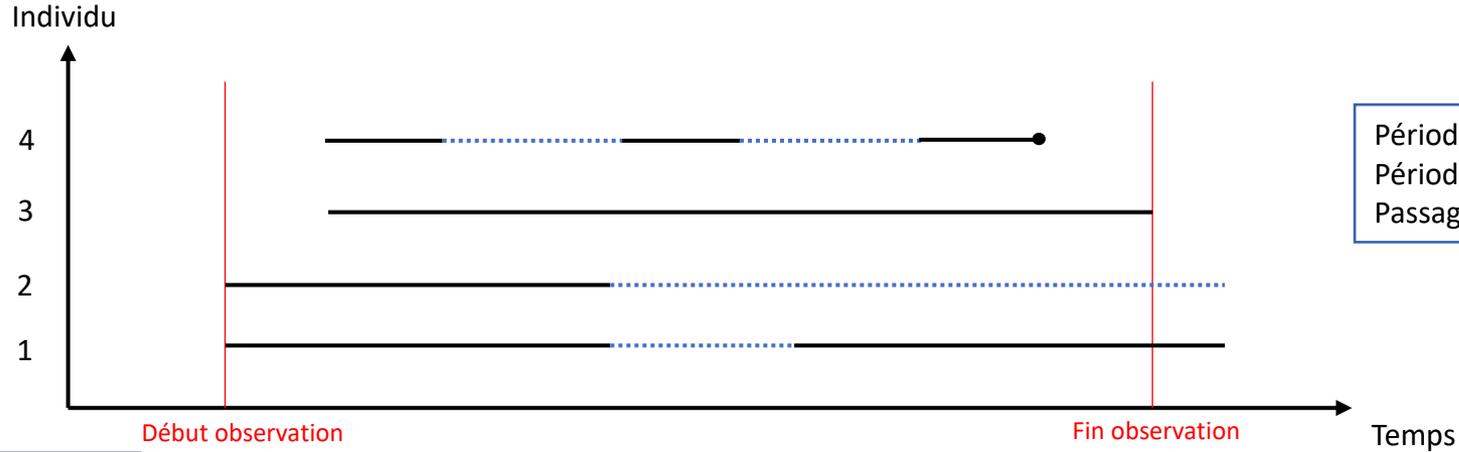
Méthodologie du maintien en incapacité :

- Approche 1 : Analyse de la durée totale  $D = D_2 + D_4 + D_6$
- Approche 2 : (Analyse des arrêts :  $D = D_2, D_4, D_6$ ) x (Nombres de rechute  $\sim BN(r, p)$ )

## Présentation de mémoire

- Méthodologies

- Censures et troncatures pour le maintien en incapacité (approche paramétrique)



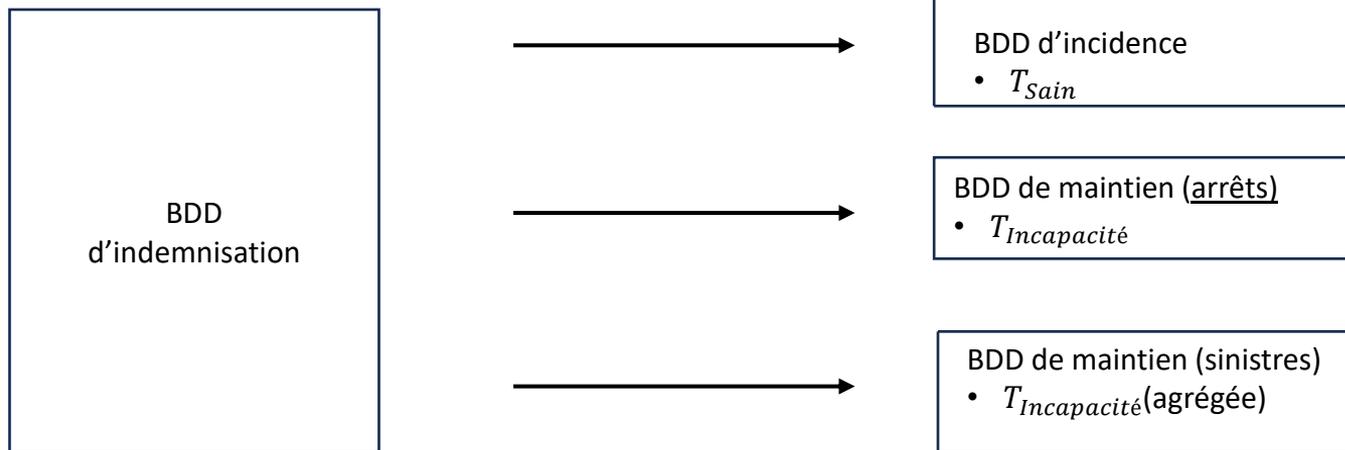
A retenir

### Exemple de troncatures et de censures à droite

Lois	Durée	Evènement	Censure
Incidence	Saine	Passage incapacité	Aucun passage en incapacité
Maintien	Incapacité	Toutes sorties	Durée = Durée maximale indemnisation
Invalidité	Incapacité	Passage invalidité	Aucun passage en invalidité

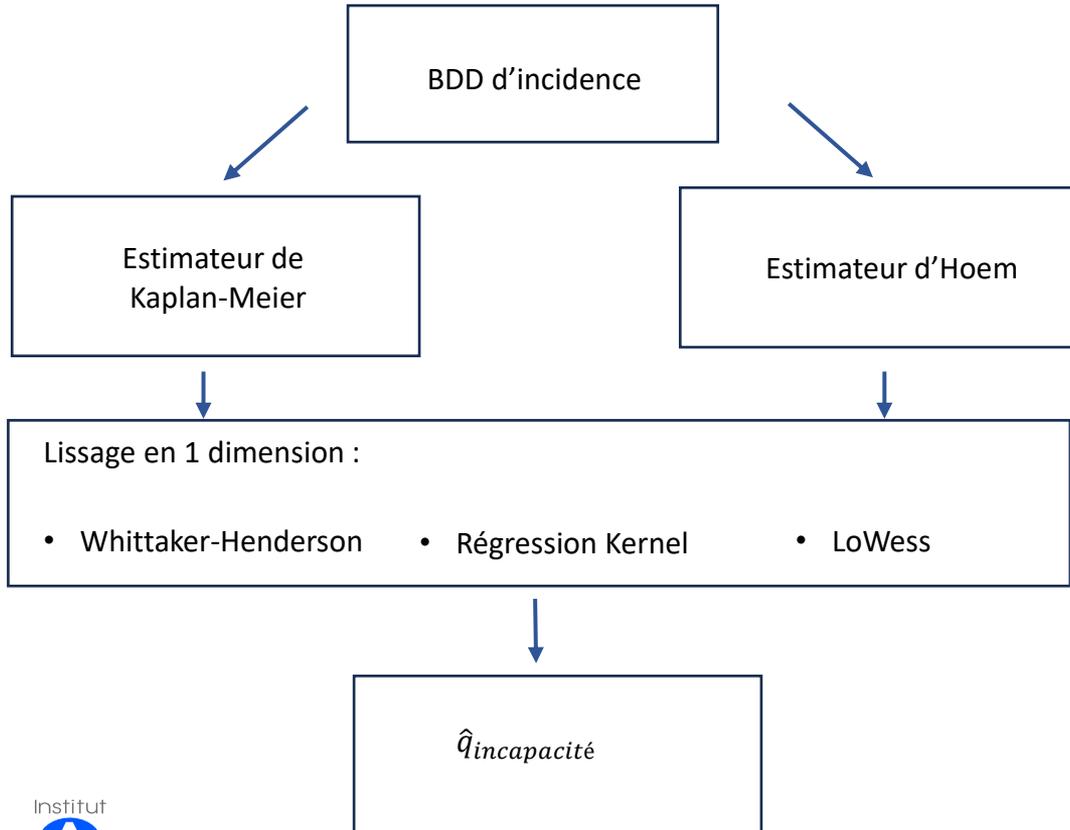
Variables :

- **Caractéristiques personnelles** : Sexe, Age, CSP, contrats
- **Caractéristiques des sinistres** : Age d'entrée en incapacité, durée d'incapacité, passage en invalidité



## Présentation de mémoire

- Méthodologies
  - Méthodologie pour le passage en incapacité

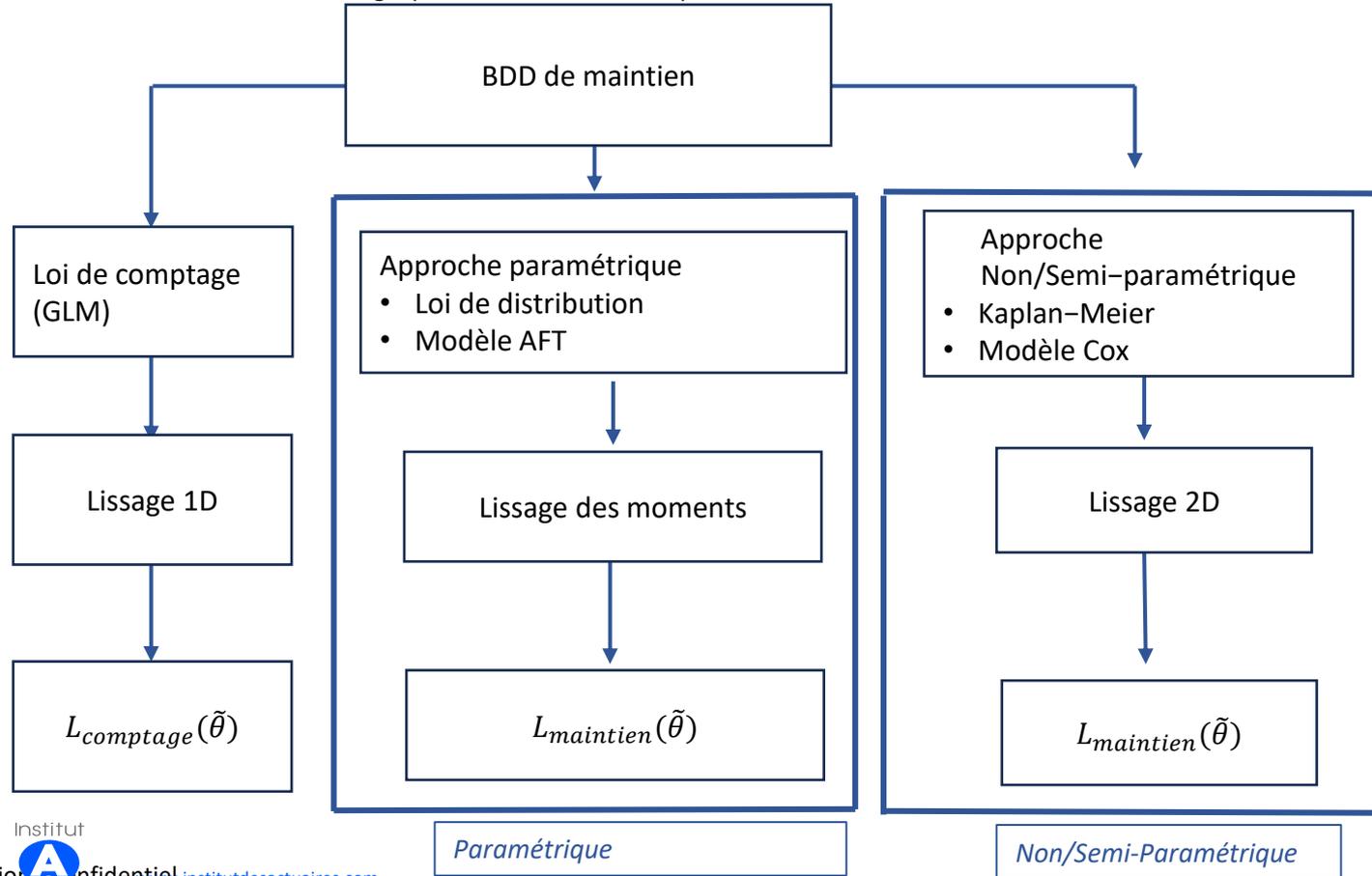


A retenir

La probabilité de **passage en incapacité** sera utilisée lors de la **simulation** de notre portefeuille pour la tarification des traités de réassurance.

Présentation de mémoire

- Méthodologie pour le maintien en incapacité



A retenir

La loi de probabilité du **maintien en incapacité** sera utilisée lors de la **simulation** de notre portefeuille pour la tarification des traités de réassurance.

## Présentation de mémoire

- Méthodologies

- Méthodologie pour le passage en invalidité

BDD de maintien en  
incapacité agrégée

Estimateur de  
Kaplan-Meier

Estimateur d'Hoem

Lissage en 2 dimensions :

- Whittaker-Henderson
- Régression Kernel
- LoWess

$\hat{q}_{invalidité}$

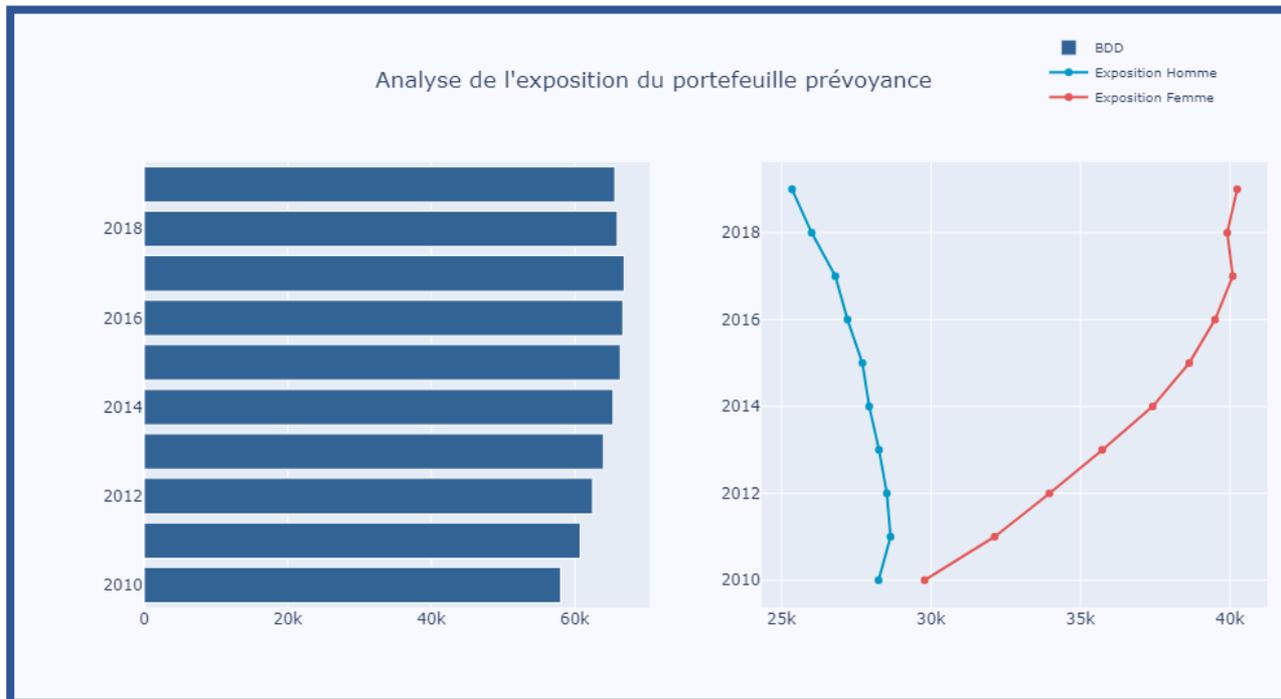
A retenir

La probabilité de **passage en invalidité** sera utilisée lors de la **simulation** de notre portefeuille pour la tarification des traités de réassurance.

## • SOMMAIRE

- 1 • Contexte
- 2 • Méthodologies
- 3 • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - Maintien en incapacité
  - Modélisation des rechutes
  - Passage en invalidité
- 4 • Tarifications des traités de réassurance
- 5 • Conclusion

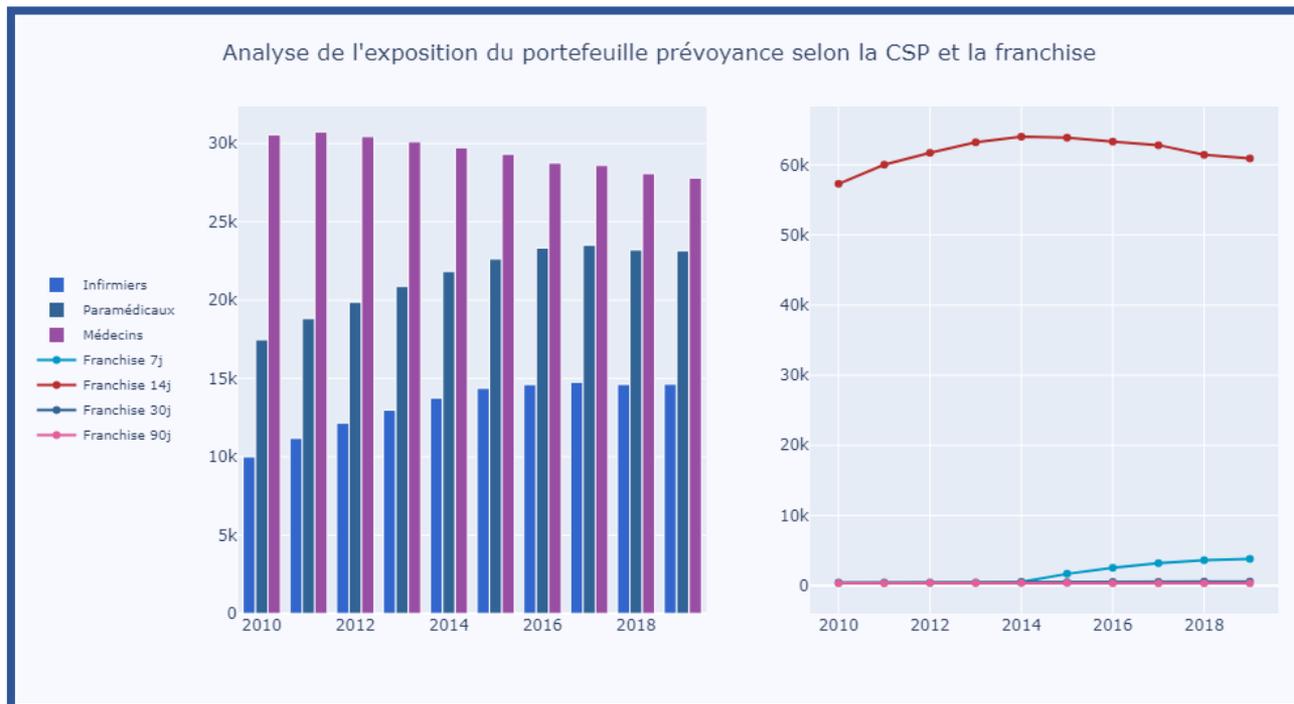
- Statistique descriptive : Exposition totale



A retenir

- 60k assurés par année
- Majorité de femmes au sein du portefeuille

- Statistique descriptive : Exposition par CSP

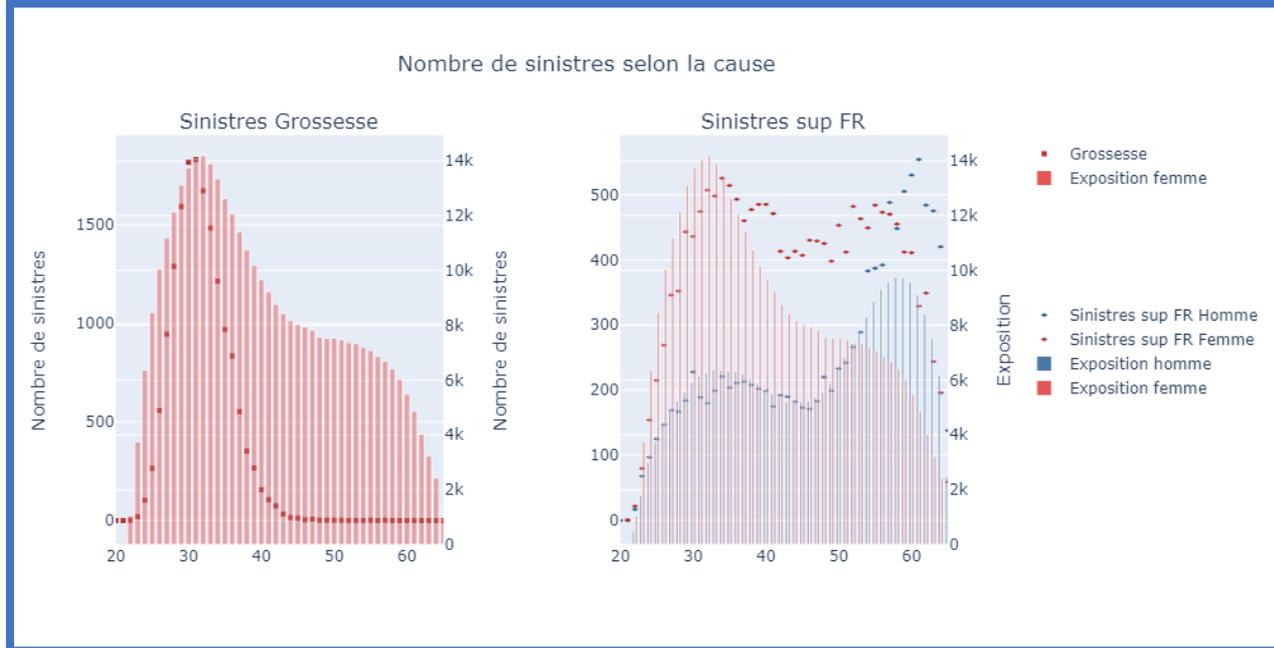


A retenir

- Nombre d'individus significatif par groupe de classe socioprofessionnelles.
- Majorité de franchises à 14 jours

## Présentation de mémoire

- Statistique descriptive : Nombre de sinistres par causes



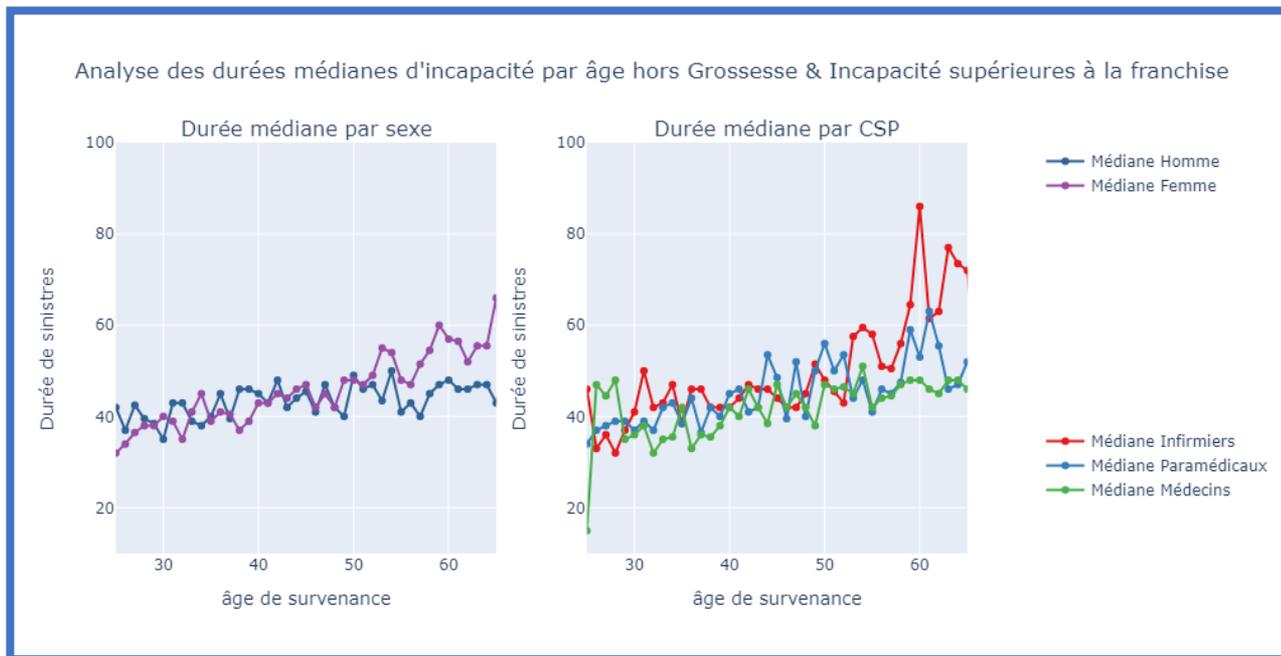
A retenir

Variables de segmentation retenues pour l'incidence :

- Sexe
- Âge (variable de discrétisation du temps)
- Groupe de catégorie socioprofessionnelles

## Présentation de mémoire

- Statistique descriptive : Durée totale d'incapacité



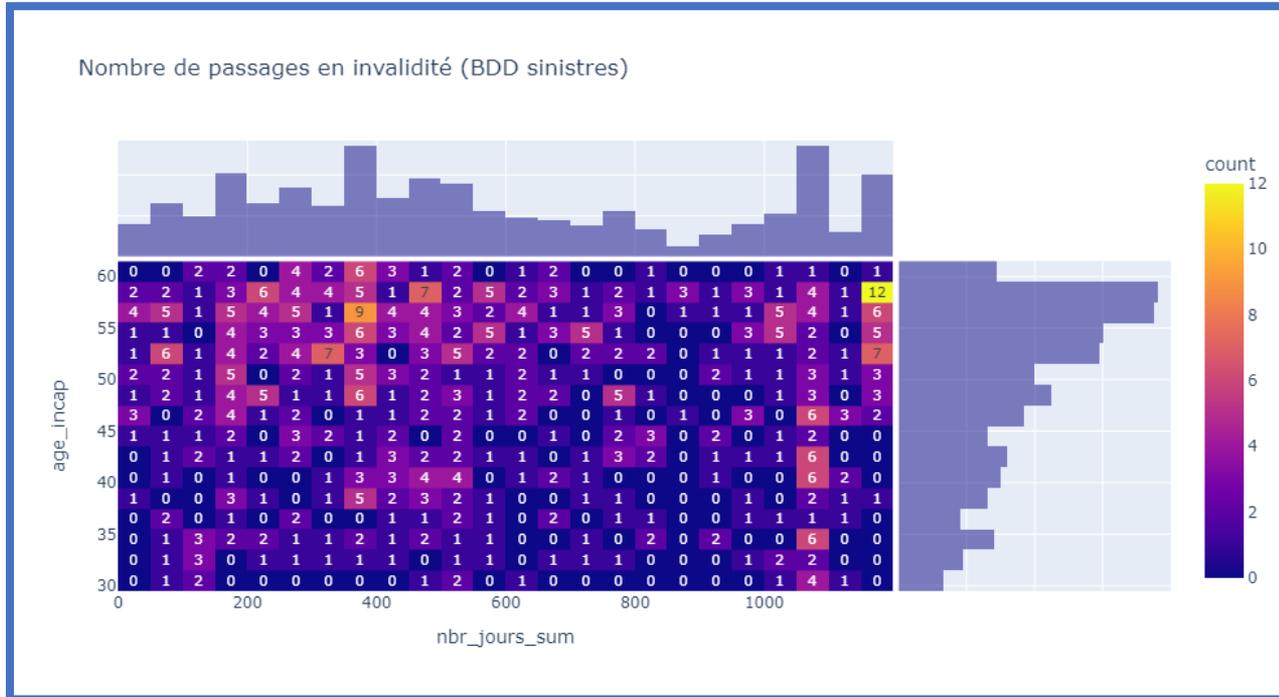
A retenir

Variables de segmentation retenues pour le maintien en incapacité :

- Âge (variable de discrétisation du temps)
- Groupe de catégorie socioprofessionnelles

## Présentation de mémoire

- Statistique descriptive : Nombre de passage en invalidité



A retenir

Variables de segmentation retenues pour le passage en invalidité :

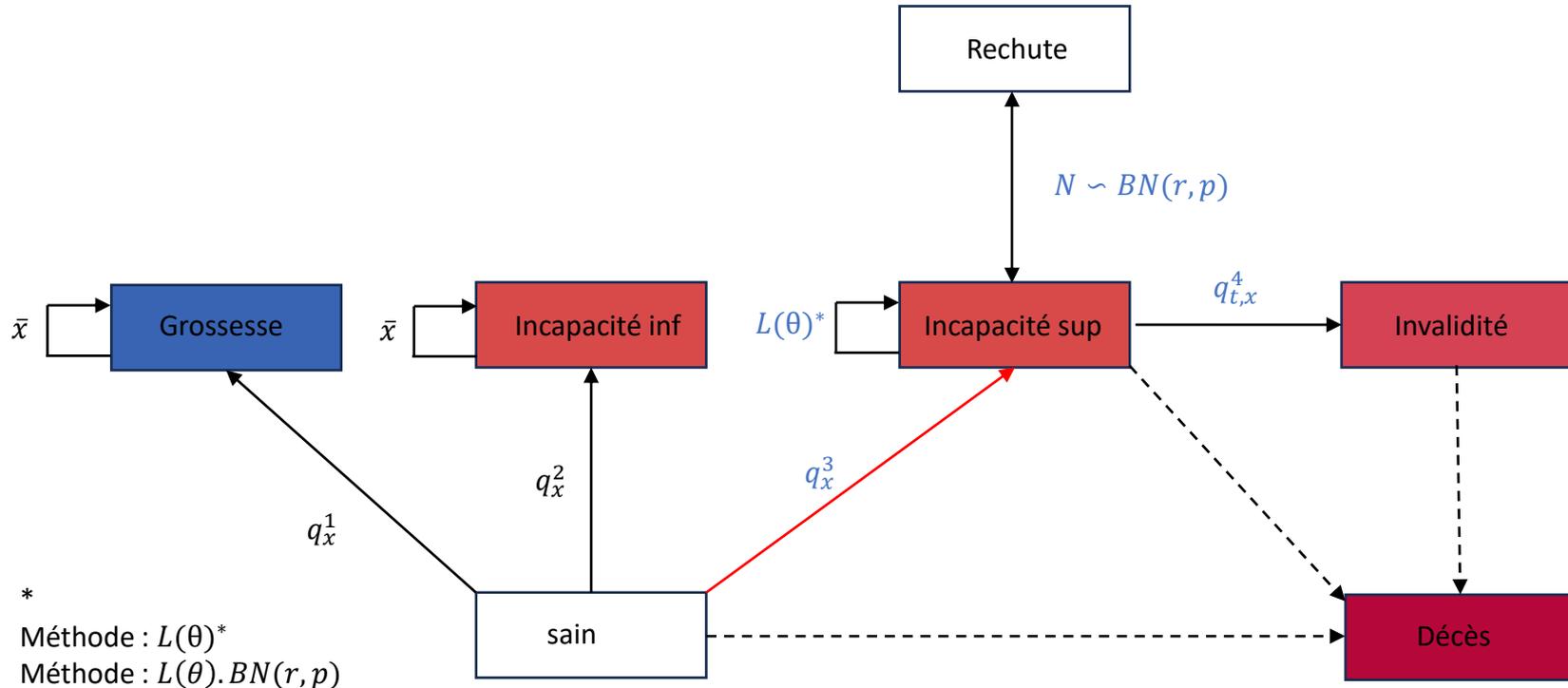
- Classes d'âge (variable de discrétisation du temps)
- Classes de durée

## • SOMMAIRE

- 1 • Contexte
- 2 • Méthodologies
- 3 • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - Maintien en incapacité
  - Modélisation des rechutes
  - Passage en invalidité
- 4 • Tarifications des traités de réassurance
- 5 • Conclusion

- Rappel

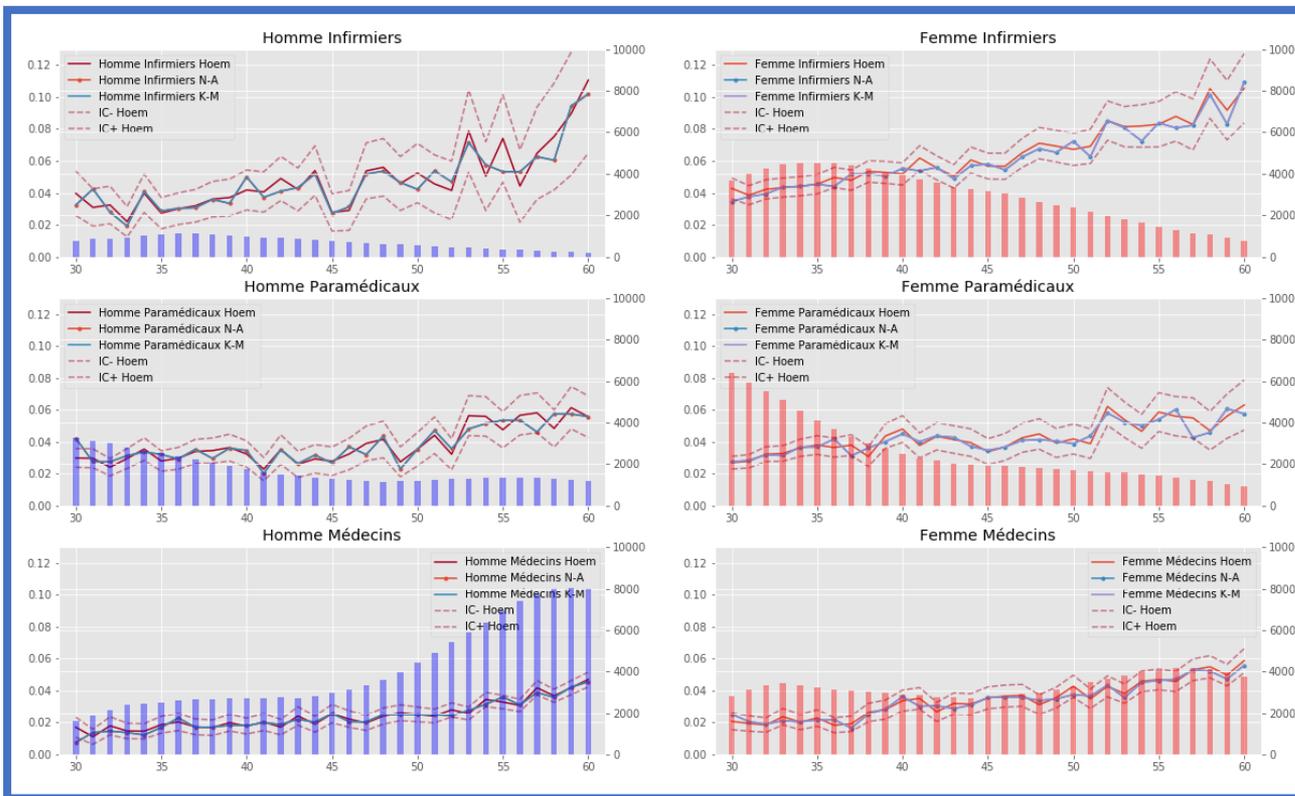
- MODÈLE COMPLET



\*  
Méthode :  $L(\theta)^*$   
Méthode :  $L(\theta).BN(r, p)$

## Présentation de mémoire

- Taux de passage en incapacité bruts pour les incapacités supérieures à la franchise



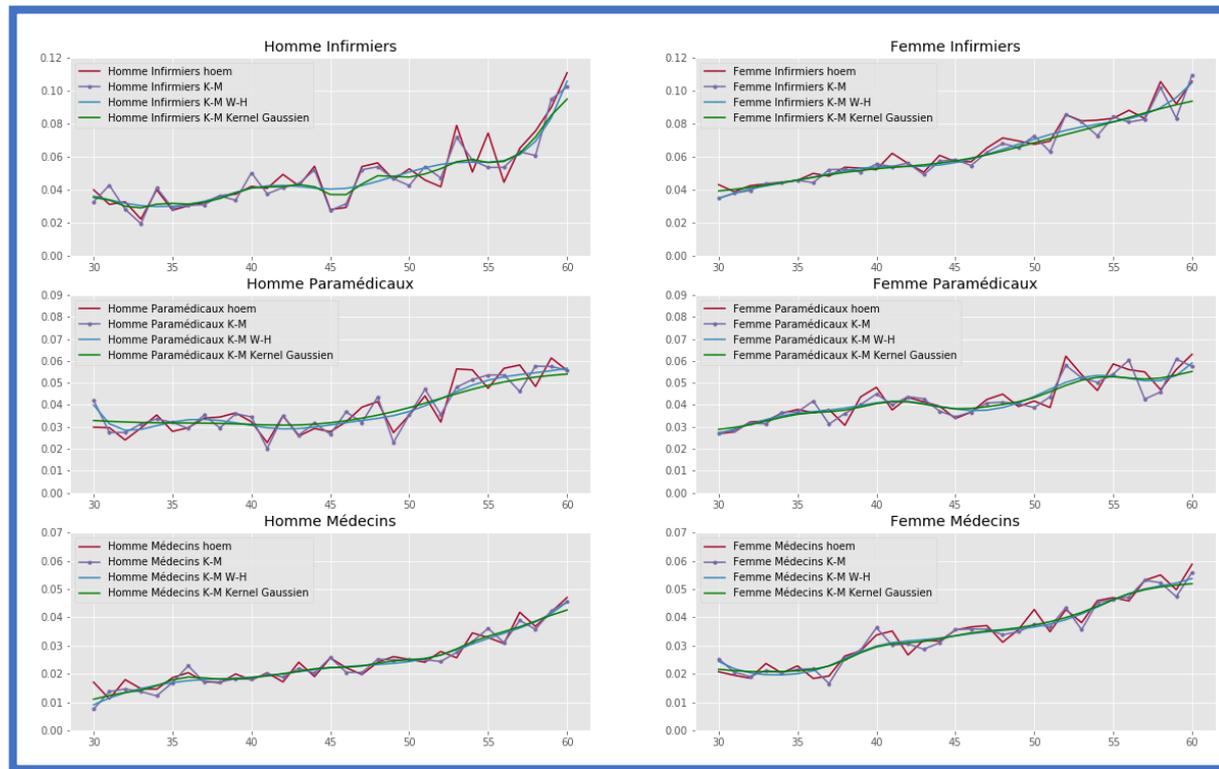
A retenir

- Différence de probabilité par sexe, classe socioprofessionnelle, âge.
- Probabilité plus élevée pour les femmes.
- Choix final : Estimateur de **Kaplan-Meier**

*Pour des raisons de confidentialité, les données présentées ont été volontairement modifiées.*

## Présentation de mémoire

- Taux d'incidence lissés pour les incapacités supérieures à la franchise



A retenir

- Les résultats des méthodes de lissage sont similaires.
- Choix final : Estimateur de **Kaplan-Meier** avec un lissage de **Whittaker-Henderson**

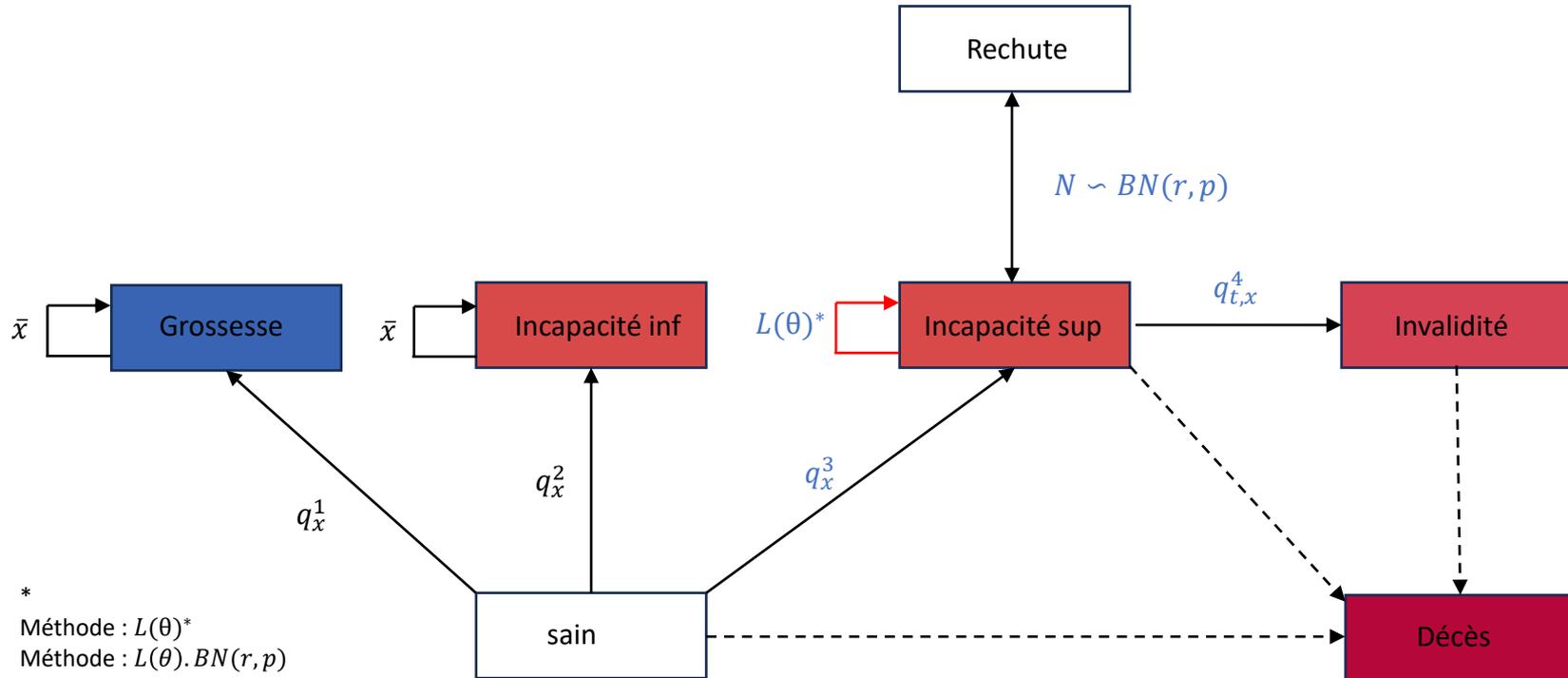
*Pour des raisons de confidentialité, les données présentées ont été volontairement modifiées.*

## • SOMMAIRE

- 1 • Contexte
- 2 • Méthodologies
- 3 • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - **Maintien en incapacité**
  - Modélisation des rechutes
  - Passage en invalidité
- 4 • Tarifications des traités de réassurance
- 5 • Conclusion

- Rappel

# • MODÈLE COMPLET



\*  
Méthode :  $L(\theta)^*$   
Méthode :  $L(\theta).BN(r, p)$

- Modèle économétrique AFT

Maintien en incapacité pour la **durée totale** du sinistre :

1. Loi marginale : Loi Log-Logistique
2. Modèle AFT : Loi Log-Logistique

**Choix final** : Loi marginale Log-Logistique

Maintien en incapacité pour la **durée des arrêts** de travail :

1. Loi marginale : Loi Log-Logistique
2. Modèle AFT : Loi Log-Logistique

**Choix final** : Loi marginale Log-Logistique

A retenir

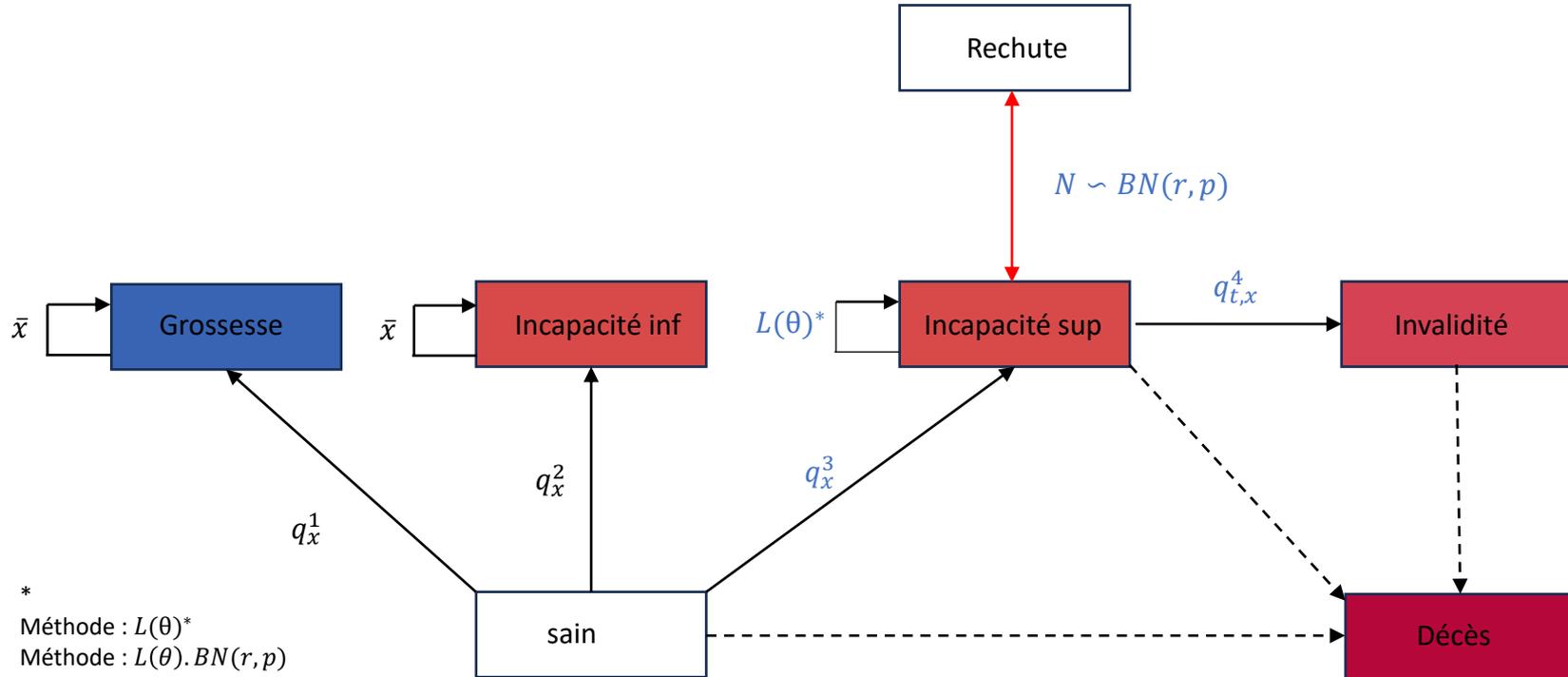
- Résultats similaires entre la loi marginale et le modèle AFT

## • SOMMAIRE

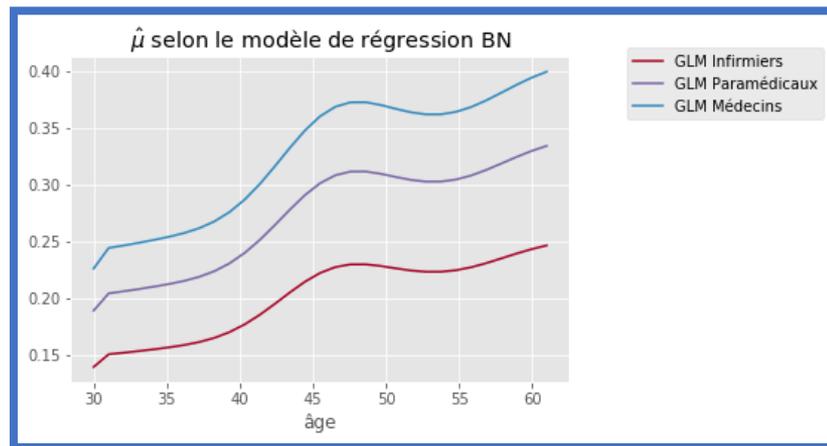
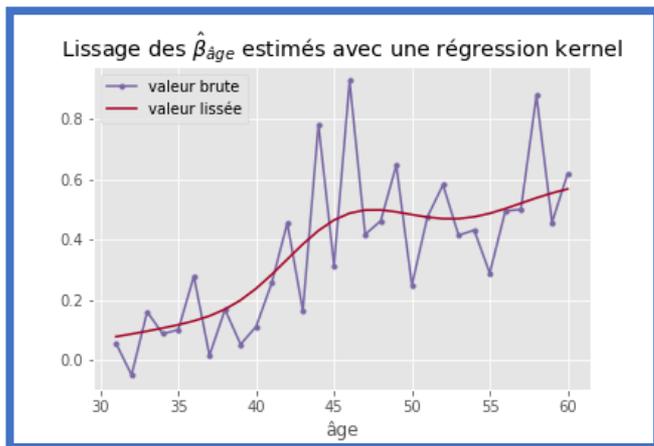
- 1 • Contexte
- 2 • Méthodologies
- 3 • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - Maintien en incapacité
  - **Modélisation des rechutes**
  - Passage en invalidité
- 4 • Tarifications des traités de réassurance
- 5 • Conclusion

- Rappel

# • MODÈLE COMPLET



\*  
Méthode :  $L(\theta)^*$   
Méthode :  $L(\theta).BN(r,p)$



A retenir

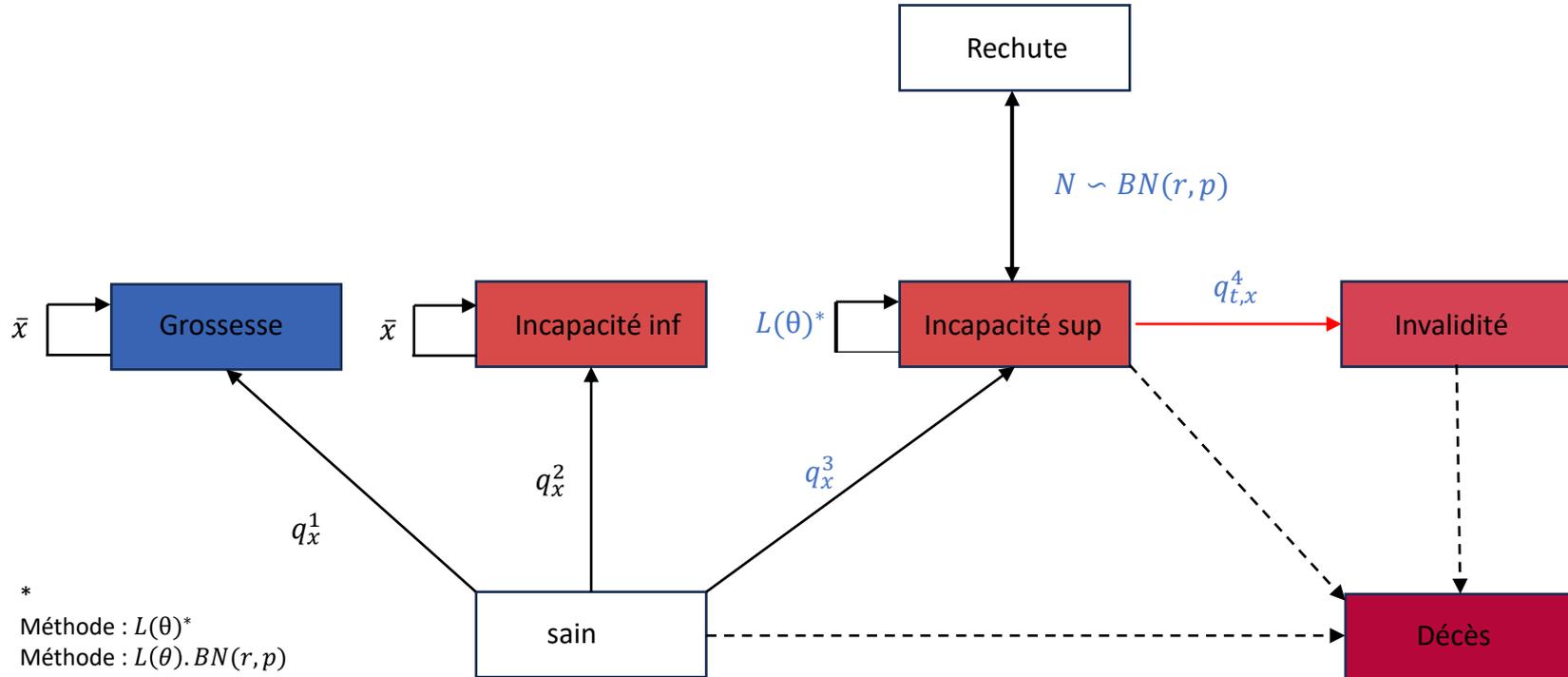
- Lissage du coefficient de l'âge dans le GLM Binomiale négatif
- Espérance de rechute plus élevée chez les médecins.

## • SOMMAIRE

- 1 • Contexte
- 2 • Méthodologies
- 3 • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - Maintien en incapacité
  - Modélisation des rechutes
  - Passage en invalidité
- 4 • Tarifications des traités de réassurance
- 5 • Conclusion

- Rappel

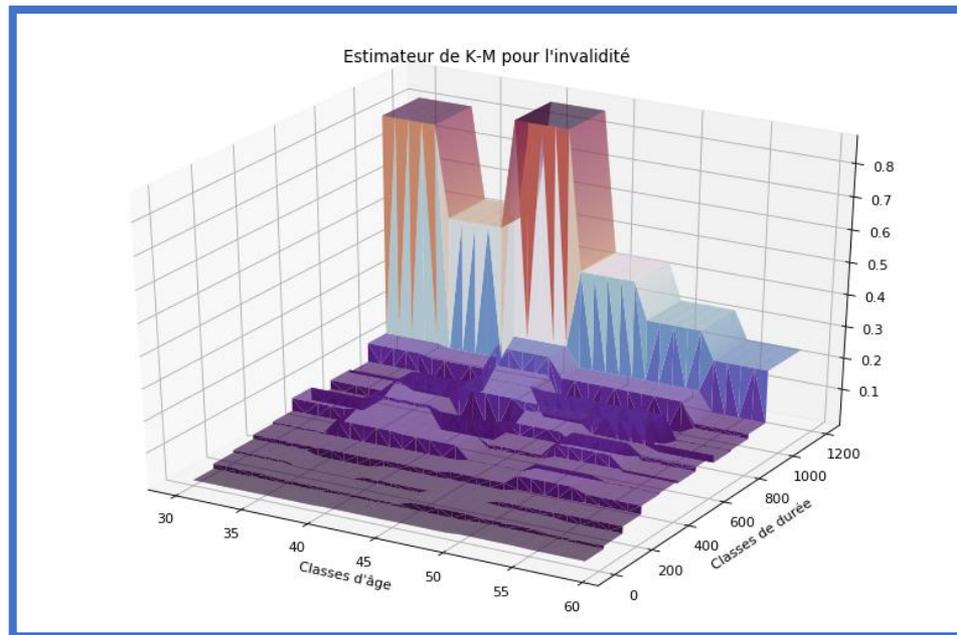
- MODÈLE COMPLET



\*  
Méthode :  $L(\theta)^*$   
Méthode :  $L(\theta).BN(r, p)$

## Présentation de mémoire

- Passage en invalidité



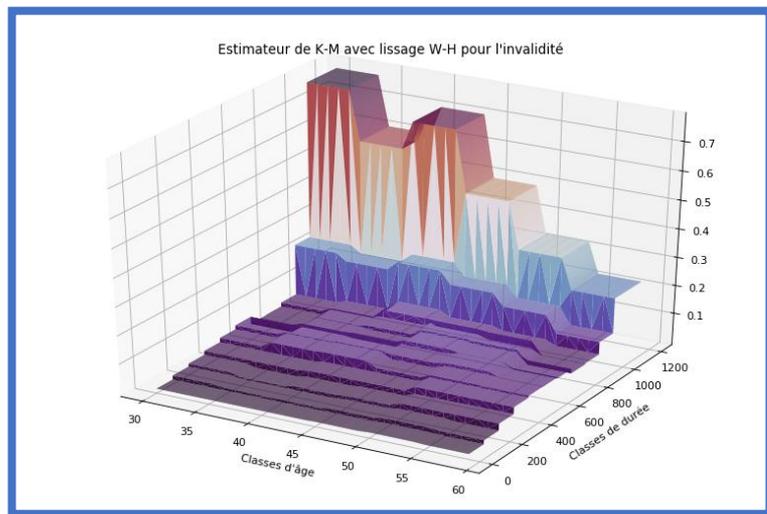
Estimateur de  
Kaplan-Meier

A retenir

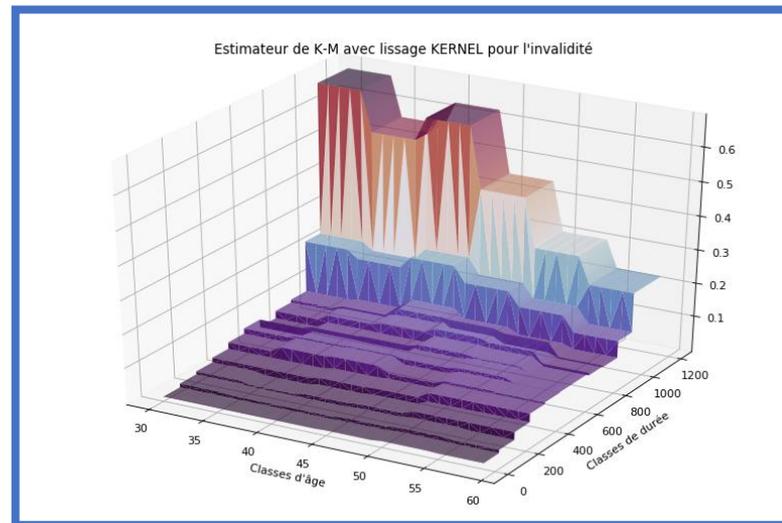
- Application de l'estimateur de Kaplan-Meier en 2 dimensions :
  1. Classes d'âge
  2. Classes de durée
- L'exposition est faible après une durée de 1000 jours en incapacité.

## Présentation de mémoire

- Passage en invalidité



Kaplan-Meier, lissage de Whittaker-Henderson



Kaplan-Meier, lissage Kernel

A retenir

- La méthode de Whittaker-Henderson semble plus appropriée pour le lissage en 2 dimensions.
- **Choix final** : Estimateur de Kaplan-Meier avec le lissage de Whittaker-Henderson en 2 dimensions.

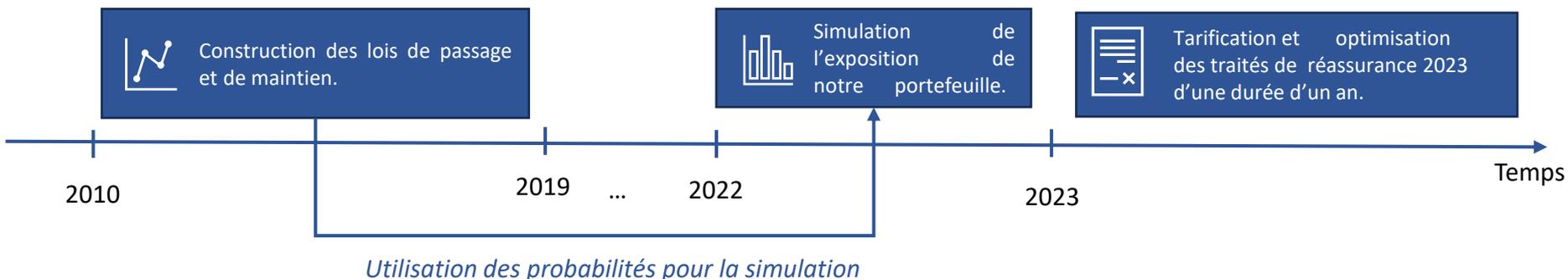
## • SOMMAIRE

- 1 • Contexte
- 2 • Méthodologies
- 3 • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - Maintien en incapacité
  - Modélisation des rechutes
  - Passage en invalidité
- 4 • Tarifications des traités de réassurance
- 5 • Conclusion

- Tarification des traités de réassurance

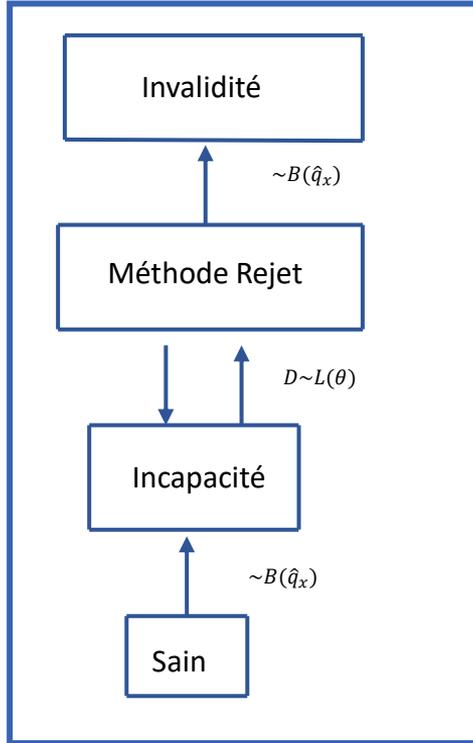
**Etapes de la tarification des traités de réassurance :**

1. Construction des probabilités de passage en incapacité, de maintien en incapacité et de passage en invalidité sur les années 2010 à 2019.
2. Simulation de l'exposition de notre portefeuille de l'année 2022 et application des traités en excédent de sinistre tête par tête.
3. Tarification et optimisation des traités de réassurance (interne et externe).

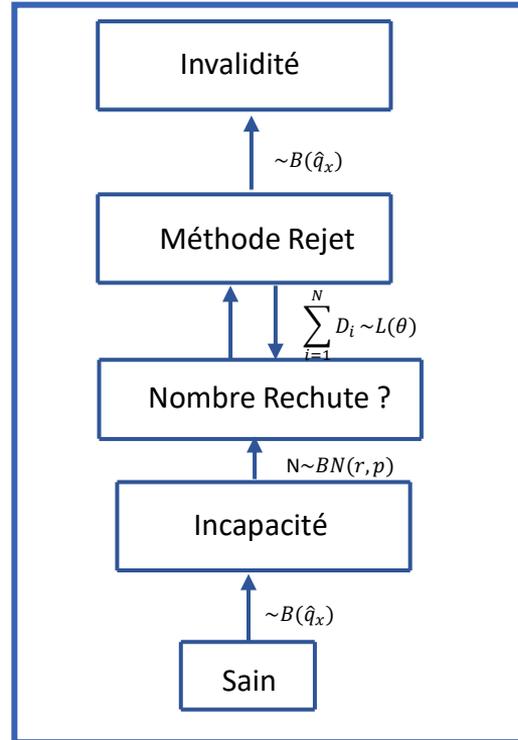


## Présentation de mémoire

- Algorithme de simulation



1. Sinistres



2. Arrêts

A retenir

- Deux simulations sont appliquées car deux méthodes ont été utilisées pour la construction du **maintien en incapacité**.
  1. Maintien de la durée totale du sinistre.
  2. Maintien pour la durée des arrêts de travail.

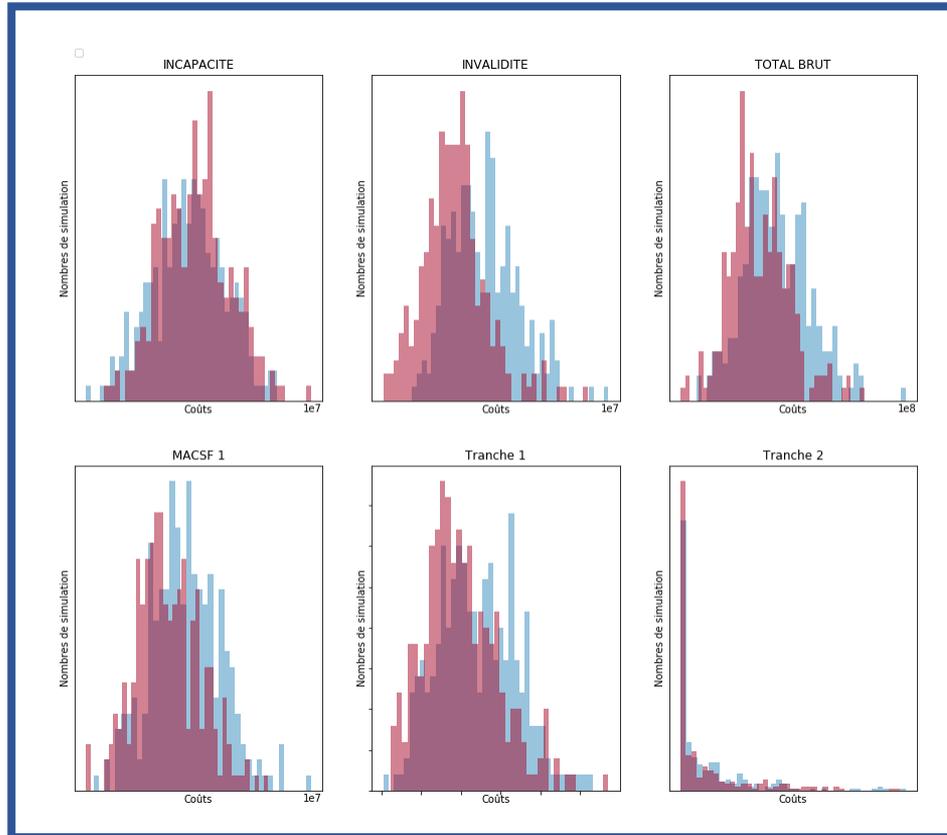
## Présentation de mémoire

- Résultat des simulations

Charges brutes :

$$L^{totale}(\theta) \\ L^{arrêts}(\theta) \cdot BN(r, p)$$

Charges nettes :

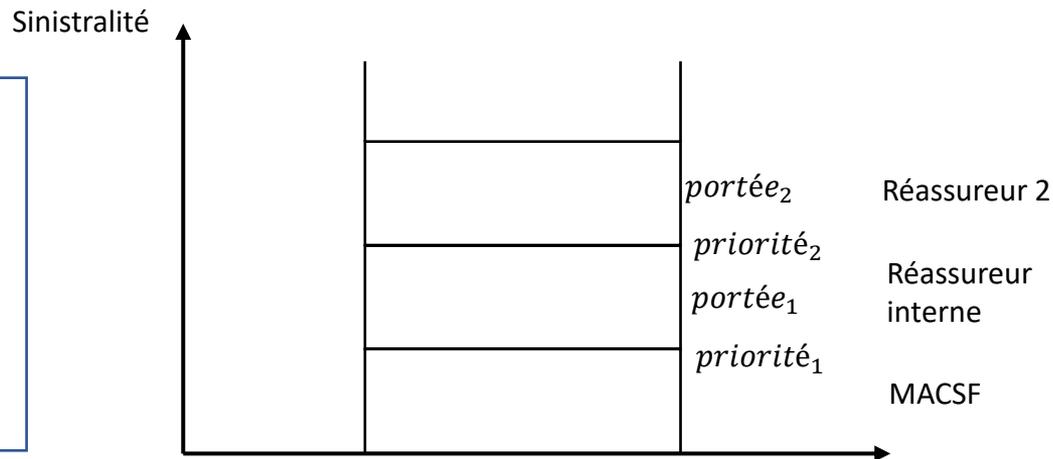


A retenir

- Loi sélectionnée : Loi de la durée totale du sinistre.
- La méthode utilisée pour modéliser la durée des arrêts de travail est remise en cause.

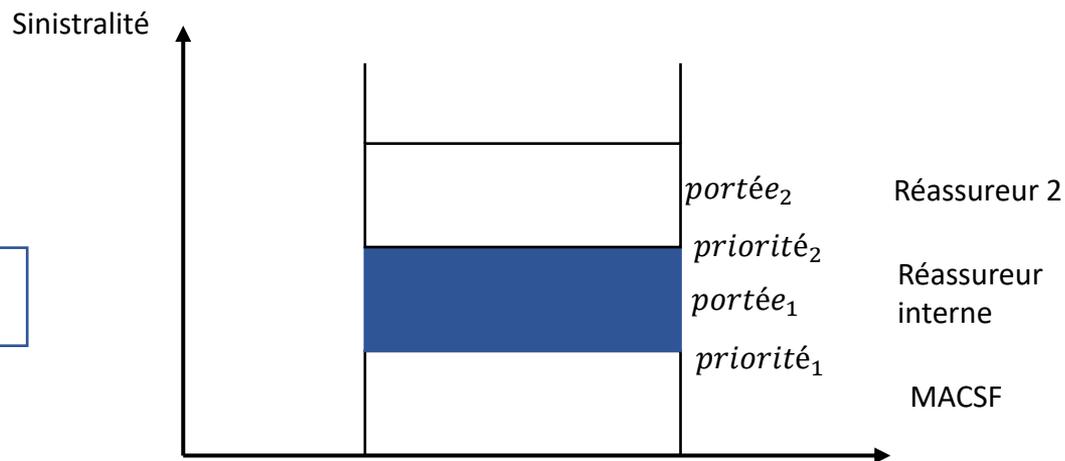
- Optimisation des traités de réassurance

- **Traité interne** : Optimisation à l'aide d'un programme de maximisation sous contraintes.
- **Traité externe** : Analyse du coefficient de chargement de sécurité. Création d'une grille tarifaire.



- Optimisation des traités de réassurance

- **Traité interne** : Optimisation à l'aide d'un programme de maximisation sous contraintes.



Exemple des traités en excédent de sinistre

- Optimisation du traité **interne** de réassurance

A retenir

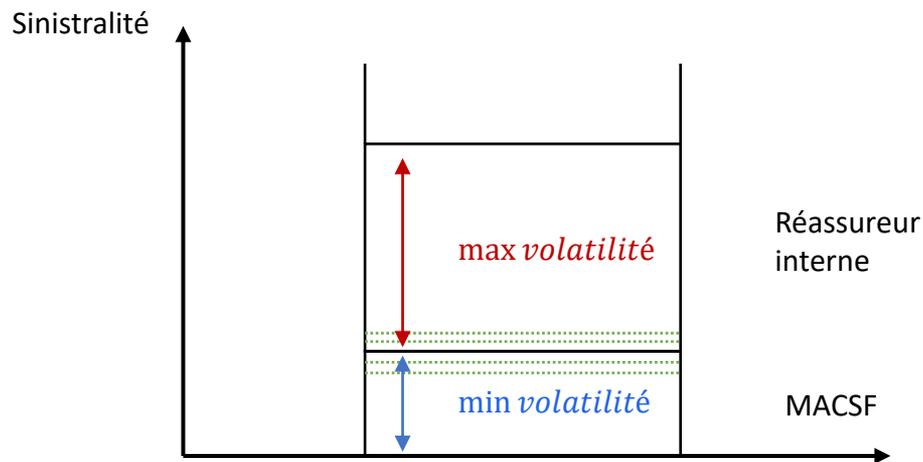


Illustration du programme de maximisation sous contraintes

- Objectif :
  - Minimisation de la volatilité de la charge des sinistres pour la MACSF dans le but de transférer le risque au réassureur interne.
- Comment ?
  - Maximisation de la volatilité de la tranche de réassurance interne sous contrainte d'une **portée fixe** et d'un **S/P=0,75**.
- Paramètres :
  - Priorité
  - AAD (Annual Aggregate Deductible)

*Pour des raisons de confidentialité, le S/P=0,75 ne représente pas le S/P réel.*

- Résultats de l'optimisation

*Pour des raisons de confidentialité, les données présentées ont été volontairement modifiées.*

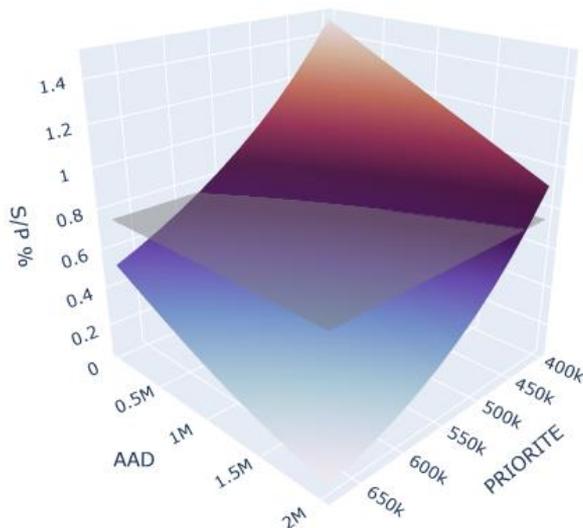
AAD/Priorité	400000	425000	450000	475000	500000	525000	550000	575000	600000	625000	650000	675000
0	1.44	1.31	1.19	1.08	0.99	0.90	0.82	<b>0.75</b>	<b>0.68</b>	0.62	0.56	0.51
100000	1.41	1.28	1.16	1.05	0.96	0.87	0.79	0.72	0.65	0.59	0.53	0.48
200000	1.38	1.25	1.13	1.03	0.93	0.84	<b>0.76</b>	0.69	0.62	0.56	0.51	0.46
300000	1.36	1.22	1.10	1.00	0.90	0.81	0.73	0.66	0.59	0.53	0.48	0.43
400000	1.33	1.19	1.08	0.97	0.87	0.78	0.71	0.63	0.57	0.50	0.45	0.40
500000	1.30	1.17	1.05	0.94	0.84	<b>0.76</b>	0.68	0.60	0.54	0.48	0.42	0.37
600000	1.27	1.14	1.02	0.91	0.81	0.73	0.65	0.58	0.51	0.45	0.39	0.35
700000	1.24	1.11	0.99	0.88	0.79	0.70	0.62	0.55	0.48	0.42	0.37	0.32
800000	1.21	1.08	0.96	0.85	<b>0.76</b>	0.67	0.59	0.52	0.45	0.39	0.34	0.29
900000	1.18	1.05	0.93	0.83	0.73	0.64	0.56	0.49	0.43	0.37	0.32	0.27
1000000	1.16	1.02	0.90	0.80	0.70	0.61	0.54	0.46	0.40	0.34	0.29	0.25
1100000	1.13	0.99	0.88	0.77	0.67	0.59	0.51	0.44	0.37	0.32	0.27	0.22
1200000	1.10	0.97	0.85	<b>0.74</b>	0.64	0.56	0.48	0.41	0.35	0.29	0.25	0.20
1300000	1.07	0.94	0.82	0.71	0.62	0.53	0.45	0.38	0.32	0.27	0.22	0.18
1400000	1.04	0.91	0.79	0.68	0.59	0.50	0.43	0.36	0.30	0.25	0.20	0.17
1500000	1.01	0.88	<b>0.76</b>	0.66	0.56	0.48	0.40	0.33	0.28	0.23	0.18	0.15
1600000	0.98	0.85	0.73	0.63	0.53	0.45	0.38	0.31	0.26	0.21	0.17	0.13
1700000	0.96	0.82	0.71	0.60	0.51	0.42	0.35	0.29	0.24	0.19	0.15	0.12
1800000	0.93	0.80	0.68	0.57	0.48	0.40	0.33	0.27	0.22	0.17	0.13	0.10
1900000	0.90	<b>0.77</b>	0.65	0.55	0.45	0.37	0.31	0.25	0.20	0.15	0.12	0.09
2000000	0.87	0.74	0.62	0.52	0.43	0.35	0.28	0.23	0.18	0.14	0.10	0.07

Résultat du S/P en fonction du couple (AAD/Priorité)

## Présentation de mémoire

- Traité interne : Optimisation du S/P

Optimisation sous contraintes en fonction de la priorité et de l'AAD



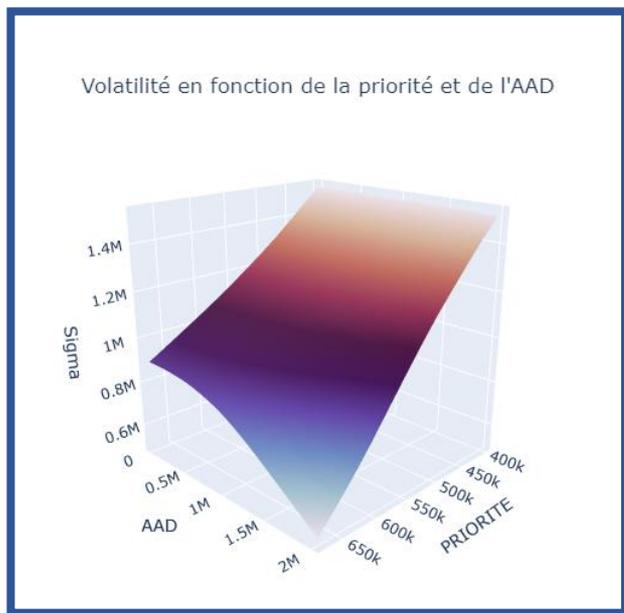
A retenir

- La pente de la priorité est plus raide que celle de l'AAD.
- L'hyperplan représente la contrainte du S/P fixé à 0,75.

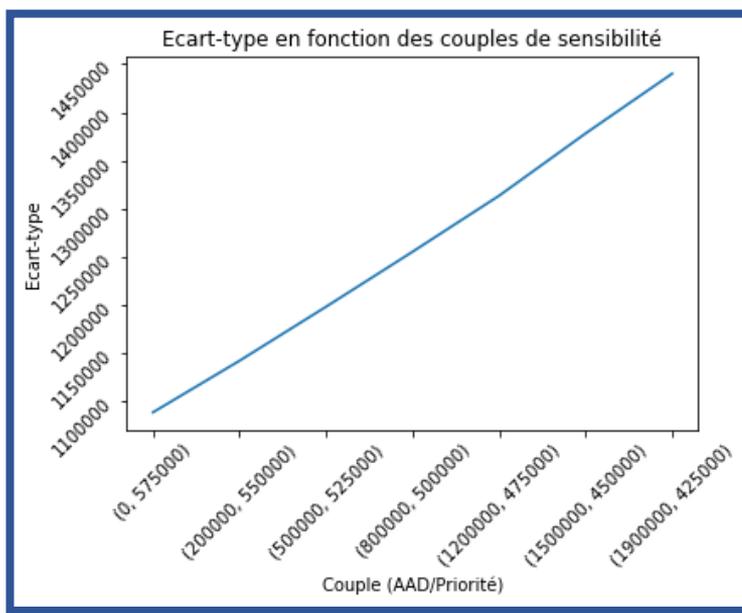
Illustration du programme de maximisation sous contraintes d'un  $S/P=0,75$

## Présentation de mémoire

- Traité interne : Maximisation de la volatilité



Volatilité pour tous les couples (AAD, priorité)



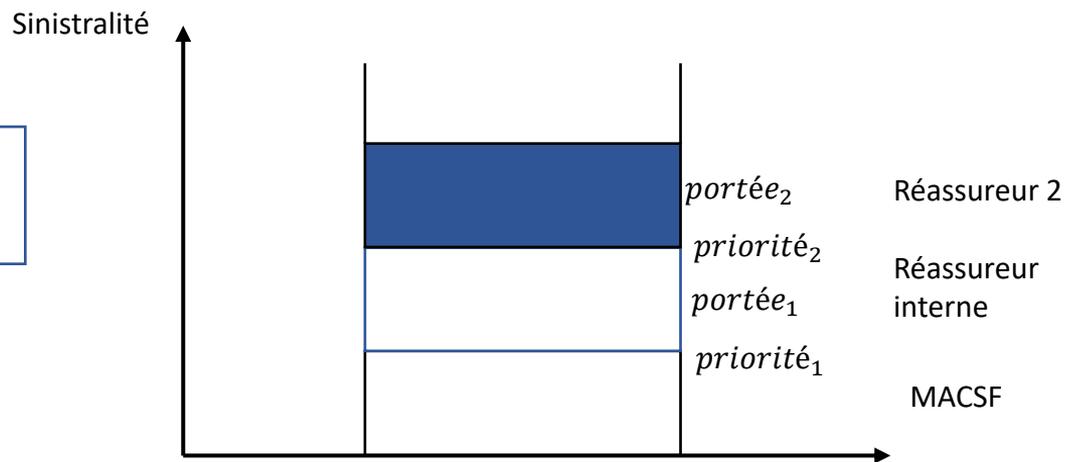
Volatilité des couples (AAD, priorité) pour un S/P fixé à 0,75

A retenir

- Le résultat de la simulation montre qu'il faut mettre en place une AAD et baisser la priorité.
- En réalité, la mise en place du nouveau traité de réassurance ne sera pas construite uniquement sur des faits actuariels.

- Optimisation des traités de réassurance

- **Traité externe** : Analyse du coefficient de chargement de sécurité. Création d'une grille tarifaire.



Exemple des traités en excédent de sinistre

- Traité **externe** : Résultats des coefficients de chargement de sécurité

- Principe de l'espérance mathématique :

$$\Pi(x) = (1 + \rho)E(X)$$

- Principe de l'écart-type :

$$\Pi(x) = E(X) - \rho\sqrt{V(X)}$$

- Principe de quantile :

$$\Pi(x) = F_X^{-1}(\alpha)$$

A retenir

- La prime commerciale que la MACSF paye est élevée

S/P (%)	E	$\sigma$	Quantile
41	1,43	0,88	0,87
38	1,63	1	0,88
35	1,84	1,13	0,89
33	2,04	1,25	0,91
31	2,24	1,37	0,91
29	2,44	1,5	0,92
27	2,65	1,62	0,93
<b>26</b>	<b>2,85</b>	<b>1,75</b>	<b>0,95</b>
25	3,05	1,87	0,95
24	3,25	1,99	0,96
22	3,46	2,12	0,96
21	3,66	2,24	0,96
20	3,86	2,37	0,96

Résultat du coefficient de chargement de sécurité pour la tranche externe.

## • SOMMAIRE

- 1 • Contexte
- 2 • Méthodologies
- 3 • Applications
  - Statistiques descriptives
  - Passage en incapacité
  - Maintien en incapacité
  - Modélisation des rechutes
  - Passage en invalidité
- 4 • Tarifications des traités de réassurance
- 5 • Conclusion**

- Conclusion et perspectives d'évolution

### Méthodes retenues :



- **Incidence** : Kaplan-Meier & Whittaker-Henderson
- **Maintien** : Loi marginale Log-logistique & lissage des moments
- **Invalidité** : Kaplan-Meier & Whittaker-Henderson 2D



Les résultats des deux méthodologies convergent pas.



Mise en production de l'algorithme dans le cadre du prochain renouvellement des traités de réassurance.

### Perspectives d'évolution :



- Optimisation des traités de réassurance entre la tranche interne et externe.
- Ajout de la cause du sinistre.
- Implémentation d'un modèle multi-états.

Merci de votre écoute