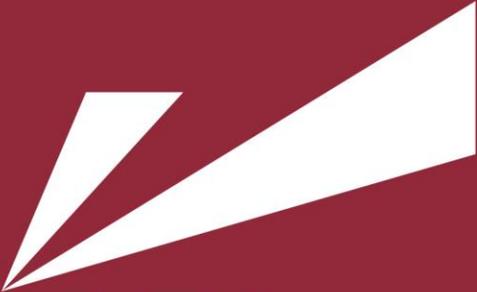


# Modèles financiers pour la construction du bilan économique

Problématiques et méthodologies



INSTITUT DES  
**ACTUAIRES**

**Congrès des Actuaires, juin 2016**

Laurent Devineau, Milliman

Zorana Grbac, Université Paris Diderot - Paris 7

Peter Tankov, Université Paris Diderot - Paris 7

Julien Vedani, Milliman

- La valorisation du **bilan économique d'une compagnie** devient cruciale dans le contexte actuel d'évolution des normes comptables (IFRS, ...) et de la réglementation Solvabilité 2.
- Cette valorisation nécessite le recours à des tables de scénarios économiques « **market consistent** » afin de projeter les flux futurs de marges et de passifs à l'aide de modèles ALM.
- La construction de ces simulations repose en particulier sur le **choix de modèles financiers**, la définition d'un **processus de calibrage** et la **production de trajectoires**, dont la **valorisation peut fortement dépendre**.
- Par conséquent il apparaît nécessaire de mettre en évidence des critères objectifs permettant de choisir **judicieusement** les **modèles financiers** et les **techniques de calibrage et de diffusion** associées.

- 1. Notion de market consistency et bilan économique**
2. Modèles de taux d'intérêt et d'indices actions
3. Vers une « personnalisation » des scénarios économiques
4. Mesures d'impacts sur le bilan économique

## La Market Consistency en assurance

### Dans les pratiques de calcul de l'EV et la régulation

- **Evolution des pratiques de calcul de l'Embedded Value depuis 2000**
  - EEV (2005), première évocation de la TVFOG
  - MCEV (2008), valorisation market consistant de l'EV
  - IFRS (2004-), introduction comptable de la notion de Fair Value et du calcul de la valeur temps des éléments du bilan
- **Solvency II (2009), article 76 – General provisions**
  - *The calculation of technical provisions shall make use of and be consistent with information provided by the financial markets and generally available data on underwriting risks (**market consistency**).*

### Concernant la mise en œuvre de la market-consistency :

- **CEIOPS (2010) - Annexes to the QIS5 Technical Specifications**
  - La market-consistency implique une cohérence avec la manière dont le marché analyse les prix d'options → volatilités implicites
  - *“The derivation of implied volatilities based on financial models such as the Black-Scholes is consistent with the way in which market participants analyze the prices of traded financial instruments and price over-the-counter financial instruments [...]*
  - ***Implied volatilities seem to be more appropriate [than historical volatilities] for the purpose of a market consistent valuation.**”*
- **GCAE (2012) – An actuarial view of market consistency**
  - Mise en évidence de la nécessité de stabilité et de robustesse dans les valorisations.
  - Approche similaire à la théorie des options : on ne parle pas de **valeur intrinsèque** mais de **répliquer une valeur temps de passif par des actifs liquides**
  - *« market consistent values need **not necessarily to be unique**. However, there will generally be limits on how far market consistent valuations might reasonably diverge from each other »*
  - *« market consistent valuation does not aim to arrive at some ‘intrinsic value’ of a financial instrument. [...] **What is important for a market consistent valuation is the cost for the holder of a liability to reproduce (i.e. replicate) the liability cash flows using assets that are traded in a deep, liquid and transparent market.** »*

# Notion de market consistency et bilan économique

## Bilan économique

### Qu'est-ce qu'un bilan économique ?

- Construction d'un bilan reposant sur une valorisation market consistant
  - Forte analogie avec **la théorie des options financières** : distinction entre **valeur intrinsèque** et **valeur temps**
  - Une **valorisation économique** est homogène à une **espérance de VAN de flux futurs**
  - En pratique cela requiert une mise en œuvre de type **Monte-Carlo**



- BE : espérance de VAN des cash-flows de passifs (prestations, commissions, frais, ...) sous la probabilité risque-neutre (RN)
- FP : espérance de VAN des marges futures sous la probabilité risque-neutre (augmentée de l'ANR)

1. Notion de market consistency et bilan économique
- 2. Modèles de taux d'intérêt et d'indices actions**
3. Vers une « personnalisation » des scénarios économiques
4. Mesures d'impacts sur le bilan économique

**Quelques exemples de modèles actions utilisés en environnement RN**

Formules simples pour les options  
Rendements gaussiens  
Smile de volatilité non calibré

$$\frac{dS_t}{S_t} = r_t dt + \sigma_t dW_t$$

Log-normal  
Black & Scholes

Modèle permettant de calibrer le smile de volatilité à long terme mais qui sous-estime le skew à court terme

$$\frac{dS_t}{S_t} = (r_t - \lambda \bar{\mu}_J) dt + \sigma_t dW_t + J_t dN_t$$

$J_t$  est un processus de Poisson représentant les sauts LN

Ajouts de sauts  
Modèle de Merton

Modèle permettant une meilleure réplication du skew de volatilité à court terme

$$\begin{cases} \frac{dS_t}{S_t} = r_t dt + \sigma_t dW_t \\ d\sigma_t^2 = k(\theta - \sigma_t^2) dt + \sigma^v \sigma_t dW_t^v \\ d\langle W_t, W_t^v \rangle = \rho dt \end{cases}$$

Variance stochastique CIR  
Modèle de Heston

Modèle SVJD

$$\begin{cases} \frac{dS_t}{S_t} = (r_t - \lambda \bar{\mu}_J) dt + \sigma_t dW_t + J_t dN_t \\ d\sigma_t^2 = k(\theta - \sigma_t^2) dt + \sigma^v \sigma_t dW_t^v \end{cases}$$

Modèle permettant une bonne réplication des conditions de marché à court terme comme à long terme, mais plus délicat à calibrer

### Exemples de modèles de taux d'intérêt RN : les modèles LMM

- Notations :  $F_k(t)$  est la valeur en date  $t$  du taux forward associé à l'intervalle  $[T_k, T_{k+1}]$
- Ci-dessous l'ensemble des **sous-modèles** dérivés du **SV DD LMM** (également dénommé LMM+) :

**LMM Standard**

Modèle simple mais ne permet pas le calibrage du smile et n'est pas adapté aux taux négatifs

Pour le **LMM standard** :  $\delta = 0$  et  $s(t) = f(t)$   
Avec  $f()$  une fonction d'échelle déterministe :  
 $s(t) = f(t) = (f_\infty + (1 - f_\infty)e^{-\alpha_{vol} T_j})$  pour  $t \in [T_j, T_{j+1}[$   
**6 paramètres** :  $\mathcal{P} := (a, b, c, d, f_\infty, \alpha_{vol})$

**DD LMM**

Adapté aux taux négatifs, plus facile à calibrer en régime de taux bas

Pour le **DD LMM** :  $\delta > 0$  et  $s(t) = f(t)$   
Avec  $f()$  une fonction d'échelle déterministe :  
 $s(t) = f(t) = (f_\infty + (1 - f_\infty)e^{-\alpha_{vol} T_j})$  pour  $t \in [T_j, T_{j+1}[$   
**6 paramètres (\*)** :  $\mathcal{P} := (a, b, c, d, f_\infty, \alpha_{vol})$

**Expression générale du SV DD LMM**

$$dF_k(t) = (F_k(t) + \delta) \left( s^2(t) \sum_{i=m(t)}^k \left[ \frac{\Delta_i(F_i(t) + \delta)}{1 + \Delta_i F_i(t)} \gamma_i(t) \cdot \gamma_k(t) \right] dt + s(t) \cdot \gamma_k(t) \cdot dZ^d(t) \right)$$

**!** (\*) Il est néanmoins vivement conseillé de calibrer le shift  $\delta$

**Structure de volatilité** :  $\gamma_j(t) := g_j(t)\beta_j(t)$   
 $\beta_j(t) = (\beta_j^1(t), \beta_j^2(t))$  avec  $\beta_j^1(t)^2 + \beta_j^2(t)^2 = 1$   
 $g_j(t) = (a + bT_{j-m(t)})e^{-cT_{j-m(t)}} + d$

Calibrage possible du smile de volatilité

**SV LMM**

Pour le **SV LMM** :  $\delta = 0$  and  $s(t) = \sqrt{V(t)}$   
Avec  $V$  suivant un processus de **retour à la moyenne** (CIR)  
 $dV(t) = \kappa(\theta - V(t))dt + \varepsilon\sqrt{V(t)}dW(t)$   
 $\langle dW, dZ^d \rangle = \rho dt, V(0) = 1$   
**8 paramètres** :  $\mathcal{P} := (a, b, c, d, \kappa, \theta, \varepsilon, \rho)$

**SV-DDLMM**

Pour le **SV DD LMM** :  $\delta > 0$  et  $s(t) = \sqrt{V(t)}$   
Avec  $V$  suivant un processus de **retour à la moyenne** (CIR)  
 $dV(t) = \kappa(\theta - V(t))dt + \varepsilon\sqrt{V(t)}dW(t)$   
 $\langle dW, dZ^d \rangle = \rho dt, V(0) = 1$   
**8 paramètres (\*)** :  $\mathcal{P} := (a, b, c, d, \kappa, \theta, \varepsilon, \rho)$

### Exemples de modèles de taux d'intérêt RN : les modèles de taux instantané

$$r(t) = x(t) + y(t) + \phi(t), \quad r(0) = r_0$$

$x, y$  Vasicek à moyenne asymptotique nulle :

$$dx(t) = -ax(t)dt + \sigma dW_1(t), \quad x(0) = 0$$

$$dy(t) = -by(t)dt + \eta dW_2(t), \quad y(0) = 0$$

$$d\langle W_1(t), W_2(t) \rangle = \rho dt$$

$\phi$  fonction de calage temporel

Modèle G2++

$$dr(t) = a(\theta(t) - r(t))dt + \sigma dW(t)$$

$$r(0) = r_0$$

$\theta$  fonction déterministe de calage

→ 1 source d'aléa, 2 paramètres

$a$  vitesse de retour à la moyenne

$\sigma$  volatilité

Modèle Hull-White

$$r(t) = x(t) + \phi(t)$$

$$r(0) = r_0$$

$$dx(t) = k(\theta - x(t))dt + \sigma\sqrt{x(t)}dW(t)$$

$$x(0) = x_0$$

$\phi$  fonction de calage temporel

Modèle CIR++

- **Modèles de Hull-White**: simulation aisée, formules fermées de pricing disponibles pour les caps et semi-fermées pour les swaptions (méthode de Jamshidian)
- **Modèle G2++** : simulation aisée, formules de pricing plus complexes pour les prix de swaptions, requérant l'estimation d'intégrales numériques. En revanche les prix de caps peuvent être déterminés par formules fermées, mais l'estimation de la corrélation entre les mouvements browniens des deux facteurs est en pratique moins robuste dans un calibrage sur caps que dans un calibrage sur swaptions.
- **Modèle CIR++** : Le modèle CIR sans shift assure la positivité (si la condition de Feller est vérifiée) des taux mais ne permet pas de reproduire la courbe initiale. Le CIR++ reproduit la courbe initiale mais génère des taux négatifs. Ce modèle se calibre mieux en régime de taux bas
- Les modèles à un seul aléa permettent de capter **uniquement le risque de translation** de la courbe des taux (et non les risques de pentification et de courbure)

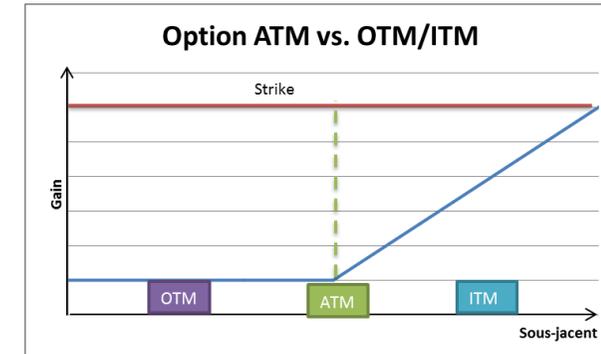
# Modèles de taux d'intérêt et d'indices actions

## Calibrage market consistent – problématiques



### Nombreuses problématiques

- **Typologies d'inputs à considérer ?**
  - **Action** : volatilités/prix, At The Money (ATM)/Out of/In The Money (OTM/ITM)
  - **Taux** : caplets / swaptions, volatilités / prix, ATM / OTM / ITM, volatilités normales / LN
- **Quelle méthode de calibrage considérer ?**
  - **Action/Taux** : calibrage sur volatilités / prix / moments, utilisation de pondérations
  - **Méthodologie** : calibrage direct de  $\theta$ , approche séquentielle  $\theta^1$ , puis  $\theta^2, \dots$
- **Quel algorithmique d'optimisation utiliser ?**
  - **Type d'algorithme** : Nelder-Mead, Levenberg-Marquardt, Gradient conjugué, algorithme mixte,...



### Objectifs de mise en œuvre :

- Robustesse de l'**estimation des paramètres** des modèles de diffusion,
- **Qualité de réplication des actifs** intégrés au processus de calibrage
- **Homogénéité / comparabilité** entre les portefeuilles similaires de différentes compagnies
- **Adaptation** du processus de calibrage aux produits considérés et à l'optionnalité associée

1. Notion de market consistency et bilan économique
2. Modèles de taux d'intérêt et d'indices actions
- 3. Vers une « personnalisation » des scénarios économiques**
4. Mesures d'impacts sur le bilan économique

### Différents critères sont à considérer dans le choix des modèles financiers à retenir

#### Comparaison structurelle des modèles

- Pour les modèles de taux -> possibilité de répliquer la courbe des taux initiale
- Possibilité de répliquer les phénomènes de smiles de volatilité (modèles à volatilité stochastique)
  - Néanmoins pour un **risque action**, la nature **court terme du smile** soulève la question de sa modélisation en assurance
- Formules simples pour le pricing des actifs de calibrage (calls, puts, caps, swaptions,...)
- Nombre d'aléas et de facteurs sous-jacents / richesse du paramétrage permettant de répliquer les cibles souhaitées
- Popularité du modèle
- Complexité d'implémentation / calibrage

#### Adaptation au modèle ALM et aux passifs considérés

- Exigences du modèle ALM
  - Par exemple -> le modèle ALM permet-il de traiter les taux négatifs ?
- Stabilité des projections de moyen / long terme
- Pour des modèles ALM projetant peu de produits dérivés (actif) et peu d'optionnalité (passif), une modélisation plus simple peut s'avérer satisfaisante

**Point d'attention** : dans le contexte de taux bas actuels, les **modélisations gaussiennes** des taux peuvent mener à de nombreuses simulations négatives à moyen / long terme

- Or le **caractère symétrique** d'un modèle gaussien ne permet pas d'assurer en situation de taux bas, d'avoir une **probabilité plus élevée d'observer une hausse des taux** que celle d'observer une baisse des taux.

Problématique : nécessité d'homogénéiser les pratiques en termes de calibrage et de traitements appliqués aux trajectoires simulées

### Aménagements possibles du processus de calibrage

#### • **Choix des actifs à répliquer**

- Les options et garanties de taux des passifs d'assurance sont en général trop complexes pour être assimilées à des options ATM  
→ **Réplication d'options OTM** pour une **meilleure appréciation de l'optionnalité des portefeuilles d'assurance**
  - Piste d'amélioration : sélection des swaptions à répliquer
    - En cohérence avec les niveaux de duration des portefeuilles valorisés → sélection de la zone ténors x maturités
    - Calcul des TMG / taux techniques moyens des portefeuilles valorisés → choix des niveaux de strikes des options OTM à considérer dans la fonction cible du calibrage
- **Un nombre élevé de volatilités à répliquer peut dégrader la précision générale du calibrage**
  - Piste d'amélioration : **objectivation des instruments** à intégrer dans le processus de calibrage
    - Régressions linéaire des VAN de flux des portefeuilles valorisés sur les cash-flows des instruments de calibrage potentiels
    - Choix des moneyness / ténors / maturités
    - Présélection des actifs les plus corrélés

#### • **Objectivation des poids à donner aux différentes réplifications**

- Focus sur le calibrage taux : possibilité **d'affiner le choix des poids** à donner aux moneyness /maturités/ténors à répliquer
  - Approche par régression linéaire (voir infra)
  - Approche Vega sur VIF (voir infra)

### Aménagements possibles du processus de construction des scénarios économiques

#### • Cohérence des traitements appliqués aux simulations

- Déformations potentielles des lois sous-jacentes par application de **caps et de floors** sur les taux générés,
- Distorsion des **volatilités projetées** dans une approche « **path freezing** »,
- Limites d'un traitement « **moment matching** »,...



Prendre garde à ne pas altérer la market consistency de la table générée.

En particulier, respect de la cohérence entre **volatilités projetées** et **volatilités cibles**

#### • Validation des tables générées

- **Mise en œuvre de tests martingale**
- **Tests de repricing**
  - Vérification de la capacité à répliquer les prix de marché
- **Indicateur martingale synthétique**

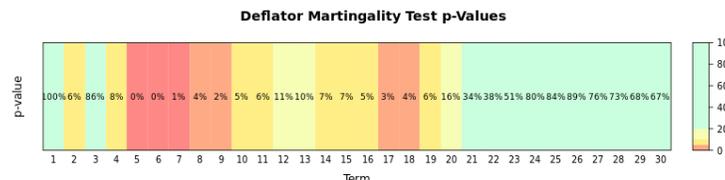
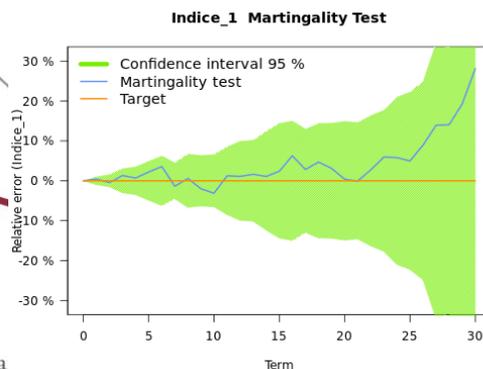


Les tests martingales ne permettent pas d'assurer un faible écart de convergence ALM

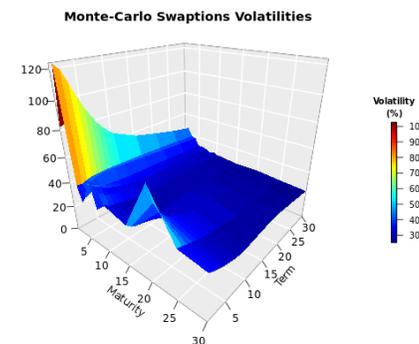
Même si des tests martingale mauvais entraînent souvent un écart élevé!

- Approche mixte permettant de mesurer la **robustesse d'estimation**

→ **Piste d'amélioration : Maîtrise de la convergence ALM - Sélection a priori du jeu de scénarios le plus performant**



Source : ESG Milliman CHESS



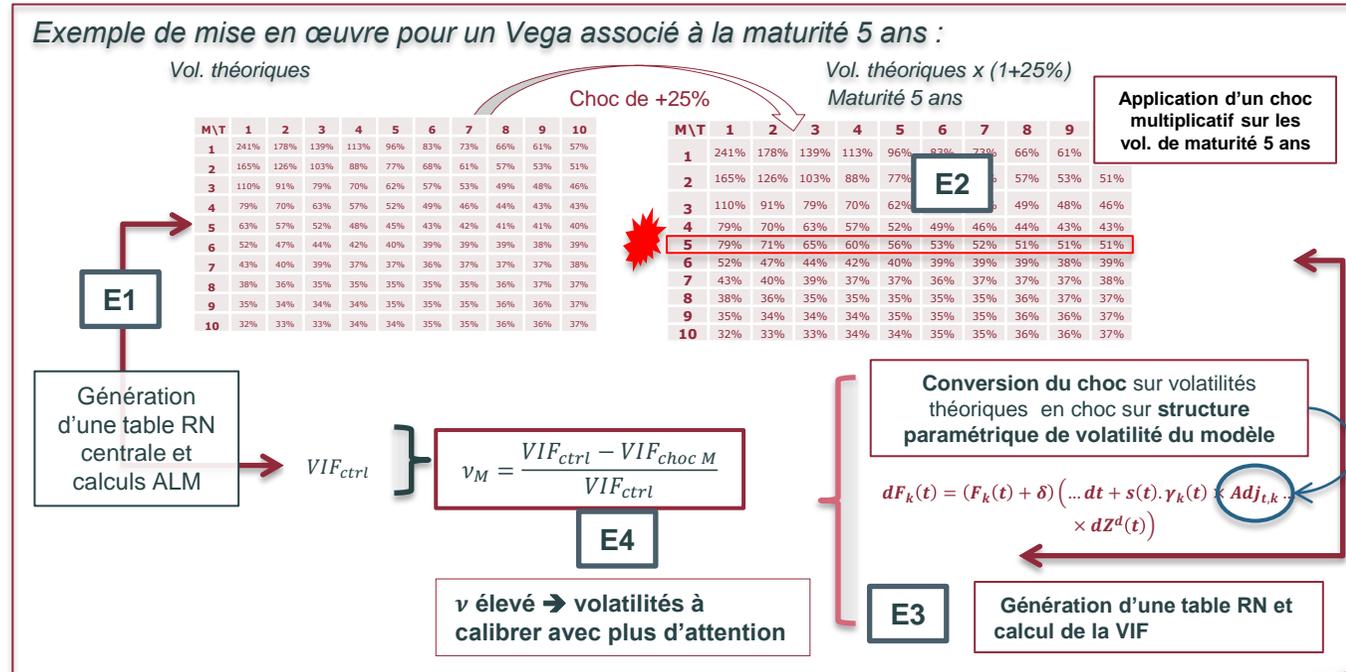
# Vers une « personnalisation » des scénarios économiques

## Approche Vega sur VIF

**Objectif :** identification des volatilités à répliquer en lesquelles la VIF et le BE sont sensibles et ajustement des poids dans le processus de calibrage

**Principe de l'approche :** calcul d'une **sensibilité de la VIF aux différentes volatilités** (i.e. estimation d'un Vega) en vue d'ajuster les poids des erreurs quadratiques de la fonction cible de calibrage

- **E1: Calcul d'une VIF centrale de référence**
  - Obtention de la matrice de vol. théoriques
  - Génération de la table RN centrale
- **E2 : Application d'un choc « local » de volatilité**
  - Pour chaque maturité (i.e. chaque ligne de la matrice de volatilités théoriques) :
  - **Application d'un niveau de choc**
  - **Conversion du choc** sur volatilités théoriques en choc sur **structure paramétrique de volatilité du modèle**
- **E3 : Calcul des VIF choquées**
  - Pour chaque choc « local » -> **génération d'une table RN et calcul de la VIF**
- **E4 : Détermination des poids associés à chaque maturité**



Les swaptions associées aux maturités dont les sensibilités ( $v_M$ ) sont élevées doivent être répliquées avec le plus grand soin au sein du processus de calibrage.

# Vers une « personnalisation » des scénarios économiques

## Approche par régression linéaire

**Objectif : objectivation des pondérations des erreurs quadratiques dans la fonction cible de calibrage**

**Principe de l'approche : détermination des poids via une approche par régression linéaire**

- Ci-dessous les différentes étapes de la méthode :
  - Etape 1 : génération d'une table RN centrale et **obtention de la VAN des flux** de marges ou de passifs à l'aide du modèle ALM
    - La **table générée** repose à ce stade sur un processus de **calibrage standard non optimisé**
  - Etape 2 : mise en œuvre d'une **régression linéaire multiple** (une approche ridge, LASSO ou Elastic-net est à privilégier) visant à régresser la **VAN des flux ALM** sur les **VAN de flux des instruments financiers** à intégrer potentiellement dans le processus de calibrage
    - Remarque : le régresseur obtenu constitue un **proxy de la variable cible à répliquer** (la VIF ou le BE) -> **maîtriser l'erreur commise** sur son pricing revient à **maîtriser l'erreur d'évaluation de la VIF** ou du BE
  - Etape 3 : **détermination des poids** par **majoration de l'erreur de répliation** sur proxy à l'aide du résultat théorique ci-dessous

Erreur de répliation

$$\left| \sum_k \beta_k (P_k^{mkt} - P_k^{th}) \right| \leq \sqrt{\sum_k \beta_k^2 (P_k^{mkt} - P_k^{th})^2}$$

Poids permettant d'assurer un contrôle de l'erreur de répliation

1. Notion de market consistency et bilan économique
2. Modèles de taux d'intérêt et d'indices actions
3. Vers une « personnalisation » des scénarios économiques
- 4. Mesures d'impacts sur le bilan économique**

# Mesures d'impacts sur le bilan économique

## Sensibilité du ratio de solvabilité au calibrage (1/2)

- Objectif : étudier la sensibilité du ratio de solvabilité à différentes options de calibrage
  - Hypothèses et modèles sous-jacents :
    - Modèle de taux considéré : DD LMM calibré au 31/12/2015
    - Modèle « ALM type » intégrant des portefeuilles épargne/retraite
- Différents axes d'analyse :
  - Comparaison des VIF obtenues pour différentes **zones de calibrage** et de **valeurs du shift** (displacement factor du DD LMM)
  - Mesures d'impacts sur le **SCR** et sur le **ratio de couverture**

- **Valeurs de shift considérées** : 2% - 10% - 45%
- **Zones de calibrage** :
  - **Zone 1** : intégralité de la matrice
  - **Zone 2** : maturités / ténors  $\geq 10$
  - **Zone 3** : maturité + ténor  $\geq 9$
- Remarque : calibrage sur volatilités ATM uniquement à ce stade
  - Néanmoins les travaux d'investigations complémentaires font intervenir les volatilités OTM

|                    |    | Tenor    |     |     |     |     |     |     |          |     |     |     |     |     |     |     |
|--------------------|----|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                    |    | Tenor<10 |     |     |     |     |     |     | Tenor≥10 |     |     |     |     |     |     |     |
|                    |    | 1        | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8        | 9   | 10  | 15  | 20  | 25  | 30  |     |
| Maturity<br>Mat<10 | 1  | 345%     | 94% | 84% | 80% | 74% | 70% | 67% | 63%      | 60% | 58% | 47% | 43% | 42% | 41% |     |
|                    | 2  | 193%     | 88% | 78% | 73% | 69% | 64% | 60% | 57%      | 55% | 53% | 44% | 41% | 39% | 39% |     |
|                    | 3  | 136%     | 83% | 73% | 67% | 62% | 58% | 55% | 52%      | 51% | 50% | 42% | 39% | 38% | 37% |     |
|                    | 4  | 108%     | 75% | 68% | 61% | 56% | 53% | 50% | 49%      | 47% | 46% | 40% | 38% | 36% | 35% |     |
|                    | 5  | 87%      | 66% | 59% | 54% | 51% | 48% | 46% | 45%      | 44% | 44% | 38% | 36% | 34% | 33% |     |
|                    | 6  | 71%      | 57% | 52% | 49% |     |     |     |          |     | 42% | 41% | 37% | 35% | 33% | 31% |
|                    | 7  | 58%      | 50% | 47% | 45% |     |     |     |          |     | 40% | 40% | 36% | 34% | 32% | 30% |
|                    | 8  | 51%      | 46% | 44% | 42% |     |     |     |          |     | 38% | 39% | 35% | 33% | 31% | 30% |
|                    | 9  | 46%      | 43% | 42% | 41% | 40% | 38% | 37% | 37%      | 38% | 38% | 35% | 33% | 31% | 29% |     |
|                    | 10 | 42%      | 42% | 41% | 40% | 39% | 38% | 36% | 37%      | 37% | 38% | 35% | 32% | 31% | 29% |     |
| Maturity<br>Mat≥10 | 15 | 37%      | 37% | 38% | 37% | 37% | 36% | 34% | 35%      | 36% | 37% | 34% | 31% | 28% |     |     |
|                    | 20 | 34%      | 37% | 37% | 36% | 36% | 35% | 33% | 34%      | 35% | 36% | 34% | 31% | 27% |     |     |
|                    | 25 | 35%      | 35% | 35% | 34% | 34% | 32% | 31% | 32%      | 32% | 33% | 32% | 31% | 25% |     |     |
|                    | 30 | 33%      | 34% | 34% | 33% | 33% | 31% | 30% | 30%      | 31% | 31% | 31% | 28% | 26% | 24% |     |

Zone 1: Maturity < 10, Tenor < 10

Zone 2: Maturity ≥ 10

Zone 3: Maturity + Tenor ≥ 9

Imbrication des différentes zones de calibrage :  
zone 2  $\subset$  zone 3  $\subset$  zone 1

# Mesures d'impacts sur le bilan économique

## Sensibilité du ratio de solvabilité au calibrage (2/2)

- Principaux résultats sur l'estimation de la VIF :

| Zone de calibrage        | Zone 1 | Zone 2 | Zone 1 | Zone 1 | Zone 2 | Zone 3 |
|--------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Valeur du shift          | 2%     | 2%     | 10%    | 45%    | 45%    | 45%    |
| VIF                      | 26,0   | 27,6   | 22,8   | 20,2   | 24,1   | 22,8   |
| Ecart de convergence ALM | 0,21%  | 0,20%  | 0,15%  | 0,11%  | 0,13%  | 0,14%  |

- Quelques clés de lecture :

- Le choix du **shift** est très impactant -> la **VIF** diminue lorsque le **shift** croît
- Un calibrage basé sur des **maturités et ténors plus élevées** se focalise essentiellement sur des niveaux de **volatilités plus faibles**, ce qui conduit à une **réduction des volatilités projetées** et à une **augmentation de la VIF**

- Ci-dessous les impacts observés sur le SCR et le ratio de couverture (calibrage sur zone 1 uniquement)

| Zone de calibrage   | Zone 1 | Zone 1 | Zone 1 |
|---------------------|--------|--------|--------|
| Valeur du shift     | 2%     | 10%    | 45%    |
| VIF                 | 26,0   | 22,8   | 20,2   |
| Éléments éligibles  | 76,1   | 73,1   | 71,2   |
| SCR                 | 48,9   | 52,2   | 54,7   |
| Ratio de couverture | 156%   | 140%   | 130%   |

- Principale observation

- Très forte sensibilité du **ratio de solvabilité** au niveau du **shift** -> une **augmentation du shift** conduit à une **baisse du ratio de couverture** induite par une **diminution des éléments éligibles** et une **augmentation du SCR**

# Mesures d'impacts sur le bilan économique

## Etude complémentaire (1/2)

- Problématique : les modèles DD LMM shiftés à 2% et à 45% calibrés sur volatilités ATM conduisent à des **résultats non homogènes** en termes de VIF et de ratio de couverture.
- Explication : l'analyse des **volatilités théoriques** induites par chacun des deux modèles révèle en réalité des **écarts significatifs**

*Différences entre les volatilités théoriques des modèles shiftés à 2% et 45%*

|                          |        |         |         |          |          |          |        |        |        |        |        |        |        |        |       |
|--------------------------|--------|---------|---------|----------|----------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| ATM                      |        | -69,18% | -24,54% | -15,14%  | -10,20%  | -7,35%   | -5,34% | -3,90% | -2,95% | -2,29% | -1,20% | -1,06% | 0,56%  | 2,19%  |       |
|                          |        | -35,91% | -12,74% | -7,58%   | -4,33%   | -2,55%   | -1,34% | -0,49% | 0,02%  | 0,31%  | -0,35% | 1,70%  | 3,05%  |        |       |
|                          |        | 0,08%   | -0,12%  | 0,72%    | 1,23%    | 1,65%    | 1,97%  | 2,10%  | 2,11%  | 2,07%  | 2,05%  | 1,00%  | 1,25%  | 2,53%  | 3,74% |
|                          |        | 0,35%   | 0,97%   | 1,35%    | 1,66%    | 1,84%    | 1,86%  | 1,78%  | 1,67%  | 1,61%  | 1,52%  | 0,42%  | 1,10%  | 2,43%  | 3,59% |
|                          |        | 5,47%   | 5,08%   | 4,82%    | 4,52%    | 4,15%    | 3,77%  | 3,41%  | 3,12%  | 2,81%  | 2,41%  | 0,71%  | 1,33%  | 2,47%  | 3,48% |
|                          |        | 4,39%   | 3,80%   | 3,33%    | 2,88%    | 2,42%    | 1,99%  | 1,65%  | 1,33%  | 0,92%  | 0,43%  | -0,86% | 0,20%  | 1,56%  | 2,72% |
|                          |        | 4,37%   | 4,02%   | 3,49%    | 2,92%    | 2,45%    | 2,10%  | 1,73%  | 1,28%  | 0,75%  | 0,22%  | -0,56% | 0,64%  | 1,90%  | 2,90% |
|                          |        | 3,47%   | 2,84%   | 2,27%    | 1,80%    | 1,46%    | 1,09%  | 0,61%  | 0,02%  | -0,57% | -1,07% | -1,26% | 0,14%  | 1,50%  | 2,56% |
|                          |        | 2,85%   | 1,90%   | 1,24%    | 0,78%    | 0,30%    | -0,29% | -1,00% | -1,72% | -2,29% | -2,68% | -2,02% | -0,28% | 1,15%  | 2,20% |
|                          |        | 1,27%   | 0,73%   | 0,37%    | -0,09%   | -0,75%   | -1,56% | -2,38% | -3,06% | -3,53% | -3,76% | -2,57% | -0,75% | 0,71%  | 1,79% |
|                          | -6,70% | -8,35%  | -9,30%  | -9,64%   | -9,46%   | -8,92%   | -8,28% | -7,59% | -6,92% | -6,29% | -3,59% | -1,49% | -0,01% | 0,88%  |       |
|                          | -7,44% | -7,05%  | -6,57%  | -6,14%   | -5,71%   | -5,19%   | -4,67% | -4,15% | -3,63% | -3,14% | -1,05% | 0,33%  | 1,04%  | 1,11%  |       |
|                          | -2,87% | -2,60%  | -2,31%  | -2,00%   | -1,73%   | -1,45%   | -1,22% | -0,95% | -0,71% | -0,48% | 0,34%  | 0,92%  | 0,91%  | 0,41%  |       |
|                          | -1,74% | -1,62%  | -1,35%  | -1,14%   | -0,92%   | -0,77%   | -0,61% | -0,51% | -0,43% | -0,33% | 0,15%  | 0,05%  | -0,44% | -1,05% |       |
| OTM avec strike ATM +1%  |        | -17,73% | -9,11%  | -4,35%   | -2,20%   | -0,69%   | 0,21%  | 0,87%  | 1,33%  | 1,58%  | 1,71%  | 1,65%  | 1,52%  | 2,63%  | 3,80% |
|                          |        | -5,14%  | -0,64%  | 0,76%    | 1,77%    | 2,35%    | 2,80%  | 3,04%  | 3,14%  | 3,12%  | 3,06%  | 2,44%  | 2,40%  | 3,43%  | 4,46% |
|                          |        | 4,96%   | 4,61%   | 4,64%    | 4,55%    | 4,51%    | 4,47%  | 4,37%  | 4,21%  | 4,04%  | 3,90%  | 2,90%  | 3,01%  | 3,97%  | 4,91% |
|                          |        | 4,28%   | 4,25%   | 4,06%    | 3,98%    | 3,99%    | 3,92%  | 3,81%  | 3,70%  | 3,63%  | 3,51%  | 2,45%  | 2,88%  | 3,86%  | 4,75% |
|                          |        | 7,53%   | 7,01%   | 6,58%    | 6,25%    | 5,91%    | 5,53%  | 5,16%  | 4,86%  | 4,58%  | 4,24%  | 2,74%  | 3,09%  | 3,93%  | 4,68% |
|                          |        | 6,43%   | 5,78%   | 5,26%    | 4,72%    | 4,22%    | 3,81%  | 3,50%  | 3,17%  | 2,80%  | 2,38%  | 1,20%  | 1,95%  | 2,96%  | 3,76% |
|                          |        | 6,16%   | 5,67%   | 5,20%    | 4,72%    | 4,26%    | 3,90%  | 3,55%  | 3,16%  | 2,71%  | 2,26%  | 1,51%  | 2,38%  | 3,31%  | 4,03% |
|                          |        | 5,37%   | 4,81%   | 4,25%    | 3,78%    | 3,45%    | 3,08%  | 2,65%  | 2,14%  | 1,60%  | 1,15%  | 0,87%  | 1,87%  | 2,80%  | 3,49% |
|                          |        | 4,73%   | 3,83%   | 3,18%    | 2,72%    | 2,27%    | 1,72%  | 1,09%  | 0,48%  | -0,02% | -0,38% | -0,07% | 1,25%  | 2,36%  | 3,15% |
|                          |        | 3,28%   | 2,76%   | 2,38%    | 1,93%    | 1,34%    | 0,65%  | -0,04% | -0,62% | -1,02% | -1,23% | -0,47% | 0,87%  | 1,99%  | 2,74% |
|                          | -3,26% | -4,59%  | -5,37%  | -5,72%   | -5,68%   | -5,33%   | -4,89% | -4,42% | -3,97% | -3,53% | -1,51% | 0,03%  | 1,14%  | 1,70%  |       |
|                          | -4,30% | -4,12%  | -3,86%  | -3,59%   | -3,33%   | -2,98%   | -2,61% | -2,22% | -1,82% | -1,42% | 0,34%  | 1,41%  | 1,84%  | 1,64%  |       |
|                          | -0,95% | -0,70%  | -0,44%  | -0,19%   | 0,04%    | 0,28%    | 0,49%  | 0,68%  | 0,84%  | 1,01%  | 1,56%  | 1,75%  | 1,55%  | 0,89%  |       |
|                          | 0,07%  | 0,18%   | 0,30%   | 0,19%    | 0,19%    | 0,18%    | 0,25%  | 0,33%  | 0,42%  | 0,57%  | 1,32%  | 0,92%  | 0,25%  | -0,48% |       |
| OTM avec strike ATM + 2% |        | 0,00%   | 0,00%   | -146,39% | -148,94% | -153,48% | 12,43% | 8,74%  | 8,23%  | 7,89%  | 7,58%  | 7,43%  | 6,44%  | 6,76%  | 7,22% |
|                          |        | 8,09%   | 8,87%   | 9,30%    | 9,63%    | 9,61%    | 9,42%  | 8,79%  | 8,52%  | 8,34%  | 7,50%  | 7,19%  | 7,42%  | 7,42%  | 7,66% |
|                          |        | 11,70%  | 10,60%  | 10,01%   | 9,40%    | 8,96%    | 8,67%  | 8,37%  | 8,07%  | 7,83%  | 7,64%  | 6,69%  | 6,58%  | 6,98%  | 7,35% |
|                          |        | 9,66%   | 9,22%   | 8,86%    | 8,70%    | 8,54%    | 8,36%  | 8,14%  | 7,93%  | 7,78%  | 7,60%  | 6,61%  | 6,60%  | 6,95%  | 7,23% |
|                          |        | 10,48%  | 10,02%  | 9,65%    | 9,35%    | 9,01%    | 8,68%  | 8,41%  | 8,17%  | 7,94%  | 7,70%  | 6,66%  | 6,63%  | 6,89%  | 7,10% |
|                          |        | 10,69%  | 9,93%   | 9,30%    | 8,77%    | 8,28%    | 7,87%  | 7,53%  | 7,22%  | 6,91%  | 6,59%  | 5,63%  | 5,79%  | 6,13%  | 6,33% |
|                          |        | 9,98%   | 9,54%   | 9,05%    | 8,55%    | 8,09%    | 7,69%  | 7,33%  | 6,95%  | 6,57%  | 6,20%  | 5,40%  | 5,66%  | 5,98%  | 6,13% |
|                          |        | 9,16%   | 8,59%   | 8,06%    | 7,58%    | 7,22%    | 6,85%  | 6,47%  | 6,05%  | 5,65%  | 5,32%  | 4,90%  | 5,30%  | 5,62%  | 5,75% |
|                          |        | 8,41%   | 7,69%   | 7,09%    | 6,60%    | 6,18%    | 5,74%  | 5,28%  | 4,85%  | 4,49%  | 4,22%  | 4,07%  | 4,55%  | 4,91%  | 5,06% |
|                          |        | 7,29%   | 6,72%   | 6,28%    | 5,85%    | 5,38%    | 4,87%  | 4,38%  | 3,99%  | 3,70%  | 3,52%  | 3,68%  | 4,20%  | 4,54%  | 4,63% |
|                          | 2,66%  | 1,85%   | 1,29%   | 0,98%    | 0,89%    | 0,96%    | 1,09%  | 1,28%  | 1,48%  | 1,68%  | 2,54%  | 3,15%  | 3,33%  | 3,16%  |       |
|                          | 1,10%  | 1,13%   | 1,19%   | 1,26%    | 1,35%    | 1,47%    | 1,61%  | 1,76%  | 1,93%  | 2,11%  | 2,95%  | 3,34%  | 3,13%  | 2,56%  |       |
|                          | 2,73%  | 2,91%   | 3,11%   | 3,31%    | 3,48%    | 3,64%    | 3,77%  | 3,89%  | 4,01%  | 4,11%  | 3,92%  | 3,49%  | 2,62%  | 1,81%  |       |
|                          | 3,69%  | 3,77%   | 3,92%   | 4,00%    | 4,06%    | 4,10%    | 4,12%  | 4,11%  | 4,08%  | 4,04%  | 3,49%  | 2,52%  | 1,47%  | 0,72%  |       |

- Principales observations :
  - Au niveau des volatilités ATM -> écarts significatifs pour des maturités / ténors court terme (dans ce cas les volatilités induites par un shift à 2% sont plus faibles que celles provenant d'un shift à 45%)
    - Pour les ténors/maturités plus longs les écarts sont moins élevés
  - Même observation au niveau des volatilités OTM
  - Pour les volatilités ITM (non reportées ci-contre) les résultats sont plus homogènes

➔ Ces deux modèles conduisent à des **appréciations non homogènes de certaines swaptions** induisant par conséquent des **différences au niveau de la VIF et du ratio de couverture**

# Mesures d'impacts sur le bilan économique

## Etude complémentaire (2/2)

- Afin d'**homogénéiser les résultats** produits par chacun de ces modèles -> modification du processus de calibrage et mesure d'impact associée
- Détail de la mise en œuvre :
  - La **table de scénarios** économiques correspondant au modèle **DD LMM shifté à 2% est conservée** telle quelle,
  - Une **nouvelle table** est générée avec le modèle **DD LMM shifté à 45%**
    - Le modèle DD LMM shifté à 45% est ici recalibré exclusivement à partir des **volatilités théoriques** de swaptions ATM et OTM **induites par le DD LMM shifté à 2%**
      - Ceci permet d'améliorer la cohérence en termes de pricing entre les deux modèles



**Attention : il s'agit uniquement ici d'une étude exploratoire permettant d'effectuer une analyse des écarts et non d'une piste d'évolution méthodologique du processus de calibrage**

### ▪ Résultats obtenus :

| Zone de calibrage   | Zone 1      | Zone 1      | Réplication des vol. théoriques<br>DD LMM shifté à 2% |
|---------------------|-------------|-------------|---|
| Niveau de shift     | <b>2%</b>   | <b>45%</b>  | <b>45%</b>  |
| VIF                 | <b>26,0</b> | <b>20,2</b> | <b>23,1</b>   |
| Éléments éligibles  | <b>76,1</b> | <b>71,2</b> | <b>73,7</b>   |
| SCR                 | <b>48,9</b> | <b>54,7</b> | <b>52,9</b>   |
| Ratio de couverture | <b>156%</b> | <b>130%</b> | <b>139%</b>   |

L'homogénéisation des valorisations des instruments ATM et OTM conduit à une **homogénéisation des quantités d'intérêt** (VIF et ratio de couverture)

- ➔ Nécessité de **spécifier plus précisément le processus de calibrage** afin de conférer **davantage de cohérence** aux calculs de VIF, de SCR et de ratio de couverture

- La production de **tables de scénarios** pour la valorisation du **bilan économique** soulève différentes problématiques liées au **choix, au calibrage et à la simulation** des modèles financiers considérés.
- La diversité actuelle des approches mises en œuvre par les compagnies nécessite entre autres :
  - **D'harmoniser le processus de construction des scénarios économiques**
    - Par exemple -> **contraindre le processus de calibrage** à répliquer à la fois les volatilités ATM et OTM
      - **La valorisation de l'optionnalité des portefeuilles d'assurance ne peut en toute généralité se limiter à une réplication d'options ATM**
      - Des modèles distincts calibrés sur des volatilités ATM peuvent produire une appréciation différente des options OTM et de surcroît de la VIF ou du BE des passifs.
  - **De développer des méthodologies « sur mesure »** reposant sur une articulation plus forte entre l'ESG et les éléments estimés par le modèle ALM
    - Par exemple -> mise en œuvre d'approches de type **régression linéaire multiple** afin de :
      - **Sélectionner** rigoureusement les actifs à intégrer dans le calibrage (maturités, ténors, moneyness,...),
      - **Objectiver les poids** associés aux écarts quadratiques d'une fonction cible de calibrage,
      - ...