

Construction d'une table de mortalité prospective de
référence dans un contexte post-COVID pour des portefeuilles
de rentiers en Angleterre et au Pays de Galles

Amin Ouhammou

Provisionnement Vie



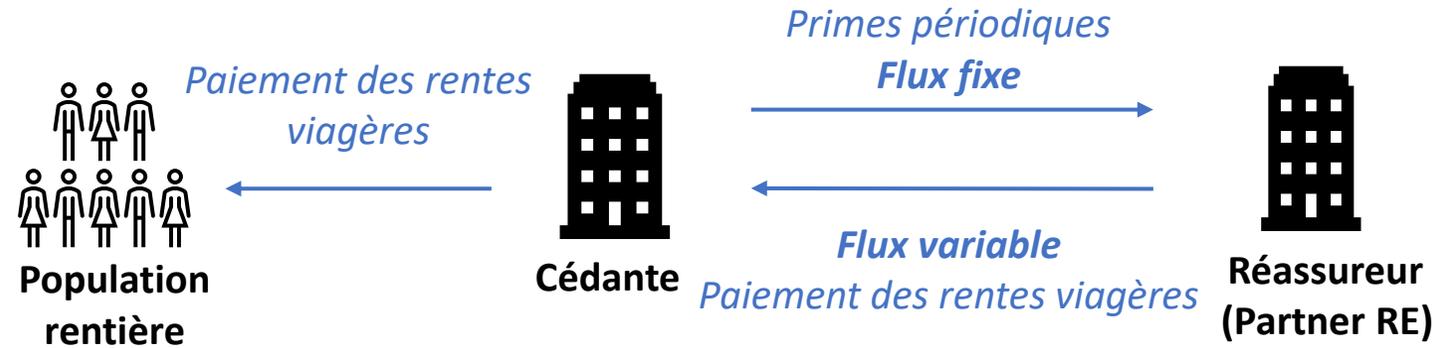
Le risque de longévité

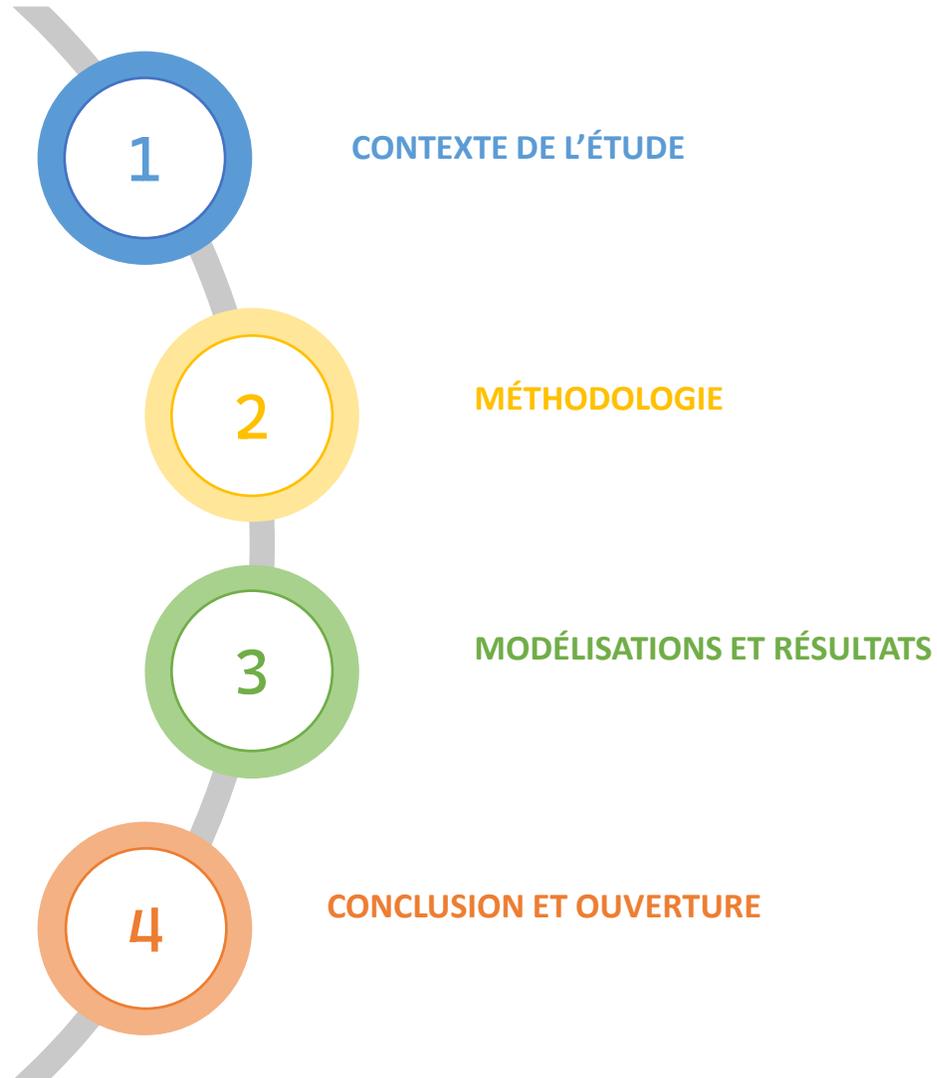


Risque qu'une population rentière vive plus longtemps que prévu par les tables de mortalité

Les swaps de longévité

- Pour la cédante, transfert du risque de longévité
- Pour le réassureur, diversification de l'activité





CONTEXTE DE L'ÉTUDE

- Enjeux et problématique

Depuis 2017,
7 nouveaux traités de
réassurance ont été
signés.

Il n'existe pas de tables
réglementaires au
Royaume-Uni.

Les données COVID-19
remettent en question
la façon de projeter les
taux de mortalité
futurs.



Comment mettre en place une unique table de mortalité prospective d'expérience qui servira de référence pour positionner la mortalité des nouveaux portefeuilles ?

Étape 1

Construction de tables de mortalité prospectives à partir des données nationales (données HMD)

Étape 2

Construction d'une table de mortalité du moment à partir de données agrégées de 7 portefeuilles

Étape 3

Positionnement de la table de mortalité du moment par rapport aux tables de mortalité HMD

Étape 4

Extrapolation de la table de mortalité prospective d'expérience ainsi obtenue aux âges extrêmes

- Étape 1 : Construction des tables prospectives HMD

Modèle de Lee-Carter log-Poisson (M1) :

$$\ln(\hat{\mu}_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t$$

Modèle de Renshaw-Haberman (M2) :

$$\ln(\hat{\mu}_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x k_t + \gamma_{t-x}$$

Données HMD
1950-2020

Modèle Age-Period-Cohort (M3) :

$$\ln(\hat{\mu}_{x,t}) = \alpha_x + k_t + \gamma_{t-x}$$

Modèle de Cairns-Blake-Dowd (M5) :

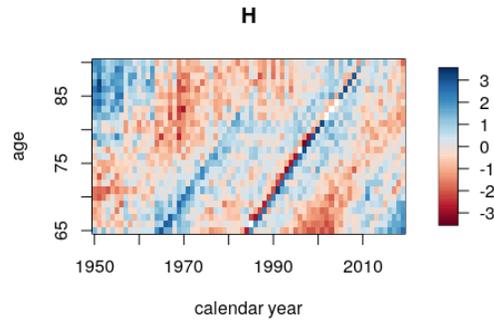
$$\ln(\hat{\mu}_{x,t}) = k_t^1 + (x - \bar{x})k_t^2$$

- Étape 1 : Construction des tables prospectives HMD

Modèle de Lee-Carter log-Poisson (M1) :

BIC

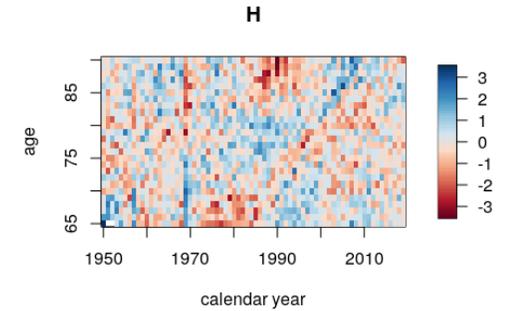
31 054.49



Modèle de Renshaw-Haberman (M2) :

BIC

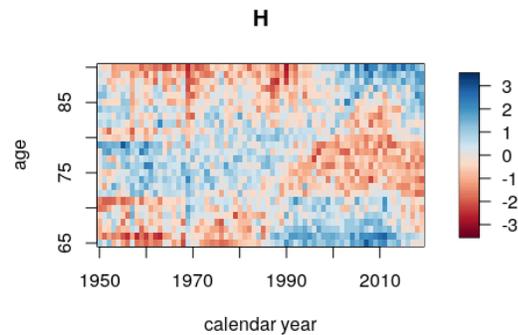
24 207.11



Modèle Age-Period-Cohort (M3) :

BIC

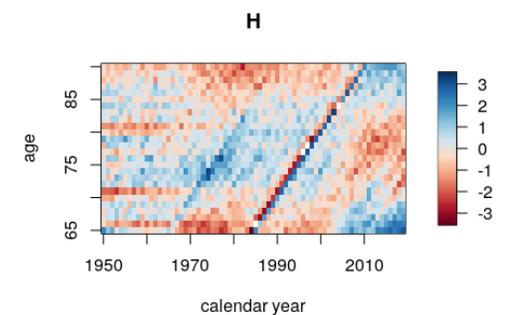
27 374.28



Modèle de Cairns-Blake-Dowd (M5) :

BIC

30 630.17



- Étape 1 : Construction des tables prospectives HMD

Modèle de Renshaw-Haberman (M2) : calibration effectuée sur la période 1950-2020 pour des âges compris entre 0 et 100 ans, pour les hommes et les femmes ; projection à horizon 2050

$$\ln(\hat{\mu}_{x,t}) = \alpha_x + \beta_x (k_t) + \gamma_{t-x}$$



Quel modèle de projection de la
composante temporelle ?

→ on calibre des modèles sur les
variations Δk_t

- Étape 1 : Construction des tables prospectives HMD

Modèle standard

Marche aléatoire avec dérive

$$\Delta k_t = \mu + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

- Les données COVID impactent fortement la calibration du modèle

Modèle standard réajusté

Marche aléatoire calibrée sur la période allant de 1950 à 2019

- Les données COVID sont exclues de la calibration
- Le modèle obtenu est projeté d'une année afin d'obtenir les décès estimés en 2020
- Ces décès sont réajustés afin qu'ils reflètent la mortalité réelle induite par la pandémie de COVID-19

Modèle utilisant une loi logistique

Substitution de la loi normale par la loi logistique

- La loi normale n'est pas adaptée aux données
- On utilise une loi logistique, loi pour laquelle les queues sont plus épaisses

- Étape 1 : Construction des tables prospectives HMD

Modèle à sauts transitoires

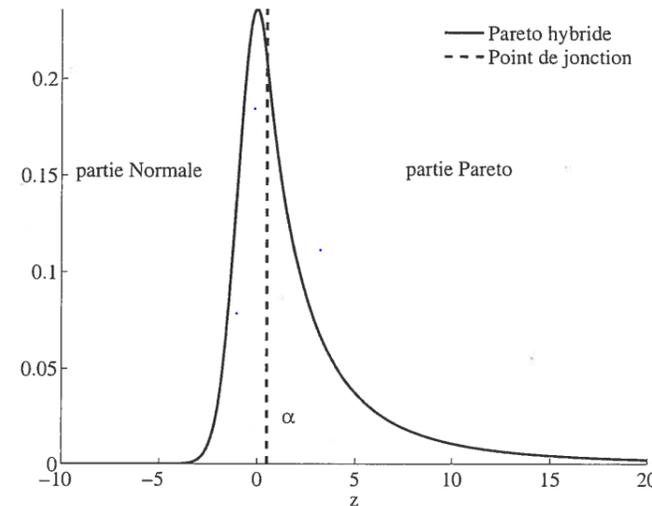
Dynamique du modèle :

$$\Delta k_t = \mu + \varepsilon_t + Y_{t+1}N_{t+1} - Y_t N_t$$

- N_t : variable décrivant la fréquence des sauts
 $N_t \sim B(p)$
- Y_t : variable décrivant l'amplitude des sauts
 $Y_t \sim N(m, s^2)$

Modèle à dépassement de seuil

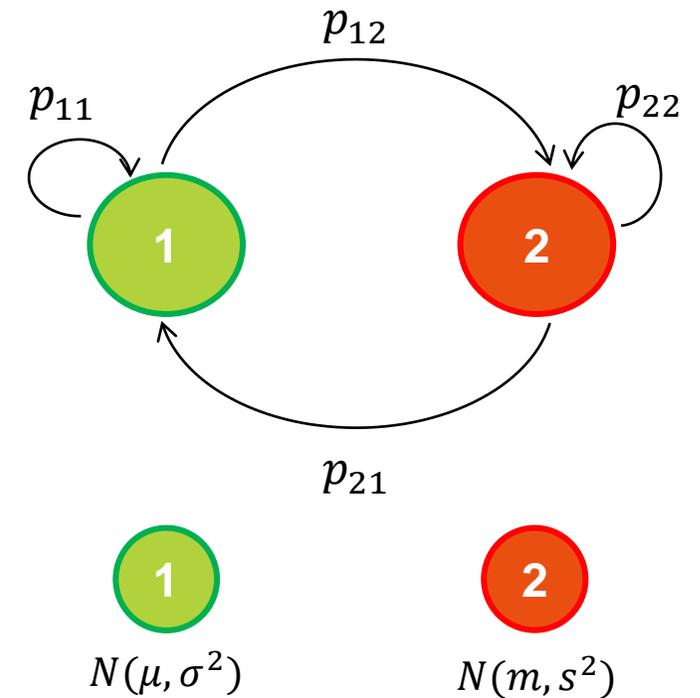
Mélange d'une loi normale et d'une loi de Pareto



→ En pratique, ce type de modèle est complexe à calibrer en raison du choix du seuil

Modèle de changement de régime

Modèle basé sur une chaîne de Markov à 2 états



- Étape 1 : Construction des tables prospectives HMD

Focus sur les modèles à sauts

AVANTAGES

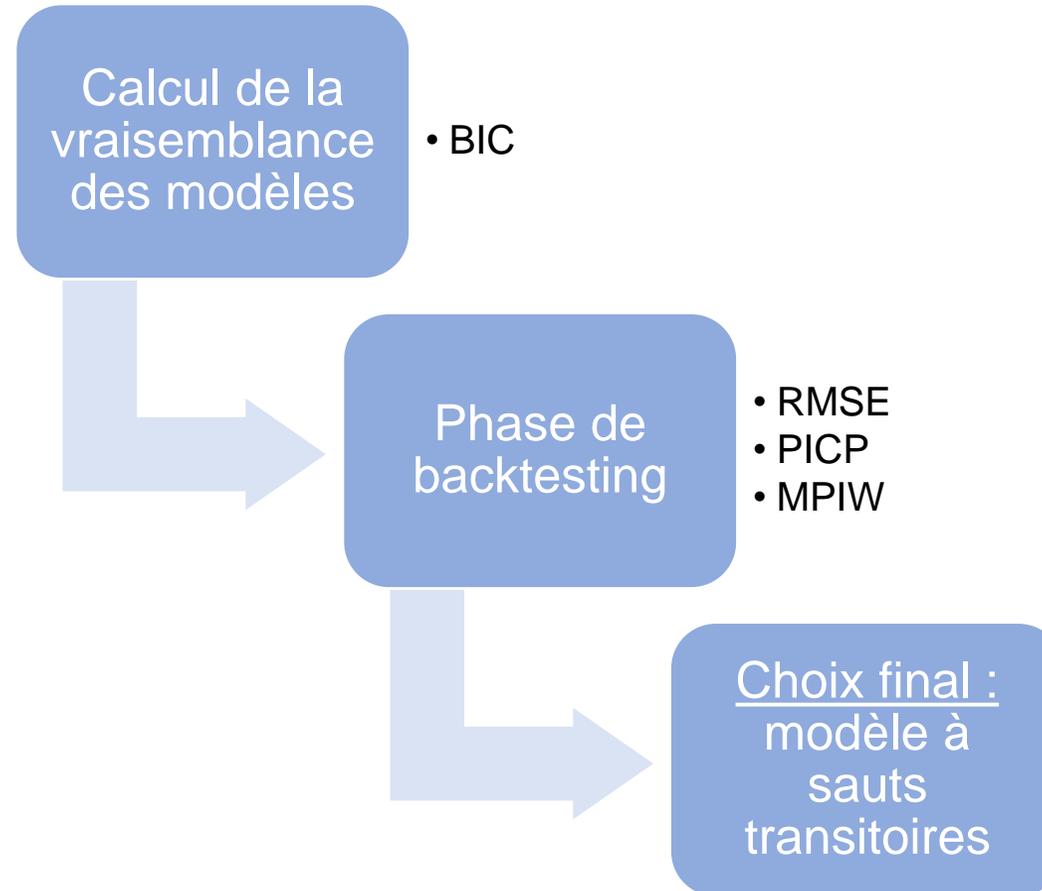
- ✓ Prise en compte explicite des sauts de mortalité
- ✓ Interprétabilité
- ✓ Stabilité des paramètres
- ✓ Performances améliorées
- ✓ Flexibilité

INCONVENIENTS

- ✗ Complexité
- ✗ Basés sur certaines simplifications discutables
- ✗ Encore peu utilisés aujourd'hui

- Étape 1 : Construction des tables prospectives HMD

Choix du modèle de projection



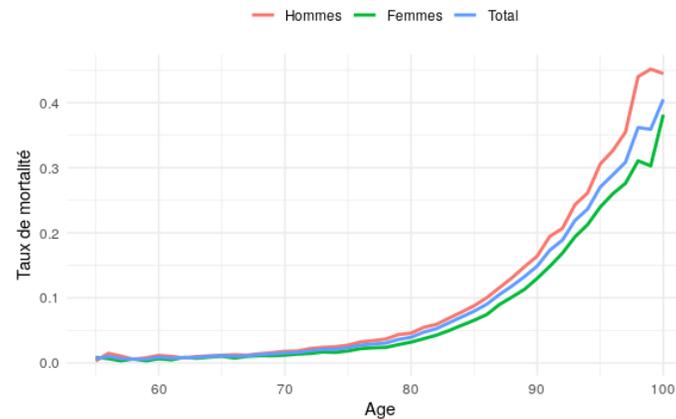
- Étape 2 : Construction de la table du moment

Traitement des données

- Choix d'une période de calibration : 2015-2019
- Tests de cohérence et de validation des données (73 au total)
- Calcul des variables d'exposition
- Choix d'une tranche d'âge pour le calcul des taux : 55-100 ans (critère de Cochran)

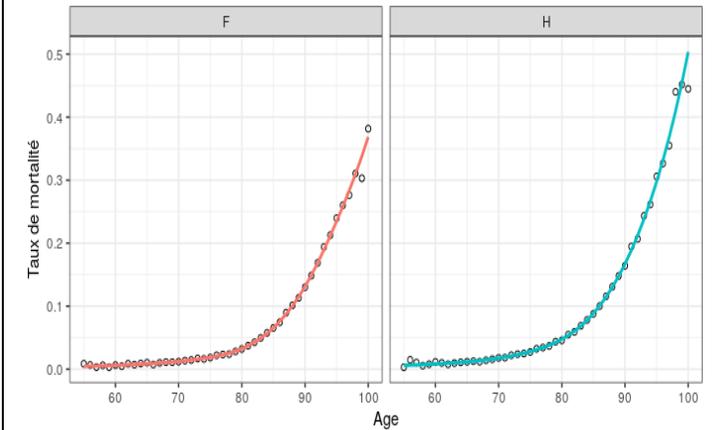
Calcul des taux bruts de mortalité

- Utilisation de l'estimateur empirique
- Segmentation H/F



Lissage des taux bruts de mortalité

- 3 lissages testés : Whittaker-Henderson, P-Splines, Gompertz-Makeham
- Lissage retenu : P-Splines



- Étape 3 : Positionnement de la table du moment

Régression linéaire du logit des taux de mortalité d'expérience par rapport aux taux de mortalité de référence HMD (modèle de Brass) sur l'année 2017 (année de référence de la table du moment) :

$$\text{logit}(\hat{q}_x) = a + b \times \text{logit}(q_x^{\text{ref}}) + \varepsilon_x$$

- Étape 4 : Extrapolation des taux de mortalité aux âges élevés

Prolongement des taux de mortalité jusqu'à 130 ans à l'aide de la méthode de Denuit et Goderniaux, basée sur la régression quadratique suivante :

$$\log(\hat{q}_{x,t}) = c_t(130 - x^2) + \varepsilon_{x,t}$$

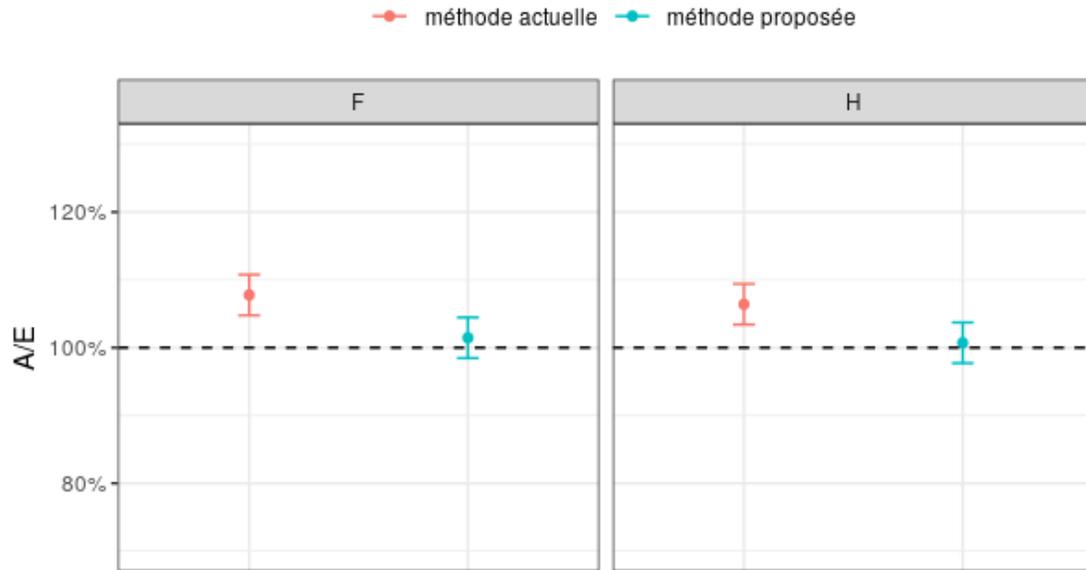
- Application des résultats à un swap de longévité – Informations relatives au traité

Date d'entrée en vigueur du traité	01/01/2017
Statut des rentes	Phase de restitution
Clause de réversion	Oui
Nombre de contrats	Environ 23 000
Date d'extraction des données	31/12/2022
Période d'observation	01/01/2017 – 31/12/2021

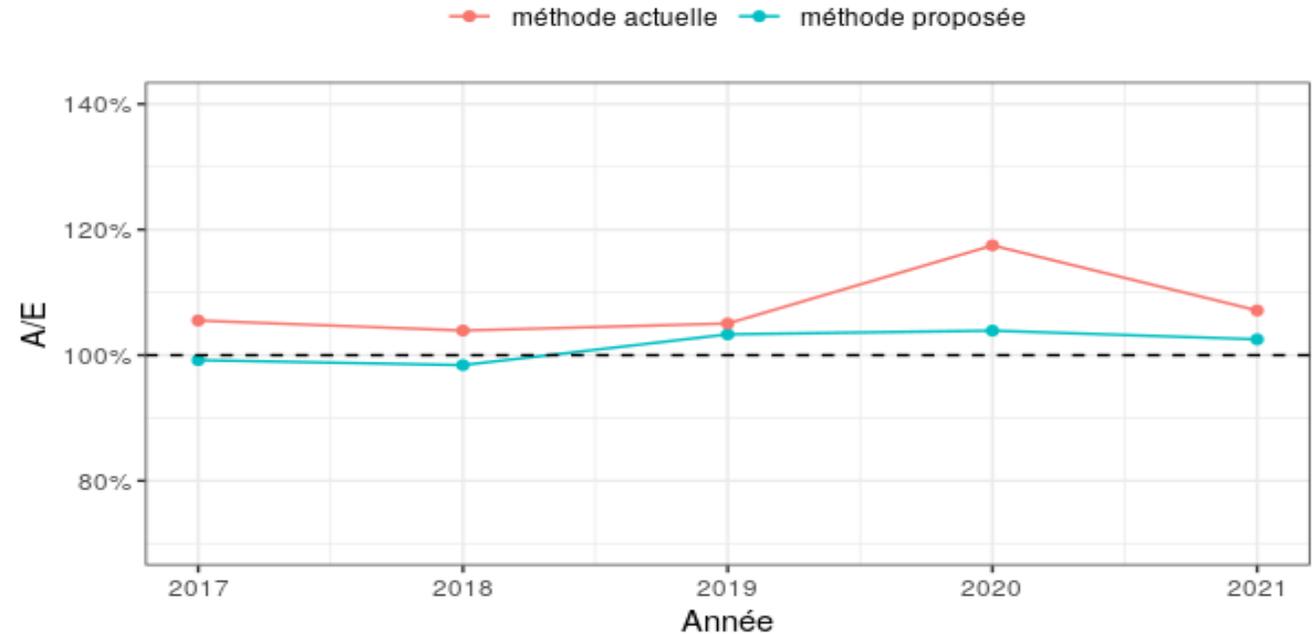
- Application des résultats à un swap de longévité – Analyse d’expérience

$$\frac{A}{E} = \frac{\text{Actuals}}{\text{Expected}} = \frac{\text{Décès observés}}{\text{Décès estimés}}$$

A/E par sexe

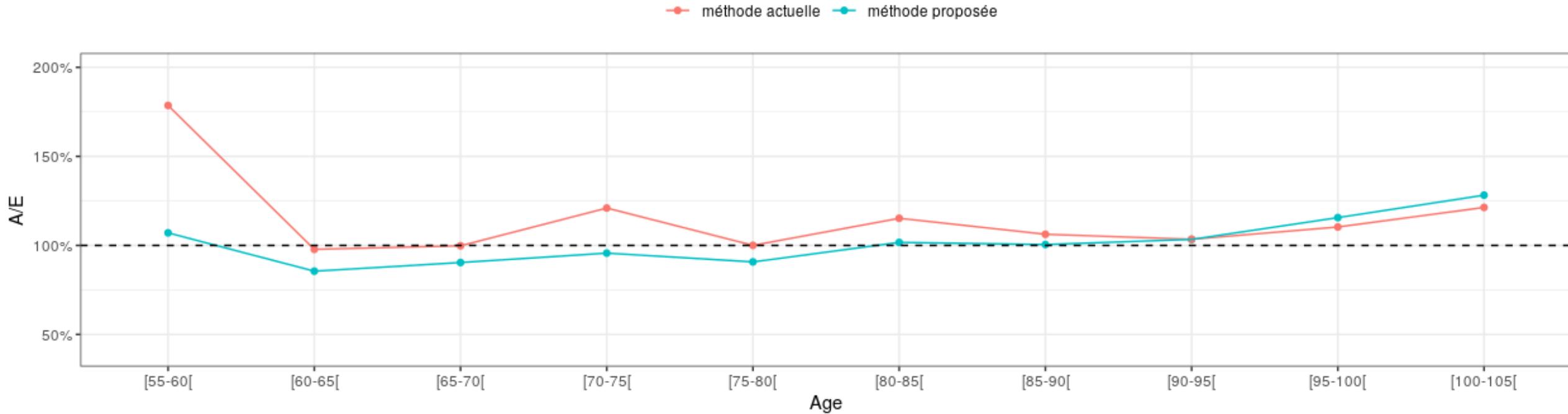


A/E par année
(pour les femmes)



- Application des résultats à un swap de longévité – Analyse d'expérience

A/E par âge (pour les femmes)



- Application des résultats à un swap de longévité – Calcul de métriques SII

Best Estimate

modèle	BE (en GBP)	variation
Modèle standard	- 52 679 963	-14.6%
Modèle standard réajusté	-47 315 658	-3.0%
Modèle utilisant une loi logistique	- 46 055 111	-0.2%
Modèle à sauts transitoires (référence)	- 45 953 640	0%
Modèle à dépassement de seuil	-46 663 509	-1.5%
Modèle de changement de régime	-46 787 722	-1.8%

SCR longévité

modèle	SCR longévité (en GBP)	variation
Modèle standard	33 054 397	-5.7%
Modèle standard réajusté	33 783 979	-3.6%
Modèle utilisant une loi logistique	34 609 392	-1.3%
Modèle à sauts transitoires (référence)	35 047 829	0%
Modèle à dépassement de seuil	33 981 026	-3.0%
Modèle de changement de régime	33 897 894	-3.3%

 **Sensibilité au risque de base : ~9M GBP (~20% du BE)**

• Conclusions générales



- Mise en place d'une table d'expérience prospective
- Construction d'une table du moment qui a vocation à être utilisée



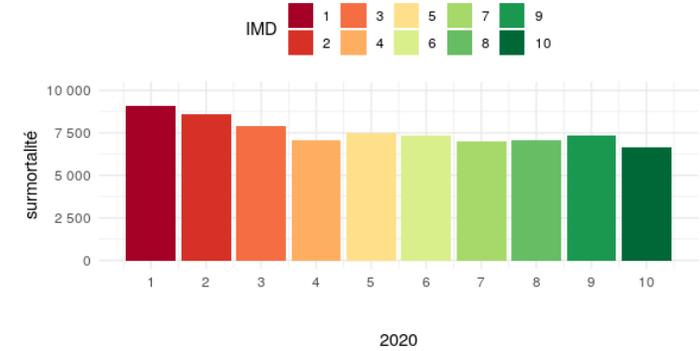
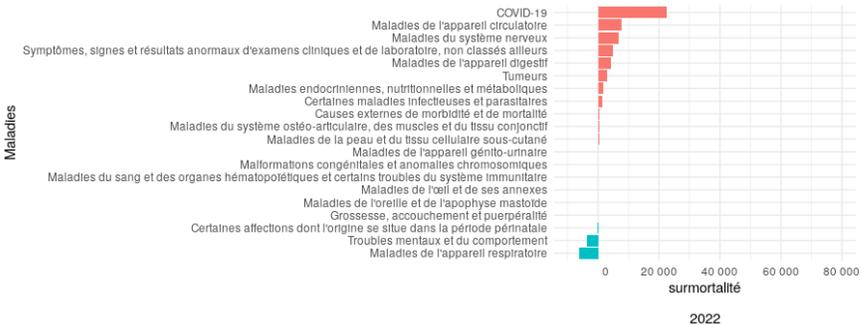
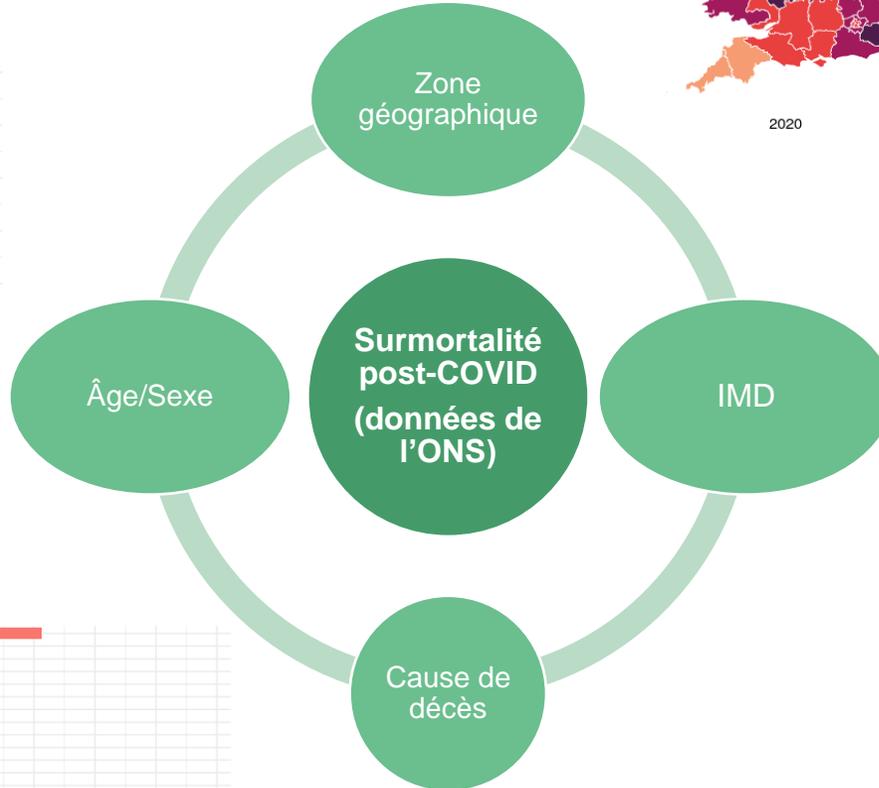
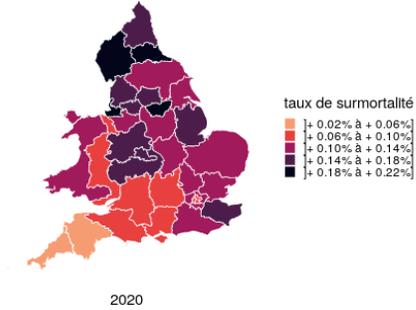
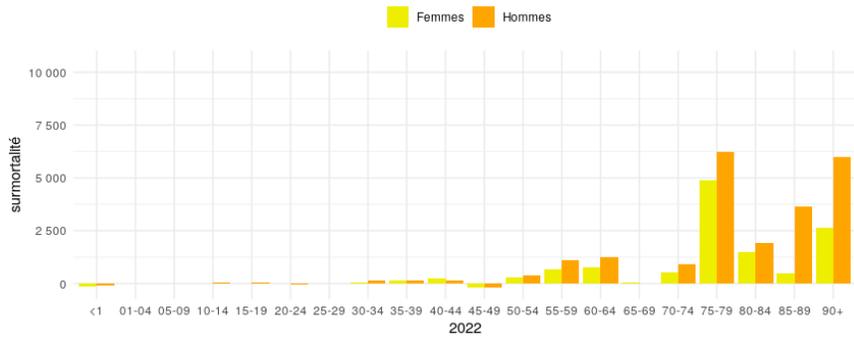
- Développement de nouvelles méthodes de projection
- Application possible de ces méthodes dans d'autres contextes



Amélioration de la connaissance des portefeuilles et de la population anglo-galloise

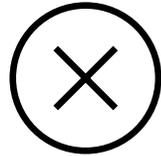
CONCLUSION ET OUVERTURE

- Un enjeu important : la surmortalité post-COVID



- Limites et perspectives du mémoire

Limites



- Non prise en compte de certains phénomènes (dérèglement climatique, dégradation du système de santé etc.)
- Il serait intéressant d'intégrer d'autres facteurs lors de la mise en place des tables de mortalité

Perspectives



- Utilisation des travaux réalisés par d'autres équipes
- Approfondissement des méthodes qui ont été testées et comparaison avec les méthodes actuelles

Merci pour votre attention.

Contact : aouhammou@deloitte.fr